

تعمیم راهکار هدایت کاپا به منظور بهبود مسیر بازگشت به محل معین یک سامانه‌ی هوایی با قید کمترین سرعت فرود

امیررضا کوثری* (دانشیار)

حمیدرضا رحیمی کندلجی (کارشناس ارشد)

گروه مهندسی هوافضا، دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران

مهندسی مکانیک شریف، پاییز ۱۳۹۶ (۸۲-۷۵)
دوری ۳ - ۳۳، شماره ۲، ص. ۸۲-۷۵

طراحی سامانه‌ی هدایت محوله‌ی بازگشتی به محل معین، به دلیل ضرورت و راهبردی بودن این فناوری همیشه مورد توجه محققان حوزه‌ی فناوری بوده است. در تحقیق حاضر به تعمیم راهکار هدایت کاپا برای بهبود مسیر پرواز سامانه‌های هوایی غیر فعال بازگشت به محل معین، با قید کمترین سرعت فرود در صفحه‌ی عمودی پرداخته شده است. مسیر طراحی شده توسط راهکار پیشنهادی نسبت به حالت احتساب ضرایب ناوبری ثابت بهبود یافته است به طوری که نرخ تغییرات شتاب و همچنین مقدار سرعت نهایی در صفحه‌ی عمودی به حداقل رسیده است. نتایج مطالعات موردی نشانگر بهبود تاریخچه زمانی شتاب وارد بر محموله و همچنین کنترل بردار سرعت نهایی وسیله پرنده مورد نظر می‌باشد.

واژگان کلیدی: هدایت کاپا، بهبود مسیر، بازگشت به محل معین، کمترین سرعت فرود.

۱. مقدمه

طراحی یک مسیر با کمترین اثر تغییرات شتاب، کمترین اتلاف انرژی و همچنین دقت بالا، که با هدف افزایش قابلیت اطمینان سیستم پروازی صورت می‌پذیرد، مستلزم انتخاب و پیاده‌سازی راهکاری هدایتی است که از بررسی هم‌زمان حوزه‌های سیستم مأموریت، سیستم پشتیبان، و همچنین شرایط محیطی مسئله حاصل شده باشد. به تعبیر دیگر لازم است که الزامات مأموریت با توجه به شرایط مرزی به همراه قیود خارجی و داخلی مسئله ارضا شوند.

یکی از مسائل مورد توجه در دهه‌های اخیر، طراحی سامانه‌های بازگشتی با مأموریت‌های متنوع برای ارسال محموله‌های مختلف به محل معین است. از چالش‌های پیش روی این سامانه‌ها، کمینه سازی سرعت برخورد محموله با سطح زمین و به تبع آن کمینه‌سازی ریسک آسیب وارد به محموله در لحظه‌ی برخورد است. در این خصوص راهکارهای هدایتی، با هدف طراحی مسیر قابل پرواز مناسب و ارضای اهداف کنترلی مورد نظر طراح سیستم، می‌توانند نقش مهم و اثرگذاری از بعد نرم‌افزاری در افزایش قابلیت اطمینان سامانه داشته باشند.

تاکنون راهکارهای متعددی برای هدایت مسیر حرکت سامانه‌های پروازی ارائه شده است که هر کدام نقاط ضعف و قدرت خود را دارد. یکی از نقاط قوت راهکارهای هدایت، کنترل یا ارضای بردار نهایی سرعت است که هدایت کاپا یکی از آنهاست. هدایت کاپا راهکاری تحلیلی، با معیار عملکرد کمترین اتلاف انرژی بر پایه‌ی محاسبه‌ی شتاب لحظه‌ی مورد نیاز وسیله‌ی پرنده برای ارضای شرایط مرزی، است.

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۱/۳۱، اصلاحیه ۱۳۹۵/۴/۲۶، پذیرش ۱۳۹۵/۵/۱۱.

چنگ و گوپتا هدایت تناسمی با بایاس عمودی شتاب جاذبه و به‌کارگیری آن را برای هدایت میانی مطالعه و بررسی کرده‌اند.^[۱] نقطه‌ی قوت راهکار آنها سادگی این قانون و آسانی اجرای آن در پیاده‌سازی عملیاتی است. همچنین افزایش برد نسبت به هدایت تناسبی با جبران جمله‌ی شتاب جاذبه نیز از جمله دستاوردهای این راهکار است. از معایب این روش می‌توان به منحصر به فرد بودن نمودار زمان تخمین زده شده تا مقصد به ازای شرایط اولیه و همچنین حساس بودن کارایی این قانون هدایت نسبت به تغییر مسیر هدف اشاره کرد. در حوزه‌ی راهکارهای «حل بهینه‌ی عددی» نیز ایما دو و همکارانش برای یک سامانه‌ی هوا به هوای برد متوسط، مسئله‌ی هدایت میانی را با راهکار عددی حل کردند؛^[۲] سپس کومار و همکارانش برای هدایت میانی یک سامانه‌ی هوا به هوا معادلات مسئله‌ی بهینه‌سازی را برای افزایش برد، کمینه‌کردن تلفات انرژی جنبشی یا بیشینه‌کردن سرعت نهایی سامانه به صورت عددی حل کردند.^[۳] سانگ و همکارانش در راهکاری تلفیقی بر پایه‌ی حل عددی و «آموزش شبکه عصبی» معادلات مسئله‌ی بهینه‌سازی را برای افزایش برد و کمینه‌کردن تلفات انرژی جنبشی یا بیشینه‌کردن سرعت نهایی سامانه حل عددی کردند و سپس نتایج به دست آمده از آن را به یک شبکه‌ی عصبی آموزش دادند.^[۴] از نقاط قوت این راهکار حل حلقه‌ی بسته، بلادرنگ بودن اجرای آن است که از نظر پیاده‌سازی عملیاتی مهم است. در این راهکار تغییر مسیر پرواز هدف بررسی نشده است. همچنین نیاز به آموزش شبکه‌ی تولید شده نیز از جمله معایب آن محسوب می‌شود. منون و بریگز نیز با این روش مسئله را برای معیار عملکرد ترکیبی کمینه‌کردن زمان و انرژی مخصوص در لحظه‌ی نهایی بررسی کردند.^[۵] راهکار دیگر در این

kosari_a@ut.ac.ir
rahimi_h@ut.ac.ir

برپا کارا انجام شد. در این بررسی از مدل شش درجه آزادی استفاده شده است که عملکرد قانون هدایت با خطای بسیار کمی همراه بوده است.^[۲۱] در سال ۲۰۱۴، به بررسی هدایت گلايدر نمونه در پرواز بدون موتور برای رسیدن به پیشینه‌ی سرعت نهایی در نقطه‌ی مورد نظر پرداخته شده است. نتیجه‌ی این بررسی صحت‌گذاری بر اثبات کارآمدی راهکار هدایت کاپا بوده است. این بررسی می‌تواند مرجعی مناسب برای تحلیل و شبیه‌سازی هدایت هواگردهای بدون موتور باشد.^[۲۲] در سال ۲۰۱۵ تلفیق قانون هدایت کاپا با کنترل‌کننده‌ی LQ بررسی شده و نتایج حاکی از خطای صفر سامانه بوده است. قانون هدایت کاپا برای ارضای شرایط نهایی مطلوب به‌کار رفته است.^[۲۳،۲۴]

در پژوهش حاضر، توسعه‌ی قانون هدایت نهایی بر پایه‌ی کمیته‌سازی سرعت فرود در صفحه‌ی عمودی و تعمیم این قانون برای بهبود مسیر فرود سامانه‌ی محوله‌ی بازگشتی به محل معین ارائه شده است. به این منظور سعی شده است که مسیر ابتدایی طراحی شده توسط قانون هدایت کاپا با ضرایب ثابت، بر اساس راهکار تعمیم‌یافته‌ی پیشنهادی بهبود یابد و میزان تغییرات شتاب و همچنین مقدار سرعت نهایی سامانه‌ی پروازی در صفحه‌ی عمودی به حداقل رسانده شود. با ارزیابی و مقایسه بر اساس نتایج به‌دست آمده، مشاهده می‌شود که تاریخچه‌ی شتاب وارد بر سامانه به‌صورت محسوسی بهبود یافته است.

۲. معرفی قانون هدایت کاپا

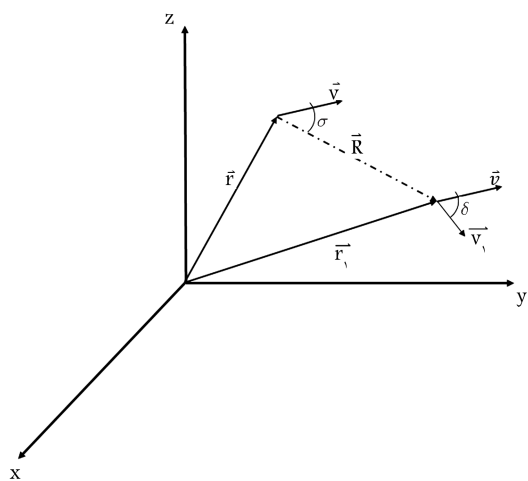
به‌طور کلی، ویژگی‌های اصلی روش هدایت کاپا را در موارد زیر می‌توان خلاصه کرد:

— شکل‌دهی مسیر پرواز برای تعیین انحنای مسیر حرکت؛

— کنترل زاویه‌ی نزدیک‌شدن سامانه به مقصد؛

— کمیته‌سازی اتلاف انرژی سامانه با هدف حداکثرکردن سرعت نهایی.

طرح‌واره‌ی کلی یک پرواز سه‌بعدی در شکل ۱ نمایش داده شده است که در آن بردارهای v و v_1 به ترتیب مبین بردار سرعت لحظه‌ی و سرعت نهایی‌اند. بردار R نیز بردار فاصله‌ی نسبی لحظه‌ی تا مقصد را نشان می‌دهد. زاویه‌ی δ اختلاف زاویه‌ی سرعت بین t و t_f ، همچنین زاویه‌ی سمت نسبت به بردار واصل مکان لحظه‌ی و مقصد است.



شکل ۱. طرح مشخصات پرواز سه بعدی سامانه‌ی هدایت‌شونده.^[۲۵]

باره استفاده از راهبرد هدایتی «همسایگی کنترل بهینه^۱» است. در این راهکار، حل حلقه‌ی بسته‌ی بهینه، حول یک مسیر مرجع به‌دست می‌آید. این راهکار در همسایگی مسیر مرجع نسبت به راهکار اغتشاشات تکین^۲ جواب بهتری را ارائه داده است؛ اما با تغییر شرایط اولیه و همچنین برای اهداف هوایی که ممکن است مسیر خود را تغییر دهند دچار مشکل می‌شود. از جمله تلاش‌ها و کارهای صورت‌پذیرفته در زمینه‌ی راهکارهای «حل بهینه‌ی عددی» می‌توان به کارهای کاتزبر^[۷] و کومار^[۸] اشاره کرد. هدایت نقاط گذر برای وسایلی که سرعت طولی آنها کم است به‌منظور طرح ریزی مسیر استفاده می‌شود. در حالی که در وسایلی که سرعت طولی آنها زیاد باشد یا کنترل مسیر آنها به راحتی صورت نپذیرد، این راهکار می‌تواند فقط به‌منظور شکل‌دهی مسیر^۳ استفاده شود.^[۹] در شکل‌دهی مسیر، سامانه لزوماً به نقاط گذر نزدیک نمی‌شود، بلکه هدایت به سمت نقاط گذری که دارای ویژگی‌های خاصی هستند مسیر مناسبی را شکل می‌دهند. مثلاً در پژوهشی^[۹]، سامانه به سمت یک هدف مجازی لغزنده^۴ که می‌توان آن را یک نقطه‌ی گذر متحرک نامید، هدایت می‌شود و به این طریق مسیری مناسب برای هدایت فاز میانی سامانه حاصل می‌شود. همچنین در پژوهشی دیگر^[۱۰] به بررسی مسئله‌ی هدایت و کنترل یک سامانه‌ی زیرسطحی، با فرض هدف ثابت با استفاده از قانون هدایت نقطه‌ی گذر متحرک، پرداخته شده است.

چری، در سال ۱۹۶۴، روش هدایت صریح کاپای مبتنی بر معیار عملکرد کمیته‌سازی اتلاف انرژی را، با هدف پیشینه‌سازی مقدار سرعت نهایی و کنترل جهت بردار سرعت نهایی، برای مسئله‌ی هدایت موشک پیشنهاد کرد.^[۱۱] در سال ۱۹۸۹، راثو، معادله‌ی دیفرانسیل مرتبط با هدایت کاپا را با دقت بهتری حل کرد،^[۱۲] و در سال ۱۹۹۵، هدایت کاپای خطی شده توسط سراکوس و لین ارائه شد.^[۱۳] در هدایت کاپای خطی‌شده، به‌منظور ساده‌سازی دست‌یابی به حل تحلیلی بر اساس متغیرهای حالت، از اثر تعدادی از جمله‌های کم‌تأثیر معیار عملکرد صرف‌نظر شده است. البته نتایج به‌دست‌آمده از این راهکار تحلیلی به ازای یک مورد مطالعه‌شده در مقایسه با حل عددی همان مسئله تفاوت نسبتاً ملموسی را نشان داده است. در سال ۱۹۹۹ سراکوس و لین،^[۱۴] در راستای تکمیل مطالعاتشان، معادلات حالت مسئله‌ی هدایت بهینه‌ی کاپا را در حالت سه‌بعدی بررسی و تحلیل کردند. حل تحلیلی و حلقه‌ی بسته‌ی مسئله‌ی هدایت بهینه‌ی کاپا با در نظر گرفتن قیدهای بردار موقعیت نهایی و بردار سرعت نهایی توسط بتین^[۱۵] ارائه شده است. معادله‌ی به‌دست‌آمده، اساس هدایت فرود بر روی کره‌ی ماه در مأموریت فضایی آپولو بوده است.

هورن - یونگ - جن، در سال ۲۰۰۵، قانون هدایت میانی با استفاده از شبکه‌ی عصبی را برای بهبود دقت برخورد به اهداف متحرک در موشک‌ها تعمیم داد. این کار باعث افزایش چشمگیر توان موشک‌های دفاعی می‌شود اما در مقابل باعث افزایش حجم محاسبات نیز می‌شود.^[۱۶] در سال ۲۰۰۷، جلالی نائینی در مورد عملکرد این قانون هدایت تحلیلی انجام داد. او به مشکل تکینگی‌شدن بهره‌های هدایت توجه کرد و پیشنهادهایی نیز به‌منظور اصلاح آن مطرح کرد.^[۱۷] در سال ۲۰۰۷، بهینه‌سازی قانون هدایت کاپا با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی توده‌ی مورچه‌ها و مقایسه‌ی آن با حل بهینه‌ی عددی توسط نیکوسخن لامع، نبوی، و نوبهاری^[۱۸] ارائه شد. در سال ۲۰۱۰، بهسازی راهکار هدایت میانی کاپا با استفاده از منطق فازی برای تعیین ضرایب شکل‌دهی مسیر انجام شد. این راهکار باعث افزایش مقاومت راهکار هدایت شده است.^[۱۹] همچنین در سال ۲۰۱۰، بررسی و تحقیقی توسط میرجلیایی، سجادی، و جلالی نائینی درباره‌ی هدایت کاپا، با تبدیل قید بردار سرعت به قید زاویه‌ی شیب نهایی، انجام پذیرفته است.^[۲۰] بررسی نحوه‌ی عملکرد راهکار هدایت میانی کاپا در اهداف متحرک ورودی به اتمسفر همچون کلاهک‌های بالستیک توسط

بنابراین، معادلات حالت بر حسب σ و γ به صورت زیر است: [۲۴]

$$\frac{d\gamma}{dR} = -k \sec \sigma \quad (۷)$$

$$\frac{d\sigma}{dR} = \frac{d\gamma}{dR} + \frac{d\theta}{dR} = -k \sec \sigma - \frac{\lambda}{R} \tan \sigma \quad (۸)$$

با استفاده از رابطه‌های ۱ یا ۲ می‌توان به قانون کنترل بهینه‌ی k که مقدار J را طبق رابطه‌های ۷ و ۸ و همچنین شرایط مرزی رابطه‌ی ۶ بهینه می‌کند، دست یافت. معیار عملکرد با قید کمینه‌ی سرعت نهایی در هدایت کاپای خطی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$J = - \int_R^0 \frac{dV}{dR} dR$$

معادلات حرکت در طول مسیر پرواز به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\frac{dV}{dt} = (T \cos \alpha - D) / m - g \sin Y \quad (۹)$$

$$V \frac{dV}{dt} = (T \sin \alpha - D) / m - g \cos Y \quad (۱۰)$$

متغیرهای T ، D و L به ترتیب نیروی تراست، نیروی پسا، و نیروی برای وسیله‌ی پرنده است. α زاویه‌ی حمله، m و g نیز به ترتیب جرم و شتاب گرانش هستند. با توجه به موارد ذکر شده تابع هزینه را می‌توان به صورت زیر نمایش داد: [۲۴]

$$J = - \int_R^0 \left(g \sin Y - \frac{T}{mV} + \frac{D}{mV} \times \left(1 + \frac{(\eta L_\alpha + \frac{T}{V}) m^\tau V^\tau (k + \frac{g \cos Y}{V^\tau})^\tau}{D \cdot (T + L_\alpha)^\tau} \right) \right) \sec \sigma dR \quad (۱۱)$$

ضریب پسا به صورت $D = D_0 + D_L = D_0 + \eta L_\alpha \alpha^\tau$ تعریف می‌شود که L_α مشتق ضمنی نیروی برآ برحسب زاویه‌ی حمله است و η ضریب تأثیر آیرودینامیکی D_0 و D_L نیروهای پسای صفر و پسا بر حسب برآ است. شاخص عملکرد فقط شامل مشخصات آیرودینامیکی نیست بلکه اثرات گرانش و تراست را در برمی‌گیرد. پس برای ساده‌سازی رابطه‌ی ۱۱ متغیرهای جدیدی به نام‌های A ، B و C معرفی می‌شوند:

$$A = \frac{\lambda}{V^\tau} g \cos \gamma$$

$$B = \frac{L_\alpha (D_0 - T + mg \sin \gamma)}{m^\tau V^\tau \left(\eta \eta + \frac{T}{L_\alpha} \right)} (T/L_\alpha + 1)^\tau + A^\tau / 2$$

$$C = \frac{mV^\tau (\eta \eta + T/L_\alpha) B}{(T/L_\alpha + 1)^\tau L_\alpha}$$

با جای‌گذاری A ، B و C می‌توان رابطه‌ی ۱۱ را به صورت زیر بازنویسی کرد: [۲۴]

$$J = \int_R^0 C \left(1 + \frac{k^\tau}{2B} + \frac{Ak}{B} \right) \sec \sigma dR \quad (۱۲)$$

رابطه‌ی ۱۲ یک رابطه‌ی کلی برای یک وسیله با فرض جرم نقطه‌یی و قید کمینه‌سازی تابع هزینه است. اکنون چالش پیش رو، حل مسئله‌ی کنترل بهینه با قید کمینه‌سازی سرعت در صفحه‌ی عمودی است. با استفاده از روابط ۷ و ۸ و بازوی مکان R تا صفر در رابطه‌ی ۱۲ و تشکیل رابطه‌ی همیلتون، می‌توان ضریب شکل‌دهی مسیر G^τ را با رابطه‌ی ۱۳ معرفی کرد. ضریب شکل‌دهی G در واقع مبین اعمال مشخصات آیرودینامیکی و هندسی وسیله‌ی مورد مطالعه در قانون هدایت کاپاست

در حالت کلی قانون هدایت کاپای خطی شده را می‌توان به صورت زیر بیان کرد: [۱۱]

$$a_m = \frac{K_1}{t_g} (v_1 - v) - \frac{K_2}{t_g} [r_1 - (r - vt_g)] \quad (۱)$$

که در آن r بردار موقعیت لحظه‌یی سامانه، r_1 بردار موقعیت مطلوب نهایی، v بردار سرعت لحظه‌یی، v_1 بردار سرعت مطلوب نهایی، و t_g تخمینی از زمان رسیدن بردار موقعیت سامانه به بردار موقعیت مطلوب نهایی است. انتخاب ضرایب ناوبری K_1 و K_2 در رفتار حرکتی و عملکرد وسیله‌ی پرنده نقش به‌سزایی دارد و لازم است به نحو مقتضی و متناسب با شرایط مأموریت محاسبه شوند. این ضرایب ناوبری بر مسیر طراحی شده توسط قانون هدایت تأثیرگذار هستند. [۱۱]

۳. بازنگری و تعمیم محاسبه‌ی ضرایب ناوبری

در این بخش یکی از اهداف اصلی، استخراج ضرایب ناوبری K_1 و K_2 ، با هدف کمینه‌سازی مقدار و کنترل جهت بردار سرعت نهایی سامانه‌ی بازگشت‌پذیر، در صفحه‌ی عمودی پروازی است. قانون هدایت کاپا یک تابع صریح از سرعت و شرایط مرزی لحظه‌یی و نهایی است. البته در قانون هدایت کاپا فرمان شتاب تابعی از متغیرهای بازخورد از مختصات بدنه به‌جای مختصات اینرسی است. [۱۲] تابع شتاب غیرخطی به صورت رابطه‌ی ۲ بیان شده است: [۱۲]

$$a = \frac{K_1}{R} V^\tau \sin \delta \cos \sigma - \frac{K_2}{R} V^\tau \sin \sigma \quad (۲)$$

با رابطه‌ی $V t_s \cos \sigma$ هم‌ارز است که V سرعت لحظه‌یی، t_g زمان تخمین‌زده شده تا مقصد، و σ سمت نسبت به بردار واصل مکان لحظه‌یی و مقصد است. انحنای مسیر بهینه با k بیان می‌شود:

$$k = \frac{\lambda}{V} \frac{d\gamma}{dt} = \frac{\lambda}{V^\tau} a \quad (۳)$$

که γ زاویه‌ی مسیر پرواز است. با استفاده از رابطه‌های ۲ و ۳، انحنای مسیر بهینه به صورت زیر تغییر می‌یابد:

$$k = \frac{K_1}{R} V^\tau \sin \delta \cos \sigma - \frac{K_2}{R} V^\tau \sin \sigma \quad (۴)$$

در خطی‌سازی هدایت کاپا، مسئله به صورت یک مسئله‌ی کنترل بهینه و با هدف کمینه‌سازی معیار عملکرد زیر فرمول‌بندی شده است:

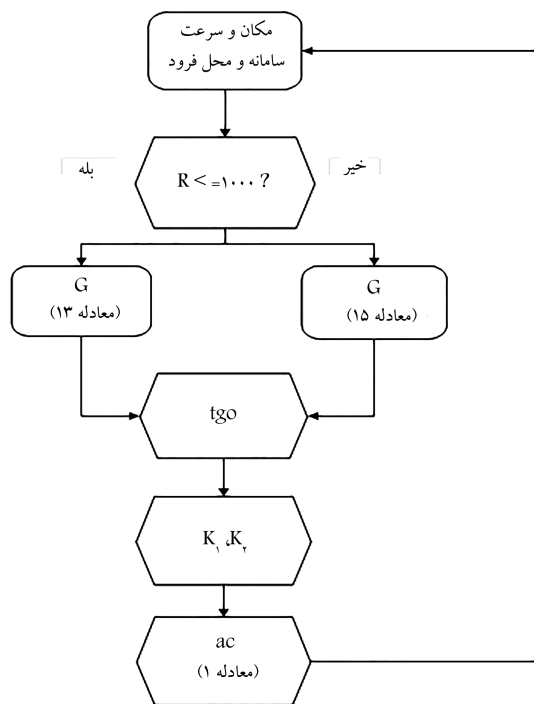
$$J = -V(I_f) \quad (۵)$$

شرایط مرزی نیز به صورت رابطه‌ی ۶ فرض می‌شود:

$$\delta(t_f) = 0 \quad \sigma(t_f) = 0 \quad (۶)$$

به‌منظور حل رابطه‌ی ۵ به صورت تحلیلی، نظریه‌ی کنترل بهینه بر طبق شکل ۱ بر حسب زاویه‌ی سمت σ ، γ زاویه‌ی پرواز، و θ زاویه‌ی خط دید است. روابط R و θ به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$R = -V \cos \sigma \quad \theta = \frac{V \sin \sigma}{R}$$



شکل ۲. الگوریتم تعیین قانون هدایت کاپای تعمیم یافته.

جدول ۱. شرایط مرزی مسیر پروازی سامانه.

مکان (متر)	سرعت (متر/ثانیه)
[۰ ۰ ۱۰۰۰]	[۵ ۰ - ۲]
[۲۰۰۰ ۲۰۰۰ ۰]	[۵ ۵ ۰]

جدول ۲. مشخصات پارافویل نمونه.

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
C_{α}	۰٫۹	C_D	۰٫۲۵
جرم (m)	۴ کیلوگرم	زاویه حمل (α)	صفر درجه
مساحت کانوپی (m ²)	۱٫۰۲	η	۱

در جدول ۲ مشخصات آیرودینامیکی و هندسی وسیله پروازی که یک پارافویل نمونه است، آورده شده است.

در شکل ۳ نتایج مسیر تولیدشده با استفاده از راهکار هدایت کاپا با ضرایب ناوبری ثابت $K_1 = -2$ و $K_2 = 6$ نمایش داده شده است. نمودار شکل ۴، تاریخچه نقاط مسیر را برای سه مؤلفه xyz نمایش می‌دهد.

در شکل ۵ تاریخچه زمانی شتاب‌های واردشده به سامانه‌ی هوایی موردنظر نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که به‌جز قسمت انتهایی مسیر که شامل لحظات فرود است، در بقیه‌ی مسیر، شتاب دارای تغییراتی است که می‌تواند نمادی از تلاش کنترلی باشد که این تلاش کنترلی به مجموعه‌ی تغییرات شتاب اعمال شده توسط قانون هدایت اطلاق می‌شود و برآوردسازی آن توسط وسیله پرنده الزامات خاص خود را خواهد داشت. تاریخچه‌ی زمانی مؤلفه‌های سرعت نیز در شکل ۶ نشان داده شده است.

نتایج مربوط به هدایت کاپا با استفاده از ضرایب ناوبری تعمیم یافته برای کمینه‌سازی سرعت نهایی در صفحه‌ی عمودی در شکل‌های ۷ تا ۱۱ ارائه شده است. همچنین

که تنها مؤلفه‌ی متغیر در آن که در هر لحظه به‌روز رسانی می‌شود، سرعت (V) است. [۱۱-۲۵] به‌طور خلاصه، وجه تمایز اصلی راهکار ارائه‌شده در پژوهش حاضر با مراجع دیگر [۲۵] در ساختار ضریب شکل‌دهی G است که ناشی از تفاوت در تعریف تابع هزینه و الزامات مأموریت پروازی است:

$$G^r = \frac{(D_r + 2mg \sin \gamma) L_{\alpha}}{2m^2 V^2 \eta} + A^r \quad (13)$$

که در معادله‌ی کنترل بهینه‌ی زیر استفاده می‌شود:

$$R \frac{dk}{dR} + G^r R \sin \sigma - k + c = 0 \quad (14)$$

در فاصله‌ی بیشتر از هزار متر تا مقصد، محموله‌ی بازگشتی به‌صورت موتور خاموش و در شرایط کروز فرض شده که به‌صورت رابطه‌ی ۱۵ بیان شده است. [۲۵]

$$G^r = \frac{D_r L_{\alpha}}{2m^2 V^2 \eta} \quad (15)$$

تفاوت موجود بین روابط ۱۳ و ۱۵ در دو جمله است. تفاوت اول در مقدار A^r است. تفاوت دوم در جمله‌ی نیروی پاساست که در رابطه‌ی ۱۳ مقدار $2mg \sin \gamma$ اضافه شده است.

با حل معادله‌ی ۱۴، ضرایب ناوبری به‌صورت زیر بیان می‌شوند: [۲۵]

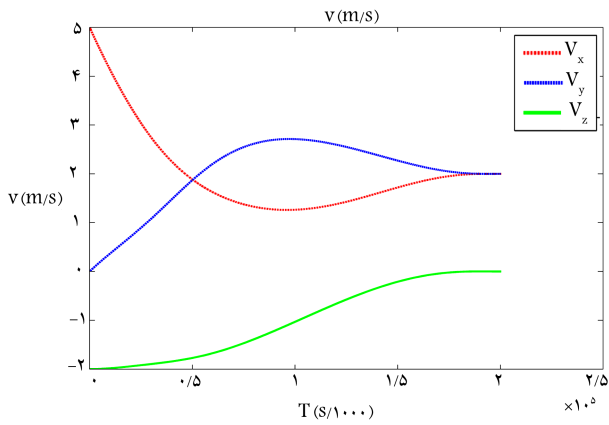
$$K_1 = \frac{2G^r R^2 + GR (e^{GR} - e^{-GR})}{e^{GR} (GR - 2) - e^{-GR} (GR + 2) + 4} \quad (16)$$

$$K_2 = \frac{G^r R^2 (e^{GR} + e^{-GR} - 2)}{e^{GR} (GR - 2) - e^{-GR} (GR + 2) + 4} \quad (17)$$

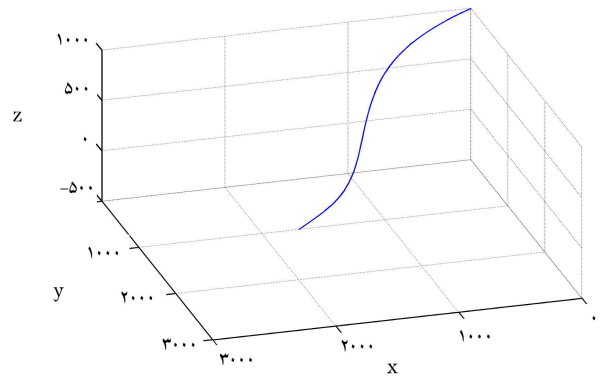
به‌دلیل وجود «تابع توانی» در معادلات مربوط به محاسبه‌ی ضرایب ناوبری K_1 و K_2 بدیهی است در شرایطی که فاصله از هدف بیش از هزار متر باشد، حاصل ضرب فاصله از محل فرود و ضریب شکل‌دهی مسیر ۱۵ ضریبی از 10^2 است؛ بنابراین، به‌دلیل ظهور عدد بی‌نهایت در روابط ۱۶ و ۱۷، این معادلات به بی‌نهایت میل می‌کنند. از این رو در فاصله‌ی بیشتر از هزار متر از محل فرود، برای محاسبه‌ی ضریب شکل‌دهی مسیر از رابطه‌ی ۱۵ و در فواصل کمتر از هزار متر، از رابطه‌ی ۱۳ استفاده می‌شود. فلوجارت الگوریتم استفاده‌شده برای شبیه‌سازی، در شکل ۲ آمده است.

۴. نتایج و مطالعه موردی

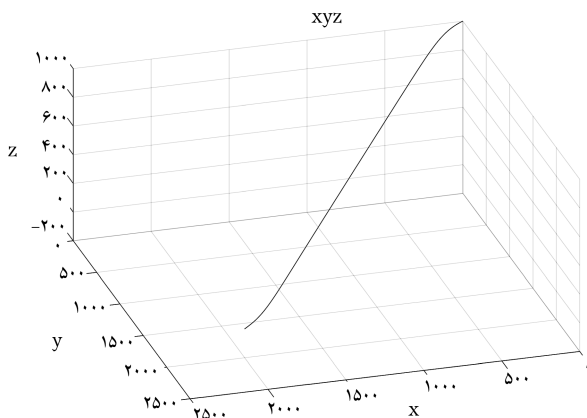
اشاره شد که طراحی یک مسیر با کمترین نرخ تغییرات شتاب و اتلاف انرژی و همچنین دقت بالا نیازمند راهکاری هدایتی است که از بررسی تحلیلی یا عددی مسئله‌ی مورد نظر حاصل شده باشد و باید شرایط مرزی به‌همراه قیود خارجی و داخلی مسئله نیز ارضا شوند. راهکار هدایت ارائه‌شده در این مقاله، امکان فرود سامانه‌ی غیرفعال نمونه را با کمترین سرعت برخورد فراهم کرده است. نتایج مربوط به هدایت کاپا در دو حالت: الف) ضرایب ثابت ناوبری، ب) ضرایب بهینه‌ی ناوبری با در نظر گرفتن کمینه‌ی سرعت نهایی در صفحه‌ی عمودی ارائه شده است. به‌عبارت دیگر، نتایج تعمیم انجام‌گرفته با نتایج هدایت کاپا (با ضرایب ناوبری K_1 و K_2 ثابت) مقایسه شده است. در جدول ۱ شرایط مرزی مسیر پروازی سامانه آمده است. هدف، به حداقل رساندن سرعت نزول است. قیود عملکردی سامانه با توجه به شبیه‌سازی‌های انجام‌شده، بر روی شتاب قابل تحمل اعمال شده است که عبارت است از: $a_{max} = [3 \quad 3 \quad 0.5]$.



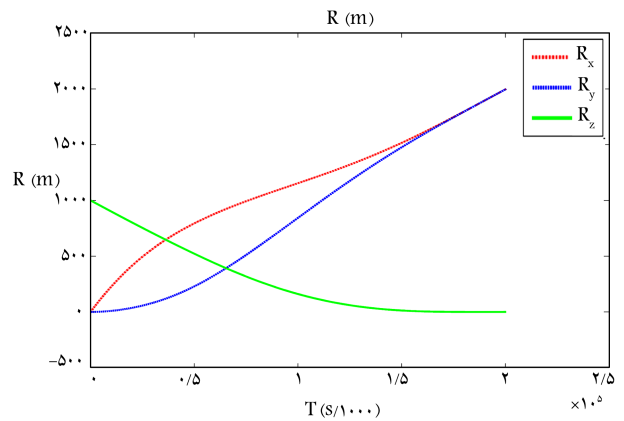
شکل ۶. نمودار سرعت محاسبه شده توسط قانون هدایت کاپا با ضرایب ناوبری ثابت $K_1 = -2$ و $K_2 = 6$.



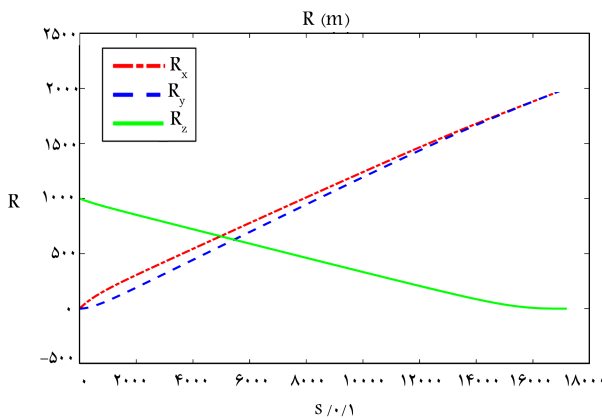
شکل ۳. مسیر سه بعدی قانون هدایت کاپا با ضرایب ناوبری ثابت $K_1 = -2$ و $K_2 = 6$.



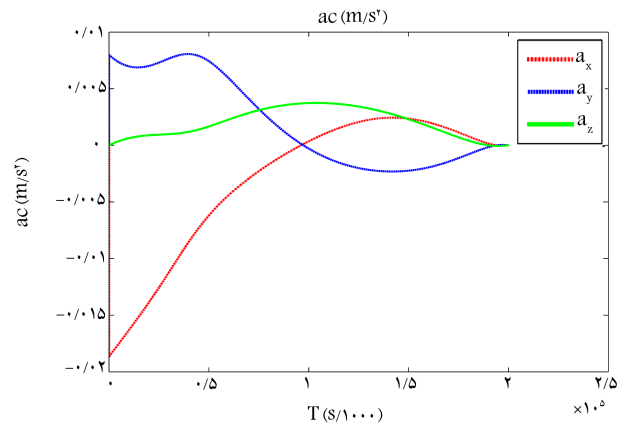
شکل ۷. مسیر سه بعدی قانون هدایت کاپا با ضرایب ناوبری تعمیم یافته.



شکل ۴. نمودار مکان سامانه با استفاده از قانون هدایت کاپا با ضرایب ناوبری ثابت $K_1 = -2$ و $K_2 = 6$.



شکل ۸. نمودار مکان سامانه با استفاده از قانون هدایت کاپا با ضرایب ناوبری تعمیم یافته.



شکل ۵. نمودار شتاب مورد نیاز محاسبه شده توسط قانون هدایت کاپا با ضرایب ناوبری ثابت $K_1 = -2$ و $K_2 = 6$.

چنانکه در شکل ۹ مشاهده می شود نمودار تاریخچه‌ی زمانی شتاب وارد شده به سامانه به جز در بازه‌ی ابتدایی و انتهایی، در بقیه‌ی مسیر به صورت تقریباً ثابت و با مقدار نسبتاً کمی همراه بوده است.

همچنین در شکل ۱۰ مشاهده می شود که سرعت در راستای محور z به صفر میل می کند که به معنی فرود با کمترین سرعت برخورد با زمین است. در شکل ۱۱، ضرایب ناوبری تعمیم یافته نشان داده شده است.

قید بیشینه‌ی شتاب قابل تحمل برای سامانه‌ی بازگشتی به محل معین در محورهای مختلف، بر قانون هدایت اعمال شده است. در شکل ۷، مسیر تولید شده با استفاده از قانون هدایت کاپای تعمیم یافته نشان داده شده است. مشاهده می شود که انحنا‌ی مسیر در حد محسوسی کاهش یافته و سامانه در همان ابتدای مسیر، سمت حرکت خود را به گونه‌ی تعیین کرده است که نیاز به تغییرات بیشتر نباشد. نمودار شکل ۸، تاریخچه‌ی نقاط مسیر را برای سه مؤلفه‌ی xyz نمایش می دهد.

نیز متأثر از معیار عملکرد تعیین شده در تابع هزینه و الزامات مأموریت بازگشت ایمن وسیله‌ی پروازی در فاز فرود است.

مقایسه‌ی مسیر طراحی شده توسط راهکار هدایت با ضرایب ناوبری ثابت و همچنین تعمیم یافته مبین این موضوع است که میزان تغییرات شتاب و همچنین مقدار سرعت نهایی در صفحه‌ی عمودی به حداقل رسیده است. با بررسی و مقایسه‌ی نتایج به دست آمده مشاهده می‌شود که تاریخچه‌ی شتاب وارده به صورت محسوس بهبود یافته است و این به معنی کاهش محسوس تلاش کنترلی است.

با استفاده از ضرایب ناوبری تعمیم یافته به خوبی قیود موجود و شرایط مرزی مطلوب برآورده شده و با کمترین سرعت عمودی ممکن بر روی مقصد فرود انجام شده است. ملاحظه می‌شود که در پرواز کروز، K_1 به طور مجانبی به مقدار $K_1 = -2$ میل می‌کند و پارامتر K_2 به مقدار $K_2 = 6$ میل خواهد کرد (شکل ۱۱). یعنی، به دلیل وابستگی ضرایب ناوبری به فاصله و سرعت، انتخاب آنها به روش تحلیلی (روابط ۱۳ و ۱۵) در پرواز و در شرایطی که «فاصله تا هدف» و «اختلاف سرعت لحظه‌ی با سرعت نهایی» به صورت یکنواخت در حال کاهش باشد، ضرایب ناوبری نیز به مقادیر بهینه‌ی محاسبه شده در مراجع برای پرواز کروز میل می‌کنند. شتاب به دست آمده با فرض استفاده از ضرایب ثابت $K_1 = -2$ و $K_2 = 6$ فقط در محدوده‌ی عملیاتی کوتاه و «اختلاف کم سرعت لحظه‌ی با سرعت نهایی» مناسب است.

فهرست علائم

v : سرعت لحظه‌ی (m/s)؛

v_1 : سرعت نهایی (m/s)؛

r : مکان لحظه‌ی (m)؛

r_1 : مکان نهایی (m)؛

t : زمان لحظه‌ی (Sec)؛

t_1 : زمان نهایی (Sec)؛

R : مکان لحظه‌ی نسبت به مقصد (m)؛

σ : زاویه‌ی سرعت لحظه‌ی و R (deg)؛

δ : زاویه‌ی سرعت لحظه‌ی و نهایی (deg)؛

K_1 و K_2 : ضرایب ناوبری؛

a_m : شتاب لحظه‌ی (m/s²)؛

t_g : زمان تخمینی تا مقصد (Sec)؛

γ : زاویه‌ی مسیر پرواز (deg)؛

k : ضریب انحنای مسیر بهینه؛

J : معیار عملکرد؛

I_f : تابع هزینه؛

θ : زاویه‌ی خط دید (deg)؛

g : شتاب گرانش (m/s²)؛

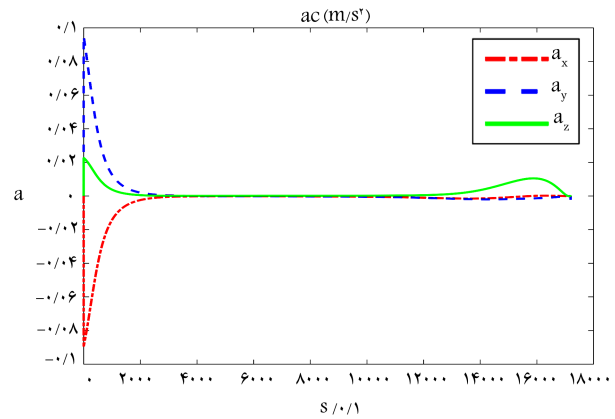
T : نیروی تراست (N)؛

D : نیروی پسا (N)؛

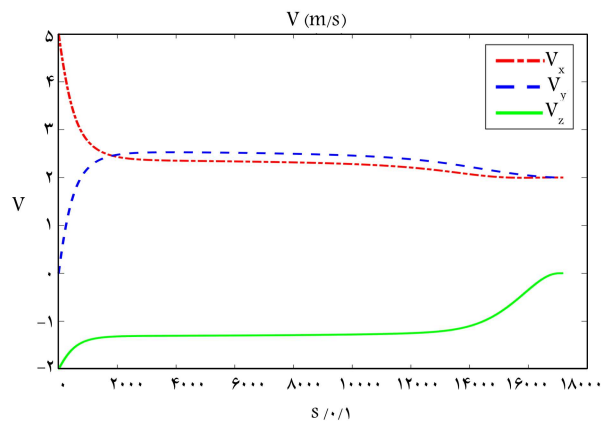
L : نیروی برآ (N)؛

α : زاویه‌ی حمله (deg)؛

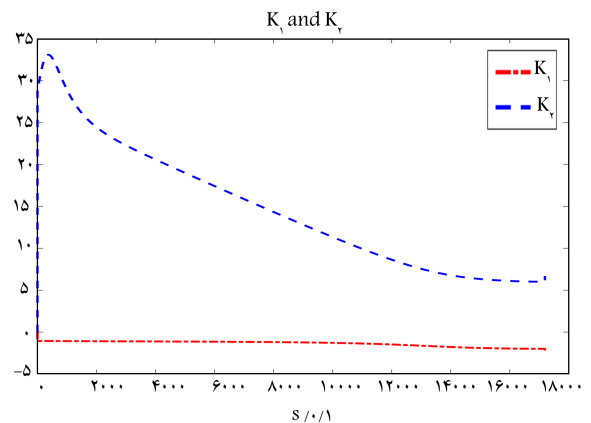
m : جرم (kg)؛



شکل ۹. نمودار شتاب سامانه با استفاده از قانون هدایت کاپا با ضرایب ناوبری تعمیم یافته.



شکل ۱۰. نمودار سرعت سامانه با استفاده از قانون هدایت کاپا با ضرایب ناوبری تعمیم یافته.



شکل ۱۱. تاریخچه‌ی ضرایب ناوبری انتخاب شده در قانون هدایت ناوبری تعمیم یافته.

۵. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، توسعه‌ی قانون هدایت کاپا بر پایه‌ی کمینه‌سازی سرعت فرود در صفحه‌ی عمودی و تعمیم این قانون برای بهبود مسیر فرود سامانه‌ی محوله‌ی بازگشتی به محل معین بررسی شده است. به طور خلاصه، تفاوت بنیادین راهکار ارائه شده در این پژوهش با سایر مراجع مرتبط در ساختار ضریب شکل دهی G است که این امر

η : ضریب تأثیر آئرو دینامیکی؛

G : ضریب شکل دهی مسیر؛

a_{max} : بیشترین شتاب قابل تحمل سامانه (m/s^2).

D : پسای صفر (N)؛

D_L : پسای بر حسب برآ (N)؛

L_α : مشتق ضمنی برآ بر زاویه ی حمله؛

پانوشت‌ها

1. neighboring optimized control
2. singular perturbations
3. shaping trajectory
4. virtual sliding target

منابع (References)

1. Cheng, V.H.L. and Gupta, N.K. "Advanced midcourse for air-to-air missiles", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **9**(1), pp. 135-142 (1986).
2. Imado, F., Kuroda, T. and Miwa, S. "Optimal midcourse guidance for medium-range air-to-air missiles", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **13**(4), pp. 603-608 (1990).
3. Kumar, R.R., Seywald, H., Cliff, E.M. and Kelley, H.J. "Three-dimensional air-to-air missile trajectory shaping", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **18**(3), pp. 449-456 (1995).
4. Song, E.J. and Tahk, M.J. "Real-time midcourse guidance with intercept point prediction", *Control Engineer Practice*, **3**, pp. 957-967 (1998).
5. Song, E.J. and Tahk, M.J. "Three-dimensional midcourse guidance using neural networks for interception of ballistic targets", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **38**(2), pp. 404-414 (2002).
6. Menon, P.K.A. and Briggs, M.M. "Near-optimal midcourse guidance for air-to-air missiles", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **13**(4), pp. 596-602 (1990).
7. Katzir, S., Cliff, E.M. and Lutze, F.H. "An approach to near-optimal guidance on-board calculations", *IEEE International Conference on Control and Applications* (1989).
8. Kumar, R.R., Seywald, H. and Cliff, E.M. "Near-optimal midcourse 3-dimensional air-to-air missiles guidance against maneuvering target", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **18**(3), pp. 457-464 (1995).
9. Raju, P.A. and Ghose, D. "Empirical virtual sliding target guidance law design: An aerodynamic approach", *IEEE Trans. On Aerospace and Electronic*, **39**(4), pp. 1179-1190 (2003).
10. Nikoosokhan, M. and Nobahari, H. "Control of subsurface missile impact time by using the transition point guidance law", *Fourth National Conference on Science and Technology Under the Sea*, Malek Ashtar University (2007).
11. Cherry, G.W. "A general explicit, optimizing guidance law for rocket-propelled spaceflight", *Astrodynamic Guidance and Control Conference, Guidance, Navigation and Control and Co-located*, Los Angeles, CA, U.S.A (1964).
12. Rao, M.N. "Analytical solution of optimal trajectory-shaping guidance", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **12**(4), pp. 600-601 (1989).
13. Serakos, D. and Lin, C.F. "Linearized kappa guidance", *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **18**(5), pp. 975-980 (1995).
14. Serakos, D. and Lin, C.F. "Three dimensional midcourse guidance state equations", *Proceedings of the American Control Conference*, San Diego, California (June 1999).
15. Battin, R.H., *An Introduction to the Mathematics and Methods of Astrodynamics, Revised Edition*, AIAA Education Series, Published by American Institute of Aeronautics and Astronautics (1999).
16. Jan, H.-Y., Lin, C.-L., Chen, K.-M., Lai, C.-W. and Hwang, T.-S. "Missile guidance design using optimal trajectory shaping and neural network", *16th IFAC World Congress*, (2005).
17. Jalali-Naini, S.H. "Normalized miss distance analysis of single-lag optimal guidance law with radome effect, saturation, and fifth-order control system", *Scientia Iranica, Transaction B*, **21**(5), pp. 1683-1692 (2014).
18. Nikoosokhan, M., Nobahari, H. and Nabavi, S.Y. "Kappa guidance law optimization by using ant colonizing optimizer algorithm and comparing with numerical solution", *Seventh Annual Conference (International) Iranian Aerospace Society*, Sharif University (2008).
19. Lin, C.-L., Lin, Y.-P. and Chen, K.-M. "On the design of fuzzified trajectory shaping guidance law", *ISA Trans*, Published by Elsevier Ltd., **48**(2), pp. 148-155 (2008).
20. Mirjalili, R., Sajjadi, S.H. and Jalali-Naini, S.H. "Investigation of performance of midcourse guidance law with final impact degree instead of target maneuver", *Tenth Conference of Iranian Aerospace Society*, Tehran, Iranian Aerospace Society, Tarbiat Modarres University (2011).

21. Prabhakra, N., Chandra Sekhar, K. and Vaidianathan, V. "Target hit interceptor mid-course guidance scheme for ballistic missile interception", *International Journal of Applied Research in Mechanical Engineering (IJARME)*, **3**(2), pp. 7-11 (2013).
22. Pepy, R. and Heriss'e, B. "An indirect method for optimal guidance of a glider", *19th IFAC World Congress, Le Cap, South Africa*, pp. 5097-5102 (Aug 2014).
23. Tahk, M.-J. "A tutorial on linear quadratic optimal guidance for missile applications", *J. KSIAM*, **19**(3), pp. 217-234 (2015).
24. Madadkar, A. and Kosari, A.R. "Generalizing of kappa guidance law by final scop constrain", Master of Sc. Thesis, Aerospace Department, Faculty of New Science & Tech., U. of Tehran (2014).
25. Yang, S.-M. "Analysis of optimal midcourse guidance law", *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, **32**(1), pp. 419-425 (Jan 1996).