

تخمین همزمان ضریب انتقال حرارت جابه جایی و شار حرارتی در عملیات فرزکاری

سمیه داودآبادی فراهانی (استادیار)

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اراک

مهندسی مکانیک شریف، (پاییز ۱۳۹۸)
دوری ۳-۲، شماری ۲، ص. ۱۰-۳

در این نوشتار به تخمین همزمان شار حرارتی ورودی به قطعه کار و ضریب انتقال حرارت جابه جایی در عملیات فرزکاری پرداخته شده است. دو مدل حرارتی صفر بعدی و سه بعدی گذرا برای قطعه کار از جنس AISI H13 در نظر گرفته شده است. دماها در پنج نقطه در داخل قطعه کار با استفاده از ترموکوپل برای دو سرعت برشی 50 mm/min و 100 mm/min اندازه گیری شده است و برای تخمین مجهولات از روش جست و جوی الگویی و روش افمین سرچ استفاده شده است. نتایج حاصل از دو مدل حرارتی برای مجهولات متفاوت و تقریباً مستقل از الگوریتم معکوس است. نتایج نشان می دهد با افزایش سرعت برشی، شار حرارتی افزایش می یابد و ضریب انتقال حرارت جابه جایی، در مدل حرارتی اول افزایش و در مدل حرارتی دوم کاهش می یابد. همچنین هر دو الگوریتم با دقت خوبی مقادیر مجهول را بر اساس دماهای اندازه گیری شده و مدل حرارتی برآورد کرده اند.

واژگان کلیدی: عملیات فرزکاری، روش جست و جوی الگویی، روش افمین

سرچ، تخمین شار حرارتی، ضریب انتقال حرارت جابه جایی.

sdavoodabadifarahani@gmail.com

۱. مقدمه

به صورت یک منبع حرارتی در عملیات ماشین کاری و با استفاده از حل تحلیلی دمای متوسط را در قطعه کار به دست آوردند. در فرایند سوراخ کاری برنادو و همکارانش^[۲] شار حرارتی و ضریب انتقال حرارت را با استفاده از یک مدل تحلیلی برای قطعه کار از جنس AISI H13 به دست آوردند. سوزا و همکارانش^[۴] با استفاده از روش انتقال حرارت معکوس و روش اجزاء محدود دمای قطعه کار و شار حرارتی را در محل ابزار برش و براده تخمین زدند.

گوستیمیرینگ و همکارانش^[۵] شار حرارتی و دمای قطعه کار را در فرایند سنگ زنی با استفاده از روش تفاضل محدود برآورد کردند. در فرایند فرزکاری اولتان و همکارانش^[۶] میدان دمایی در فصل مشترک ابزار - براده برای فولاد AISI H13 با استفاده از روش تفاضل محدود تخمین زدند. کویلهو^[۷] با استفاده از روش انتقال حرارت معکوس و با استفاده از مدل منبع حرارتی به بررسی عملیات ماشین کاری پرداخت. برنادو و همکارانش^[۸] دمای قطعه کار را برای فولاد سخت AISI H13 در عملیات فرزکاری با استفاده از یک مدل تحلیلی به دست آوردند. لین و همکارانش^[۹] با استفاده از شبیه سازی مجازی عملیات فرزکاری و با در نظر گرفتن حرکت ابزار تغییرات دمایی قطعه کار را به دست آوردند. لازگلو و بیگودیسی^[۱۰] یک مدل حرارتی جدید برای فرایند فرزکاری به منظور تشخیص دمای ابزار ارائه و اثر دما را بر سایش ابزار بررسی کردند. مامودو و لازگلو^[۱۱] با شبیه سازی عددی عملیات میکروفرزکاری آلیاژ Ti-6Al-4V در نرم افزار آباکوس توزیع در قطعه کار را بررسی کردند. انتقال حرارت معکوس^[۱۲-۱۴] می تواند یکی از روش های کارا در برآورد شار حرارتی ورودی به قطعه کار و ابزار برش باشد. می توان با استفاده از اندازه گیری دما در داخل قطعه کار و

فرایند ماشین کاری عبارت است از برداشتن بخشی از مواد خام برای رسیدن به محصولی با شکل، اندازه و کیفیت سطح مورد نظر. ماشین کاری فلزات تا به امروز به طور کامل شناخته شده نیست که علت آن رفتار غیرخطی فرایند و پیچیده بودن ارتباط تغییر فرم با حرارت است. فرایند برش فلزات ممکن است با تولید حرارت بسیار بالایی در ناحیه ی تداخل ابزار با براده همراه باشد. از این رو جنبه ی حرارتی فرایند می تواند دقت ماشین کاری را بسیار تحت تأثیر قرار دهد. در واقع درجه حرارت بالای منطقه ی برش تأثیر بسیار زیادی بر فرسایش ابزار، عمر ابزار، کیفیت سطح ماشین شده و سازوکار شکل گیری براده دارد. حرارت می تواند تأثیر زیادی بر تغییر شکل حرارتی ابزار برش داشته باشد که در بین تمام متغیرها مهمترین عامل بروز خطا در فرایند است. افزایش روزافزون تقاضا برای افزایش کیفیت محصول نهایی علاقه ی بسیاری از محققین به موضوع حرارت و توزیع آن در فرایندهای ماشین کاری را برانگیخته است. در فرایند ماشین کاری ابزار با غلبه بر استحکام برشی ماده ی قطعه کار عمل برش را انجام می دهد. این عمل ابزار باعث تولید حرارت بسیار زیاد و متمرکز در قطعه کار می شود که در واقع ناشی از فرایند ترمومکانیکی تغییر شکل است. حرارت تولیدی به اندازه ی قابل ملاحظه یی رابطه ی تنش - کرنش، شکست و عمر قطعه کار را تحت تأثیر قرار می دهد.

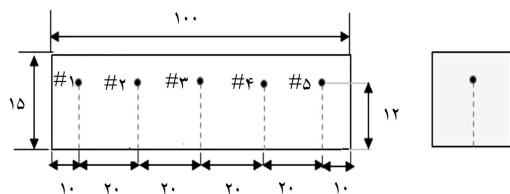
در خصوص انتقال تجربی، عددی و تحلیلی حرارت در فرایند ماشین کاری مطالعات زیادی انجام شده است.^[۱] تریگرو و چاو^[۲] با در نظر گرفتن صفحه ی برش

تاریخ: دریافت ۱۳۹۶/۵/۱۵، اصلاحیه ۱۳۹۷/۲/۲۳، پذیرش ۱۳۹۷/۲/۳۰.

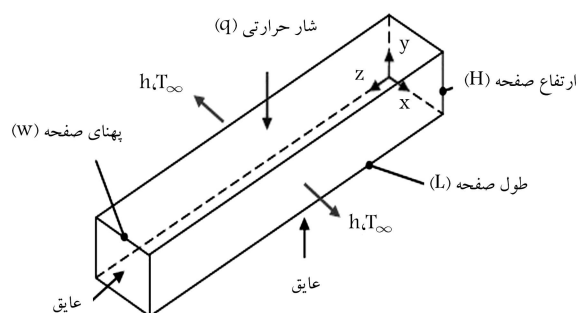
DOI:10/24200/J40.2018.10802.1433

جدول ۱. خواص حرارتی قطعه کار.

مقدار	خواص حرارتی
$460 J/kg.K$	ظرفیت گرمایی ویژه (C)
$7760 Kg/m^3$	چگالی (ρ)
$28/6 W/m.K$	ضریب رسانایی حرارتی (K)



شکل ۲. شماتیک قطعه کار و موقعیت ترموکوپل ها.



شکل ۳. شرایط مرزی قطعه کار.

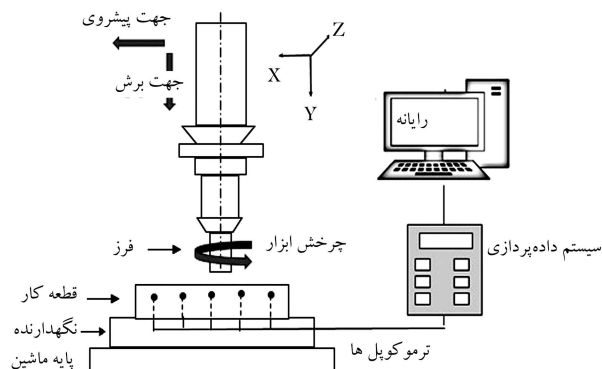
در حدود $1^\circ C / \pm 0.1^\circ C$ است. سطح جانبی و کف قطعه کار با استفاده از پشم شیشه با ضریب رسانایی $0.1 W/m.K$ عایق کاری شده است (شکل ۳). آزمون های مورد نظر بدون استفاده از سیال خنک کننده انجام شده است. آزمون ها برای دو سرعت برش 5° و 10° میلی متر در دقیقه انجام شده است. عمق برش $1 mm$ و قطر ترموکوپل های استفاده شده در این مطالعه $1/5 mm$ است. با استفاده از سیستم داده برداری دماها با گام زمانی $1/8^\circ$ ثبت می شوند. داده برداری همزمان با عملیات فرزکاری آغاز و با پایان آن تمام می شود. تاریخچه ی زمانی دماهای اندازه گیری شده برای دو سرعت برشی در شکل ۴ نشان داده شده است.

۳. روش حل هدایت حرارتی معکوس

در مسائل انتقال حرارت معکوس هدف کمینه کردن تابع مجموع مربعات خطاست. این تابع مطابق تعریف عبارت است از:

$$f = \sum_{i=1}^{nt} \sum_{j=1}^{nt} (Y_{i,j} - T_{i,j})^2 \quad (1)$$

که باید کمینه شود. در حالی که ns تعداد حسگرها، Y دماهای اندازه گیری شده با حسگر z ام در زمان i ام است و nt تعداد دماهای اندازه گیری شده در زمان است



شکل ۱. شماتیک آزمایش.

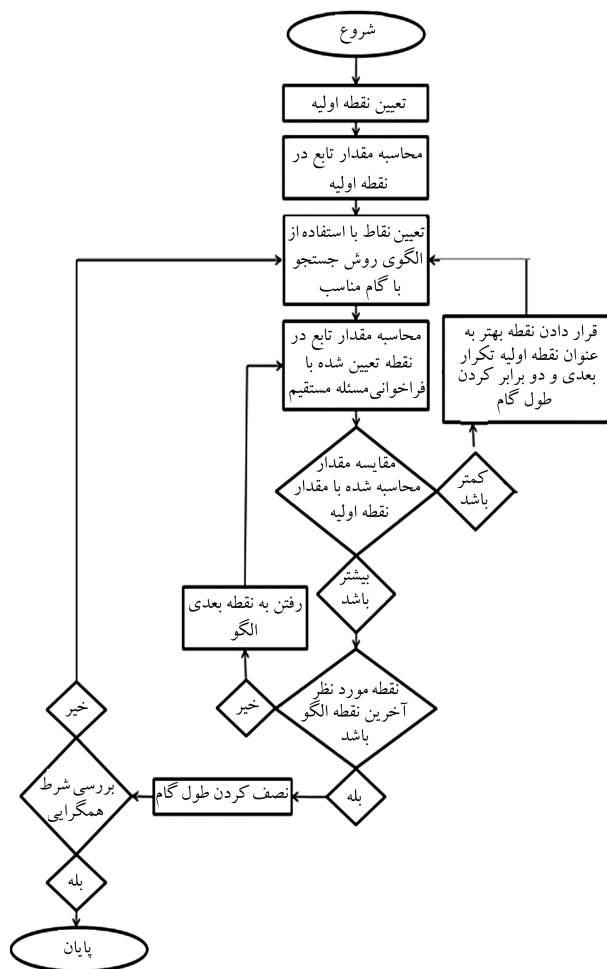
استفاده از روش های انتقال حرارت معکوس شار حرارتی ورودی به قطعه کار را برآورد کرد. ضریب انتقال حرارت جابه جایی در عملیات ماشین کاری تابعی از چرخش اسپندل و ابزار، حرکت قطعه کار و سرعت برش است و نمی توان آن را به طور دقیق مشخص کرد. بنابر این در تحلیل حرارتی قطعه کار در عملیات ماشین کاری علاوه بر مقدار شار حرارتی ورودی به قطعه کار در حین عملیات ماشین کاری، ضریب انتقال حرارت جابه جایی نیز مجهول است. در مطالعات انجام شده در این زمینه، تاکنون این موضوع را در نظر نگرفته اند. در این مطالعه از دو مدل حرارتی متفاوت استفاده شده است. در یک مدل حرارتی (صفر بعدی گذرا) دما فقط تابعی از زمان است و در دیگری (مدل حرارتی سه بعدی گذرا) دما علاوه بر زمان تابعی از سه مختصه ی مکانی است. دماها شامل اطلاعاتی از مجهولات (شار حرارتی و ضریب انتقال حرارت) هستند که می توان با استفاده از روش معکوس با رمزگشایی دماها به این اطلاعات دست یافت.

در این مقاله از این ایده استفاده شده است که با استفاده از اندازه گیری دما در داخل قطعه کار و با استفاده از ترموکوپل و روش انتقال حرارت معکوس به صورت همزمان می توان شار حرارتی ورودی به قطعه کار و ضریب انتقال حرارت جابه جایی را در عملیات فرزکاری برآورد کرد. البته روش های استاندارد انتقال حرارت معکوس [۱۲] مانند روش دنباله یی بک، روش گرادیان مزدوج، روش تیخونو قادر به تخمین همزمان ضریب انتقال حرارت جابه جایی و شار حرارتی نیستند. در این مقاله دو روش مناسب دیگر، الگوریتم جست و جوی الگویی و الگوریتم افمین سرچ، برای این منظور پیشنهاد شده است.

۲. آزمایش تجربی

شکل ۱ شماتیکی از آزمایش را نشان می دهد. عملیات فرزکاری با دستگاه HERMLE C800U با توان $18 kW$ و حداکثر دور $24000 (rpm)$ انجام شده است.

قطر ابزار برش $20 mm$ و از جنس کاربید با روکش تیتانیوم است. جنس قطعه کار از AISI ۱۳ و با ابعاد $100 \times 15 \times 9 mm$ در نظر گرفته شده است. خواص حرارتی قطعه کار در جدول ۱ و شکل هندسی قطعه کار در شکل ۲ ارائه شده است. از پنج ترموکوپل نوع K برای اندازه گیری تاریخچه ی زمانی دمای قطعه کار استفاده شده است. موقعیت قرارگیری ترموکوپل ها در داخل قطعه کار در شکل ۲ نشان داده شده است. ترموکوپل ها در شیارهایی به قطر $1/5 mm$ و به طول $12 mm$ که در پشت قطعه کار و با دستگاه CNC ایجاد شده، قرار داده شده اند. دقت ترموکوپل ها

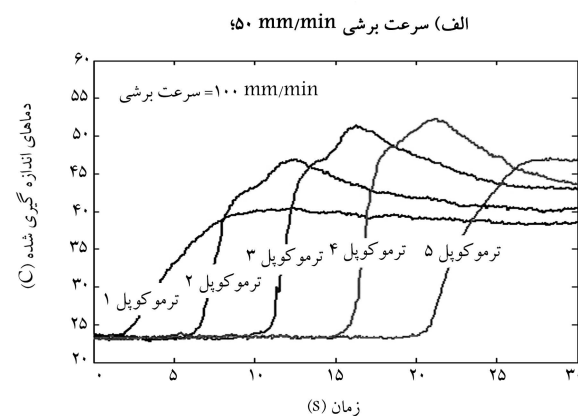
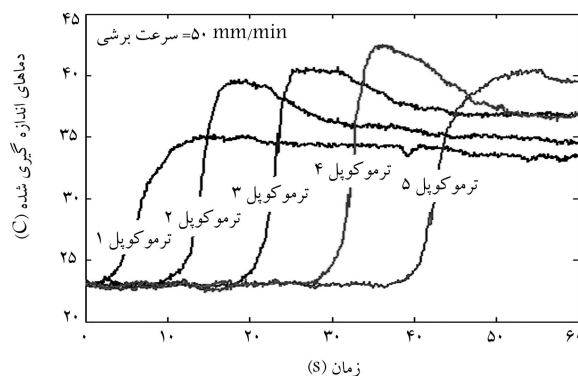


شکل ۵. مراحل الگوریتم جست و جوی الگویی.

نسبتی به غیر از نصف کردن انجام داد. در این پژوهش از همان نسبت‌های معمول ۲ و ۵/۲ استفاده شده است. در شکل ۵ مراحل الگوریتم جست‌وجوی الگویی را نشان می‌دهد. نکته‌ای قابل توجهی که در روش جست و جوی الگویی وجود دارد این است که این روش در پیدا کردن محدوده‌ی کمینه‌ی کلی ابزار بسیار توانمندی است.

۲.۳. اف‌مین سرچ^۲

یکی از روش‌های بهینه‌سازی در نرم‌افزار متلب استفاده از تابع اف‌مین سرچ است. این تابع از الگوریتم نلدر-مید^{۱۶} استفاده می‌کند. این روش از مفاهیم ساده‌ی سیمپلکس برای پیشبرد و تکامل حل استفاده می‌کند. الگوریتم حاضر، ابتدا برآوردی از یکی از بهینه‌های محلی مسئله‌ی N بعدی را به دست آورده، تابع هدف را به آرامی و به صورت هموار در این بخش تغییر می‌دهد. سپس الگوریتم با استفاده از برون‌یابی رفتار تابع هدف در هنگام اجرای روش سیمپلکس، به تولید نقاط آزمون جدید می‌پردازد و آن‌گاه بر اساس عملگرهای درونی‌اش تصمیم می‌گیرد که یکی از نقاط مورد آزمون در سیمپلکس را با نقطه‌ی آزمون تولیدی جدید جابه‌جا کند. . . و به همین شیوه الگوریتم را ادامه می‌دهد. این الگوریتم پس از هر مرحله شرط‌ها را آزمون می‌کند تا در صورت برآورده شدن پایان کار و پاسخ نهایی را اعلام کند. شرایط پایان شامل همگرایی تابع هدف در سیمپلکس، دقت پاسخ و یا تعداد



شکل ۴. دماهای اندازه‌گیری شده.

و دمای T با استفاده از حل مستقیم مدل گرمایی مسئله که در بخش ۴ ارائه شده، محاسبه شده است. در بخش مدل‌سازی ریاضی دیده می‌شود که دمای T ، تابعی از شار حرارتی ورودی به قطعه‌کار (q) و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) است. بدین منظور با استفاده از دو الگوریتم بهینه‌سازی: ۱. جست و جوی الگویی و روش اف‌مین سرچ به صورت هم‌زمان q و h برآورد می‌شود. یکی از نوآوری‌های این کار برآورد هم‌زمان شار حرارتی و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی است.

۱.۳. جست و جوی الگویی

روش پیشنهادی برای یافتن کمینه‌ی کلی مسئله‌های غیرهمگون توسط بهینه‌سازها، استفاده از روش جست و جوی الگویی^{۱۷} است. در نوع خاصی از این روش که در این پژوهش نیز مورد استفاده قرار گرفته است - روش بهینه‌سازی با توجه به مرزهای در نظر گرفته شده برای متغیرها - گام‌هایی در جهت افزایش هر یک از متغیرها برداشته می‌شود و سپس این کار در جهت منفی نیز تکرار خواهد شد. در این روش به محض آن که در هر گامی نقطه‌ی بهتری (با مقدار خطای کم‌تر) پیدا شود، جست و جو در آن تکرار متوقف شده و آن نقطه به عنوان نقطه‌ی اولیه برای شروع تکرار بعدی در نظر گرفته می‌شود. در این روش اگر در هر تکرار نقطه‌ی بهتری پیدا شود، طول گام‌ها ۲ برابر می‌شود، اما در غیر این صورت (تمام جهات افزایش و کاهش تمام متغیرها به مقدار خطای کم‌تری منجر نشود) طول گام‌ها به نصف کاهش می‌یابد. در روش جست‌وجوی الگویی همچنین می‌توان در هر مرحله که نقطه‌ی بهتری یافت می‌شود، طول گام را با نسبتی بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از ۲ برابر تغییر داد. در ضمن همین روند را می‌توان برای حالتی که نقطه‌ی بهتری یافت نمی‌شود، با

حل دقیق معادله‌ی ۳ با استفاده از روش تغییر متغیر انجام می‌شود:

$$\theta(t) = \frac{qH}{2hw} \left(1 - e^{-\frac{(2h)}{\rho C H^2 t}} \right) \quad (4)$$

در این مدل «دما» تابعی از زمان است و فرض بر آن است که مقاومت حرارتی رسانایی در داخل قطعه‌کار نسبت به مقاومت حرارتی جابه‌جایی قابل چشم‌پوشی است و عامل تغییر دما، شار حرارتی ورودی به قطعه‌کار و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی است. رابطه‌ی ۴ با استفاده از کدنویسی در نرم‌افزار متلب حل می‌شود.

ب) مدل سه‌بعدی گذرا
در حالت دومی که برای مدل‌سازی ریاضی مسئله‌ی انتقال حرارت در این مقاله در نظر گرفته شده، دما تابعی از زمان و سه مختصات مکانی x ، y و z است. در این مدل حرارتی گرادینان دما در سه جهت مختصات در نظر گرفته شده و با استفاده از دماهای پنج ترموکوپل شار حرارتی و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی برآورد می‌شود. معادله‌ی انتقال حرارت حاکم بر مدل سه‌بعدی انتقال حرارت گذرا مطابق روابط ۵ در نظر گرفته شده است:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) &= \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} &= \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=l} = 0 \\ k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} &= 0; -k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=H} = q \\ k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} &= -h(T|x_{x=0}) - T_{\infty} \\ k \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=w} &= -h(T|x_{x=w} - T_{\infty}) \end{aligned} \quad (5)$$

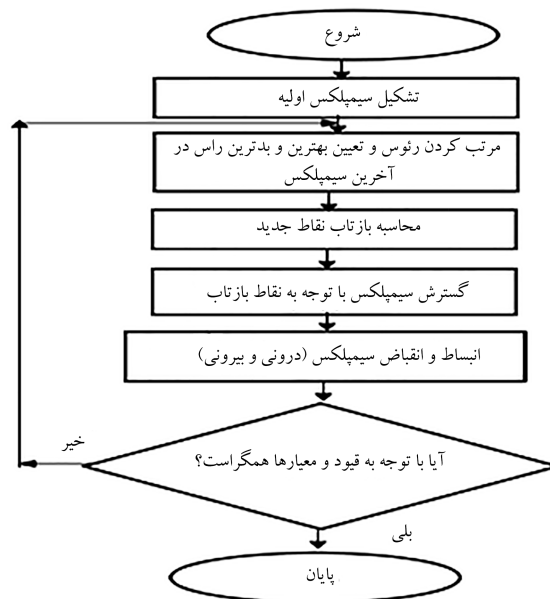
که با استفاده از روش اجزاء محدود در نرم‌افزار تجاری Ansys حل می‌شود. از المان solid70 برای حل استفاده شده است؛ همچنین استقلال از شبکه چک شده است. برای انتخاب شبکه‌ی مناسب، تغییرات دما با زمان در نقطه‌ی در مرکز جسم در نظر گرفته شده و اختلاف آن با دمای حاصل از ریزترین شبکه مقایسه می‌شود. میزان انحراف هر شبکه نسبت به ریزترین شبکه با استفاده از رابطه‌ی ۶ محاسبه می‌شود:

$$error_{grid} = \left(\sum_{i=1}^{nt} \frac{(T_{grid})_i - (T_{finest\ grid})_i}{(T_{finest\ grid})_i} \right) / nt \quad (6)$$

که در آن nt تعداد گام زمانی است. مقدار انحراف برای چهار شبکه‌ی مختلف در نظر گرفته شده و در جدول ۲ ارائه شده است. هر قدر شبکه ریزتر شود زمان مورد نیاز برای حل مسئله افزایش می‌یابد. مش‌بندی با در نظر گرفتن خطا و زمان محاسبه، به صورت $90 \times 150 \times 300$ در نظر گرفته شده است.

جدول ۲. مقایسه‌ی شبکه‌بندی با تعداد سلول متفاوت.

شبکه‌بندی	میزان خطا از ریزترین شبکه
$30 \times 50 \times 100$	٪۱۰/۵۵
$60 \times 100 \times 300$	٪۱/۷۷
$90 \times 150 \times 300$	٪۰/۲۷
$100 \times 200 \times 400$	-



شکل ۶. مراحل الگوریتم اف‌م‌ا‌س‌ر‌ج.

تکرار از پیش تعیین شده توسط کاربر است. یکی از روش‌های کارآمد معمولی و در دسترس، در صورتی که تعداد متغیرها فراتر از ۵ یا ۶ نبود، به خوبی کار می‌کرد. در شکل ۶ مراحل الگوریتم اف‌م‌ا‌س‌ر‌ج نشان داده شده است.

در روش‌های استاندارد معکوس، گرادینان تابع هدف نسبت به پارامترهای مجهول وجود دارد که این مسئله باعث ناکارآمدی آنها در برآورد هم‌زمان ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و شار حرارتی است. بنابراین سعی شده است از روش‌های بهینه‌سازی مبتنی بر گرادینان استفاده نشود. مشاهده شد که در فلوجارت هر دو الگوریتم پیشنهادی، گرادینان تابع هدف نقشی ندارد. برای استفاده از الگوریتم جست و جوی الگویی و الگوریتم اف‌م‌ا‌س‌ر‌ج از توابع نرم‌افزار متلب استفاده شده است.

۴. مدل ریاضی

در شکل‌های ۲ و ۳ شماتیکی از هندسه، شرایط مرزی و موقعیت حس‌گرهای دما نشان داده شده است. برای مسئله‌ی مورد نظر می‌توان دو حالت در نظر گرفت که در آنها خواص حرارتی قطعه‌کار و نیز مقدار q و h ثابت فرض شده است:

الف) مدل صفر بعدی گذرا

مطابق شکل ۳، انرژی ورودی به قطعه‌کار شار حرارتی است و انرژی خروجی از قطعه‌کار از طریق سازوکار انتقال حرارت جابه‌جایی با محیط است. با نوشتن معادله‌ی بقای انرژی $E_{in} - E_{out} = \frac{\partial(mCT)}{\partial t}$ و انجام ساده‌سازی، خواهیم داشت:

$$q \times L \times W - 2h \times H \times L(T - T_{\infty}) = \rho C \times (LWH) \frac{dT}{dt} \quad (7)$$

که در آن $q(W/m^2)$ خالص شار حرارتی ورودی به قطعه‌کار، $h(w/m^2K)$ ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، و $T(k)$ دمای قطعه‌کار است که فقط تابعی از زمان فرض شده است. با در نظر گرفتن متغیر $\theta = T - T_{\infty}$ ، رابطه‌ی ۲ به یک معادله‌ی دیفرانسیل مرتبه اول غیرهمگن ساده می‌شود:

$$d\theta/dt + 2h/\rho C W \theta = q/\rho C H \quad (8)$$

۵. نتایج و بحث

هدف این مقاله برآورد هم‌زمان ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و شارحرارتی ورودی به قطعه‌کار در عملیات فرزکاری، با استفاده از دو مدل حرارتی صفر بعدی و سه بعدی گذرا و دو الگوریتم بهینه‌سازی افمین سرچ و جست و جوی الگویی است. از هر دو الگوریتم افمین سرچ و جست و جوی الگویی، برای کمینه کردن معادله‌ی ۱ استفاده شده است. روش حل برای هر دو الگوریتم بهینه‌سازی و مدل حرارتی چنین است:

۱. خواندن دماهای اندازه‌گیری شده (Y):

۲. حدس مقدار اولیه h و q :

۳. در معادله‌ی ۱، با داشتن مقادیر h و q می‌توان دماها (T)، را از مدل حرارتی (معادله‌ی ۴ یا ۵) به دست آورد.

۴. محاسبه‌ی تابع هدف (f) معادله‌ی ۱.

۵. بررسی شرط هم‌گرایی $||f|| \leq 0.001$: اگر این شرط تأمین نشود، با استفاده از یکی از الگوریتم‌های بهینه‌سازی (افمین سرچ یا جست و جوی الگویی)، مقادیر جدید برای h و q در نظر گرفته می‌شود و سپس باید به مرحله‌ی ۳ رفت.

۶. اگر شرط هم‌گرایی تأمین شود مقادیر h و q به عنوان خروجی روش اعلام می‌شود.

برای مشخص کردن دقت روش پیشنهادی باید تحلیل خطا انجام شود؛ خطا در واقع شامل خطای بایاس و خطای واریانس است. خطای بایاس همان خطای ایجاد شده توسط الگوریتم‌های بهینه‌سازی است و خطای واریانس در حقیقت نشان‌گر حساسیت الگوریتم بهینه‌سازی به اغتشاش موجود در دماهای اندازه‌گیری شده است. تحلیل خطا با استفاده از آزمایشات شبیه‌سازی شده‌ی عددی انجام شده است. مقدار شار حرارتی (q) معادل 1000 kW/m^2 ، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی (h) معادل $900 \text{ W/m}^2 \cdot K$ و دمای اولیه برابر $25^\circ C$ در نظر گرفته شده است. با استفاده از هر دو مدل حرارتی ذکر شده در بخش ۴، دما در موقعیت ترموکوپل‌ها محاسبه شده و برای شبیه‌سازی داده‌های اندازه‌گیری، دماهای محاسبه شده به نویز گاوسی با ($\sigma = 0.1^\circ C$) آلوده شده است. ریشه‌ی دوم میانگین مربع خطا برای مقایسه‌ی مقادیر تخمین زده شده با مقادیر واقعی از رابطه‌ی ۷ محاسبه می‌شود:

$$erms = |\hat{X} - X_{exact}| \quad (9)$$

که در آن X پارامتر مجهولی است که باید تخمین زده شود. مقادیر خطای بایاس و مقادیر خطای واریانس را به ترتیب از رابطه‌های ۸ و ۹ محاسبه می‌کنیم. باید توجه داشت که برای مقایسه‌ی آسان‌تر خطاها از مجذور خطای واریانس استفاده شده است. واحد خطای $erms$ و خطای بایاس و مجذور واریانس، همان واحد پارامتر مجهول است.

$$D = |\hat{X}_{no-noise} - X_{exact}| \quad (8)$$

$$V = erms^2 - D^2 \quad (9)$$

منظور از کلمه‌ی Exact در روابط ۸ و ۹، همان مقدار واقعی پارامترهایی است که در شبیه‌سازی عددی داده‌های اندازه‌گیری در نظر گرفته شده است و در مسئله باید تخمین زده شوند. خطاهای بررسی شده در جدول ۳ و ۴ ثبت شده است. هر دو

جدول ۳. تحلیل خطا برای شارحرارتی (kw/m^2).

الگوریتم	افمین سرچ	جست و جوی الگویی
	مدل ۲	مدل ۱
erms	۰/۳۲۴	۰/۷۱۲۳
بایاس	۰/۰۱۸	۰/۰۱۶۵
واریانس	۰/۳۲۳	۰/۶۰۸۶

جدول ۴. تحلیل خطا برای ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی ($W/m^2 \cdot K$).

الگوریتم	جست و جوی الگویی	افمین سرچ
	مدل ۲	مدل ۱
erms	۸/۱	۱۳/۱
بایاس	۲/۸	۴
واریانس	۷/۶	۱۲/۴۷۴

الگوریتم با تفاوت اندکی در مقدار خطا، پارامترهای مورد نظر را تخمین زده‌اند؛ علت این تفاوت به خود الگوریتم و عملگرهای درونی آنها برای یافتن متغیرهای جدید برمی‌گردد؛ دقت هر دو روش تقریباً یکسان است.

میزان حساسیت برای هر پارامتر را می‌توان از مشتق دما نسبت به آن پارامتر محاسبه کرد. میزان حساسیت دما به شار حرارتی و ضریب انتقال حرارت به ترتیب $(k \cdot m^2/W)$ و $(k^2 \cdot m^2/W)$ است. در حالت کلی و مستقل از مدل حرارتی و الگوریتم بهینه‌سازی، حساسیت دما در این مسئله به تغییرات مقدار شار حرارتی بیشتر از ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی است. بنابر این انتظار می‌رود هر دو مدل و الگوریتم با خطای بیشتری ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی را در مقایسه با شار حرارتی پیش‌بینی کنند. در مرحله‌ی بعد، روش پیشنهادی برای پیش‌بینی هم‌زمان شار حرارتی و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با استفاده از دماهای اندازه‌گیری شده با ترموکوپل‌ها استفاده می‌شود.

در عملیات برش‌کاری گرما در دو ناحیه تولید می‌شود: ۱. ناحیه‌ی شکل‌گیری براده (ناحیه‌ی اولیه)؛ ۲. ناحیه‌ی برخورد ابزار با براده (ناحیه‌ی ثانویه). در ناحیه‌ی اول گرما ناشی از کار پلاستیک در منطقه‌ی برش است. در حالی که گرمای ناحیه‌ی ثانویه ناشی از اصطکاک بین براده و ابزار است. تاریخچه‌ی زمانی دماهای اندازه‌گیری شده با استفاده از ترموکوپل در شکل ۴ نشان داده شده است. هنگامی که ابزار در طول قطعه‌کار حرکت می‌کند حرارت تولیدی افزایش می‌یابد و باعث افزایش دمای بیشینه در ترموکوپل‌ها به جز ترموکوپل ۱ و ۵ می‌شود. ترموکوپل ۱ در نقطه‌ی شروع فرزکاری و ترموکوپل ۵ در ناحیه‌ی انتهایی قرار دارند. بنابراین حرارت کم‌تری در این نواحی تولید می‌شود و دماهای کم‌تری برای ترموکوپل ۱ و ۵ ثبت شده است. دمای بیشینه در قطعه‌کار هنگامی که سرعت برشی از 50 mm/min به 100 mm/min ، از $35^\circ C$ به $40^\circ C$ افزایش می‌یابد. بنابر این هنگامی که سرعت برشی بالاتر است نرخ برش بزرگ‌تر و دما بالاتر است.

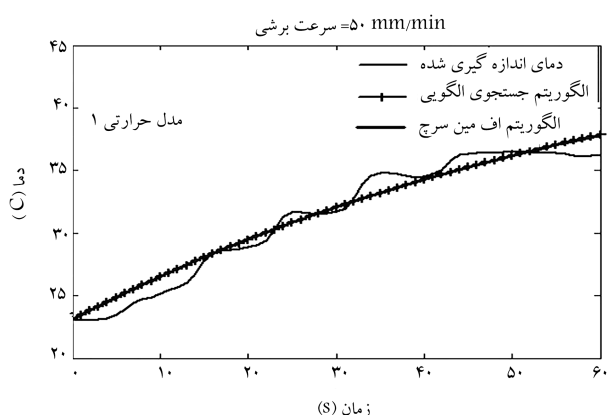
برای تخمین هم‌زمان ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و شار حرارتی ورودی به قطعه‌کار با استفاده از الگوریتم جست و جوی الگویی و الگوریتم افمین سرچ از میانگین دمایی ۵ ترموکوپل برای هر سرعت برشی استفاده شده است. نتایج حاصل از تخمین با استفاده از دو الگوریتم و دو مدل ریاضی در شکل‌های ۷ تا ۱۰ نشان

داده شده است. شار حرارتی (q) با افزایش سرعت برشی و مستقل از مدل حرارتی و الگوریتم معکوس در نظر گرفته شده افزایش می‌یابد (شکل‌های ۷ و ۹) و بیان‌گر آن است که وقتی سرعت برشی افزایش می‌یابد در اثر نرخ برش بالا در طی تشکیل براده‌ها حرارت بیشتری وارد قطعه‌کار می‌شود.

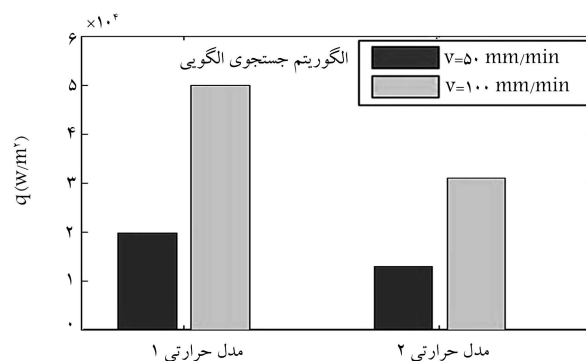
در مدل حرارتی اول مستقل از الگوریتم معکوس، ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با افزایش سرعت برشی افزایش می‌یابد. در این مدل دما تنها تابعی از زمان است و عامل تغییر دما شار حرارتی در سطح برش و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی است. در مدل حرارتی دوم، مقدار ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با افزایش سرعت برشی کاهش می‌یابد. در این مدل حرارتی، دما علاوه بر زمان تابعی از مکان هم هست و عامل تغییر دما علاوه بر شار حرارتی در سطح برش و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی، انتقال حرارت رسانش در داخل قطعه‌کار به دلیل وجود گرادیان دما در سه جهت x ، y و z است و حساسیت دما در مدل حرارتی دوم به تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی کم‌تر است. تفاوت نتایج به دست آمده با استفاده از دو مدل حرارتی ذکر شده کاملاً واضح است و به فرضیات ساده‌سازی آنها برمی‌گردد. در روند تکرارها در هر دو الگوریتم، به خصوص الگوریتم جست‌وجوی الگویی، دیده شد که بیشترین تغییرات در کمینه‌سازی تابع هدف مربوط به تغییر در مقدار شار حرارتی است. علت این رفتار حساسیت بیشتر دما در هر دو مدل حرارتی به تغییرات شار حرارتی نسبت به تغییرات ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی است. هر دو الگوریتم بهینه‌سازی تقریباً مقادیر یکسانی را برای شار حرارتی و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی ارائه داده‌اند که بیان‌گر استقلال تقریبی نتایج از الگوریتم بهینه‌سازی است.

میانگین دماهای ترموکوپل‌ها با استفاده از دو مدل و دو روش برای هر دو سرعت برشی برآورد شده و با میانگین دمایی ترموکوپل‌ها مقایسه شده است (شکل‌های ۱۱ تا ۱۴). نتایج نشان‌گر تطابق خوب دماهای برآورد شده با دماهای اندازه‌گیری شده است. این موضوع نشان می‌دهد روش پیشنهادی قادر است بهترین مقادیر مجهول (شار حرارتی و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی) را با توجه به متغیرهای ورودی (دما و مدل حرارتی) پیدا کند.

در این مطالعه شار حرارتی ورودی به قطعه‌کار و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی به‌خوبی به طور هم‌زمان پیش‌بینی شد. از آنجا که اصطکاک به درجه حرارت بستگی دارد و نیز خصوصیات مواد برشی اغلب به درجه حرارت وابسته است،



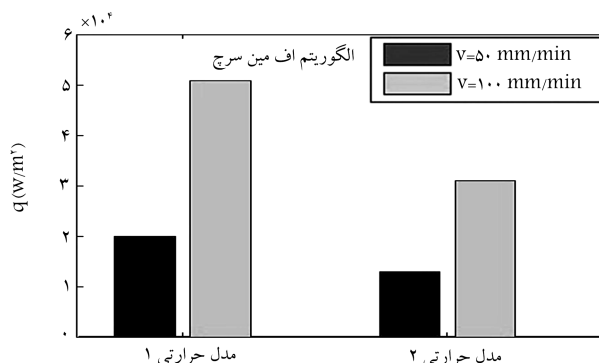
شکل ۱۱. میانگین دمایی ترموکوپل‌ها با استفاده از مدل حرارتی ۱ برای $v = 50 \text{ mm/min}$.



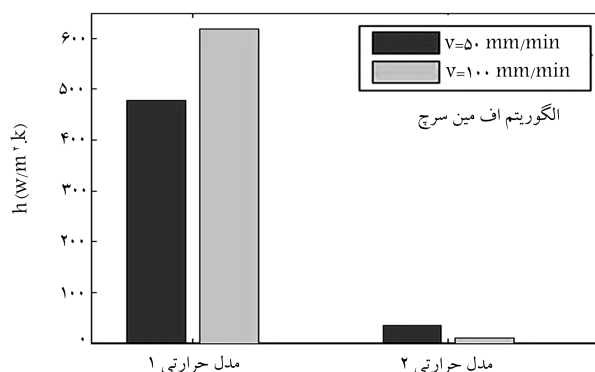
شکل ۷. شار حرارتی برآورد شده با استفاده از الگوریتم جست و جوی الگویی.



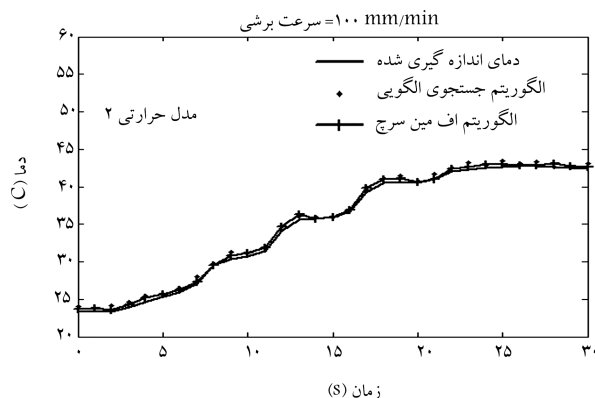
شکل ۸. ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی برآورد شده با استفاده از الگوریتم جست و جوی الگویی.



شکل ۹. شار حرارتی برآورد شده با استفاده از الگوریتم اف‌مین‌سرچ.



شکل ۱۰. ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی برآورد شده با استفاده از الگوریتم اف‌مین‌سرچ.



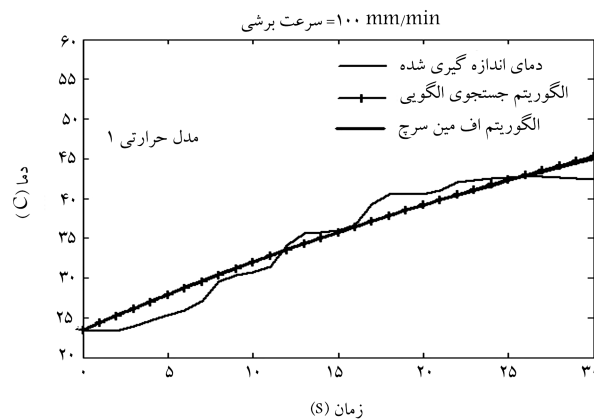
شکل ۱۴. میانگین دمایی ترموکوپل‌ها با استفاده از مدل حرارتی ۲ برای $v = 100 \text{ mm/min}$.

جدول ۵. دقت تجهیزات.

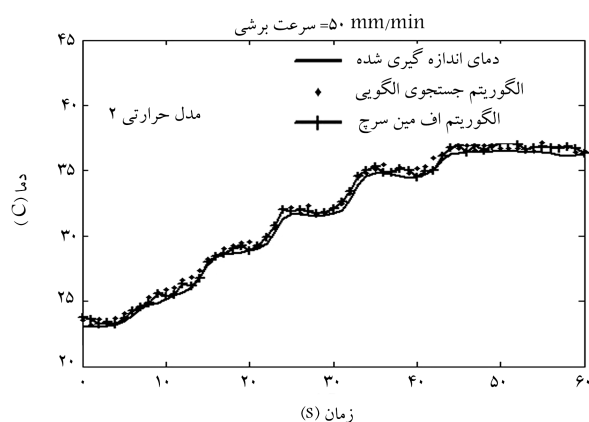
دقت	
$\pm 0.5\%$	خواص ترموفیزیکی
$^\circ / \text{mm}$	ماشین کاری
$\pm 0.1^\circ \text{C}$	ترموکوپل

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله به طور هم‌زمان مقدار شار حرارتی خالص ورودی به قطعه‌کار و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی در طی عملیات فرزکاری با استفاده از روش انتقال حرارت معکوس به طور هم‌زمان برآورد شد. دو مدل حرارتی برای مدل ریاضی، شامل مدل حرارتی صفر بعدی و مدل حرارتی سه بعدی گذرا در نظر گرفته شده است. در مسئله مورد نظر از دو روش الگوریتم جست و جوی و روش اف‌مین سرچ برای یافتن دو مجهول مورد نظر استفاده شد. نتایج دو مدل حرارتی با هم متفاوت است که علت آن فرضیات حاکم بر هر یک از مدل‌های حرارتی است. مقدار خالص شار حرارتی ورودی به قطعه‌کار در هر دو مدل حرارتی با افزایش سرعت برشی افزایش می‌یابد، اما ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی با توجه به مدل حرارتی روندی متفاوت دارد و با افزایش سرعت برشی در مدل حرارتی اول افزایش ولی در مدل حرارتی ۲ کاهش می‌یابد. علت این تفاوت ناشی از تفاوت دو مدل حرارتی است و نتایج حاصل از بررسی، مستقل از نوع الگوریتم معکوس است. چنان‌که مشاهده شد، انتخاب مدل حرارتی به شدت بر مقدار پیش‌بینی شده برای ضریب انتقال حرارت اثرگذار است. روش پیشنهادی در برآورد هم‌زمان ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی و شار حرارتی ورودی به قطعه‌کار موفق بوده و می‌تواند برای سایر عملیات‌های ماشین‌کاری توسعه داده شود.



شکل ۱۲. میانگین دمایی ترموکوپل‌ها با استفاده از مدل حرارتی ۱ برای $v = 100 \text{ mm/min}$.



شکل ۱۳. میانگین دمایی ترموکوپل‌ها با استفاده از مدل حرارتی ۲ برای $v = 50 \text{ mm/min}$.

گرما بر نیروهای برشی اثرات اساسی دارد. حرارت باعث افزایش تغییر شکل حرارتی در قطعه‌کار می‌شود که این تغییر فرم به سختی سطحی بستگی دارد. با کنترل پارامترهایی نظیر سرعت برشی می‌توان مقدار حرارت تولید شده را نیز کنترل کرد.

تجهیزات اندازه‌گیری مورد استفاده در این مقاله نظیر ترموکوپل، ماشین‌کاری و ... از دقت مشخصی برخوردارند (جدول ۵) و در اندازه‌گیری پارامترهای مجهول اثرگذارند. بر اساس مطالعات پیشین^[۱۷]، عدم قطعیت در این آزمایش برای شار حرارتی و ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی به ترتیب $\pm 3/5\%$ و $\pm 4/7\%$ است.

پانویس‌ها

1. pattern search
2. fminsearch

منابع (References)

1. Goldstein, R. J., Ibele, W. E., S.V. Patankar, S.V. and et al. "Heat transfer review of 2005 literature", *Int. J. Heat*

- Mass Transf*, **53**, pp. 4397-4447 (2010).
2. Trigger, K.J. and Chao, B.T. "An analytical evaluation of metal cutting temperature", *Trans. ASME*, **73**, pp. 57-68 (1951).
 3. Brandão, L. C., Coelho, R. T. and Lauro, c. H. "Contribution to daynamic characteristics of the cutting temperature in the drilling process considering one dimension heat flow", *Appl. Therm. Eng*, **31**, pp. 3806-3813 (2011).
 4. Souza, P.F.B., Borges, V.L., pereira, M.B. and et al. "Estimation of heat flux and temperature field during drilling process using dynamic observers based on Green's function", *Appl. Therm. Eng*, **48**, pp. 144 -154 (2012).
 5. Gostimirovic, M., Kovac, P. and Sekulic, M. "An inverse heat transfer problem for optimization of the thermal process in machining", *Acad. Proc. Eng. Sci.*, **36** , pp. 489-504 (2011).
 6. Ulutan, D., Lazoglu, I. and Dinc, C. "Three-dimensional temperature prediction in machining processes using finite difference method", *J. Mater. Process. Technol.*, **209** ,pp. 1111-1121 (2009).
 7. Luchesi, V. Coelho, R.T. "An inverse method to estimate the moving heat source in machining process", *Appl. Therm. Eng.* , **45**, pp. 64-78 (2012).
 8. Brandão, L.C., coelho, R.T. and Malavolta, A.T. "Eexperimental and theoretical study on workpiece temperature when tapping hardened AISI H13 using different cooling systems", *J. Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.*, **32**, pp. 154-159 (2010).
 9. Lin, S., Peng, F., Wen, J. and et al. " An investigation of workpiece temperature variation in end milling considering ?ank rubbing effect", *Int. J.Mach. Tools Manuf*, **73**, pp. 71-86 (2013).
 10. Lazoglu, I. and Bugdayci, B., " Thermal modeling of end milling", *CIRP Ann.-Manuf.Technol*, **63**, pp. 113-116 (2014).
 11. Mamedov, A. and Lazoglu, I. " Thermal analysis of micro milling titanium alloy Ti-6Al-4V", *J.Materials Processing Technology*, **229**, pp. 659-667 (2016).
 12. Beck, J. V., Blackwell, B. and Clair, S.R. Inverse heat conduction: Ill-Posed Problems, Wiley, New York (1988).
 13. Farahani, S.D., Sefidgar, M. and Kowsary, F. "Estimation of kinetic parameters of composite materials during the cure process by using wavelet transform and mollification method", *International Communications in Heat and Mass Transfer*, **38**, pp. 1305-1311 (2011).
 14. GÜNGÖR, T.R., TKUZU, A., BAKKAL, M. and et al. Work Piece Temperature Distribution Analysis with Inverse Heat Transfer Method in Milling, 13th UK Heat Transfer Conference, UKHTC2013 2 - 3 September 2013 Imperial College London (2013).
 15. Audet, C. and Dennis Jr J. E. "Analysis of generalized pattern searches." , *SIAM Journal on Optimization*, **13**(3), pp. 889-903 (2003).
 16. Lagarias, J.C., Reeds, J.A., Wright, M.H. and et al. "Convergence properties of the nelder-mead simplex method in low dimensions", *SIAM Journal of Optimization*, **9**(1), pp. 112-147 (1998).
 17. Kline, S.J. and McClintock, F.A. "Describing experimental uncertainties in single sample experiment", *Mechanical engineering*, **75**(1), PP. 3-8 (1953).