مهندسی مکانیک شریف، (پاییز ۱۳۹۸)
دوره‌ی ۳۵-۳، شماره‌ی ۲، ص. ۶۷-۷۷

Original Article

شبیه‌سازی عددی انتقال حرارت کوپل درون کانال خنک‌کاری مستطیلی در فشار فوق بحرانی

عباس ابراهیمی * **(دانشیار)**
مریم شکری (دانشجوی دکتری)
دانشکده‌ی مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

در پژوهش حاضر، حلگری برای شبیه‌سازی انتقال حرارت کوپل از دیواره به سیال خنک‌کننده‌ی متان درون کانال خنک‌کاری بازیابی مستطیلی در فشارهای فوق بحرانی توسعه داده شده است. از روش‌های گسسته‌سازی حجم محدود، الگوریتم حل سیمپل‌سی، روش میانیابی رای ـ چو و روابط ترمودینامیکی و خواص انتقالی متناسب با شرایط سیال خنک‌کننده در رژیم گذربحرانی استفاده شده است. اعتبارسنجی حلگر با استفاده از داده‌های تجربی متان در آزمون‌های MTP انجام شده است. با استفاده از داده‌های ترمودینامیکی مرجع NIST، رابطه‌یی با خطای کمتر از ۰٫۵ درصد برای محاسبه‌ی دمای شبه بحرانی متان در فشار ۴٫۶ تا ۳۰ مگاپاسکال استخراج شده است. دقت روابط ناسلت مختلف شامل پیتلا، پیزارلی و تیلور برای تخمین ضریب انتقال حرارت متان در فشارهای فوق بحرانی ارزیابی و مقایسه شده است. همچنین، خطای روابط ناسلت پیشنهادی برای سیال خنک‌کننده‌ی متانی درون کانال سه‌بعدی مستطیلی کمتر از ۱٪ است.

واژگان کلیدی: انتقال حرارت کوپل، متان فوق بحرانی، خنک‌کاری بازیابی، دمای شبه بحرانی، ناسلت.

ebrahimi_a@sharif.ir
shokri_maryam@ae.sharif.ir

۱. مقدمه

تحلیل فرایند خنک‌کاری یکی از مراحل مهم در طراحی زیرسامانه‌های پیشران‌های فضایی به منظور کاهش هزینه و افزایش کارایی است. اخیراً ترکیب پیشرانه‌های اکسیژن ـ متان در طراحی سامانه‌های پیشران حامل‌های فضایی برای کاهش هزینه‌ها و ایمنی عملیات پرتاب بسیار مورد توجه قرارگرفته است.[۱] در سامانه‌های پیشران متان ـ پایه، تحلیل و کنترل بارهای حرارتی سازه‌ی موتور اهمیت زیادی دارد. خنک‌کاری بازیابی، به عنوان روشی مؤثر در سیستم‌های پیشران مایع کاربرد دارد.[۲] بنابراین شبیه‌سازی جریان خنک‌کننده‌ی متانی نیازمند معادله‌ی حالت و روابط انتقال خاصی است.

مطالعات تجربی اندکی در خصوص رفتار حرارتی سیالات خنک‌کننده‌ی کرایوژنیکی ـ مانند هیدروژن[۳]، اکسیژن[۴] و متان[۵-۸] ـ در رژیم گذربحرانی انجام شده است. همچنین آزمون‌های متنوعی برای هیدوژن و اکسیژن درون لوله‌های دایروی تحت حرارت انجام[۳و۴]، و بانک اطلاعاتی جامعی از داده‌های تجربی در شرایط عملکردی متنوع و رژیم‌های کاری مختلف ارائه شده است. بسیاری از محققین از نتایج این دو مرجع برای اعتبارسنجی کارهای عددی استفاده کرده‌اند. متأسفانه کارهای تجربی انجام شده روی متان، در رژیم گذربحرانی نبوده یا اطلاعات و داده‌های آزمایشگاهی کافی برای استفاده از نتایج‌شان برای اعتبارسنجی‌ها ارائه نشده است. در سال‌های اخیر، مرکز تحقیقات هوافضای ایتالیا (CIRA) با هدف فراهم کردن اطلاعات و داده‌های تجربی در رابطه با رفتار متان در شرایط فوق بحرانی، آزمون‌هایی تجربی با نام MTP طراحی و اجرا کرده است.[۹] در این پژوهش، به دلیل جامع بودن اطلاعات و داده‌های ارائه شده در مراجع مرتبط با این آزمون‌ها، از نتایج این تحقیقات برای اعتبارسنجی حلگر توسعه یافته و بررسی رفتار متان در فشارهای فوق‌بحرانی استفاده شده است.

خنک‌کننده‌ی متان درون کانال‌های خنک‌کاری بازیابی، جریانی تراکم‌پذیر با عدد ماخ کم و در فشار فوق بحرانی است. پژوهشگران با توسعه‌ی الگوریتم سیمپل، روش‌های مختلفی مانند سیمپل‌سی و سیمپلر برای حل جریان‌های تراکم‌پذیر با عدد ماخ کم پیشنهاد داده‌اند.[۱۰-۱۳] مطالعات عددی متعددی برای تحلیل حرارتی سیالات خنک‌کننده با استفاده از الگوریتم‌های سیمپل‌سی و سیمپلر انجام شده است. ریکی و همکارانش[۱۴]، با استفاده از حلگر سیمپل‌سی ارائه شده در نرم‌افزار فلوئنت، برخی از آزمون‌های MTP را به صورت عددی شبیه‌سازی کرده و تطابق خوبی با داده‌های تجربی به دست آوردند. پیزارلی و همکارانش[۱۵و۱۶] نیز حلگری برای شبیه‌سازی انتقال حرارت کوپل درون کانال خنک‌کاری مستطیلی را توسعه داده و با استفاده از داده‌های تجربی MTP در رژیم فوق بحرانی اعتبارسنجی کرده‌اند. آنها از قانون فوریه برای هدایت حرارت در دیواره‌ها و معادلات ناویر ـ استوکس، انرژی و مدل آشفتگی اسپالارت ـ آلماراس، معادله‌ی حالت بنیدیکت ـ وب ـ روبین برای حل جریان خنک‌کننده‌ی تراکم‌پذیر استفاده کرده‌اند. کارکی

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۶/۱۲/۲۰، اصلاحیه ۱۳۹۷/۴/۲۶، پذیرش ۱۳۹۷/۵/۶.
DOI:10.24200/J40.2018.50479.142

و پاتانکار[۱۳]، با توسعه‌ی یک کد دوبعدی به حل جریان‌های لزج و غیرلزج با اعداد ماخ متفاوت پرداخته و نشان دادند که الگوریتم‌های سیمپل‌سی و سیمپلر، روش‌هایی کارآمد در شبیه‌سازی جریان‌های تراکم‌پذیر با اعداد ماخ کم هستند. فروهلیچ و همکارانش [۱۷]، با توسعه‌ی کدی سه‌بعدی به روش سیمپلسی، رفتار هیدروژن در کانال خنک‌کاری بازیابی موتور «ولیکن» را در مقیاس کوچک‌تر شبیه‌سازی کرده‌اند. آنان برای گسسته‌سازی از روش حجم محدود در مختصات قطبی استفاده کرده‌اند. همچنین، تقریب‌های میانیابی مرکزی برای عبارت نفوذ و روش ترکیبی برای عبارت جابه‌جایی به کار رفته است. در این کد، چون هیدروژن در تمام طول کانال خنک‌کاری در رژیم فوق بحرانی قرار دارد، از جداول ترمودینامیکی هیدروژن در فاز گازی برای تقریب خواص ترمودینامکی و مدل آشفتگی $k = \varepsilon$ استفاده شده است.

ژانگ و همکارانش[۱۸] با اصلاح روش سیمپل، برای حل جریان تراکم‌پذیر یک کد توسعه داده و به شبیه‌سازی دوبعدی محفظه‌ی احتراق کروسین/اکسیژن مایع پرداخته‌اند. آنها انتقال حرارت ناشی از احتراق دوبعدی درون محفظه، جریان خنک‌کاری لایه‌یی و انتقال حرارت یک‌بعدی خنک‌کاری بازیابی در اطراف محفظه را کوپل کردند. بررسی مطالعات عددی فوق بیانگر کارآیی الگوریتم سیمپل‌سی برای شبیه‌سازی جریان خنک‌کننده‌ی تراکم‌پذیر با ماخ کم است. در این پژوهش نیز از الگوریتم سیمپلسی برای حل معادلات استفاده شده است.

در پژوهش حاضر، حلگری برای شبیه‌سازی انتقال حرارت کوپل از دیواره به سیال خنک‌کننده توسعه داده شده که قادر به حل جریان تراکم‌پذیر متان با اعداد ماخ متفاوت در رژیم گذربحرانی است. معادلات حاکم بر جریان، با استفاده از روش سیمپل‌سی[۱۹] حل شده و با توجه به استفاده از شبکه‌ی محاسباتی هم‌مکان، از روش رای ـ چو[۲۰] برای برقراری ارتباط بین میدان‌های سرعت و فشار و نیز برای جلوگیری از نوسانات غیرفیزیکی استفاده شده است. همچنین، مدل آشفتگی اسپالارت ـ آلمارس[۲۱]، معادله‌ی حالت کانز و واگنر[۲۲] و روابطی متناسب با رفتار سیال برای رژیم گذربحرانی[۲۳و۲۴] در حلگر اعمال شده است. معادلات حاکم و روابط ترمودینامیکی متناسب با رژیم گذربحرانی معرفی و سپس نتایج حاصل از کاربرد روش برای حل جریان خنک‌کننده متانی در فشار فوق‌بحرانی ارائه شده است. علاوه بر این، با استفاده از داده‌های ترمودینامیکی متان رابطه‌یی برای محاسبه‌ی دمای شبه بحرانی متان برحسب فشار استخراج شده است. با توجه به اهمیت رابطه‌ی ناسلت برای تخمین ضریب انتقال حرارت در شبیه‌سازی‌های حرارتی، روابط ناسلت ارائه شده توسط پیتلا[۲۵]، پیزارلی[۲۶] و تیلور[۲۷] برای متان با فشار فوق بحرانی بررسی شده است. این روابط برای جریان‌هایی با فرض دوبعدی و درون کانال‌های دایروی کاربرد دارند. مشاهده شد که این روابط دقت خوبی برای تخمین ضریب انتقال حرارت جریان خنک‌کننده‌ی متانی درون کانال خنک‌کاری مستطیلی ندارند. بنابراین، بر اساس داده‌های استخراج شده از شبیه‌سازی عددی، این روابط برای سیال خنک‌کننده‌ی متانی و کانال‌های سه‌بعدی مستطیلی اصلاح شده است.

۲. فیزیک سیال خنک‌کننده درون کانال‌های خنک‌کاری

سیال خنک‌کننده در تمام مسیر خنک‌کاری فشاری بالاتر از مقدار بحرانی دارد و در حین عبور از این مسیرها، دمای زیربحرانی آن با گرفتن گرما از دیواره‌ی کانال به مقدار فرابحرانی می‌رسد. درحین عبور از دمای شبه بحرانی، مشخصات ترمودینامیکی سیال به شدت تغییر می‌کند.[۲۸] رژیم ترمودینامیکی که سیال این تغییرات را در خواص تجربه می‌کند، به عنوان رژیم گذربحرانی شناخته می‌شود. در فشارهای فوق بحرانی، مرز مشخصی بین فاز مایع و گاز وجود ندارد. بنابراین، فاز سیال خنک‌کننده در حین عبور از رژیم گذربحرانی تغییر نمی‌کند بلکه از حالت شبه مایع به شبه گاز تغییر ماهیت می‌دهد. فشار بحرانی (p_c) متان برابر ۴٫۶ و دمای بحرانی (T_c) آن برابر ۱۹۰٫۵ است.

۳. معادلات حاکم و روش گسسته‌سازی

با هدف شبیه‌سازی سه‌بعدی انتقال حرارت کوپل از دیواره به سیال خنک‌کننده، حلگری توسعه داده شده شامل دو قسمت «جامد» و «سیال» است. در قسمت جامد برای هدایت حرارت، از قانون هدایت حرارتی فوریه استفاده شده است. در قسمت سیال نیز برای حل جریان تراکم‌پذیر سیال خنک‌کننده از معادلات سه‌بعدی تراکم‌پذیر ناویر ـ استوکس متوسط‌گیری شده به روش رینولدز، به همراه معادله‌ی انرژی و مدل آشفتگی استفاده شده است؛ روابط مورد استفاده را می‌توان در قالب کلی رابطه‌ی ۱ معرفی کرد.[۲۹] برای کوپل کردن دو قسمت جامد و سیال از فرض تعادل حرارتی استفاده شده است:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \Phi) = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[\Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}\right] + S_\Phi \qquad (۱)$$

که در آن Φ معرف کمیت انتقالی، Γ_Φ معرف ضرایب نفوذ و S_Φ عبارت چشمه است؛ روابط متناسب با هریک از این عبارات برای معادلات مختلف بقا در جدول ۱ ارائه شده است. همچنین، ρ و u_i نشان‌دهنده‌ی چگالی و مؤلفه‌های سرعت هستند. این شکل از معادلات اغلب در روش حجم محدود کاربرد دارد.

در جدول ۱، u، v و w به ترتیب مؤلفه‌های سرعت در جهت x، y و z هستند. p فشار استاتیکی، T دمای استاتیکی، μ گرانروی آرام و μ_t گرانروی گردابه‌یی است. Pr عدد پرانتل و σ_T عدد پرانتل توربولانسی برای معادله‌ی انرژی هستند. $\tilde{\vartheta}$ متغیر

جدول ۱. متغیرهای معادلات بقا.

معادله	Φ	Γ_Φ	S_Φ
پیوستگی	۱	۰	۰
ممنتوم در جهت x	u	μ_{eff}	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{eff}\frac{\partial u}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{eff}\frac{\partial v}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{eff}\frac{\partial w}{\partial x}\right)$
ممنتوم در جهت y	v	μ_{eff}	$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{eff}\frac{\partial u}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{eff}\frac{\partial v}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{eff}\frac{\partial w}{\partial y}\right)$
ممنتوم در جهت z	w	μ_{eff}	$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_{eff}\frac{\partial u}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_{eff}\frac{\partial v}{\partial z}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu_{eff}\frac{\partial w}{\partial z}\right)$
انرژی	T	$\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu}{\sigma_T}$	۰
مدل آشفتگی SA	$\tilde{\vartheta}$	$\frac{1}{\sigma}(\mu + \tilde{\mu})$	$P_{prod} - P_{dest} + P_{diff}$

$\mu_{eff} = \mu + \mu_t$ $\quad \tilde{\mu} = \rho\tilde{\vartheta}$ $\quad \mu_t = \tilde{\mu}\frac{x^3}{x^3 + c_{v1}^3}$ $\quad x = \frac{\tilde{\mu}}{\mu_l}$

$\sigma = 2/3$ $\quad c_{v1} = 7/1$

میانی در مدل آشفتگی اسپارلات ـ آلمارس است که بعد از محاسبه‌ی آن طبق روابط ارائه شده در جدول ۱، مقدار گرانروی گردابه‌یی محاسبه خواهد شد. P_{prod}، P_{diff} و P_{dest} به ترتیب جمله‌های تولید، اتلاف و پخش گرانروی گردابه‌یی هستند.

در حلگر حاضر برای شبیه‌سازی رفتار حرارتی متان در رژیم گذربحرانی از معادله‌ی حالت و ظرفیت گرمایی ویژه کانز و واگنر به ترتیب مطابق روابط ۲ تا ۵ استفاده شده است. درصد خطای معادله‌ی حالت کانز و واگنر برای محاسبه‌ی چگالی کمتر از ۰٫۱ درصد، سرعت صوت کمتر از ۰٫۱ درصد، آنتالپی ۰٫۲ درصد و ظرفیت گرمایی برابر با ۱ درصد است.

$$\alpha(\tau,\delta)=\alpha^{o}(\tau,\delta)+\alpha^{r}(\tau,\delta) \quad (۲)$$

$$\alpha^{o}(\tau,\delta)=\frac{R^{*}}{R}\Big[In(\delta)+n_{id,1}+n_{id,2}\tau+n_{id,3}In(\tau)+\sum_{k=4,6}n_{id,k}In|sinh(\theta_{id,k}\tau)|-\sum_{k=5,7}n_{id,k}In|cosh(\theta_{id,k}\tau)|\Big] \quad (۳)$$

$$\alpha^{r}(\tau,\delta)=\sum_{k=1}^{6}n_{r,}k(\delta^{d_{r,k}})(\tau^{t_{r,k}})+\sum_{k=1}^{6}n_{r,k}(\delta^{d_{r,k}})(\tau^{t_{r,k}})(e^{-\delta^{c_{r,k}}}) \quad (۴)$$

$$\frac{C_p(\delta,\tau)}{R}=-\tau^{2}(\alpha^{o}_{\tau\tau}+\alpha^{r}_{\tau\tau})+\frac{(1+\delta\alpha^{r}_{\delta}-\delta\tau\alpha^{r}_{\delta\tau})^{2}}{1+2\delta\alpha^{r}_{\delta}+\delta^{2}\alpha^{r}_{\delta\delta}} \quad (۵)$$

α نشان‌دهنده‌ی شکل بی‌بعد انرژی هلمهولتز ویژه است که تابعی از دما (T) و چگالی (ρ) است. α^{o} و α^{r} در رابطه‌های ۳ و ۴، به ترتیب نشان‌گر خواص گاز ایده‌آل و رفتار گاز واقعی هستند. همچنین، $\delta=\frac{\rho}{\rho_{cr}}$ و $\tau=\frac{T_{cr}}{T}$ به ترتیب چگالی و عکس دمای کاهش یافته‌ی سیال هستند. همچنین، $n_{id,k}$، $\theta_{id,k}$، $n_{r,k}$، $d_{r,k}$، $t_{r,k}$، $c_{r,k}$، R و R^{*} ضرایبی ثابت‌اند. در رابطه‌ی ۵، $\alpha^{o}_{\tau\tau}$، $\alpha^{r}_{\tau\tau}$، α^{r}_{δ}، $\alpha^{r}_{\delta\tau}$ و $\alpha^{r}_{\delta\delta}$ مشتقات α^{o} و α^{r} نسبت به δ و τ هستند.

همچنین خواص انتقال شامل ضریب هدایت حرارتی رابطه‌ی ۶ و ضریب لزجت رابطه‌ی ۷ عبارت‌اند از:

$$k(\tau,\delta)=k_{\circ}(\tau)+\Delta k(\tau,\delta)+k_{c}(\tau,\delta) \quad (۶)$$

$$\mu=\mu_{\circ}(\tau)+\mu_{f}(\tau,\delta) \quad (۷)$$

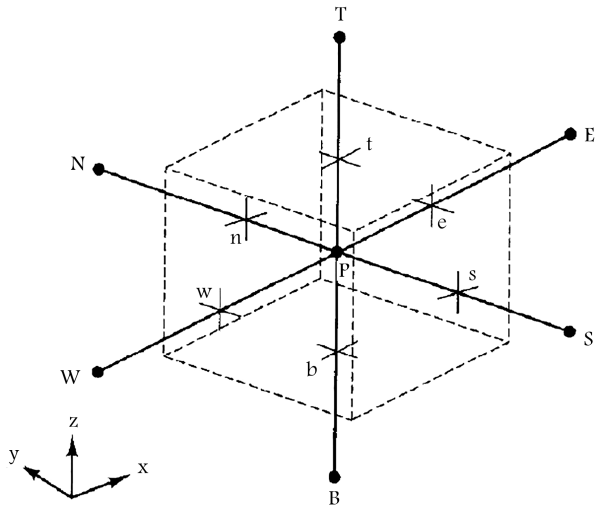
که در آن $k_{\circ}$ و $\mu_{\circ}$ معرف توزیع در محدوده‌ی گاز رقیق، μ_f معرف لزجت، Δk معرف واقعی بودن گاز متان و k_c معرف تغییر بحرانی در نواحی نزدیک به مقادیر بحرانی است.

در روش گسسته‌سازی حجم محدود از فرم بقایی معادلات حاکم بر روی حجم کنترل انتگرال‌گیری می‌شود. برای گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیلی (رابطه‌ی ۱)، ابتدا مجموع شارهای نفوذی و جابه‌جایی را تعریف می‌کنیم:

$$I_i=\rho U_{i\Phi}-\Gamma_{\Phi}\frac{\partial\Phi}{\partial X_i} \quad (۸)$$

با قرار دادن رابطه‌ی ۸ در معادله‌ی ۱ و استفاده از قضیه‌ی گوس می‌توان نوشت:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{Cy.}\rho\Phi d\forall+\int_{C.S}\vec{I}.d\vec{A}=\int_{Cy.}S_{\Phi}d\forall \quad (۹)$$



شکل ۱. حجم کنترل P و علائم مربوط به سطوح آن.

با توجه به شکل ۱، انتگرال‌گیری عددی رابطه‌ی ۹ بر روی حجم کنترلی حول نقطه دلخواه P به صورت ۱۰ انجام می‌شود.

$$\frac{(\Phi_P-\Phi^{\circ}_P)\rho\delta\forall}{\partial t}+(\vec{I}.\vec{A})_e+(\vec{I}.\vec{A})w+(\vec{I}.\vec{A})_n+(\vec{I}.\vec{A})_s+(\vec{I}.\vec{A})_b+(\vec{I}.\vec{A})_t=S_{\Phi}\delta\forall \quad (۱۰)$$

که در آن بالانویس $(^{\circ})$ نشان‌دهنده زمان قبل بوده و زیرنویس‌های e، w، n، s، b و t مربوط به سطوح حجم کنترل به مرکز P هستند (شکل ۱). با انجام تقریب‌های مناسب بر روی جمله‌های مختلف رابطه‌ی ۱۰، در نهایت معادله‌های تفکیک شده را می‌توان به شکل عمومی زیر نوشت:

$$a_P\Phi_P=\sum a_{NB}\Phi_{NB}+S_c \quad (۱۱)$$

که در آن a_P ضریب متغیر Φ مرکز حجم کنترل، a_{NB} ضریب متغیر Φ در نقاط مجاور آن و S_c شامل عبارت چشمه‌ی موجود در معادله‌ی دیفرانسیلی اولیه و نیز عبارت‌های ناشی از نامتعامد بودن مرزها، تراکم‌پذیری سیال و دیگر عبارت‌هاست که طی حل عددی به صورت صریح محاسبه می‌شود. رابطه‌ی ۱۱ بیان‌گر معادلات حاکم بر حل عددی است و برای به دست آوردن ضرایب مربوط به آن باید از تقریب‌های مناسب روی هریک از جمله‌ها استفاده کرد.

۴. روش حل عددی

۱.۴. روش سیمپل

روش سیمپل‌سی، تعمیم روش سیمپل برای حل جریان تراکم‌پذیر است. در این روش، میدان فشار اولیه حدس زده شده و بر اساس آن با حل معادلات مومنتوم، میدان سرعت محاسبه می‌شود. برای ارضای معادله‌ی پیوستگی، میدان سرعت به دست آمده نیاز به تصحیح دارد. برای این کار از شکل خلاصه شده‌ی معادله‌ی مومنتوم استفاده می‌شود:[۳۰]

$$U'_i=-\frac{\delta\forall}{a_P}\frac{\partial P'}{\partial X_i} \quad (۱۲)$$

با قرار دادن رابطه‌ی ۱۲ در معادله‌ی پیوستگی، معادله‌یی برای تصحیح میدان فشار در یک بعد به دست می‌آید:

$$\left[\frac{\rho\delta\forall}{a_P}\vec{A}.\vec{\nabla}P'\right]_w - \left[\frac{\rho\delta\forall}{a_P}\vec{A}.\vec{\nabla}P'\right]_e + m_e^{*^*} - m_w^{*^*} = 0 \qquad (۱۳)$$

که در آن بالانویس (*) نشان‌دهنده‌ی مقدار متغیر از تکرار قبل است. پس از حل معادله‌ی ۱۳، میدان فشار و سرعت برای ارضای معادله‌ی پیوستگی تصحیح می‌شود و در صورت نرسیدن به همگرایی، روش با میدان فشار جدید تکرار خواهد شد.

۲.۴. تعمیم روش برای جریان تراکم‌پذیر

رابطه‌ی ۱۳ با فرض عدم ارتباط میدان فشار و چگالی به دست آمده و طبیعت بیضوی دارد. برای تعمیم روش به جریان تراکم‌پذیر نیاز به معرفی ارتباط بین فشار، چگالی در معادله‌ی فوق است. برای این کار از طرح کارکی و پاتانکار[۱۰] استفاده شده است که در آن اثر تغییر چگالی به طور ضمنی در معادله‌ی تصحیح فشار وارد شده و مقدار چگالی روی مرزها با تقریب بالادست محاسبه می‌شود. بدین ترتیب شار جرمی روی مرز e در شکل ۱ را می‌توان چنین نوشت:

$$m_e^{*} = m_e^{*^*} + m_e^{*'} = m_e^{*^*} + (\rho^* \vec{A}.\vec{u'})_e + (\rho' \vec{A}.\vec{u^*})_e + (\rho' \vec{A}.\vec{u'})_e \qquad (۱۴)$$

دومین عبارت در سمت راست رابطه‌ی ۱۴ مربوط به تصحیح سرعت و عبارت بعدی ناشی از تصحیح چگالی است. اثر آخرین عبارت ناچیز بوده و کارکی و پاتانکار[۱۰] از آن صرف‌نظر کرده‌اند. در پژوهش حاضر، تجربه‌ی عددی نشان داد که در نظر گرفتن این عبارت در معادله‌ی تصحیح فشار با توجه به هزینه‌های محاسباتی بالا، تأثیر قابل توجهی ندارد. این نتیجه خلاف مشاهده‌ی شای و همکارانش[۱۱] است که در نظرگرفتن آن را در تکرارهای اولیه برای جلوگیری از واگرایی حل توصیه کرده‌اند. برای محاسبه‌ی جمله‌های رابطه‌ی ۱۴ باید ρ' را به p' مرتبط کرد. اثر فشار بر چگالی به صورت رابطه‌ی ۱۵ در نظر گرفته شده است:

$$\rho' = \frac{\partial\rho'}{\partial p'}p' = Kp' \qquad (۱۵)$$

که در آن K از طریق روابط ارائه شده[۲۲] مربوط به معادله‌ی حالت کانز و واگنر، محاسبه شده است. با جایگذاری روابط ۱۲ و ۱۵ در رابطه‌ی ۱۴ و جایگزینی در معادله‌ی پیوستگی، معادله‌ی تصحیح فشار حاصل می‌شود. مقدار K تأثیری بر جواب نهایی ندارد زیرا با رسیدن به همگرایی، مقدار جمله‌ی تصحیح فشار بسیار کوچک خواهد شد؛ این مقدار فقط بر نرخ همگرایی اثرگذار است.

۳.۴. تقریب مقدارها روی سطوح حجم کنترل

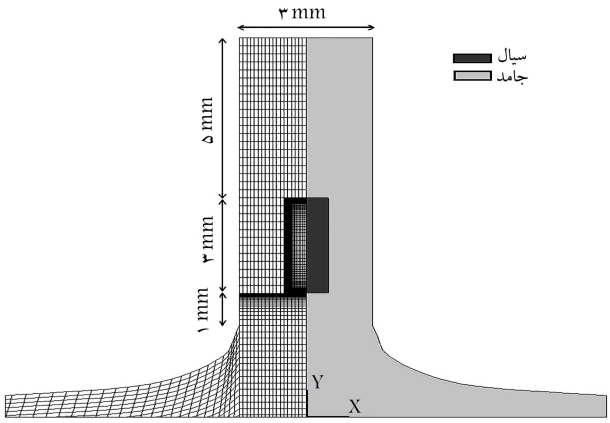
در روش‌های حجم محدود چگونگی برآورد مقدارها روی سطوح حجم کنترل تأثیر زیادی در پایداری و نرخ همگرایی روش‌ها دارند. در پژوهش حاضر از تقریب بالادست برای محاسبه‌ی عبارت تصحیح چگالی و تقریب میان‌یابی مرکزی برای چگالی در معادلات مومنتوم استفاده شده است. به دلیل ماهیت بیضوی عبارت‌های نفوذ از روش تقریب میان‌یابی مرکزی برای گسسته‌سازی آنها استفاده شده است. به علاوه، گسسته‌سازی عبارت‌های جابه‌جایی از روش ترکیبی (بالادست ـ مرکزی) انجام شده است. با توجه به هم‌مکان بودن شبکه‌ی محاسباتی برای جلوگیری از نوسان‌های فشار که در صورت عدم ارتباط میدان فشار و سرعت رخ می‌دهد از روش میان‌یابی رای ـ چو[۲۰] برای تعیین سرعت روی مرزهای حجم‌کنترل‌های محاسباتی استفاده شده است.

۵. آزمون MTP

در سال‌های اخیر، مرکز تحقیقات هوافضای ایتالیا مجموعه‌یی از آزمون‌های تجربی به نام MTP را برای گردآوری اطلاعاتی در رابطه با رفتار متان در شرایط فوق بحرانی طراحی و اجرا کرده است. مدل MTP بلوکی از جنس آلیاژ مس ($GlidCop®AL-۱۵$) است که با توجه به شکل ۲ ، شامل دو ناحیه‌ی سیال (کانال خنک‌کاری مستطیلی به ارتفاع ۳ میلی‌متر و پهنای ۱ میلی‌متر) و جامد (اطراف کانال) است. طول مدل ۳۱۶ میلی‌متر و پهنای پایه‌ی مدل ۱۲۵ میلی‌متر است. در ناحیه‌ی جامد، ۱۰ سوراخ در نظرگرفته شده که درون آنها ۱۰ کارتریج الکتریکی (با بیشترین قدرت $۱۲kW$) به منظور هدایت گرما به دیواره‌های کانال تعبیه شده است.

در پژوهش حاضر، شرایط سه آزمون MTP شبیه‌سازی شده و رفتار متان با استفاده از نتایج آنها بررسی شده است. شرایط عملکردی آزمون سرد و دو آزمون گرم در جدول ۲ آورده شده است. حسگرهای مختلف در مدل MTP برای اندازه‌گیری پارامترهای ترمودینامیکی در نظر گرفته شده است. در پژوهش حاضر برای اعتبارسنجی نتایج از دو ردیف حسگر واقع در ناحیه‌ی جامد (ارتفاع ۲ و ۱۴ میلی‌متری) و دو حسگر واقع در ناحیه‌ی سیال (ورودی و خروجی کانال مستطیلی) استفاده شده که در شکل ۳ قابل مشاهده است. به دلیل تقارن مدل MTP نسبت به صفحه‌ی $y-z$ نیمی از مدل در روند حل شبیه‌سازی شده است. شرایط مرزی اعمال شده به مدل که در شکل ۳ نشان داده شده است، عبارت اند از:

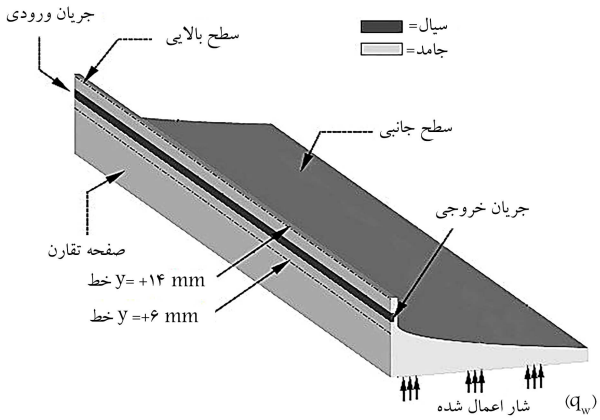
- شار حرارتی ثابت (q_w) به سطح پایینی ناحیه‌ی جامد؛
- سطوح آدیاباتیک در قسمت‌های بیرونی ناحیه‌ی جامد؛



شکل ۲. مقطع عرضی آزمون MTP و شبکه‌ی محاسباتی.

جدول ۲. داده‌های تجربی ارائه شده در مطالعات پیشین[۷-۹و۱۴-۱۶] برای سه آزمون شبیه‌سازی شده در پژوهش حاضر.

آزمون	$\dot{m}$ $[g/s]$	T_{in} $[K]$	T_{out} $[K]$	P_{in} $[MPa]$	P_{out} $[MPa]$	q $[kW]$
آزمون‌های سرد						
$0A$	۱۵٫۷۲	۱۳۳	۱۳۵	۸٫۵۷۲	۸٫۳	۰
آزمون‌های گرم						
۲	۲۰٫۸۷	۱۳۷	۲۴۴٫۶	۱۱٫۲	۱۰٫۳	۱۰٫۷
۴	۲۰٫۵۷	۱۴۱	۲۶۲٫۸	۱۲٫۹	۱۲٫۰۶	۱۱



شکل ۳. شرایط مرزی آزمون MTP.

جدول ۳. حساسیت سنجی حل عددی به شبکه‌ی محاسباتی.

شبکه	تعداد گره‌ها (میلیون)	P_{in} $[MPa]$	P_{out} $[MPa]$	$\%\Delta P$ $[wrt\ Exp]$
آزمون A°				
درشت	۲/۱	۸/۵۶۳	۸/۳	-۳/۳
ریز	۴/۲	۸/۵۷۰	۸/۳	-۰/۷
خیلی ریز	۸/۴	۸/۵۷۱	۸/۳	-۰/۴
آزمون ۲				
شبکه	تعداد گره‌ها (میلیون)	ΔP $[MPa]$	$T_{w,av}[K]$ در پایین کانال	$T_{w,av}[K]$ در بالای کانال
درشت	۲/۱	۰/۸۰۳	۳۱۷/۲	۲۴۴/۵
ریز	۴/۲	۰/۸۰۷	۳۱۹	۲۴۶/۷
خیلی ریز	۸/۴	۰/۸۰۶	۳۲۰/۷	۲۴۶/۶

- تقارن نسبت به صفحه‌ی $z-y$؛
- دبی $(\dot{m})$ و دمای (T_i) متان در ورودی کانال؛
- فشار متان (p_e) در خروجی کانال.

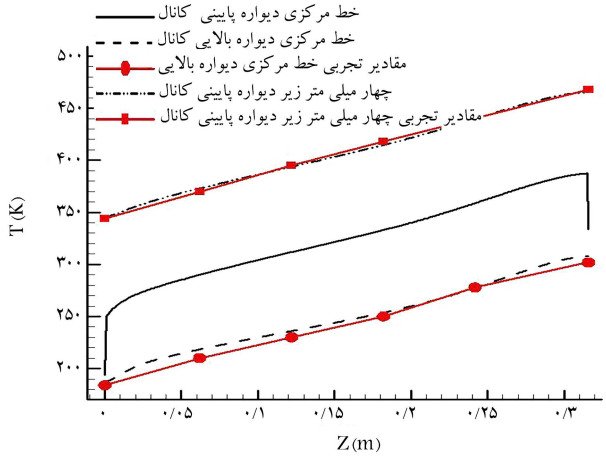
زبری کانال مستطیلی طبق جزئیات ارائه شده[۷-۹و۱۲-۱۶]، $14/5\mu m$ در نظر گرفته شده است. با توجه به کاهش ضریب هدایت حرارتی مس با افزایش دما، ضریب هدایت حرارتی در ناحیه‌ی جامد به صورت خطی از $k_w = 325W/mK$ (در $T = 650\,K$) تا $k_w = 365W/mK$ (در $T = 298K$) در نظر گرفته شده است. جدول ۳ نتایج عددی دو آزمون A° و ۲ را برای شبکه‌های محاسباتی مختلف نشان می‌دهد. بر اساس این جدول، شبکه‌ی متوسط با سایز ۳۹۰ × ۱۲۴ × ۵۲ در ناحیه‌ی سیال و ۳۹۰ × ۱۲۴ × ۳۵ در ناحیه‌ی جامد به عنوان شبکه‌ی بهینه انتخاب شده است. فاصله‌ی اولین سلول‌های محاسباتی نزدیک دیواره و y^+ به ترتیب کم‌تر از ۰/۱۴ میکرومتر و ۰/۷ است.

۶. اعتبارسنجی

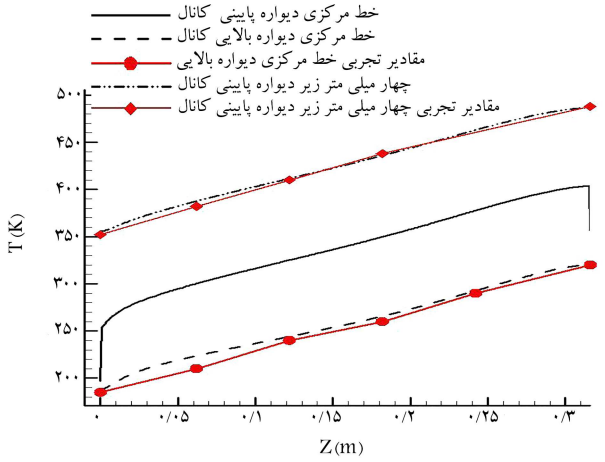
در این قسمت نتایج اعتبارسنجی حلگر توسعه داده شده ارائه شده است. شبیه‌سازی آزمون سرد به منظور بررسی مقدار زبری کانال مستطیلی و حساسیت‌سنجی شبکه‌ی

جدول ۴. خلاصه نتایج حاصل از پژوهش حاضر.

آزمون	T_{in} $[K]$	T_{out} $[K]$	$\%\Delta T$	P_{in} $[MPa]$	p_{out} $[MPa]$	$\%\Delta P$
آزمون سرد						
A°	۱۳۳	۱۳۳	--	۸/۵۷۱	۸/۳	--
آزمون‌های گرم						
۲	۱۳۷	۲۴۶/۶	۰/۶	۱۱/۱	۱۰/۳	-۰/۹
۴	۱۴۱	۲۶۳	۰/۳	۱۲/۸۵	۱۲/۰۶	-۰/۴

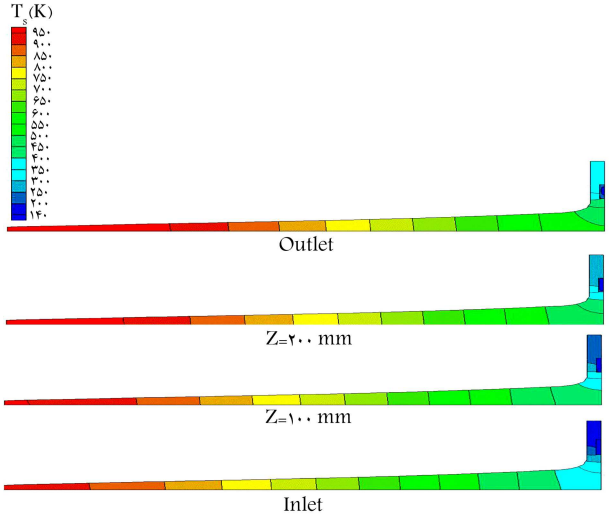


شکل ۴. توزیع دمای دیواره در ناحیه‌ی جامد برای آزمون ۲.

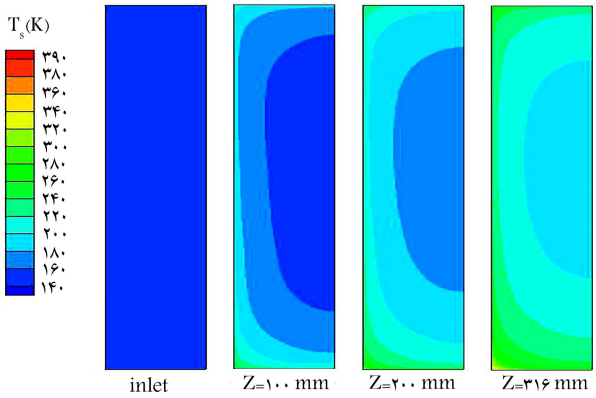


شکل ۵. توزیع دمای دیواره در ناحیه‌ی جامد برای آزمون ۴.

محاسباتی (جدول ۳) انجام شده است. خلاصه‌ی نتایج حاصل از شبیه‌سازی این سه آزمون در جدول ۴ ارائه شده‌اند. با توجه به این که دما در ورودی و فشار در خروجی کانال مستطیلی به عنوان شرط مرزی در حلگر مقداردهی می‌شوند، مقادیر ΔT و ΔP معرف اختلاف دمای خروجی و اختلاف فشار ورودی شبیه‌سازی با داده‌های تجربی آزمون MTP است. این مقادیر در آزمون‌های گرم کمتر از ۱ درصد است که نشان‌دهنده‌ی دقت خوب نتایج شبیه‌سازی حاضر است. همچنین در شکل‌های ۴ و ۵ توزیع دما در طول کانال برای دو موقعیت از ناحیه‌ی جامد $(y = 2mm)$ و $(y = 14mm)$ رسم و با داده‌های تجربی آزمون MTP [۷-۹و۱۲-۱۶] مقایسه شده است. مقادیر دمای دیواره در هر دو آزمون ۲ و ۴ تطابق خوبی با مقادیر داده‌های تجربی دارند.



شکل ۶. کانتور دمای ناحیه‌ی جامد و سیال در آزمون ۴.

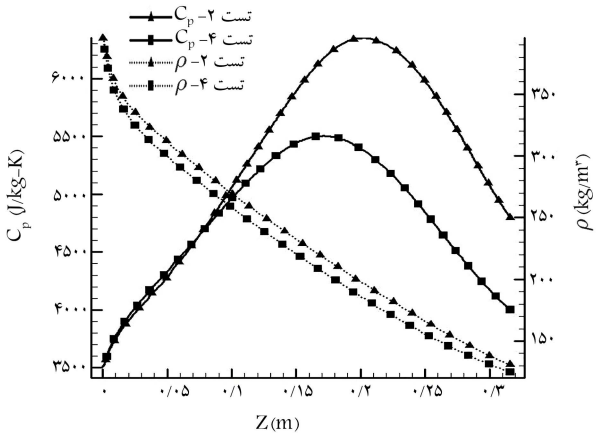


شکل ۷. کانتور دمای ناحیه‌ی سیال در آزمون ۴.

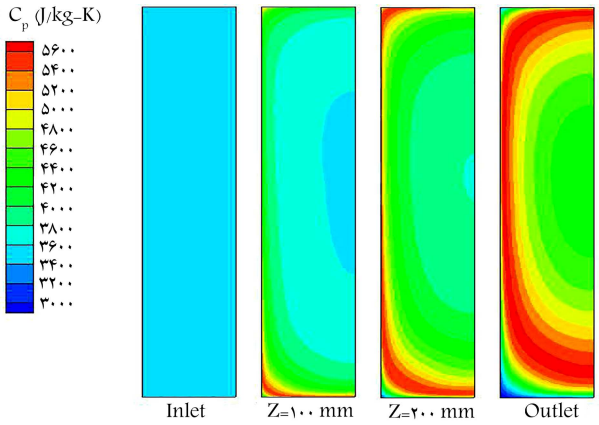
۷. بررسی رفتار حرارتی متان

در این قسمت نتایج حاصل از کاربرد حلگر حاضر برای حل جریان خنک‌کننده متانی در فشار فوق بحرانی ارائه شده است. برای مشاهده‌ی روند پخش شار حرارتی اعمال شده به دیواره‌ی پایینیِ ناحیه‌ی جامد (شکل ۳)، توزیع دمای نواحی جامد و سیال برای آزمون ۴ در شکل‌های ۶ و ۷ ارائه شده است. با حرکت در طول کانال، بخشی از شار حرارتی در تمام جهات ناحیه‌ی جامد پخش شده و بخشی دیگر توسط متان عبوری از کانال مستطیلی جذب می‌شود. در شکل ۶ مشاهده می‌شود که به دلیل ضخامت کم ناحیه‌ی جامد در سمت راست پایه‌ی مدل MTP، میزان تمرکز گرما در این موقعیت بیشتر از سمت چپ پایه است. درواقع گرمای انتقال یافته در سمت چپ پایه توسط متان عبوری از کانال مستطیلی جذب شده است. این پدیده بیان‌گر طبیعت کانال‌های خنک‌کاری بازیابی و کارایی آنها در فرایند خنک‌کاری پیشران‌هاست. با توجه به کانتور دما مشاهده می‌شود که شار حرارتی از سه جهت (دیواره‌ی پایینی، جانبی و بالایی) وارد کانال خنک‌کاری شده و متان را گرم می‌کند. بنابراین، دمای متان نزدیک این سه دیواره بیشتر از وسط کانال بوده که درواقع این امر نشان‌دهنده‌ی وجود لایه‌بندی حرارتی در کانال است. با حرکت در طول کانال نیز متان گرم‌تر شده است.

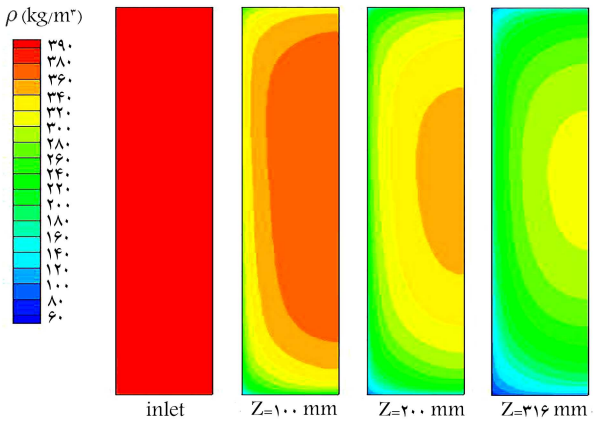
برای بررسی نحوه‌ی تغییر رژیم جریان خنک‌کننده در طول کانال، ظرفیت گرمایی و چگالی متان در شکل‌های ۸ تا ۱۰ بررسی شده است. در شکل ۹ که



شکل ۸. توزیع ظرفیت گرمایی و چگالی متان در طول کانال مستطیلی.



شکل ۹. کانتور ظرفیت گرمایی متان برای آزمون ۴.



شکل ۱۰. کانتور چگالی متان برای آزمون ۴.

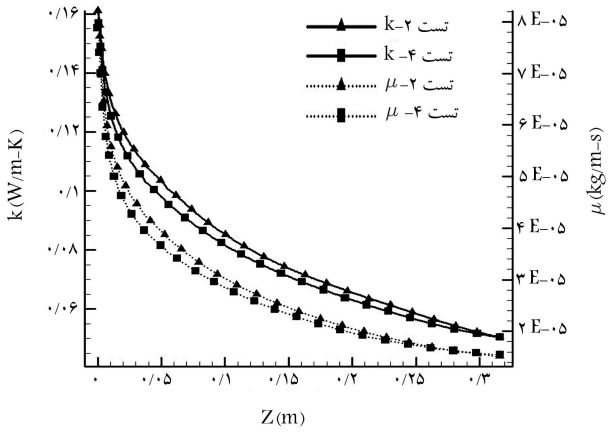
نشان‌دهنده‌ی توزیع این دو پارامتر در نزدیکی دیواره‌ی پایینی کانال خنک‌کاری است، مشاهده می شود که با گرم‌تر شدن متان در طول کانال، چگالی آن کاهش یافته و در موقعیت‌های ۱۶۰ (آزمون ۴) و ۲۰۰ میلی‌متر (آزمون ۲)، ظرفیت گرمایی دارای مقدار بیشینه است. این موقعیت‌ها نشان‌دهنده‌ی محدوده‌ی تغییر رژیم متان است.

در شکل‌های ۹ و ۱۰ کانتور ظرفیت گرمایی و چگالی متان در مقاطع عرضی کانال خنک‌کاری با حرکت در طول کانال نشان داده شده است. درکانتورهای ظرفیت

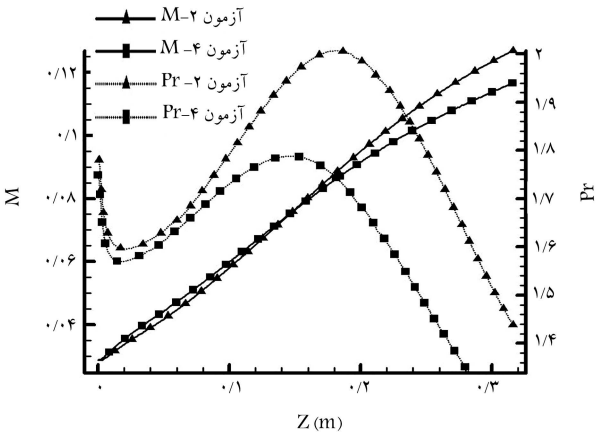
گرمایی و چگالی متان مشاهده می‌شود که با گرم شدن متان در طول کانال، چگالی کاهش و ظرفیت گرمایی افزایش یافته است. به دلیل جذب گرما از سه دیواره‌ی اطراف کانال، موقعیت تغییرات بیشینه‌ی ظرفیت گرمایی که در دمای شبه بحرانی اتفاق افتاده و معرف محدوده‌ی تغییر رژیم متان است، نزدیک دیواره‌هاست. همچنین، با توجه به کانتور چگالی مشاهده می‌شود که به دلیل تمرکز گرما در نزدیکی دیواره‌ها و گوشه‌های کانال، لایه‌هایی از جریان متان گازی در مقاطع ۲۰۰ و۳۱۶ میلی‌متر به وجود آمده است.

شکل ۱۱ نشان‌دهنده‌ی توزیع ضریب هدایت حرارتی و لزجت متان در طول کانال خنک‌کاری است. همان طور که مشاهده می‌شود، هر دو پارامتر با گرم شدن متان کاهش یافته‌اند.

متان در کانال خنک‌کاری به صورت جریانی تراکم‌پذیر (به دلیل تغییر رژیم و چگالی) با عدد ماخ کم است. برای بررسی میزان تغییر عدد ماخ و پرانتل متان در طول کانال خنک‌کاری، توزیع عدد ماخ و پرانتل در شکل ۱۲ رسم شده است. چنان که مشاهده می‌شود، عدد ماخ جریان متان در هر دو آزمون ۲ و ۴ کمتر از ۰٫۱۲ بوده است. در فرایند شبیه‌سازی مشاهده شد که میزان عدد پرانتل($Pr = \frac{\mu C_p}{k}$) در نظرگرفته شده برای جریان متان تأثیر زیادی بر دقت نتایج و روند همگرایی دارد. از این رو، برای اطلاع از مقدار این عدد در هر آزمون، توزیع آن در شکل ۱۲ ارائه شده است. توزیع عدد پرانتل یک محدوده‌ی کمینه و یک محدوده‌ی بیشینه دارد.



شکل ۱۱. توزیع ضریب هدایت حرارتی و لزجت متان در طول کانال مستطیلی.



شکل ۱۲. توزیع اعداد ماخ و پرانتل متان در طول کانال مستطیلی.

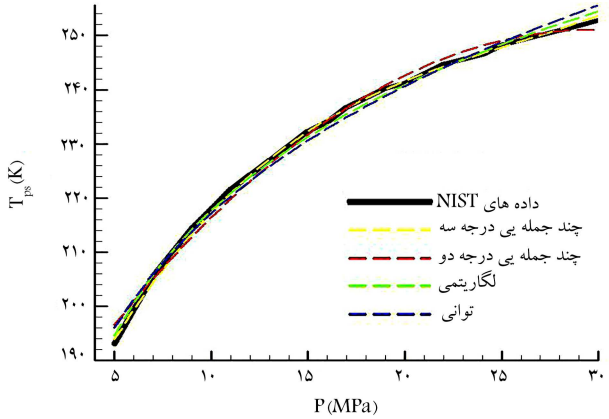
محدوده‌ی بیشینه‌ی آن متناسب با ناحیه‌یی است که لزجت و ضریب هدایت حرارتی روند کاهشی شدید دارد و محدوده‌ی بیشینه‌ی آن متناسب با ناحیه‌یی است که در آن ظرفیت گرمایی ویژه بیشینه است.

۸. استخراج رابطه‌ی دمای شبه بحرانی

دمای شبه بحرانی (T_{ps}) یک سیال دمایی است که در آن C_P آن سیال بیشینه است. مقدارT_{ps} و موقعیت بیشینه‌ی C_p در هر فشار متفاوت است؛ در واقع می‌توان گفت که تابعی از فشار است. با توجه به داده‌های ترمودینامیکی متان که توسط مؤسسه‌ی ملی فنّاوری و استانداردهای آمریکا (NIST) ارائه شده، روابطی برای تخمین T_{ps} برحسب فشار پیشنهاد شده است (شکل ۱۳). روابط حاصل از روش برازش منحنی و درصد خطای هر رابطه نسبت به مقادیر ارائه شده توسط NISTدر جدول ۵ آورده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، بیشترین خطا مربوط به رابطه‌ی توانی و کمترین خطا مربوط به رابطه‌ی چندجمله‌یی مرتبه ۳ است ولی در کل خطای هر ۴ رابطه کمتر از ۰٫۵ درصد بوده و از دقت خوبی برخوردارند. این روابط برای محدوده‌ی ۴٫۶ تا ۳۰ مگاپاسکال استخراج شده است.

۹. بررسی و اصلاح روابط ناسلت

تخمین مقدار ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی برای تقریب دمای دیواره در



شکل ۱۳. نمودار دمای شبه بحرانی متان برحسب فشار.

جدول ۵. روابط دمای شبه بحرانی متان بر حسب فشار و درصد خطای هر رابطه نسبت به مقادیر NIST.

نام رابطه	رابطه	خطا(٪)
چندجمله‌یی درجه سه	$T_{ps} = ۰/۰۰۳۶P^۳ - ۰/۲۷۶۹P^۲ + ۸/۲۱۳۶P + ۱۵۹/۵۹$	۰٫۱۸
چندجمله‌یی درجه دو	$T_{ps} = -۰/۰۸۹۳P^۲ + ۵/۲۹۲۶P + ۱۷۲/۴۱$	۰٫۴۶
لگاریتمی	$T_{ps} = ۳۳/۳۹۹InP + ۱۴۰/۸۴$	۰٫۳۱
توانی	$T_{ps} = ۱۵۴/۴۳P^{۰/۱۴۸۱}$	۰٫۵۴

فرایندهای شبیه‌سازی حرارتی از اهمیت ویژه‌یی برخوردار است. در این بخش، کارآیی روابط شبه‌تجربی ناسلت در تخمین ضریب h متان درون کانال مستطیلی بررسی شده است. در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی برای استخراج و اصلاح روابط ناسلت بر اساس داده‌های تجربی انجام شده است. روابط استخراج شده در آن تحقیقات با فرض جریان دوبعدی و درون کانال‌های مدور بوده که برای جریان خنک‌کننده‌ی متانی و کانال‌های سه‌بعدی مستطیلی نیاز به اصلاح دارند. در این پژوهش روابط ناسلت با مقایسه‌ی مقدار h_{num} حاصل از شبیه‌سازی عددی بر اساس قانون فوریه ($h_{num} = \frac{q_{w,ave}}{T_{w,ave}-T_b}$) و مقدار h^* حاصل از روابط ناسلت اصلاح شده است. معادله‌ی ناسلت پیتلا از میانگین مقادیر ناسلت روی دیواره(Nu_w) و ناسلت حجمی (Nu_b) مطابق رابطه‌ی ۱۶ محاسبه می‌شود. مقادیر Nu_b و Nu_w از معادله‌ی جنیلینسکی (رابطه‌ی ۱۷) استخراج می‌شود. معادلات ناسلت پیزارلی و تیلور نیز مطابق روابط ۱۸ و ۱۹ محاسبه می‌شود.

$$Nu = \left(\frac{Nu_w + Nu_b}{۲}\right)\frac{k_w}{k_b} \qquad (۱۶)$$

$$Nu = \frac{f/۸(Re - ۱۰۰۰)Pr}{۱/۰۷ + ۱۲/۷\sqrt{f/۸}(Pr^{۲/۳} - ۱)}$$

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu}, Pr = \frac{C_p, \mu}{k}$$

$$f = (۰/۷۹InRe - ۱/۶۴)^{-۲} \qquad (۱۷)$$

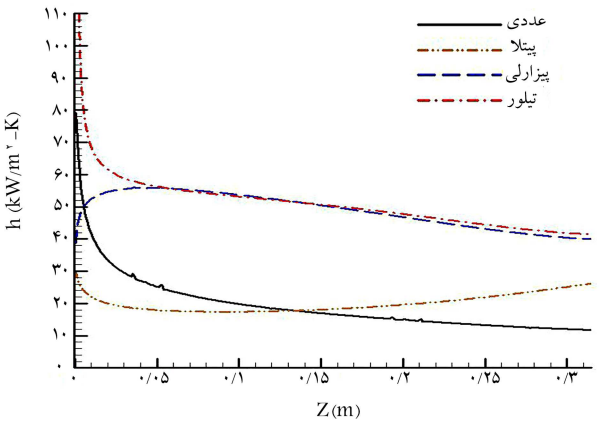
$$Nu_b = ۰/۰۲۶ \times Re_b^{۰/۸} Pr_b^{۰/۱۶} \Lambda^{۰/۲۸}$$

$$Nu = \frac{hD}{k}, \bar{C}_p = \frac{H_w - H_b}{T_w - T_b} \qquad (۱۸)$$

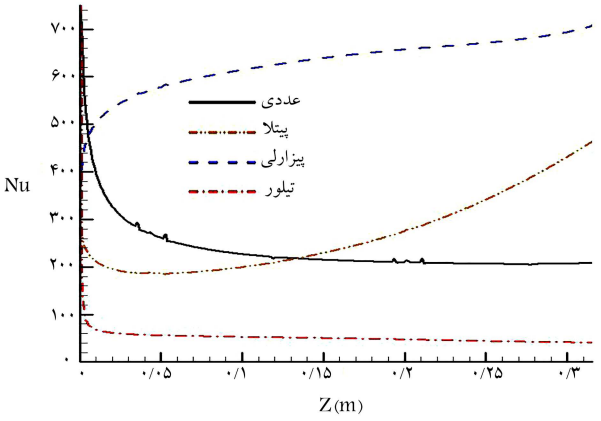
$$Nu_b = ۰/۰۲۳ Re_b^{۰/۸} Pr_b^{۰/۴} \left(\frac{T_b}{T_w}\right)^{(۰/۵۷ - ۱/۵۹\frac{D_h}{z})} \qquad (۱۹)$$

که در آن f معرف ضریب اصطکاک سطح کانال بوده و به صورت تابعی از عدد رینولدز (Re) محاسبه می‌شود. همچنین H آنتالپی استاتیکی و D_h قطر هیدرولیکی کانال مستطیلی است. زیرنویس‌های b و w به ترتیب معرف کمیت‌های حجمی و مقادیر روی دیواره‌اند. در ادامه، ارزیابی دقت روابط ناسلت پیتلا، پیزارلی و تیلور با بررسی ضریب انتقال حرارت عددی حاصل از شبیه‌سازی متان فوق بحرانی (h_{num}) انجام شده است. شکل‌های ۱۴ و ۱۵ نشان‌دهنده‌ی مقایسه‌ی شبیه‌سازی حاضر با روابط پیتلا، پیزارلی و تیلور روی دیواره‌ی پایینی کانال برای آزمون ۴ هستند. مشاهده می‌شود که هیچ یک از روابط نتوانستند ضریب h_{num} را به خوبی تقریب بزنند. نکات زیر از نتایج شکل‌های ۱۶ و ۱۷ استخراج شده و در توسعه‌ی روابط ناسلت از آنها استفاده شده است:

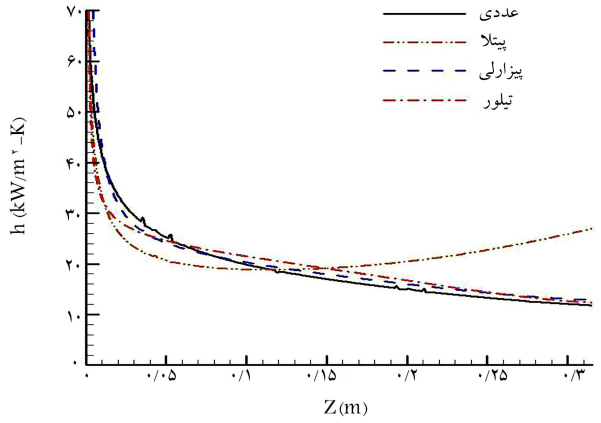
- رابطه‌ی پیتلا مقدار h_{num} را با خطای کمتری نسبت به سایر روابط تقریب زده است اگرچه هنوز خطای قابل ملاحظه‌یی دارد.
- رابطه‌ی تیلور اثرات ناحیه‌ی ورودی را به دلیل داشتن عبارت‌های $\left(۰/۵۷ - ۱/۵۹\frac{D_h}{z}\right)$ به خوبی مدل کرده است. بنابراین عبارت $\left(c_۱ + c_۲\frac{D_h}{z}\right)^{c_۳}$ یک پارامتر کلیدی در مدل کردن اثر ناحیه‌ی ورودی است.
- رابطه‌ی پیزارلی ضریب هدایت حرارتی در ورودی کانال را نتوانسته به خوبی مدل کند ولی در بقیه‌ی نواحی کانال روندی مشابه h_{num} همراه با شیفتی در داده‌ها دارد.



شکل ۱۴. مقایسه‌ی ضریب انتقال حرارت عددی و روابط شبه‌تجربی در دیواره پایینی کانال برای آزمون ۴.



شکل ۱۵. مقایسه‌ی ناسلت عددی و روابط شبه‌تجربی در دیواره پایینی کانال برای آزمون ۴.



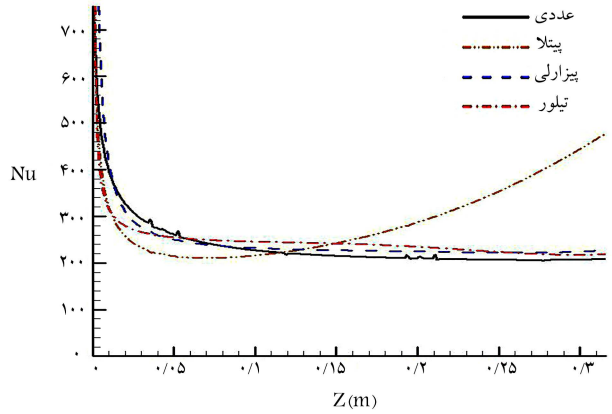
شکل ۱۶. مقایسه‌ی ضریب انتقال حرارت عددی و روابط اصلاح شده در دیواره‌ی پایینی کانال برای آزمون ۴.

برای اصلاح روابط ناسلت، اثر هر یک از جمله‌های موجود در روابط ناسلت پیتلا، پیزارلی و تیلور بررسی و مشاهده شد که:

- عبارت $\left(c_۱ + c_۲\frac{D_h}{z}\right)^{c_۳}$ که در آن $c_۱$، $c_۲$ و $c_۳$ ضرایب ثابت هستند، جمله‌یی است که نقش کلیدی در شبیه‌سازی اثر ورودی توسط روابط ناسلت دارند.

جدول ۶. روابط ناسلت اصلاح شده و میزان خطای هر یک نسبت به مقادیر حاصل از شبیه‌سازی عددی.

نام رابطه	رابطه	خطا
پیتلا	$Nu = \left(\frac{Nu_w + Nu_b}{۲}\right)\frac{k_w}{k_b}\left(۱ + ۲۰\frac{D_h}{Z}\right)^{۰/۳}$	٪۲۶
پیزارلی	$Nu_b = ۰/۰۲۶ \times Re_b^{۰/۷۱۵} Pr_b^{۰/۱۶} \Lambda^{۰/۳۳}\left(۱ + ۱۰\frac{D_h}{Z}\right)$	٪۰/۶
تیلور	$Nu_b = ۰/۰۰۷۵ Re_b^{۰/۸} Pr_b^{۰/۸}\left(\frac{T_b}{T_w}\right)^{(۰/۷ - ۱/۵۹\frac{D_h}{z})}$	٪۱



شکل ۱۷. مقایسه‌ی ناسلت عددی و روابط اصلاح شده در دیواره‌ی پایینی کانال برای آزمون ۴.

- جمله‌هایی $\frac{k_w}{k_b}$ و $\frac{\mu_b}{\mu_w}$ تأثیر ناچیزی روی مقادیر Nu دارند و می‌توان آنها را از روابط ناسلت حذف کرد.
- جمله‌های $\frac{\bar{C}_b}{C_{p,b}}$، $\frac{\rho_w}{\rho_b}$ و $\frac{T_b}{T_w}$ نقش مهمی در تخمین صحیح مقادیر Nu در طول کانال دارند. با توجه به این که C_p تابعی از دما و چگالی است، اثر تغییر دما ($\frac{T_b}{T_w}$) در تخمین مقدار ناسلت در جمله‌ی $\frac{\bar{C}_p}{C_{p,b}}$ نهفته است. بنابراین، کافی است یکی از جمله‌های $\frac{T_b}{T_w}$ و $\frac{\bar{C}_p}{C_{p,b}}$ را در روابط در نظر بگیریم.

با در نظرگرفتن نکات فوق، روابط ناسلت پیتلا، پیزارلی و تیلور اصلاح شده‌اند. برای محاسبه‌ی ضرایب و توان‌های موجود در روابط از روش کمینه‌سازی خطای نسبی جذر میانگین مربعات (RRMSE) طبق رابطه‌ی ۲۰ استفاده شده است.

$$RRMSE = \sqrt{\frac{۱}{N}\sum_{j=۱}^{N}\left(\frac{h_{num,j} - h_j^*}{h_{num,j}}\right)^۲} \qquad (۲۰)$$

که در آن h^* ضریب انتقال حرارت روابط اصلاح شده، j شمارنده‌ی سلول‌های شبکه‌ی محاسباتی و N تعداد کل سلول‌هاست. فرم نهایی روابط اصلاح شده و مقدار RRMSE آنها در جدول ۶ ارائه شده است. نتایج h و Nu اصلاح شده با مقادیر عددی در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ مقایسه شده‌اند. به دلیل اضافه کردن عبارت $\left(c_۱ \pm c_۲\frac{D_h}{z}\right)^{c_۳}$، هر سه رابطه توانسته‌اند اثرات ورودی را مدل کنند. روابط پیزارلی و تیلور به دلیل داشتن جمله‌های $\frac{\bar{C}_p}{C_{p,b}}$، $\frac{\rho_w}{\rho_b}$ و $\frac{T_b}{T_w}$ توانستند اثرات تغییر دما، چگالی و C_p را در روابط اعمال و مقدار Nu در طول کانال را به خوبی تخمین بزنند (با خطای کمتر از ۱٪). در صورتی‌که رابطه‌ی پیتلا به دلیل نداشتن این سه جمله خطای بالاتری دارد (٪۲۶).

۱۰. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، حلگری برای شبیه‌سازی انتقال حرارت کوپل از دیواره به سیال خنک‌کننده توسعه داده شده که قادر به حل جریان‌های آشفته‌ی تراکم‌پذیر با اعداد ماخ متفاوت در فشارهای فوق بحرانی است. در این حلگر روش حل معادلات حاکم، سیمپل‌سی بوده و با توجه به استفاده از شبکه‌ی محاسباتی هم‌مکان، از روش رای ـ چو برای برقراری ارتباط بین میدان‌های سرعت و فشار استفاده شده است. همچنین، مدل آشفتگی اسپالارت ـ آلمارس، معادله‌ی حالت کانز و واگنر و روابطی متناسب با رفتار سیال در فشارهای فوق بحرانی به حلگر اعمال شده است. نتایج حاصل از به کارگیری حلگر توسعه داده شده برای شبیه‌سازی آزمون MTP، بیانگر توانایی این حلگر در حل جریان تراکم‌پذیر متانی در فشار فوق بحرانی است. با بررسی پارامترهای ترمودینامیکی جریان متان مشاهده شد که متان در طول کانال خنک‌کاری با گرفتن گرما، شبه‌تغییر فاز داده و رژیم گذربحرانی را تجربه کرده است. با توجه به بالا بودن زبری کانال مستطیلی، افت انتقال حرارت در طول کانال مشاهده نشد. بر اساس داده‌های ترمودینامیکی NIST، روابطی برای محاسبه‌ی دمای شبه بحرانی متان برحسب فشار استخراج شد. خطای نسبی این روابط نسبت به داده‌های NIST کمتر از ۰/۵ درصد بوده و برای رنج فشار ۴/۶ تا ۳۰ مگاپاسکال معتبرند. روابط ناسلت ارائه شده توسط پیتلا، پیزارلی و تیلور که برای جریان‌های دوبعدی و کانال‌های دایروی استخراج شده بودند، از طریق بررسی اثر جمله‌های مختلف موجود در هر رابطه اصلاح شد و روابطی با خطای کمتر از ۱ درصد برای سیال خنک‌کننده‌ی متانی در فشار فوق بحرانی درون کانال سه‌بعدی مستطیلی پیشنهاد شد.

۱۱. فهرست علایم

A: مساحت مقطع عرضی؛
C_p: گرمای ویژه در فشار ثابت؛
D_h: قطر هیدرولیکی؛
H: آنتالپی کل؛
h: ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی؛
k:ضریب هدایت حرارتی؛
$\dot{m}$: دبی جرمی؛
Nu: عدد ناسلت؛
Pr: عدد پرانتل؛
p: فشار؛
q: شار حرارتی؛
R: ثابت جهانی گاز؛

Re: عدد رینولدز؛
S_Φ: عبارت چشمه؛
T: دما؛
t: زمان؛
u_i: مؤلفه‌ی سرعت؛
U: اندازه سرعت؛
x_i: بردار مختصات کارتزین؛
X، Y و Z: مختصات پایه، ارتفاع و طول کانال؛
y^+: فاصله بدون بعد از دیواره.

علایم یونانی

α: انرژی آزاد هلمهولتز؛
α^r: توزیع باقی‌مانده انرژی هلمهولتز؛
α°: توزیع گاز ایده‌آل انرژی هلمهولتز؛
δ: چگالی کاهش یافته؛
$\tilde{\vartheta}$: متغیر میانی؛
μ: لزجت مولکولی؛
ρ: چگالی؛
σ_T: عدد پرانتل توبولانسی؛
τ: عکس دمای کاهش یافته؛
Γ_Φ: ضریب نفوذ؛
Φ: کمیت انتقالی.

زیرنویس‌ها

b: مقدار حجمی؛
c: مقدار بحرانی؛
e: خروجی؛
f: جمله لزجت؛
i: ورودی؛
ps: مقدار شبه بحرانی؛
r: جمله‌ی باقی‌مانده؛
s: مقدار استاتیکی؛
w: دیوار؛
o: جمله‌ی گاز رقیق.

منابع (References)

1. Hurlbert, EA., Whitley, R., Klem, MD. and et al. *International Space Exploration Coordination Group Assessment of Technology Gaps for LOX/Methane Propulsion Systems for the Global Exploration Roadmap*, AIAA pp. 2016-5280 (2016).
2. Trejo, A., Garcia., C., and Choudhuri, A. "Experimental investigation of transient forced convection of liquid methane in a channel at high heat flux conditions", *Experimental Heat Transfer*, **29**(1), pp. 97-112 (2016).
3. Hendricks, RC., Graham, RW., Friedmanm Y., *Experimental heat transfer results for cryogenic hydrogen flowing in tubes at subcritical and supercritical pressures to 800 pounds per square inch absolute*, NASA TN D-3095 (1966).
4. Spencer, R. and Rousar, D., *Supercritical Oxygen Heat Transfer*, NASA CR-135339 (1977).
5. Giovanetti, A., Spadaccini L. and Szetela. J. " Deposite formation and heat-transfer characteristics of hydrocarbon rocket fuels ", *Journal of Spacecraft and Rockets*, **22**(5), pp. 574-580 (1985).
6. Liang, K., Yang, B. and Zhang, Z. "Investigation of heat transfer and coking charrcteristics of hydrocarbon fuels", *Propulsion and power*, **14**, pp. 789-796 (1998).
7. Votta, R., Battista, F., Ferraiuolo, M. and et al. *Design of an Experimental Campaign on Methane Regenerative Liquid Rocket Engine Cooling System*, AIAA pp. 2013-4146 (2013).
8. Votta, R., Battista, F., Salvatore, V. and et al. " Experimental investigation of transcritical methane flow in rocket engine cooling channel", *Applied Thermal Engineering*, **101**, pp. 61-70 (2016).
9. Ricci, D., Natale, P., Battista, F. and et al. "Experimental investigation on the transcritical behaviour of methane and numerical rebuilding activity in the frame of the hyprob-bread project", *ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition*, November, pp. 13-19 (2015).
10. Shyy, W., Chen, M., Sun, C. *Pressure-Based Multigrid Algorithm for Flow at All Speeds*, AIAA pp. 2660-2669 (1992).
11. Lien, FS. and Leschziner, MA. "A Pressure-velocity solution strategy for compressible flow and its application to shock/boundary-layer interaction using second-moment turbulence closure", *J. of Fluid Engineering*, **115**(4), pp. 717-725 (1993).
12. Karimian, SMH. and Schncider, GE., *Pressure-Pased Control-Volume Finite Element Method for Fflow at All Speeds*, AIAA pp. 1611-1618 (1995).
13. Ricci, D., Natale, P., and Battista, F. "Experimental ans numerical investigation on the behavior of methane in supercritical conditions", *Applied Thermal Engineering*, **107**, pp. 1334-53 (2016).

14. Pizzarelli, M., Nasuti, F., Votta, R. and et al. "Validation of conjugate heat transfer model for rocket cooling with supercritical methane", *Journal of Propulsion and Power* (2016).

15. Pizzarelli, M., Nasuti, F., Votta, R. and et al. "Assessment of a Conjugate Heat Transfer Model for Rocket Engine Cooling Channels Fed with Supercritical Methane", *In 51st AIAA/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*, pp. 3852 (2015).

16. Karimian, SMH. and Schncider, GE., *Pressure-Pased Control-Volume Finite Element Method for Fflow at All Speeds*, AIAA pp. 1611-1618 (1995).

17. Frohlich, A., Immich, H., Lebail F. and et al. "Three-dimensional flow analysis in a rocket engine coolant channel of high depth/width ratio", *In 27th Joint Propulsion Conference*, pp.2183 (1991).

18. Zhang, HW., He, YL. and Tao, WQ. "Numerical study of film and regenerative cooling in a thrust chamber at high pressure", *Numerical Heat Transfer, PartA: Applications*, **52**(11), pp.991-1007 (2007).

19. Van Doormal, JP. and Raithby, GD. "Enhancement of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows", *Umerical Heat Transfer*, **7**, pp. 147-163 (1984).

20. Rhie, CM. and Chow, WL., *Numerical Study of the Turbulent FlowPast an Airfoil with Trailng Edge Separation*, AIAA pp. 1525-1532 (1983).

21. Spalart, PR. and Allmaras, SR., *A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows*, AIAA pp. 1992-0439 (1992).

22. Kunz, O. and Wagner, W. "The GERG-2008 wide-range equation of state for natural gases and other mixtures: an expansion of GERG-2004", *Journal of Chemical and Engineering Data*, **57**(11), pp. 3032-3091 (2012).

23. Younglove, BA. and Ely JF."Thermophysical propertiesof fluids. II. methan, ethane, propane, isobutene and normal butane", *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, **16**(4), pp. 577-798 (1987).

24. Quinones-Cisneros, SE. and Deiters, UK. "Generalization of the friction theory for viscosity modeling", *The Journal of Physical Chemistry B*, **110**(25), pp. 12820-12834 (2006).

25. Pitla, SS., Groll, EA. and Ramadhyani, S. "New correlation to predict the heat transfer coefficient during in-tube cooling of turbulent supercritical CO2", *International Journal of Refrigeration*, **25**(7), pp. 887-895 (2002).

26. Pizzarelli, M.A. "CFD-derived correlation for methane heat transfer deterioration", *Numerical Heat Transfer, PartA: Applications*, **69**(3), pp.242-264 (2016).

27. Dziedzic, WM., Jones, SC., Gould, DC. and et al. "Analytical comparison of convective heat transfer correlations in supercritical hydrogen", *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, **7**(1), pp. 68-73 (1993).

28. Lee, H. and Howell, JR. "Turbulent developing convective heat transfer in tube for fluid near the critical point", *International Journal of Heat Mass Transfer*, **41**(10), pp. 1205-1218 (1997).

29. Versteeg, H. and Malalasekera, W., *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method*, Pearson Education (2007).

30. Patankar, SV. and Spalding, DB., "A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **15**(10), pp. 1787-806 (1972).