

شناگر سه گوی در دو بعد در شرایط عدد رینولدز پایین

امیر شیخ شعاعی* (دانشجوی کارشناسی ارشد)

مجید رجبی (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

مهندسی مکانیک شریف، پاییز ۱۴۰۱
دوره‌ی ۳۸-۳، شماره‌ی ۲، ص. ۱-۵۵، (پژوهشی)

شناگرهای میکروسکوپی همانند باکتری‌ها، برای جابه‌جایی از سازوکارهایی بهره می‌گیرند که خلاف غریزه‌ی انسان برای شنا کردن است. این روش‌ها، قیود نظریه‌ی اسکالپ را ارضاء می‌کند. هدف اصلی این پژوهش، ارائه‌ی مدلی برای شناگرهای مصنوعی است به طوری که یک مدل احتمالی برای توضیح شناگرهای طبیعی نیز باشد. شناگر مورد بررسی، از سه گوی که در آرایش مثلثی قرار دارند تشکیل شده است. با داشتن دو درجه آزادی این شناگر می‌تواند، تنها در یک بعد حرکت داشته باشد؛ این امر با تغییر طول دو لینک آن و با توالی مناسب امکان‌پذیر می‌شود. ضمن به دست آوردن سرعت شناگر، اثر متغیرهای هندسی مثلث بر سرعت نهایی آن نیز مطالعه شده است. همچنین نشان خواهیم داد که در این حالت وابستگی متغیرهای سرعت همانند وابستگی آن در حالتی است که کره‌ها در آرایش خطی قرار دارند. در پایان نوع شناگر از جهت پوشش یا پولر بودن مورد بررسی قرار گرفته شده است.

واژگان کلیدی: عدد رینولدز پایین، ریزشناگر، جابه‌جایی در عدد رینولدز پایین، ریزربات.

sheikhshoei.amir@gmail.com
majid_rajabi@iust.ac.ir

۱. مقدمه

اعداد رینولدز پایین حرکتی نخواهد داشت. بنابراین تلاش برای طراحی ریزشناگرهای مصنوعی همواره با کوششی برای عبور از این قید همراه خواهد بود. سازوکارهای زیادی در سال‌های اخیر ارائه شده‌اند که با در نظر گرفتن این قید جابه‌جایی دارند.^[۶] ساده‌ترین آنها سازوکار سه لینک پارسل و سازوکار سه گوی گلستانیان و نجفی است،^[۷] که با در نظر گرفتن جابه‌جایی محدود نسبی سه‌گویی که با دو لینک به یکدیگر متصل شده‌اند، حرکت می‌کند. این دو سازوکار در شرایط مختلف به صورت گسترده‌ی مطالعه شده‌اند.^[۸-۱۲] همچنین در پژوهشی نوین مدلی از شناگر گلستانیان و نجفی، برای اولین بار به روش پرینت سه بعدی ساخته شده و قادر است به روش کنترلی خودآموز در محیط‌های بسته حرکت کند.^[۱۳] سازوکارهای دیگر که در یک بعد حرکت می‌کنند عبارت‌اند از: دو گوی کشسان که تغییر حجم و فاصله دارند،^[۱۴] سازوکار سه گوی با در نظر گرفتن زاویه‌ی متغیر بین لینک‌های آن،^[۱۵] سازوکار دوگویی کشسان و صلب که لینک میانی متصل‌کننده‌ی آن متحرک است،^[۱۶] و سازوکار یک دیسک که در آن تغییر شکل دیسک به دلیل اتلاف انرژی در یک سیکل متفاوت است.^[۱۷] به همین صورت برخی از سازوکارهایی که در بیش از یک بعد امکان حرکت را فراهم می‌کنند عبارت‌اند از: سازوکار چهارپارویی جلالی، که متشکل از چهار دیسک و یک لینک است،^[۱۸] شناگر سه گوی در آرایش مثلثی که لینک‌ها همانند اضلاع مثلث قرار گرفته‌اند،^[۱۹] و گوی‌هایی با آرایش هرمی که با لینک‌های متحرک به یکدیگر متصل شده‌اند.^[۲۰] در یک دسته‌بندی متفاوت می‌توان این شناگرها را بر اساس نوع عملکرد آنها

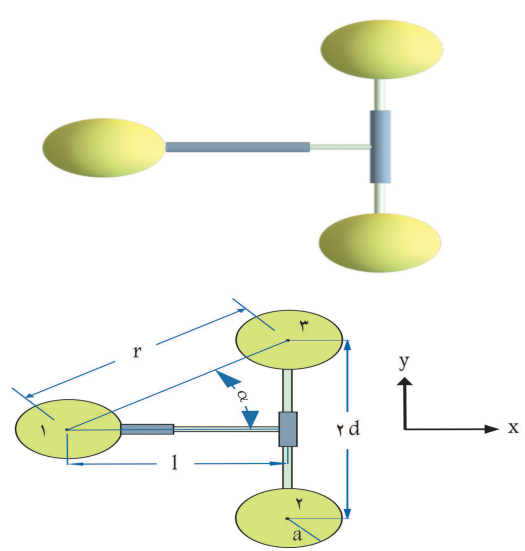
شناگرهای میکروسکوپی در بخش وسیعی از محیط‌های قابل زیست، از روده‌ی انسان گرفته تا اقیانوس‌ها، حضور دارند.^[۱] این موجودات با توجه به ابعاد کوچک و سرعت پایین حرکتشان، در محیط‌هایی با اعداد رینولدز پایین حرکت می‌کنند.^[۲] در سیالی که این ریزشناگرها را احاطه کرده، نسبت نیروهای لختی به نسبت نیروهای لزجی عدد بسیار پایینی است و منجر می‌شود که بیشتر سازوکارهایی که به صورت روزمره برای شنا کردن با آنها آشنا هستیم در این رژیم ناکارآمد باشند و در بسیاری از موارد موجب هیچ حرکتی نشوند.^[۳] مطالعه‌ی فیزیک حاکم بر این شناگرها برای طراحی و ساخت ریزشناگرهای مصنوعی می‌تواند مفید و الهام‌بخش باشد.

به دلیل کاربردهای گوناگونی که ریزشناگرها در صنایع مهندسی و پزشکی دارند، مدل‌های زیادی برای ریزشناگرها ارائه شده است.^[۴] در این میان، مطالعات برای طراحی و آزمایش ریزشناگرهایی که با تغییر شکل بدن خود حرکت می‌کنند با سرعت زیادی رو به افزایش است.^[۵] شناگرهای اعداد رینولدز پایین برای حرکت، باید بر قید نظریه‌ی اسکالوپ فائق آیند.^[۳] این نظریه که توسط پارسل در سال ۱۹۷۷ تبیین شد، بیان می‌دارد که مجموعه‌ی حرکت‌های متقارن در زمان یک ریزشناگر، موجب جابه‌جایی آن نخواهد شد. بنابراین نظریه، یک صدف میکروسکوپی که با داشتن یک درجه آزادی محکوم به حرکت رفت و برگشتی متقارن در زمان است، در

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴۰۰/۰۹/۲۰، اصلاحیه ۱۴۰۱/۰۱/۱۷، پذیرش ۱۴۰۱/۰۱/۲۹.

DOI:10.24200/J40.2022.59047.1622



شکل ۱. هندسه‌ی شناگر که در آن دو لینک تلسکوپی می‌توانند باز و بسته شوند.

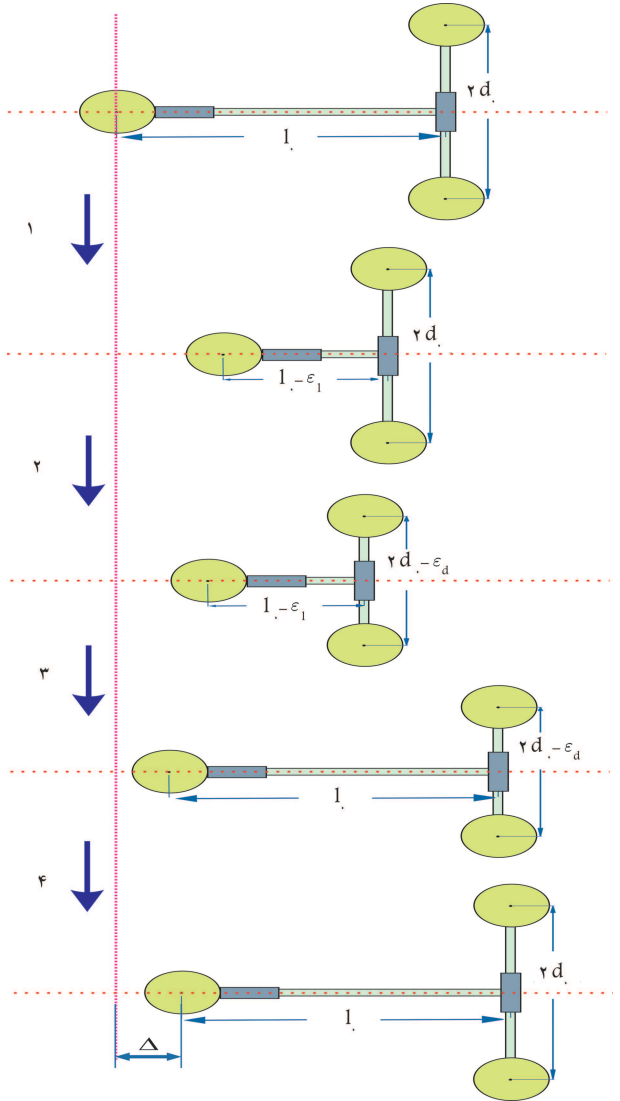
دسته‌بندی کرد. بر این اساس ریزشناگرها را می‌توان توسط نیروی شیمیایی [۲۱-۲۵] نیروهای نوری، [۲۶-۲۹] نیروهای هیدرودینامیکی ناشی از ارتعاشات، [۳۰-۳۳] نیروی الکتریکی [۳۴-۳۶] و نیروی مغناطیسی [۳۷-۴۳] به حرکت واداشت. همچنین در دسته‌ی دیگر شناگرهایی قرار دارند که دارای حرکت فورتیک هستند. [۴۴، ۴۵] این نوع حرکت که بیشتر برای ذرات کلوییدی است، به واسطه‌ی وجود گرادیانی از میدان خارجی پدید می‌آید.

در این‌جا شناگری با سه‌گویی در نظر گرفته شده است. در این شناگر، در حالی که دو کره‌ی آن با یک لینک متحرک به یکدیگر متصل شده‌اند، کره‌ی سوم با لینکی که عمود منصف لینک اول است به دو کره اول مربوط می‌شود. این شناگر می‌تواند مدلی برای ریزشناگرهایی باشد که یک طرف آنها بزرگ‌تر از طرف دیگر است. در این حالت سازوکار پیش رو را می‌توان مدل ساده شده‌ی از این موجودات در نظر گرفت. در این مطالعه نشان داده شده است که این شناگر با اجرای ترتیبی از باز و بسته کردن لینک‌های خود قادر به شنا کردن در یک خط مستقیم است. همچنین سرعت شنای آن به صورت تحلیلی محاسبه خواهد شد.

۲. توصیف چرخه‌ی حرکت و دینامیک شناگر

۱.۲. هندسه و یک سیکل کامل حرکت شناگر

همانند شکل ۱ دو کره را که با یک لینک، به طول $2d$ ، به یکدیگر متصل شده‌اند، در نظر بگیرید. این لینک موازی با محور y دستگاه مختصات xyz لخت شده است. و در طول تحقیق به آن لینک عمودی گفته می‌شود. همانند شکل ۱ کره‌ی بالایی با شماره ۳ و کره‌ی پایینی با شماره ۲ در نظر گرفته می‌شود. اکنون کره‌ی دیگری که با شماره‌ی ۱ نامگذاری شده است را طوری در نظر بگیرید که توسط لینکی، به وسط لینک دو کره‌ی دیگر متصل شده باشد؛ همچنین بر آن عمود بوده و در امتداد محور x دستگاه مختصات xyz باشد. این لینک نیز لینک افقی نامیده می‌شود. چنان که در شکل ۱ نشان داده شده است، طول این لینک l در نظر گرفته شده است. با تغییر طول لینک‌های این شناگر به صورتی که تقارن زمانی نداشته باشد و با توجه به نظریه‌ی اسکالپ، این شناگر امکان حرکت خواهد داشت. در این مطالعه، با در نظر گرفتن طول‌های $l = l_0$ و $d = d_0$ برای حالت ابتدایی شناگر، حرکات زیر برای یک چرخه‌ی کامل شناگر در نظر گرفته شده است:



شکل ۲. نمایش یک چرخه‌ی کامل حرکت شناگر که پس از انجام تغییر طول‌هایی در اندازه‌ی طول لینک‌های آن، به حالت ابتدایی خود بازمی‌گردد.

۱. در این مرحله، در حالی که طول لینک عمودی ثابت است، لینک افقی با سرعت ثابت W کاهش طول می‌دهد، تا با کاهش طول به میزان ϵ_1 به طول نهایی خود، $l_0 - \epsilon_1$ ، برسد؛
 ۲. طول لینک افقی ثابت باقی می‌ماند، اما طول لینک دیگر با سرعت ثابت W کاهش می‌یابد، تا پس از کاهش به میزان ϵ_d ، به طول نهایی خود، $d_0 - \epsilon_d$ ، برسد؛
 ۳. در حالی که طول لینک عمودی ثابت است؛ طول لینک افقی با سرعت ثابت قبل افزایش یافته تا به طول اولیه‌ی خود بازگردد؛
 ۴. همانند قبل، طول لینک عمودی افزایش یافته تا به طول اولیه‌اش بازگردد. در این مرحله، شناگر وضعیتی مشابه شروع مرحله‌ی اول خواهد داشت.
- در شکل ۲ یک سیکل کامل حرکت شناگر نشان داده شده است. همان‌گونه

۳.۲. نتایج

با حل سیستم معادلات بدست آمده در بخش قبل سرعت شناگر محاسبه و در ضمیمه ارائه شده است. پس از ساده‌سازی معادله‌ی به دست آمده برای سرعت شناگر در ضمیمه و با فرض کوچک بودن شعاع شناگر نسبت به فاصله‌ی میان کره‌ها ($a \ll l, d$)، می‌توان معادله‌ی حاصله را تنها با در نظر گرفتن جملات تا مرتبه‌ی $\frac{a}{r}$ ، ساده کرد. که در این جا $r = \sqrt{l_0^2 + 4d_0^2}$ فاصله‌ی میان کره ۱ با دو کره دیگر است (شکل ۱). همچنین با فرض کوچک بودن جابه‌جایی نسبی کره‌ها $\varepsilon l, \varepsilon d \ll l, d$ و در نظر گرفتن جملات تا مرتبه $\frac{\varepsilon l}{r}$ و $\frac{\varepsilon d}{r}$ عبارت به دست آمده را ساده می‌کنیم. با انتگرال‌گیری از سرعت شناگر، جابه‌جایی شناگر، Δ ، مطابق رابطه‌ی ۹ محاسبه می‌شود:

$$\Delta = a\varepsilon d \varepsilon l \left(\frac{1}{12d_0^2} + \frac{d_0(d_0^2 - \Delta l_0^2)}{3(d_0^2 + l_0^2)^{5/2}} \right) \quad (9)$$

یا با در نظر گرفتن α به عنوان نصف زاویه میان دو بردار r_{12} و r_{13} (شکل ۱) عبارت فوق را به صورت زیر می‌توان بازنویسی کرد:

$$\Delta = ca \left(\frac{\varepsilon d}{r} \right) \left(\frac{\varepsilon l}{r} \right), \quad c = \left(\frac{1}{12 \sin(\alpha)^2} + \frac{\sin(\alpha)^2 - \Delta \sin(\alpha) \cos(\alpha)^2}{3} \right) \quad (10)$$

با توجه به عبارت فوق سرعت شناگر به سادگی از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود.

$$V_s = \frac{W}{2(\varepsilon d + \varepsilon l)} \Delta \quad (11)$$

رابطه‌ی ۱۰ نشان می‌دهد که جابه‌جایی شناگر به صورت خطی به شعاع کره و نیز به تغییر طول هریک از لینک‌ها وابسته است. توجه کنید وابستگی خطی این پارامترها کاملاً نتیجه‌ی مشابه با شناگر خطی گلستانیان و نجفی را دارد که در مطالعات پیشین^[۲۶] چنین گزارش شده است (نماد پارامترها تغییر داده شده‌اند):

$$\Delta = \left(\frac{\gamma}{12} \right) a \left(\left(\frac{\varepsilon}{r} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{r} \right)^2 \right) \quad (12)$$

که در آن ε میزان تغییر طول لینک‌هاست. مقایسه‌ی این دو رابطه نشان می‌دهد، که تنها تفاوت در این شناگرها (زمانی که جملات تا مرتبه‌ی اول تنها در نظر گرفته شده باشند)، ضریب آنهاست. در رابطه‌ی (۱۰)، ضریب جابه‌جایی شناگر، c ، تنها تابعی از زاویه‌ی اصلی مثلث حاصل از این سه کره است. در نمودار شکل ۳ ضریب c به عنوان تابعی از زاویه‌ی α رسم شده است. چنان که مشاهده می‌شود، این تابع دو بار تغییر علامت می‌دهد. یک بار در زاویه‌ی $\alpha = 23.7^\circ$ و بار دیگر در زاویه‌ی $\alpha = 61.5^\circ$. همچنین در زاویه‌ی $\alpha = 38.7^\circ$ این ضریب به کم‌ترین میزان خود می‌رسد، که در واقع بیانگر بیشترین میزان اندازه‌ی ضریب حرکت برای حرکت در جهت عکس محورا فقی است.

یک حالت خاص زمانی رخ می‌دهد، که $\alpha = 30^\circ$ باشد. در این حالت مثلث حاصل شده، متساوی‌الاضلاع خواهد بود. در شکل ۴ نمودار جابه‌جایی شناگر برای این زاویه و حالتی که $l/a = 10$ و به ازای مقادیر $\varepsilon d = \varepsilon l = 1$ نشان داده شده است.

که مشاهده می‌شود، میزان جابه‌جایی این شناگر پس از طی یک چرخه‌ی کامل، به میزان Δ خواهد بود. در بخش بعدی این جابه‌جایی محاسبه خواهد شد.

۲.۲. سینماتیک و دینامیک

اگر بردارهای یک‌ی متناظر با هریک از محورهای مختصات xyz را با (i_1, i_2, i_3) نمایش دهیم و همچنین v_1, v_2 و v_3 بردارهای سرعت متناظر با هریک از کره‌ها باشند. آن‌گاه برای مراحل اول و سوم حرکت خواهیم داشت:

$$v_3 - v_1 = \pm W i \quad (1)$$

$$v_2 - v_1 = \pm W i \quad (2)$$

که در این روابط، سمت راست معادلات در مرحله‌ی اول منفی و در مرحله‌ی سوم مثبت خواهد بود. همچنین داریم:

$$v_3 - v_2 = \pm W j \quad (3)$$

که در روابط فوق، سمت راست معادله در فاز دوم منفی و در فاز چهارم مثبت است. با صرف نظر کردن از لختی کره‌ها و در نظر گرفتن خطی بودن معادلات استوکس حاکم بر جریان سیال، به طور کلی رابطه‌ی ۴ میان سرعت و نیروی وارد شده به هر کره برقرار است:^[۷۶]

$$v_i = \sum_{j=1}^3 G_{ij} F_j \quad (4)$$

در رابطه‌ی ۴، F_j نیروی وارد شده به کره‌ی j ام و G_{ij} تانسور اوسین است که چنین تعریف می‌شود:^[۶]

برای $i = j$

$$G_{ij} = \frac{1}{6\pi\mu a} \quad (5)$$

و برای $i \neq j$

$$G_{ij} = \frac{1}{\lambda\pi\mu} \left(\frac{I}{|r_{ij}|} + \frac{r_{ij} \otimes r_{ij}}{|r_{ij}|^3} \right) \quad (6)$$

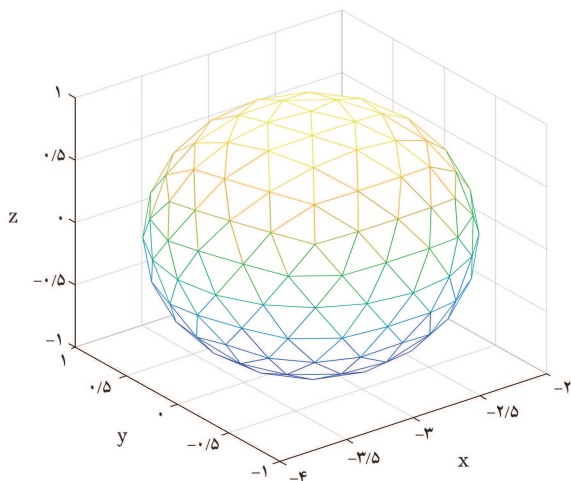
که در آن، μ ضریب لزجت سیال و r_{ij} بردار مکان متصل‌کننده‌ی مرکز کره i ام به کره j ام است و چنین محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} r_{12} &= -r_{21} = li - dj \\ r_{13} &= -r_{31} = li + dj \\ r_{23} &= -r_{32} = 2dj \end{aligned} \quad (7)$$

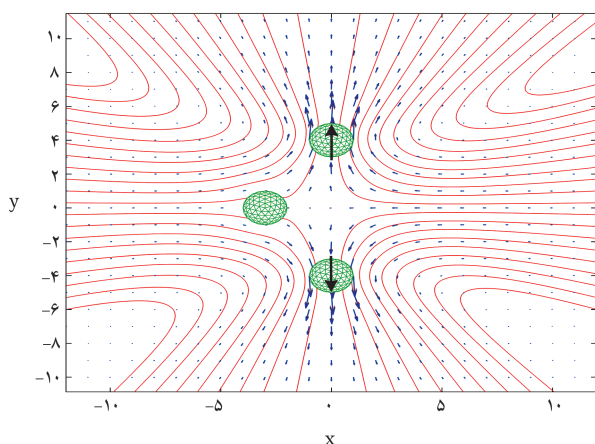
با توجه به این که جرم شناگر ناچیز است، مجموع نیروهای داخلی آن باید صفر باشد.^[۶] به عبارتی دیگر داریم:

$$\sum_{j=1}^3 F_j = 0 \quad (8)$$

معادلات ۱ تا ۸ یک سیستم معادلات خطی را تشکیل می‌دهند که با حل آنها می‌توان سرعت شناگر را به دست آورد.



شکل ۵. نمایی از مش بندی مثلثی کره. به دلیل تعداد بالای المان‌ها، شکل نهایی بسیار مشابه کره است.

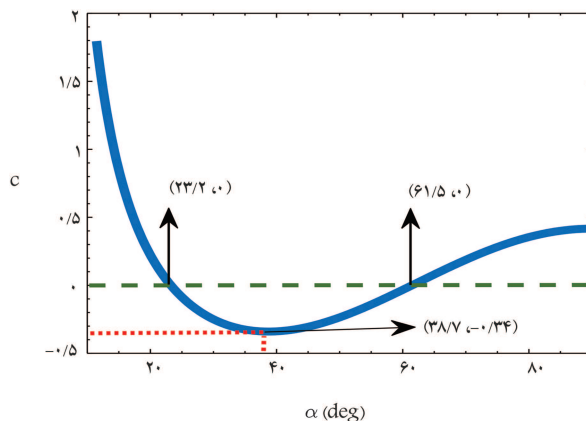


شکل ۶. میدان جریان و سرعت شناگر در فاز چهارم. فلش‌های آبی رنگ بیانگر بردارهای سرعت هستند و فلش‌های مشکی رنگ جهت حرکت دو کره را نشان می‌دهند.

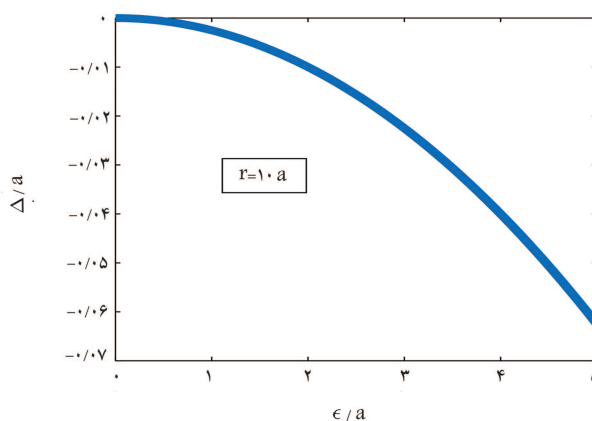
شکل ۵ نمایی از مش بندی کره را نشان می‌دهد. در سطح هر مثلث تنش وارد به سطح ثابت فرض شده است. توجه داشته باشید که با توجه به برگشت پذیر بودن رژیم استوکس (یا خطی بودن معادلات استوکس)، خطوط جریان در دو فاز اول و سوم و همچنین دو فاز دوم و چهارم دارای روند یکسانی خواهد بود و تنها جهات بردار سرعت متفاوت است. بنابراین برای یافتن ماهیت شناگر تنها کافی است میدان سرعت و جریان در دو فاز بررسی شود. در شکل ۶ میدان سرعت در فاز چهارم، و در شکل ۷ میدان سرعت در فاز اول نشان داده شده است.

چنان که در شکل ۶ پیداست، سیال از جلو و عقب شناگر به سمت شناگر مکیده می‌شود؛ سپس از دو سمت شناگر سیال به خارج از شناگر رانده شده است. بنابراین در فاز چهارم شناگر از نوع پولر است. به همین ترتیب چنان که توضیح داده شد تنها جهت بردارها در فاز دوم متفاوت خواهد بود و در این فاز نیز شناگر از نوع پولر می‌شود.

شکل ۷ حالت پیچیده تری را برای فاز اول نشان می‌دهد. چنان که مشاهده می‌شود، در این حالت میدان حاصل مطابق هیچ کدام از تعاریف پوشرو و پولر نیست و در این حالت شناگر خنثی خواهد بود. متعاقباً شناگر در فاز سوم نیز خنثی خواهد بود.



شکل ۳. ضریب جابه جایی شناگر، C ، برحسب نصف متغیر زاویه‌ی اصلی مثلث حاصل از سه کره، α در این جا برای نمایش بهتر واحد زاویه از رادیان به درجه تغییر داده شده است.



شکل ۴. جابه جایی شناگر برحسب میزان تغییر طول لینک بدنه‌ی آن.

۳. ماهیت شناگر: پوشرو یا پولر؟

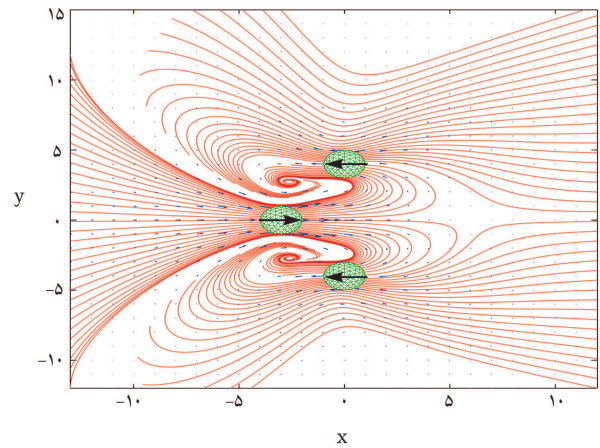
ریزاندامگان و ریزشناگرها بر اساس سازوکار پیشرانندگی خود می‌توانند از نوع پوشرو، پولر یا خنثی باشند،^[۴۷،۴۶] این موضوع بدان جهت حائز اهمیت است که در بسیاری از موارد مشاهده‌ی مستقیم سازوکار حرکتی ریزشناگرها ممکن نیست و با شناخت جریان حاصل از آنها می‌توان به ماهیت نوع حرکت آنها و اطلاعاتی درباره‌ی شناگر دست یافت. به عنوان مثال باکتری‌ها از دو قسمت اصلی تشکیل شده‌اند: تازک و بدنه‌ی کره‌یی شکل. تازک آنها با چرخش خود سیال را به عقب پمپ می‌کند. در عین حال نیرویی برابر با نیروی تولید شده توسط تازک از طرف سیال به بدنه آنها وارد می‌شود و در نتیجه، بدنه‌ی باکتری سیال را به جلو می‌راند. در این مثال سیال از دو طرف شناگر وارد شده و به عقب و جلو پمپ می‌شود، به همین دلیل به این نوع شناگر پوشر گفته می‌شود. اگر سیال از دو طرف شناگر خارج شده و از عقب و جلو مکیده شود، به شناگر پولر گفته می‌شود. این موضوع برای شناگرهای مختلف، مانند شناگر خطی سه کره، توضیح داده شده است.^[۴۸] در این جا برای مشخص کردن ماهیت این شناگر نیاز است که به جریان ایجاد شده در اطراف آن در هر فاز بنگریم. برای یافتن میدان جریان و سرعت شناگر، از روش المان مرزی محدود استفاده می‌کنیم.^[۵۰،۴۹] در این جا هر کره را با 32° المان سطحی مدل سازی می‌کنیم. همچنین هر المان به صورت مثلثی مرتبه اول در نظر گرفته شده است.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک حالت متفاوت از حرکات سه کره در نظر گرفته شد و سرعت آن محاسبه شد. این حالت می‌تواند مدلی برای موجوداتی با یک سر بزرگ‌تر باشد که تغییر شکل می‌دهد.

نتایج نشان می‌دهد که رابطه‌ی میان حرکت هر یک از لینک‌های شناگر و جابه‌جایی کلی شناگر، همانند شناگر سه‌کره، خطی است. همچنین نشان داده شد که با توجه به زاویه‌ی مثلث حاصل از سه کره، شناگر دارای ضریب سرعتی است که این ضریب برای مقداری از زاویه‌ی مثلث (۷۷ درجه) بهینه است. همچنین این ضریب نشان می‌دهد که با توجه به زاویه‌ی در نظر گرفته شده برای آرایش این سه کره، شناگر ممکن است به جلو یا عقب حرکت کند.

در انتها با بررسی خطوط جریان و سرعت این شناگر، مشخص شد که شناگر در دو فاز (اول و سوم) خنثی و در دو فاز دیگر (دوم و چهارم) پوشریا پولر است.



شکل ۷. میدان جریان و سرعت شناگر در فاز اول. فلش‌های آبی رنگ بیانگر بردارهای سرعت هستند و فلش‌های مشکی رنگ جهت حرکت سه کره را نشان می‌دهند.

منابع (References)

- Ghanbari, A. "Bioinspired reorientation strategies for application in micro/nanorobotic control", *Journal of Micro-Bio Robotics*, **16**(2), pp. 173-197 (2020).
- Elgeti, J., Winkler, R. and Gompper, G. "Physics of microswimmers-single particle motion and collective behavior: a review", *Reports on Progress in Physics*, **78**(5), p. 056601 (2015).
- Purcell, E. "Life at low Reynolds number", *American Journal of Physics*, **45**(1), pp. 3-11 (1977).
- Peyer, K.E., Zhang, L. and Nelson, B.J. "Bio-inspired magnetic swimming microrobots for biomedical applications", *Nanoscale*, **5**(4), pp. 1259-1272 (2013).
- Wang, W., Chiang, T.Y., Velegol, D. and et al. "Understanding the efficiency of autonomous nano-and microscale motors", *Journal of the American Chemical Society*, **135**(28), pp. 10557-10565 (2013).
- Lauga, E. and Powers, T. "The hydrodynamics of swimming microorganisms", *Reports On Progress In Physics*, **72**(9), p. 096601 (2009).
- Najafi, A. and Golestanian, R. "Simple swimmer at low reynolds number: three linked spheres", *Physical Review E*, **69**(6), p.062901 (2004).
- Becker, L, Koehler, S. and Stone, H. "On self-propulsion of micro-machines at low reynolds number: purcells three-link swimmer", *Journal of Fluid Mechanics*, **490**, pp. 15-35 (2003).
- Avron, J., Gat, O. and Kenneth, O. "Optimal swimming at low reynolds numbers", *Physical Review Letters*, **93**(18), p.186001 (2004).
- Tam, D. and Hosoi, A. "Optimal stroke patterns for purcell's three-link swimmer", *Physical Review Letters*, **98**(6), p.068105 (2007).
- Alouges, F., DeSimone, A., Giraldi, L. and et al. "Self-propulsion of slender micro-swimmers by curvature control: N-link swimmers", *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **56**, pp. 132-141 (2013).
- Alouges, F., DeSimone, A. and Lefebvre, A. "Optimal strokes for axisymmetric microswimmers", *The European Physical Journal E*, **28**(3), pp. 279-284 (2009). Available: 10.1140/epje/i2008-10406-4.
- Elder, B., Zou, Z., Ghosh, S. and et al. "A 3D printed self-learning three linked- sphere robot for autonomous confined- space navigation", *Advanced Intelligent Systems*, **3**(9), p.2100039 (2021).
- Avron, J., Kenneth, O. and Oaknin, D "Pushmepullyou: an efficient micro-swimmer", *New Journal of Physics*, **7**, pp. 234-234 (2005).
- Ledesma-Aguilar, R., Löwen, H. and Yeomans, J. "A circle swimmer at low Reynolds number", *The European Physical Journal E*, **35**(8), (2012). Available: 10.1140/epje/i2012-12070-5.
- Nasouri, B., Khot, A. and Elfring, G.J. "Elastic two-sphere swimmer in stokes flow", *Physical Review Fluids*, **2**(4), p.043101 (2017).
- Wischnewski, C. and Kierfeld, J. "Snapping elastic disks as microswimmers: swimming at low reynolds numbers by shape hysteresis", *Soft Matter*, **16**(30), pp. 7088-7102 (2020).
- Jalali, M., Alam, M. and Mousavi, S. "Versatile low-reynolds-number swimmer with three-dimensional maneuverability", *Physical Review E*, **90**(5) (2014).

19. Rizvi, M., Farutin, A. and Misbah, C. "Three-bead steering microswimmers", *Physical Review E*, **97**(2), p.023102 (2018).
20. Alouges, F., DeSimone, A., Heltai, L. and et al. "Optimally swimming stokesian robots", *Discrete & Continuous Dynamical Systems - B*, **18**(5), pp. 1189-1215 (2013).
21. Jiang, H.R., Yoshinaga, N. and Sano, M. "Active motion of a janus particle by self-thermophoresis in a defocused laser beam", *Physical Review Letters*, **105**(26), p.268302 (2010).
22. Fattah, Z., Loget, G., Lapeyre, V. and et al. "Straightforward single-step generation of microswimmers by bipolar electrochemistry", *Electrochimica Acta*, **56**(28), pp. 10562-10566 (2011).
23. Thutupalli, S., Seemann, R. and Herminghaus, S. "Swarming behavior of simple model squirmers", *New Journal of Physics*, **13**(7), p.073021 (2011).
24. Lugli, F., Brini, E. and Zerbetto, F. "Shape governs the motion of chemically propelled janus swimmers", *The Journal of Physical Chemistry C*, **116**(1), pp. 592-598 (2011). <https://DOI.org/10.1021/jp205018u>.
25. Sentic, M., Loget, G., Manojlovic, D. and et al. "Light-emitting electrochemical "Swimmers"", *Angewandte Chemie*, **124**(45), pp. 11446-11450 (2012).
26. Leoni, M., Kotar, J., Bassetti, B. and et al. "A basic swimmer at low reynolds number", *Soft Matter*, **5**(2), pp. 472-476 (2009).
27. Li, J., Liu, W., Li, T. and et al. "Swimming microrobot optical nanoscopy", *Nano Letters*, **16**(10), pp. 6604-6609 (2016).
28. Chen, Y., Yang, H., Li, M. and et al. "3D- printed light-driven microswimmer with built- in micromotors", *Advanced Materials Technologies*, 2100687 (2021).
29. Kadiri, V.M., Günther, J.P., Kottapalli, S.N. and et al. "Light- and magnetically actuated FePt microswimmers", *The European Physical Journal E*, **44**(6), pp.1-11 (2021).
30. Morita, T., Omori, T. and Ishikawa, T. "Biaxial fluid oscillations can propel a microcapsule swimmer in an arbitrary direction", *Physical Review E*, **98**(6), p.063102 (2018).
31. Jo, I., Huang, Y., Zimmermann, W. and et al. "Passive swimming in viscous oscillatory flows", *Physical Review E*, **94**(6), p.063116 (2016).
32. Vladimirov, V.A. "Dumbbell micro-robot driven by flow oscillations", *Journal of Fluid Mechanics*, **717**, (2013). <https://DOI.org/10.1017/jfm.2013.30>
33. Ishikawa, T. and Vladimirov, V.A. "A stepping micro-robot controlled by flow oscillations", *Journal of Fluids Engineering*, **137**(8), p.084501 (2015).
34. Chang, S.T., Paunov, V.N., Petsev, D.N. and et al. "Remotely powered self-propelling particles and micropumps based on miniature diodes", *Nature Materials*, **6**(3), 235-240 (2007).
35. Kwon, G.H., Park, J.Y., Kim, J.Y. and et al. "Biomimetic soft multifunctional miniature aquabots", *Small*, **4**(12), pp. 2148-2153 (2008).
36. Loget, G. and Kuhn, A. "Electric field-induced chemical locomotion of conducting objects", *Nature Communications*, **2**(1) (2011).
37. Tierno, P., Golestanian, R., Pagonabarraga, I. and et al. "Magnetically actuated colloidal microswimmers", *The Journal of Physical Chemistry B*, **112**(51), pp. 16525-16528 (2008).
38. Cheang, U.K., Roy, D., Lee, J.H. and et al. "Fabrication and magnetic control of bacteria-inspired robotic microswimmers", *Applied Physics Letters*, **97**(21), p.213704 (2010).
39. Snezhko, A. and Aranson, I.S. "Magnetic manipulation of self-assembled colloidal asters", *Nature Materials*, **10**(9), pp. 698-703 (2011).
40. Yang, R., Zhu, S., Zhang, L. and et al. "Magnetic microswimmers with infrared- induced shape transformation", *Micro & Nano Letters*, **16**(12), pp. 582-590 (2021).
41. Shi, X., Liu, J., Kong, Y. and et al. "A Strain- engineered helical structure as a self- adaptive magnetic microswimmer", *ChemNanoMat*, **7**(6), pp. 607-612 (2021).
42. Celi, N., Gong, D. and Cai, J. "Artificial flexible sperm-like nanorobot based on self-assembly and its bidirectional propulsion in precessing magnetic fields", *Scientific Reports*, **11**(1), pp.1-11 (2021).
43. Giltinan, J., Sridhar, V., Bozuyuk, U. and et al. "3D Microprinting of iron platinum nanoparticle- based magnetic mobile microrobots", *Advanced Intelligent Systems*, **3**(1), 2170012 (2021).
44. De Buyl, P. and Kapral, R. "Phoretic self-propulsion: a mesoscopic description of reaction dynamics that powers motion", *Nanoscale*, **5**(4), pp.1337-1344 (2013).
45. Golestanian, R., Liverpool, T.B. and Ajdari, A. "Designing phoretic micro- and nano-swimmers", *New Journal of Physics*, **9**(5), p.126 (2007).
46. Earl, D., Pooley, C., Ryder, J. and et al. "Modeling microscopic swimmers at low Reynolds number", *The Journal of Chemical Physics*, **126**(6), p. 064703 (2007).
47. Daddi-moussa-ider, A., nasouri, B., vilfan, A. and et al. "Optimal swimmers can be pullers, pushers or neutral depending on the shape", *Journal of Fluid Mechanics*, **922**, (2021). R5. DOI:10.1017/jfm.2021.562.
48. Pande, J. and Smith, A.S. "Forces and shapes as determinants of micro-swimming: effect on synchronisation and the utilisation of drag", *Soft Matter*, **11**(12), pp. 2364-2371 (2015).
49. Pozrikidis, C., *A Practical Guide To Boundary Element Methods With The Software Library BEMLIB*. CRC Press (2002).
50. Pozrikidis, C., *Boundary Integral and Singularity Methods For Linearized Viscous Flow*, Cambridge University Press (1992).

با حل معادلات ۱ تا ۸ سرعت شناگر، \dot{V} ، در هر لحظه چنین محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -W(2(24ad(d^t + l^t))^r \\ & - 18a^t d^r (d^t + l^t)^{(r/2)} \\ & - 36a^t d^0 l - 32d^t (d^t + l^t)^r \\ & - 72a^t d^r l^r + 36a^t d^r l^t + 24ad^t (d^t + l^t)^{(r/2)} \\ & + 24ad^r l (d^t + l^t)^{(r/2)} \\ & + 48ad^t l^t (d^t + l^t)^{(r/2)} - 36a^t dl^t (d^t + l^t)^{(r/2)} \\ & + 9a^t d^t l (d^t + l^t)^{(r/2)}) \\ & / (3(d^t + l^t)^r (2 \circ ad + 3a^t - 32d^t - (24a^t d^r) \\ & / (d^t + l^t)^{(r/2)} + (32ad^r) \\ & / (d^t + l^t)^{(r/2)} + (64ad^t l^t) / (d^t + l^t)^{(r/2)} \\ & - (48a^t dl^t) / (d^t + l^t)^{(r/2)} \\ & + (24a^t d^r l^t) / (d^t + l^t)^r)) \end{aligned}$$