

# تحلیل عددی و تجربی اثر ناهمسانگردی و سه‌محوره‌ی تنش بر کرنش شکست

پارمیدا عابدینی منش (کارشناس ارشد)

فراز حضی‌نیا (کارشناسی ارشد)

مهدی گنجیانی\* (دانشیار)

پردیس دانشکده‌های فنی، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران

مهندسی مکانیک شریف (بهار ۱۴۰۲)  
دوره‌ی ۳-۳۹، شماره‌ی ۱، ص. ۲۷-۳۴ (پژوهشی)

در این مقاله تأثیر سه‌محوره‌ی تنش و همچنین ناهمسانگردی بر کرنش شکست آلومینیوم ۱۱۰۰ بررسی می‌شود. ابتدا نمونه‌هایی با هندسه‌های متفاوت به منظور دست‌یابی به سه‌محوره‌ی تنش متفاوت ساخته شد. این نمونه‌ها شامل نمونه‌ی استاندارد، شیاردار و برشی هستند. برای ارزیابی ناهمسانگردی، نمونه‌هایی با زاویه‌های مختلف نسبت به راستای نورد تهیه شد. آزمایش کشش تک‌محوره تا لحظه‌ی شکست روی همه نمونه‌ها انجام گرفت. برای به دست آوردن کرنش‌های شکست، از روش پیشنهادی جدید و کم‌هزینه استفاده شد. برای نمونه‌ی استاندارد و نمونه‌ی شیاردار، کرنش شکست با استفاده از تغییرات سطح مقطع و در نمونه‌ی برشی، تغییرات شعاع شیار برای اندازه‌گیری کرنش پیشنهاد شد. برای به دست آوردن سه‌محوره‌ی تنش، از مدل‌سازی آزمایش‌ها در نرم‌افزار آباکوس، استفاده شد. مقایسه‌ی نتایج تجربی و شبیه‌سازی نشانگر دقت زیاد (بیشینه‌ی خطا: ۱۱/۱٪) در اندازه‌گیری کرنش شکست است. همچنین وابستگی غیرخطی کرنش شکست به سه‌محوره‌ی تنش به‌خوبی به دست آمده است.

واژگان کلیدی: کرنش شکست، سه‌محوره‌ی تنش، ناهمسانگردی، آلومینیوم

۱۱۰۰

parmida.abedini@ut.ac.ir  
faraz.hazinia1367@ut.ac.ir  
ganjiani@ut.ac.ir

## ۱. مقدمه

و به این نتیجه رسیدند که شکل‌پذیری ماده به سه‌محوره‌ی تنش وابسته است و از طرفی دریافتند که این وابستگی برای مواد آهنی دارای بیشترین مقدار و برای مواد آلومینیومی دارای کم‌ترین مقدار است. همچنین انجام آزمایش تجربی روی آلومینیوم ۲۰۲۴، به منظور بررسی ناهمسانگردی ورق<sup>[۱]</sup>، نشان داد که ناهمسانگردی تأثیر قابل توجهی بر نتایج شبیه‌سازی دارد. در بررسی دیگری، تأثیر سه‌محوره‌ی تنش بر نرخ کرنش نمونه‌های شیاردار بررسی شد.<sup>[۲]</sup> آزمون کشش با استفاده از روش همبستگی تصاویر دیجیتالی روی آلومینیوم نیز انجام شد<sup>[۳]</sup> و تأثیر ناهمسانگردی بر خواص ماده مورد بررسی قرار گرفت.

اما در سال‌های اخیر محققان بسیاری معیار شکست وابسته به سه‌محوره‌ی تنش را مورد مطالعه قرار داده‌اند؛ از جمله، بررسی مدل گرسون<sup>[۴]</sup>، که توجه ویژه‌ی به اثر تداخل و سه‌محوره‌ی تنش دارد. می‌دانیم به هنگام کشیده شدن مواد، شکستگی و انعطاف‌پذیری در ماده به راحتی ظاهر می‌شود. از این رو درک عمیق این موضوع برای طراحان مهم است. بنابراین اندازه‌گیری کرنش شکست در سه‌محوره‌ی تنش و نرخ کرنش نیاز به طراحی نمونه‌های گسترده‌ی دارد. بدین منظور، بررسی اثرات

دانش کافی از فرایندها و خواص مواد - به خصوص در رابطه با موضوع شکست که امروزه مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است - برای پیشگیری از به وجود آمدن خطای احتمالی بسیار اهمیت دارد. از جمله موارد با اهمیت در فرایندهای بارگذاری و شکل‌دهی شکست، وجود ناهمسانگردی صفحه‌ی در بیشتر فرایندهاست. به همین دلیل استفاده از نرم‌افزارهای شبیه‌سازی به منظور کاهش هزینه‌های طراحی و بررسی مکان و محل شکست در این نرم‌افزارها بسیار حائز اهمیت است. همچنین مطالعه در خصوص کرنش شکست، تأثیر کرنش شکست بر تنش، نرخ کرنش، شکل‌دهی ورقه‌های فلزی و میزان ناهمسانگردی ورق مورد توجه قرار گرفته است. از طرفی بررسی رفتار ناهمسانگرد در نواحی مختلف ورق یکی از عوامل مهم در تحقیقات به شمار می‌رود. به طور مثال محققان با انجام آزمایش کشش روی نمونه‌های برشی با جنس فلزهای رایج آهن، فولاد و آلومینیوم، کرنش شکست را اندازه‌گیری کردند<sup>[۱]</sup>

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴۰۰/۱۲/۲۴، اصلاحیه ۱۴۰۱/۴/۱۸، پذیرش ۱۴۰۱/۵/۲۳

DOI:10.24200/J40.2022.60374.1640

استناد به این مقاله:

عابدینی‌منش، پارمیدا، حضی‌نیا، فراز و گنجیانی، مهدی (۱۴۰۲). «تحلیل عددی و تجربی اثر ناهمسانگردی و سه‌محوره‌ی تنش بر کرنش شکست»، مهندسی مکانیک شریف، ۳۴-۲۷ (۱) ۳۹-۳۹.

## ۲.۲. سهم محورهی تنش

سهم محورهی تنش یک پارامتر کمی برای ارزیابی محدودیت تنش است. این پارامتر عامل مهمی برای حالت شکست ماده است<sup>[۱۳]</sup>، که در یک فرایند بارگذاری بر ماده وارد می‌شود. یکی از راه‌های ارائه شده برای بررسی اثر سهم محورهی تنش روی کرنش شکست ماده توسط بریدجمن ارائه شده است. به عبارتی سهم محورهی تنش نسبت تنش هیدرواستاتیک به تنش وون میززا<sup>۱</sup> است. سهم محورهی تنش تأثیر به‌سزایی بر میزان تحمل کرنش خمیری یک ماده قبل از شکست نرم دارد. به منظور دست‌یابی به سهم محورهی تنش گوناگون، از نمونه‌های مقطع گرد استفاده می‌شود. مقطع میانی این نمونه‌ها با شعاع‌های متفاوتی شیار زده می‌شود. در این شرایط نمونه‌ها تحت آزمایش کشش تک‌محوره قرار می‌گیرند و به دلیل تمرکز تنش در قسمت میانی، شکست در همین منطقه رخ می‌دهد. در این حالت می‌توان سهم محورهی تنش وارد به مرکز هر کدام از نمونه‌ها را مطابق رابطه‌ی ۲ محاسبه کرد:<sup>[۱۴]</sup>

$$\eta = \frac{1}{3} + \ln \left( 1 + \frac{a}{rR} \right) \quad (2)$$

که در آن  $a$  شعاع سطح مقطع نمونه در قسمت شیاردار و  $R$  شعاع شیار ایجاد شده روی نمونه است و مقدار کرنش شکست در نمونه‌های شیاردار نیز از رابطه‌ی ۳ محاسبه می‌شود:

$$\varepsilon_f = 2 \ln \frac{a}{a_f} \quad (3)$$

که در آن،  $a_f$  شعاع سطح مقطع در لحظه‌ی شکست و  $\varepsilon_f$  کرنش شکست ماده است. به‌طور کلی مقدار سهم محورهی تنش وارد بر ماده نیز مطابق رابطه‌ی ۴ تعریف می‌شود:

$$\eta = \frac{\sigma_m}{\sigma_{eq}} \quad (4)$$

$\eta$  سهم محورهی تنش است و  $\sigma_m$  و  $\sigma_{eq}$  نیز به ترتیب تنش هیدرواستاتیک و تنش معادل وون میززا هستند که هر کدام مطابق رابطه‌های ۵ و ۶ محاسبه می‌شود:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (5)$$

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]} \quad (6)$$

در بارگذاری تک‌محوره، تنش در یک راستا به ماده اعمال می‌شود و در دو راستای دیگر برابر با صفر است؛ در نتیجه مقدار سهم محورهی تنش برابر یک‌سوم خواهد بود. اما در بارگذاری‌های پیچیده‌تر، بسته به نوع بارگذاری، مقدار سهم محورهی تنش متفاوت خواهد بود. این مقدار تنش در شرایط اعمال تنش‌های فشاری به ماده می‌تواند منفی نیز باشد. با توجه به تحقیق‌های پیشین در رابطه با شکست مواد نرم، میزان کرنش ایجاد شده در ماده در طول فرایند بارگذاری تا لحظه‌ی شکست، تابع مقدار سهم محورهی تنش است.

## ۳.۲. ناهمسانگردی

ناهمسانگردی در شکل‌دهی ورق‌ها نقش اساسی دارد زیرا، مطالعه‌های انجام شده توسط محققان بیان می‌کند که فرض رفتار همسانگرد برای ورق‌های فلزی برای پیش‌بینی کرانه‌های بالا و پایین میزان برگشت‌پذیری، مناسب نیست.<sup>[۱۵]</sup> همچنین پیش‌بینی درست برگشت‌پذیری و طراحی مناسب در حال توسعه و پیشرفت است.<sup>[۱۶]</sup>

سهم محورهی تنش و نرخ کرنش بر کرنش شکست  $Ti6Al4V$  نشان داد<sup>[۱۶]</sup>، که کرنش شکستگی با افزایش سهم محورهی تنش یا نرخ کرنش، کاهش می‌یابد. در خصوص تأثیر پارامترهای تغییر شکل و سهم محورهی تنش بر رفتارهای شکستگی و تکامل ریزساختاری یک آلیاژ  $Al-Zn-Mg-Cu$  مطالعاتی انجام شده<sup>[۱۷]</sup> و پس از انجام آزمایش‌ها، منحنی‌های نیرو-جاب‌جایی، مشاهده‌ی ریزساختار و شبیه‌سازی عددی، پارامترهای تأثیر سهم محورهی تنش بر تغییر شکل و رفتارهای شکست مواد را مورد بحث قرار دادند و به این نتیجه رسیدند که نرخ کرنش کم یا سهم محورهی تنش بالا به راحتی باعث ایجاد میکروتک‌ها می‌شود؛ این میکروتک‌ها سبب تسریع شکست ماده است. محققان بعدی با مطالعه‌ی تکامل تغییر شکل و رفتارهای شکست تیتانیوم خالص در سهم محورهی تنش مختلف<sup>[۱۸]</sup> به این نتیجه رسیدند که برای شرایط بارگذاری کششی، سهم محورهی تنش بالاتر وجود دارد که باعث تسریع رشد حفره‌های کوچک می‌شود و نهایتاً این امر سبب کاهش کرنش شکست می‌شود. با تحقیق پیرامون اثر ترکیبی حالت تنش و نرخ کرنش بر تغییر شکل و رفتار شکست ورق فولادی<sup>[۱۹]</sup> این نتیجه حاصل شد که با افزایش نرخ کرنش، شکست تحت سهم محورهی تنش کم‌تر خواهد شد. همچنین مطالعه‌ی سهم محورهی تنش در ورق‌های فلزی ناهمسانگرد در دو نمونه‌ی برشی و شیاردار<sup>[۱۹]</sup> نشان داد که برای نمونه‌های برشی، سهم محورهی تنش و معیار تسلیم مواد نسبتاً متوسط است. بررسی خواص مکانیکی و دینامیکی و نیز معیارهای شکست آلومینیوم ۶۰۶۱ نیز نشان داد که کرنش شکست آلومینیوم ۶۰۶۱ با افزایش سهم محورهی تنش کاهش می‌یابد و نرخ کرنش تأثیر معنی‌داری بر کرنش شکست ندارد.<sup>[۱۱]</sup>

در این مقاله، با انجام آزمایش کشش روی نمونه‌های متقارن محوری صاف و شیاردار، تأثیر سهم محورهی تنش و ناهمسانگردی بر کرنش شکست بررسی شده است. همچنین برای به دست آوردن کرنش‌های شکست در سهم محورهی تنش مختلف، روش جدیدی پیشنهاد شده که نسبت به روش‌های قبلی کارآمدتر و کم‌هزینه‌تر است؛ چرا که روش‌هایی نظیر پردازش تصویری دیجیتال از جمله روش‌های پرهزینه‌اند. این بررسی‌ها بر روی آلومینیوم ۱۱۰۰ انجام شده و در آخر برای ارزیابی نتایج تجربی، شبیه‌سازی آزمون‌ها به کمک تحلیل المان محدود در محیط آباکوس صورت گرفته و به کمک آن، نتایج عددی و نتایج حاصل از آزمایش تجربی در شرایط بارگذاری یکسان مقایسه شده است.

## ۲. مفاهیم نظری

### ۱.۲. کرنش شکست

با پیدایش و گسترش علم مکانیک شکست، توجه به روش‌های مختلف برای به دست آوردن خواص مواد گسترش یافته است. از این رو مقدار کرنش شکست مواد نقش پررنگی به خود گرفته است. کرنش شکست به مقدار کرنشی گفته می‌شود که یک ماده‌ی تحت تنش تا لحظه‌ی شکست و پارگی تحمل می‌کند. این کرنش در همه‌ی جهت‌ها به ماده وارد می‌شود. در نتیجه می‌توان کرنش‌های اصلی ایجاد شده را به صورت معادله‌ی ۱ بیان و مقدار آن را محاسبه کرد:

$$\varepsilon_f = \sqrt{\frac{2}{3}(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2)} \quad (1)$$

در این رابطه  $\varepsilon_f$  کرنش معادل ماده و  $\varepsilon_1$ ،  $\varepsilon_2$  و  $\varepsilon_3$  کرنش‌های اصلی ایجاد شده در ماده در لحظه‌ی شکست هستند.

ورق باشد.<sup>[۲۱]</sup> میزان تغییرات ناهمسانگردی عمودی به نسبت راستای غلتک کاری از طریق رابطه‌ی ۱۳ تعیین می‌شود:

$$\Delta r = \frac{r_0 + r_{90} - 2r_{45}}{4} \quad (13)$$

که در آن  $\Delta r$  به عنوان ناهمسانگردی صفحه‌یی<sup>۲</sup> شناخته می‌شود. برای بیان رفتار مواد ناهمسانگرد، معادلات ساختاری مختلفی معرفی شده‌اند. در میان این معادلات، معادله درجه دو هیل به عنوان سطح تسلیم، از عمومیت بیشتری برخوردار است و ثوابت آن به آسانی با انجام آزمون کشش قابل محاسبه است. معیار تسلیم ناهمسانگرد درجه دو<sup>۳</sup> پیشنهادی به صورت رابطه‌ی ۱۴ است:<sup>[۲۲]</sup>

$$\begin{aligned} 2\varphi(\sigma_{ij}) &= F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + \\ H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 &+ 2L\sigma_{12}^2 + \\ 2M\sigma_{21}^2 + 2N\sigma_{13}^2 &= 1 \end{aligned} \quad (14)$$

معیار هیل دارای شش متغیر برای ناهمسانگردی است که از آزمایش کشش به دست می‌آیند.<sup>[۲۳، ۲۲]</sup> ضرایب  $F, G, H, L, M, N$  نیز به ضرایب هیل<sup>۴</sup> معروف‌اند که مطابق روابط ۱۵ تا ۱۸ محاسبه می‌شوند:

$$F = \frac{2r_0}{r_{90}(1+r_0)} \quad (15)$$

$$G = \frac{2}{1+r_0} \quad (16)$$

$$H = \frac{2r_0}{1+r_0} \quad (17)$$

$$L = M = N = (F + G)(r_{45} + 0.5) \quad (18)$$

لازم به ذکر است که ضریب ناهمسانگردی مطابق با استاندارد، قبل از نیروی بیشینه تعیین می‌شود.<sup>[۲۴]</sup>

### ۳. ساخت نمونه‌ها

آلومینیوم، از نظر فراوانی، دومین عنصر روی زمین بعد از اکسیژن است که در کاربردهای مهندسی از اوایل قرن ۱۹ با سایر فلزها رقابت کرده و دارای صرفه‌ی اقتصادی است. این فلز از محبوبیت به‌سزایی در بین صنعتگران برخوردار است. زیرا که این ورق از پرکاربردترین‌ها در صنعت است. به عنوان مثال مهندسیین سازه در صنایع هوا فضا با مسئله کاهش وزن بدون کاهش استحکام و سختی سازه مواجه هستند این یعنی این که سازه باید سبک اما در عین حال دارای استحکام بالا باشد که آلومینیوم دارای این ویژگی منحصر است. در نتیجه، آلومینیوم می‌تواند بر روند رو به رشد تولید و استفاده از مواد جدید به شدت تأثیرگذار باشد. بنا به همین دلایل در این مقاله از ورق آلومینیوم از نوع آلومینیوم تجاری ۱۱۰۰ با ابعاد ورق ۱ متر در ۲ متر و ضخامت ۱/۵ میلی‌متر اختیار شد.

هدف اصلی در این مقاله، تعیین میزان کرنش شکست و ناهمسانگردی است. در این بخش با توجه به ماهیت مسئله و با توجه به بررسی تحقیقات پیشین، موارد زیر به عنوان پارامترهای اصلی تحقیق مد نظر قرار گرفته و نمونه‌ها با ابعاد ذکر شده بر اساس استاندارد<sup>۵</sup> انتخاب شده‌اند.<sup>[۴]</sup> در شکل ۱ ابعاد و هندسه‌ی نمونه‌ها پیش و پس از آزمون کشش استاندارد نشان داده شده است.

به همین دلیل اکثر ورق‌های فلزی که تحت عملیات نورد قرار می‌گیرند باید مورد بررسی قرار گیرند زیرا خواص مکانیکی آنها به راستاهای کریستالی وابسته خواهند بود و با تغییر در راستای آنها نسبت به راستای نورد نیز تغییر پیدا خواهد کرد. با انجام این فرایند بر روی فلز، کریستال‌ها در راستای بزرگ‌ترین کرنش اعمال شده، کشیده می‌شوند. از این رو با ایجاد تغییر شکل خمیری در ماده شرایط همسانگردی به حالت ناهمسانگردی تبدیل می‌شود.<sup>[۱۷]</sup> به دلیل وجود ساختار کریستالی و مشخصه‌های فرایند غلتک‌کاری عموماً صفحه‌های فلزی رفتار ناهمسانگرد مخصوص به خود را نشان می‌دهند.<sup>[۱۸]</sup>

اعمال درست و مؤثر رفتار ناهمسانگردی در نواحی مختلف ورق حائز اهمیت است و باید بر اساس نتایج تحلیل، این خواص به درستی انتخاب شود. بسته به میزان ناهمسانگردی، بسیاری از مشخصه‌های تغییرشکل همانند سطح تسلیم، کرنش شکست و نازک‌شدگی تغییر خواهد کرد. ناهمسانگردی از طریق پارامتر  $r$  و مطابق رابطه‌ی ۷ تعریف می‌شود:<sup>[۱۹]</sup>

$$r = \frac{\ln \frac{w}{w_0}}{\ln \frac{t}{t_0}} \quad (7)$$

که در آن  $w_0$  و  $w$  به ترتیب عرض اولیه و نهایی و  $t_0$  و  $t$  به ترتیب ضخامت اولیه و نهایی نمونه هستند.

فرایندهای شکل‌دهی ارتباط خاصی با ناهمسانگردی مواد دارند؛ زیرا بزرگ بودن مقدار  $r$  برای تمامی فرایندهای شکل‌دهی، از جمله فرایند خمش، مناسب نیست. این امر بدین معناست که در هر فرایند وضعیت کرنش در آنها سبب ایجاد عیوب مختلف می‌شود.<sup>[۲۰]</sup> با توجه به ثابت بودن حجم می‌توان معادله‌ی ۷ را برحسب کرنش‌های طولی و عرضی نوشت:

$$\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 0 \quad (8)$$

$$r = -\frac{\varepsilon_{22}}{\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}} \quad (9)$$

$$r = \frac{-\ln \frac{w}{w_0}}{\ln \frac{l}{l_0} + \ln \frac{w}{w_0}} \quad (10)$$

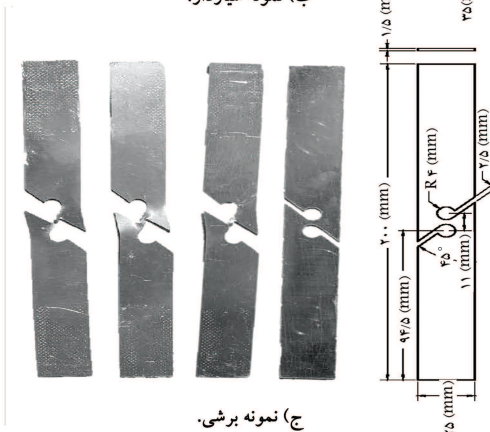
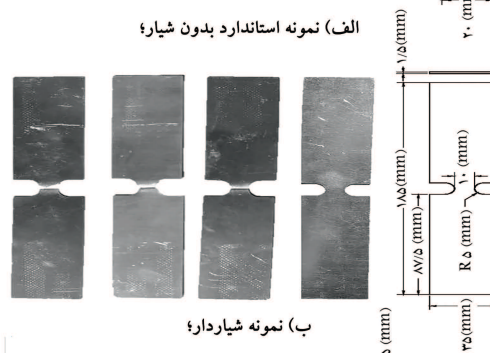
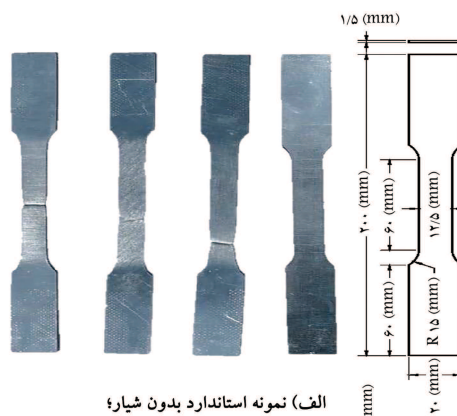
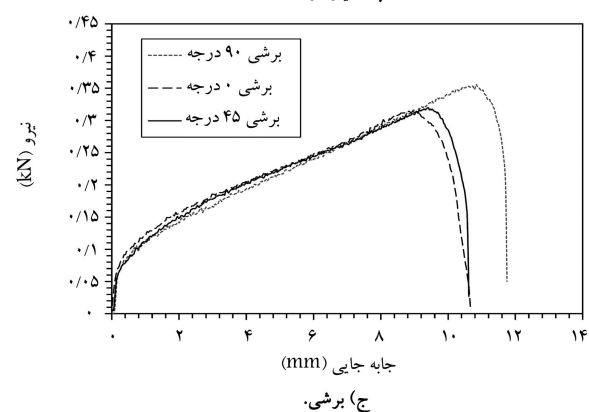
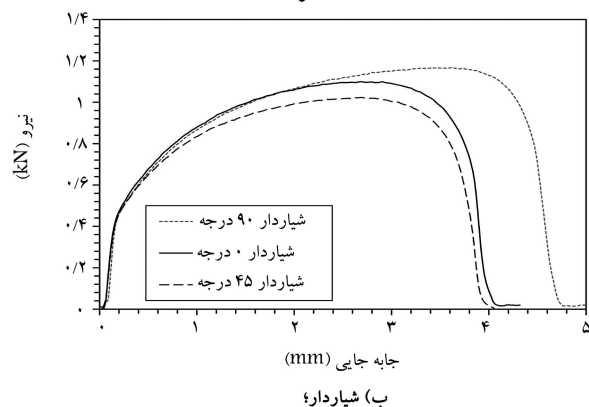
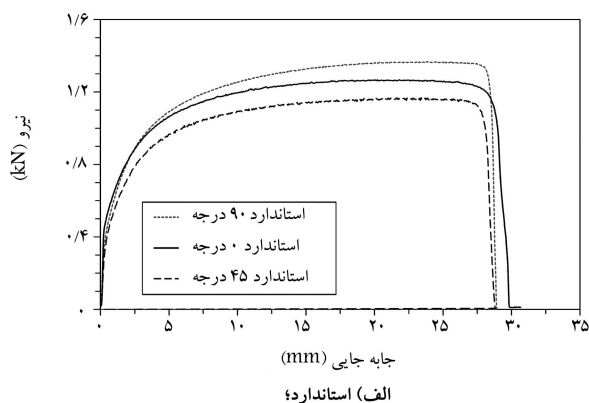
در معادله‌ی ۱۰،  $l_0$  و  $l$  به ترتیب معرف طول اولیه و طول نهایی هستند؛ طول اولیه مطابق استاندارد تعیین می‌شود. می‌توان معادله‌ی ۱۰ را به صورت رابطه‌ی ۱۱ نیز بازنویسی کرد:

$$r = \frac{\ln \frac{w}{w_0}}{\ln \frac{l \cdot w}{l_0 \cdot w_0}} \quad (11)$$

از این رابطه برای تعیین ضرایب ناهمسانگردی استفاده می‌شود. آزمایش‌ها نشان می‌دهد که  $r$  به جهت بستگی دارد. اگر محور طولی نمونه کششی نسبت به راستای غلتک‌کاری زاویه‌ی  $\theta$  داشته باشد، سه مقدار ضریب  $r_{\theta}$  به صورت  $r_0$ ،  $r_{45}$  و  $r_{90}$  اهمیت به‌سزایی خواهند داشت. ضریب ناهمسانگردی نرمال، مقدار میانگین  $r$  برای راستاهای مختلف داخل ورق فلزی است که با  $r_n$  نشان داده می‌شود. با تعیین مقادیر  $r$  برای نمونه در سه راستای داخل صفحه‌ی ورق فلزی (صفر، ۴۵ و ۹۰ درجه) ضریب ناهمسانگردی عمودی طبق رابطه‌ی ۱۲ بیان می‌شود:

$$r_n = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4} \quad (12)$$

مقدار  $r_n$  برای مواد همسانگرد برابر ۱ است.  $r_n$  زمانی بیشتر از ۱ است که استحکام در راستای ضخامت بزرگ‌تر از استحکام میانگین در راستای لایه‌یی شدن در صفحه‌ی



شکل ۱. ابعاد، هندسه و محل شکستگی نمونه‌ی تحت کشش به ترتیب از راست به چپ برای نمونه‌ی سالم، نمونه در راستای صفر، ۴۵ و ۹۰ درجه و ابعاد برحسب میلی‌متر و ضخامت ۱/۵ میلی‌متر می‌باشد.

شکل ۲. نمودار نیرو - جابه‌جایی حاصل از آزمایش تجربی برای نمونه‌ها.

است. پس از انجام آزمایش روی قطعات و مشاهده‌ی ناحیه‌ی شکست، مشاهده شد که شکل ظاهری شکست در نمونه‌ها متفاوت است؛ به این صورت که گلوبی شدن و شروع شکست در نمونه‌های استاندارد و شیاردار به شکلی است که از وسط قطعه شروع و به کناره‌ها ختم می‌شود ولی در نمونه‌ی برشی شروع شکست از کناره‌هاست و ناحیه‌ی شکست در نمونه‌های شیاردار و برشی از وسعت بیشتری برخوردار است. وجود اختلاف در مقادیر نیروهای وارد شده بر هر نمونه به دلیل وجود ناهمسانگردی در آنهاست؛ وجود ناهمسانگردی نیز به هندسه‌ی شکل و همچنین راستای نورد آنها وابسته است.

## ۴. آزمون‌ها و نتایج تجربی

### ۴.۱. آزمایش کشش

آزمایش‌های کشش تک‌محوره در دمای حدود ۲۵ درجه سانتی‌گراد انجام گرفت. این آزمایش برای هر سه زاویه‌ی صفر، ۴۵ و ۹۰ درجه انجام شد و نمونه‌ها تا لحظه‌ی شکست، تحت کشش قرار گرفتند. نمودار نیرو برحسب جابه‌جایی برای نمونه‌ها در شکل ۲ - الف برای نمونه‌ی استاندارد بدون شیاره، شکل ۲ - ب برای نمونه‌ی شیاردار و شکل ۲ - ج برای نمونه‌ی برشی ارائه شده است.

با توجه به داده‌های به دست آمده، می‌توان دید که در تمامی حالات بارگذاری، بارپذیری در زاویه‌ی نورد ۹۰ درجه بیشتر از سایر زاویه‌هاست. همچنین کم‌ترین مقدار بارپذیری در زاویه‌ی نورد ۴۵ درجه رخ داده است و این موضوع در قطعه‌ی برشی متفاوت است که کم‌ترین بارپذیری برای این قطعه در زاویه‌ی نورد صفر درجه

### ۴.۲. کرنش شکست در نمونه‌های استاندارد بدون شیاره و شیاردار

برای محاسبه‌ی کرنش شکست در نمونه‌های بدون شیاره و شیاردار، باید به اندازه‌گیری مساحت سطح مقطع شکست نمونه‌ها پرداخت، که این روش در زمره روش‌های

$P_2$  محل تغییر شکل و جابه‌جایی، نقطه‌ی  $P_2$  مرکز کمان شیار پایین و نقطه‌ی  $P_5$  محل تماس مماس بر کمان شیار بالایی است که مماس در آن نقطه عمود است. در این جا  $\varphi_1$  زاویه‌ی است که در راس آن نقطه  $P_2$  قرار دارد و یال‌های آن از نقاط  $P_1$  و  $P_2$  عبور می‌کند و  $\varphi_2$  زاویه‌ی است که در راس آن نقطه  $P_2$  است و یال‌های آن از نقاط  $P_2$  و  $P_5$  عبور می‌کند. حال با کمک رابطه‌ی ۲۰ کرنش مؤثر شکست محاسبه و نتایج آن در جدول ۲ گزارش شده است. این دو روش، مخصوصاً روش دوم، کم‌هزینه‌تر از روش‌های دیگر اندازه‌گیری کرنش است که تنها با تصویربرداری و انجام یک سری محاسبات هندسی می‌توان مقدار کرنش شکست را با کم‌ترین خطا به دست آورد.

$$\bar{\varepsilon}_f = \frac{\varphi_1}{\sqrt{3}} \quad (20)$$

## ۵. شبیه‌سازی عددی

در شبیه‌سازی، از معیار تسلیم هیل در محیط نرم‌افزار آباکوس<sup>۸</sup> استفاده شده است و ضرایب ناهمسانگردی به صورت  $R_{11}, R_{22}, R_{33}, R_{12}, R_{13}, R_{23}$  معرفی می‌شود.<sup>[۲۶ و ۲۵]</sup> برای شبیه‌سازی ورق‌های ناهمسانگرد با استفاده از روابط ۲۱ تا ۲۳ از فرض  $R_{11} = R_{22} = R_{33} = 1$  استفاده شده است.<sup>[۲۷ و ۲۸]</sup> مقادیر به دست آمده برای ورق آلومینیوم با ضخامت  $1/5$  میلی‌متر در جدول ۳ نشان داده شده است.

$$R_{22} = \sqrt{\frac{1}{F+H}} \quad (21)$$

$$R_{33} = \sqrt{\frac{1}{G+F}} \quad (22)$$

$$R_{12} = \sqrt{\frac{3}{2N}} \quad (23)$$

در شبیه‌سازی، آزمایش کشش روی نمونه‌ها اعمال می‌شود. نمونه‌ها از یک انتها ثابت و در سمت دیگر جابه‌جایی بیشینه، مطابق شکل ۲ اعمال می‌شود. شبیه‌سازی به صورت حل ضمنی<sup>۹</sup> انجام شده و برای اطمینان از همگرایی، پله‌های زمانی  $10^{-8} \times 2$  در نظر گرفته شده است. به منظور بررسی حساسیت حل عددی به شبکه‌بندی، نوع المان‌ها شش‌وجهی C3D8R و اندازه‌ی  $0.7$  میلی‌متر است. چندین حالت برای تعداد المان در نظر گرفته شده که، جدول ۴ نمونه‌ی از آن را برای نمونه برشی نشان می‌دهد. معیار حساسیت کرنش شکست تعداد المان‌هاست به گونه‌ی که با افزایش تعداد المان‌ها، مقدار میانگین کرنش شکست تغییر نکند. با بررسی این حساسیت برای نمونه‌های دیگر، تعداد المان‌ها در نمونه استاندارد، شیاردار و برشی به ترتیب ۱۱۵۸، ۶۱۸ و ۱۱۵۸ انتخاب شد.

جدول ۲. مقدار کرنش شکست تجربی نمونه برشی.

راستای نورد	صفر درجه	۴۵ درجه	۹۰ درجه
کرنش شکست (نمونه برشی)	۰/۶۷	۰/۷۰	۰/۸۰

جدول ۳. نسبت کرنش‌های خمیری و نسبت تنش‌های تسلیم برای آلومینیوم ۱۱۰۰.

$R_{22}$	$R_{33}$	$R_{12}$	$R_{11} = R_{13} = R_{23}$
۱/۰۵	۱/۱	۰/۹	۱

کم‌هزینه دسته‌بندی می‌شود. در این روش ابتدا از سطح مقطع شکست نمونه‌های بدون شیار و شیاردار توسط میکروسکوپ نوری تصویربرداری می‌شود. سپس این تصاویر وارد نرم‌افزارهای پردازش تصویر میکروسکوپی شد و مقیاس آنها در تنظیمات نرم‌افزار کالیبره شد. سپس با مشخص کردن سطح مقطع شکست، مساحت این مقطع پس از شکست محاسبه شد و کرنش شکست توسط معادله‌ی ۱۹ به دست آمد:

$$\varepsilon = \ln \left( \frac{A_0}{A_f} \right) \quad (19)$$

که در آن،  $A_0$  مساحت سطح مقطع اولیه است که با توجه به هندسه و ابعاد قطعه به دست می‌آید؛  $A_f$  نیز مساحت سطح مقطع شکست است که مقدار آن توسط نرم‌افزار استخراج شده است.

در این روش پس از انجام آزمایش کشش بر روی هر نمونه، مساحت سطح مقطع شکست هر کدام با استفاده از نرم‌افزار پردازش تصویر<sup>۶</sup> محاسبه شد و پس از آن کرنش شکست برای هر نمونه محاسبه شد و مقادیر آن در جدول ۱ گزارش شده است.

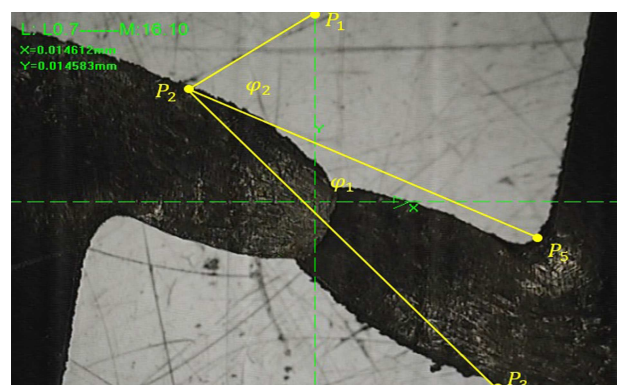
## ۳.۴. کرنش شکست در نمونه‌ی برشی

برای محاسبه‌ی کرنش در نمونه‌ی برشی نیز از دستگاه اندازه‌گیری تصویری<sup>۷</sup> استفاده شده است؛ این روش روشی نوین با هزینه‌ی مناسب است. در این روش، با قرارگیری قطعه روی میز دستگاه و تابیده شدن نور به آن، سایه شکل می‌گیرد. این سایه با عبور از لنزهای دستگاه بزرگ‌نمایی شده و توسط دوربین دیجیتال برای تحلیل و اندازه‌گیری وارد نرم‌افزار می‌شود. سپس پارامترهایی همچون فاصله، تقاطع، عمودی، موازی، مماس بودن، زاویه، کمان، نیمساز و محل تقاطع به راحتی توسط اپراتور اندازه‌گیری می‌شود. در این آزمایش می‌توان کرنش شکست را با اندازه‌گیری زاویه‌ی کرنش بعد از اعمال بار محاسبه کرد. از نمونه‌های شکسته شده، تصویربرداری شد و زاویه‌ی شکست، بعد از شکست قطعه استخراج شد. نکته‌ی حائز اهمیت این است که در محاسبه‌ی کرنش شکست، اندازه‌ی این زاویه‌ها برحسب رادیان اعلام می‌شود.

چنان‌که در شکل ۳ نشان داده شده، نقطه‌ی  $P_1$  مرکز کمان شیار بالایی، نقطه‌ی

جدول ۱. کرنش شکست نمونه‌ی بدون شیار و نمونه‌ی شیاردار.

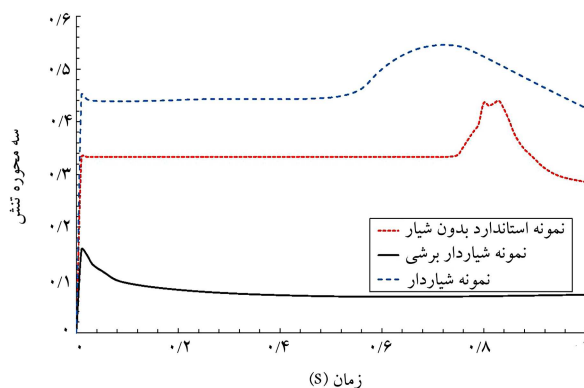
راستای نورد	صفر درجه	۴۵ درجه	۹۰ درجه
کرنش شکست (نمونه استاندارد)	۰/۶۳	۰/۶۴	۰/۶۵
کرنش شکست (نمونه شیاردار)	۰/۴۶	۰/۴۵	۰/۵۰



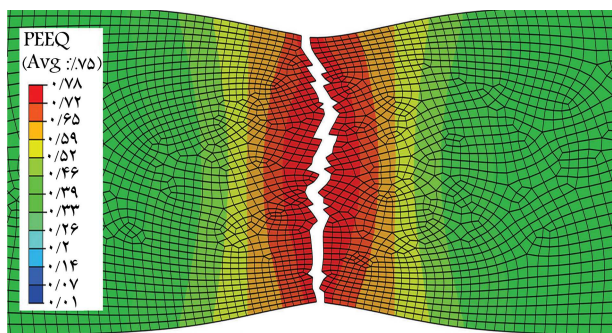
شکل ۳. نمونه‌ی برشی قبل از تغییر شکل و شکست که توسط میکروسکوپ نوری مشاهده شده است.

جدول ۴. تحلیل حساسیت شبکه‌بندی برای نمونه برشی.

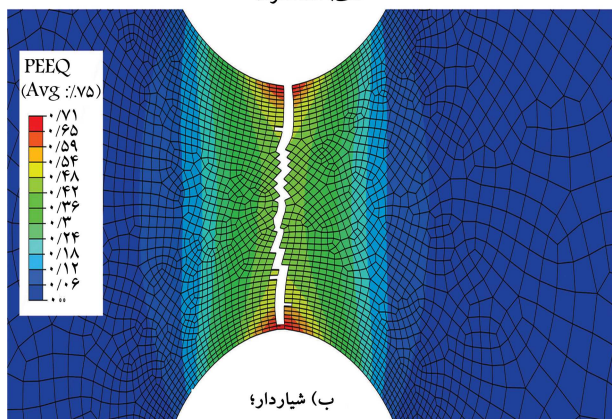
تعداد المان	مقدار میانگین کرنش شکست
۵۶۲	۰/۶۶۴
۶۱۸	۰/۷۲۷
۱۳۹۲	۰/۷۲۷



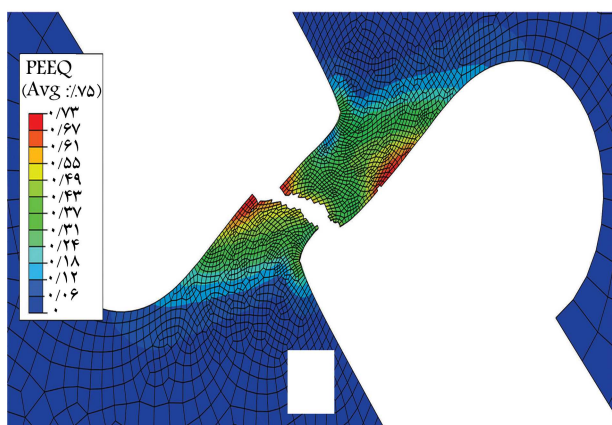
شکل ۴. تغییرات سه‌محوره تنش در مدت زمان شبیه‌سازی برای نمونه استاندارد بدون شیار، نمونه شیاردار و نمونه برشی.



الف) استاندارد



ب) شیاردار



ج) برشی

شکل ۵. نتایج کرنش شکست حاصل از شبیه‌سازی اجزای محدود برای نمونه‌های مختلف.

خواص مکانیکی مختلفی از خود نشان می‌دهد که دلیل آن، وجود ناهمسانگردی در قطعه‌های مورد بررسی است. همچنین می‌توان به کمک آزمایش کشش تک‌محوره بر روی نمونه‌ها، شکست ماده را در سه‌محوره تنش گوناگون بررسی کرد و به این نتیجه رسید که وابستگی کرنش شکست به سه‌محوره تنش به عنوان پارامتر اصلی در شبیه‌سازی شکست در نرم‌افزار آباکوس است و در محدوده‌های مختلف از سه‌محوره تنش رفتار کرنش شکست متفاوت است. همچنین بررسی‌ها نشان می‌دهد که سه‌محوره تنش یا حالت تنش، کمیتی است که نوع بارگذاری وارد بر ماده را نشان می‌دهد و تحت تأثیر هندسه نمونه است. با تحلیل نتایج آزمایش کشش، بررسی تصاویر گرفته شده از قطعات توسط دستگاه‌های موجود و تحلیل نتایج مقادیر کرنش شکست، نشان داده شد که نمونه استاندارد بیشترین مقدار کرنش شکست در شرایط آزمایشگاهی یکسان نسبت به دو نمونه دیگر را دارد و

مقدار سه‌محوره تنش نیز یکی از خروجی‌های نرم‌افزار آباکوس است و در طول فرایند کشش در تمام نقاط نمونه قابل دست‌یابی است. مقادیر سه‌محوره تنش و کرنش شکست از میانگین داده‌های چندین المان در نقطه‌ی شکست خوانده می‌شود. نمودار سه‌محوره تنش برحسب زمان برای نمونه استاندارد بدون شیار، نمونه شیاردار و نمونه برشی در شکل ۴ نشان داده شده است. سه‌محوره تنش نسبت تنش هیدرواستاتیکی به تنش وون میز است؛ که این نسبت با توجه به هندسه‌ی قطعه تغییر می‌کند. وجود قله در نمودار سه‌محوره تنش - زمان، گویای لحظه‌ی گلوبی شدن<sup>۱۵</sup> است که بعد از گلوبی شدن تا لحظه‌ی شکست، مقدار سه‌محوره تنش با کاهش نسبت تنش هیدرواستاتیکی به تنش وون میز در قطعه کاهش می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد که در برخی از هندسه‌ها مقدار سه‌محوره تنش تا قبل از لحظه‌ی گلوبی شدن مقدار ثابتی است. این موضوع بیان می‌دارد که هر نمونه‌ی با هندسه‌ی خاص، مقدار سه‌محوره تنش منحصر به فرد خود را دارد. با بررسی داده‌ها به این نتیجه می‌رسیم که زمان گلوبی شدن در نمونه با مقدار سه‌محوره تنش بیشتر، کوتاه‌تر است و همچنین کرنش شکست کم‌تری در شرایط بارگذاری یکسان وجود خواهد داشت. در ادامه‌ی نتایج کرنش شکست حاصل از شبیه‌سازی اجزای محدود برای نمونه‌های آزمایش شده در شکل ۵ قابل مشاهده است.

پس از انجام شبیه‌سازی روی هر کدام از نمونه‌ها، مقادیر مربوط به سه‌محوره تنش و کرنش شکست از نرم‌افزار آباکوس استخراج شده است. جدول ۵ نتایج مربوط به سه‌محوره تنش و کرنش شکست را برای هر یک از انواع نمونه‌ها نشان می‌دهد. با مشاهده‌ی داده‌های این جدول، نتایج تجربی و شبیه‌سازی، تطابق خوبی نسبت به یکدیگر دارند. همچنین می‌بینیم که در سه‌محوره تنش متفاوت، بارپذیری نمونه استاندارد نسبت به بقیه‌ی نمونه‌ها بیشتر است. بارپذیری نمونه شیاردار نیز از نمونه‌ی برشی بیشتر است.

## ۶. نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از بررسی عددی و تجربی نشان می‌دهد که ماده در سه راستا،

جدول ۵. مقایسه کرنش‌های شکست تجربی و عددی در سه‌محوره‌ی تنش مربوط به هر نمونه.

نوع نمونه	سه‌محوره تنش	کرنش شکست تجربی	کرنش شکست شبیه‌سازی	اختلاف (%)
استاندارد	۰/۳۸	۰/۶۴	۰/۷۰	۹/۴
شیاردار	۰/۴۸	۰/۴۷	۰/۴۶	۲/۱
برشی	۰/۳۴	۰/۷۲	۰/۸	۱۱/۱

قطعه‌ی برشی نیز کم‌ترین مقدار کرنش شکست را دارد. این در حالی است که مقدار سه‌محوره‌ی تنش نمونه‌ی استاندارد کم‌تر از نمونه‌ی شیاردار است و این تحلیل نشان می‌دهد که سه‌محوره‌ی تنش یکی از مهم‌ترین عوامل تأثیرگذار بر کرنش شکست ماده است، به گونه‌ی که با افزایش مقدار سه‌محوره‌ی تنش، مقدار کرنش شکست کاهش می‌یابد.

از دیگر دستاوردهای این مقاله، ارائه‌ی روشی ساده و کم‌هزینه برای به دست آوردن کرنش موضعی به ویژه کرنش شکست در نمونه‌ی برشی است که روش تصویربرداری از سطح مقطع شکست قادر به اندازه‌گیری آن نیست. روش معرفی شده در این تحقیق نسبت به روش‌های اندازه‌گیری کرنش، همچون روش برهم‌نگاری تصاویر دیجیتال، بسیار کم‌هزینه‌تر و ساده‌تر است. با مقایسه‌ی نتایج تجربی حاصل از این روش و داده‌های شبیه‌سازی، تطابق خوبی میان آنها (بیشترین خطا ۱۱/۱) مشاهده شد.

**فهرست علائم**

$A_0$ : سطح مقطع اولیه؛  
 $A_f$ : مساحت سطح مقطع شکست؛  
 $E$ : مدول الاستیک؛  
 $L, H, G, F$ : ضریب لنگفورد؛

$l_0$ : طول اولیه؛  
 $l_f$ : طول نهایی؛  
 $M$ : ضریب لنگفورد؛  
 $N$ : ضریب لنگفورد؛  
 $r$ : ناهمسانگردی؛  
 $r_n$ : ناهمسانگردی عمودی؛  
 $\Delta r$ : ناهمسانگردی صفحه‌ی؛  
 $r_{\theta}$ : ناهمسانگردی در جهت نورد؛  
 $R_{11,12,22,13,23,33}$ : ضریب ناهمسانگردی؛  
 $t_0$ : ضخامت اولیه؛  
 $t_f$ : ضخامت نهایی؛  
 $w_0$ : عرض اولیه؛  
 $w_f$ : عرض نهایی؛  
 $\varepsilon_f$ : کرنش معادل شکست؛  
 $\varepsilon_{1-3}$ : کرنش اصلی ایجاد شده در لحظه‌ی شکست؛  
 $\theta$ : جهت نورد؛  
 $\sigma$ : تنش؛  
 $\eta$ : سه‌محوره تنش؛  
 $\sigma_m$ : تنش هیدرواستاتیکی؛  
 $\sigma_{eq}$ : تنش معادل وون میزز.

## پانویس‌ها

1. Von Mises Stress
2. Planar Anisotropy
3. Quadratic Anisotropic Criterion
4. Hill Factor
5. ASTM-E8
6. MIP - Microstructural Image Processing
7. VMM - Vision Measuring Machine
8. Abaqus
9. Explicit
10. Necking

## منابع (References)

1. Mirza, M.S., Barton, D.C. and Church, P. "The effect of stress triaxiality and strain-rate on the fracture charac-

teristics of ductile metals" *Journal of materials science*, **31**(2), pp. 453-461 (1996).

2. Seidt, Jeremy D. and et al. "Ballistic impact of anisotropic 2024 aluminum sheet and plate". *International Journal of Impact Engineering*, **62**, pp. 27-34 (2013).
3. Anderson, D. and et al. "Influence of stress triaxiality and strain rate on the failure behavior of a dual-phase DP780 steel". *Materials & design* **60**, pp. 198-207 (2014).
4. Zhang, Z. H. and et al. "Global anisotropic response of friction stir welded 2024 aluminum sheets". *Acta Materialia* **92**, pp. 117-125 (2015).
5. Daehli, Lars Edvard, et al. "A Lode-dependent Gurson model motivated by unit cell analyses". *Engineering Fracture Mechanics* **190**, pp. 299-318 (2018).
6. Wang, B., Xiao, X., Astakhov, V.P. and et al. "The effects of stress triaxiality and strain rate on the fracture strain of Ti6Al4V". *Engineering Fracture Mechanics*, **219**, p. 106627 (2019).

7. Lin, Y.C., Zhu, X.H., Dong, W.Y. and et al “ Effects of deformation parameters and stress triaxiality on the fracture behaviors and microstructural evolution of an Al-Zn-Mg-Cu alloy”, *Journal of Alloys and Compounds*, **832**, p. 154988 (2020).
8. Zhang, H., Li, X., Gao, T. and et al. “Experimental study on deformation evolution and fracture behaviors of pure titanium at different stress triaxialities”, *Engineering Fracture Mechanics*, **258**, p. 108127 (2021).
9. Wei, X., Liu, Y., Yu, Y. and et al. “Hybrid effect of stress state and strain rate on the deformation and ductile fracture behaviour of TRIP800 steel sheet”, *Materials Science and Engineering: A*, **833**, p. 142533 (2022).
10. Rickhey, F. and Hong, S. “Stress triaxiality in anisotropic metal sheets—definition and experimental acquisition for numerical damage prediction”, *Materials*, **15**(11), p. 3738 (2022).
11. Tian, X.L. and Guo, J. “Dynamic mechanical properties and modification of fracture criteria of 6061-T651 aluminum alloy”, *Engineering Fracture Mechanics*, **262**, p. 108273 (2022).
12. Rodriguez-Millan, Marcos, and et al. “Influence of stress state on the mechanical impact and deformation behaviors of aluminum alloys”, *Metals*, **8**,7, p. 520 (2018).
13. Martinez-Donaire, A. J. and et al. “Analysis of the influence of stress triaxiality on formability of hole-flanging by single-stage SPIF”, *International Journal of Mechanical Sciences* **151**, pp. 76-84 (2019).
14. Bai, Y., Xiaoqing, T. and Tomasz, W. “On the application of stress triaxiality formula for plane strain fracture testing”, *Journal of Engineering Materials and technology*, **131**,2 (2009).
15. Gomes, C., Oladipo, O. and Michael, L. “Investigation of springback in high strength anisotropic steels”. *Journal of Materials Processing Technology*, **159**,1, pp. 91-98 (2005).
16. Chan, W. M. and et al. “Finite element analysis of spring-back of V-bending sheet metal forming processes”, *Journal of Materials Processing Technology*, **148**,1, pp. 15-24 (2004).
17. Tapponnier, P. and Peter, M. “Slip-line field theory and large-scale continental tectonics”, *Nature*, **264**,5584, p.319-324 (1976).
18. Bunge, H.J., Klaus Pöhlandt, and A. ERMAN Tekkaya. *Formability of Metallic Materials: Plastic Anisotropy, Formability Testing, forming limits*”, Springer Science & Business Media, (2000).
19. Banabic, D. “Plastic behaviour of sheet metal”, *Sheet Metal Forming Processes*. Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 27-140 (2010).
20. Hill, R. “A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals”. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, **193**,1033, pp. 281-297 (1948).
21. Stachowicz, F. and Trzepieciński. T. “Modelling of friction anisotropy of deep-drawing sheet in ABAQUS/EXPLICIT”. *Archives of Foundry Engineering*, **10**,3, pp. 47-52 (2010).
22. Esmailpour, R., Kim, H., Park, T. and et al. “Comparison of 3D yield functions for finite element simulation of single point incremental forming (SPIF) of aluminum 7075”. *International Journal of Mechanical Sciences*, **133**, pp. 544-554 (2017).
23. Said, L.B., Wali, M., Khedher, N. and et al. “Efficiency of rubber-pad cushion in bending process of a thin aluminum sheet”. *Journal of Rubber Research*, **23**(2), pp. 89-99 (2020).
24. Koubaa, S., Mars, J., Wali, M. and et al. “Numerical study of anisotropic behavior of Aluminum alloy subjected to dynamic perforation”. *International Journal of Impact Engineering*, **101**, pp. 105-114 (2017).
25. Jie, M. and et al. “Forming limit diagrams of strain-rate-dependent sheet metals.” *International Journal of Mechanical Sciences*, **51**,4, pp. 269-275 (2009).
26. Janbakhsh, M., Loghmanian, S.M.R. and Faramarz D. “Application of different hill’s yield criteria to predict limit strains for aerospace titanium and aluminum sheet alloys”, pp. 35-44 (2014).
27. Ghennai, W. and et al. “Experimental and numerical study of DC04 sheet metal behaviour—plastic anisotropy identification and application to deep drawing”. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **100**,1, pp. 361-371 (2019).
28. Bouchaâla, K. and et al. “Numerical investigation of the effect of punch corner radius and die shoulder radius on the flange earrings for AA1050 and AA1100 aluminum alloys in cylindrical deep drawing process”, *Heliyon*, **7**,4, p. e06662 (2021).