

پیش‌بینی احتمال اصابت تحت عوامل مختلف نویز برای بهبود قانون هدایت یک شناور زیرسطحی خودگردان

محمدصادق زمانی* (استادیار)

دانشکده‌ی علوم ریاضی، دانشگاه یزد

سجاد صادقان بافقی (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهندسی مکانیک شریف (بهار ۱۴۰۲)
دوره‌ی ۳-۳۹، شماره‌ی ۱، ص. ۱۵-۲۵، (پژوهشی)

در فرایند رهگیری هدف توسط یک شناور زیرسطحی خودگردان، طراحی قانون هدایتی که بیشترین کارایی را داشته باشد اهمیت ویژه‌ی دارد. به منظور بررسی کارایی فرایند رهگیری، معیارهای مختلفی همچون سادگی پیاده‌سازی، نیاز کم‌تر به داده‌های هدف و احتمال برخورد به هدف باید در نظر گرفته شود. از میان این عوامل و دیگر عوامل مؤثر در ارزیابی عملکرد رهگیری، «احتمال اصابت» مهم‌ترین و گویاترین متغیر است. در این مقاله ابتدا با استفاده از روش‌های یادگیری ماشینی و به طور خاص، روش گرادیان بوستینگ یک مدل برای پیش‌بینی احتمال اصابت با دقت مناسب ارائه می‌شود. سپس با استفاده از این مدل و انجام محاسبات هندسی پارامترهای رهگیری در فاز پیش‌تنظیم به گونه‌ی تعیین می‌شود که احتمال اصابت بیشینه شود. کارایی این روش با استفاده از شبیه‌سازی سناریوهای مختلف نشان داده خواهد شد.

واژگان کلیدی: احتمال اصابت، روش گرادیان بوستینگ، روش مونت‌کارلو، شناور زیرسطحی خودگردان، قانون هدایت، یادگیری ماشین.

zamani@yazd.ac.ir
sajadsadegian@email.kntu.ac.ir

۱. مقدمه

اندازه‌گیری فرکانس و دامنه‌ی موج برگشتی از ارسال سیگنال‌های صوتی به سطح آب که به دلیل وجود حباب‌های آشفته‌ی داخل خط اثر نسبت به بیرون آن تغییر می‌کنند، خط اثر هدف را تشخیص می‌دهد. در حالتی که رهگیر هنوز زیر خط اثر شناور قرار نگرفته باشد موج برگشتی با فرکانس یکسان ولی ضعیف‌تر است. در این نوع هدایت که آشپانه‌یابی خط اثر^۲ نامیده می‌شود رهگیر یک مسیر زیگزاگی را طی می‌کند تا دوباره خط اثر را کشف کند و به هدف برسد. استفاده از منابع صوتی با فرکانس‌های مختلف می‌تواند به کشف بهتر خط اثر شناور کمک کند. در این مقاله ناحیه‌ی خط اثر به شکل دوزنقه در نظر گرفته شده است.^[۱]

برای محاسبه‌ی پارامتر احتمال اصابت با در نظر گرفتن عوامل مختلف نویز متداول‌ترین روش انجام شبیه‌سازی مونت‌کارلو است.^[۲] این شبیه‌سازی مبتنی بر انجام چندین باره‌ی شبیه‌سازی سناریوی حرکت وسیله و هدف به ازای نامعینی‌های گوناگون موجود در مسئله است. نسبت دفعاتی که رهگیری موفق است برآوردی از احتمال اصابت ارائه می‌کند. این روش علاوه بر این که نیازمند شبیه‌سازی همه‌جانبه و دقیق رفتار حرکتی هدف و رهگیر است، می‌بایست برای حالات مختلف نیز به تعداد

ربات‌های زیرسطحی یا شناورهای زیرسطحی خودگردان^۱ (AUV) یکی از مهم‌ترین وسایل شناسایی، نظارت و بازرسی محیط دریا و اقیانوس‌ها هستند. علاوه بر این موارد، از این وسیله برای کاربردهایی از قبیل رهگیری اهداف سطحی نیز استفاده می‌شود. در این کاربرد، یکی از مهم‌ترین پارامترهایی که برای سنجش عملکرد وسیله و همچنین سنجش میزان موفقیت یک سناریوی حرکتی در نظر گرفته می‌شود، احتمال اصابت به هدف است.

در رهگیری یک هدف سطحی توسط یک AUV به دلیل پیچیدگی هدایت در زیر آب و همچنین محدودیت‌های حسگرها همچنان هدایت در مسیر خط اثر که هدف در پشت سر خود تولید می‌کند به عنوان یکی از روش‌های اصلی به حساب می‌آید. در این نوع هدایت آشپانه‌یابی، رهگیر به کمک یک حسگر صوتی (سونار) با فرکانس بالا که روی بدنه‌ی خود و در راستای عمودی در اختیار قرار دارد و با

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴۰۰/۱۱/۲۴، اصلاحیه ۱۴۰۱/۲/۳۱، پذیرش ۱۴۰۱/۳/۲۸.

DOI:10.24200/J40.2022.60494.1643

استناد به این مقاله:

زمانی، محمدصادق و صادقان بافقی، سجاد (۱۴۰۲). «پیش‌بینی احتمال اصابت تحت عوامل مختلف نویز برای بهبود قانون هدایت یک شناور زیرسطحی خودگردان»، مهندسی مکانیک شریف، (۱) ۳-۳۹، ص. ۱۵-۲۵

زیاد اجرا شود. زیرا با توجه به این که خطای برآورد احتمال در روش مونت کارلو از مرتبه $\frac{1}{\sqrt{N}}$ است (N : تعداد تکرار شبیه سازی است)، برای رسیدن به دقت مناسب لازم است تعداد تکرار شبیه سازی به اندازه کافی بزرگ انتخاب شود. به همین دلیل انجام این روش زمان بر است و متعاقباً رسیدن به پارامتر احتمال اصابت را زمان بر می کند.

روش مونت کارلو سریع نیست، ولی به دلیل پیاده سازی آسان آن معمولاً وقتی پیاده سازی دیگر روش ها امکان پذیر نباشد یا بسیار پیچیده باشد، از این روش استفاده می شود. از مونت کارلو در موارد مختلفی - مانند برآورد احتمال، بهینه سازی و انتگرال گیری های عددی در ابعاد بالا و روی نواحی پیچیده - استفاده می شود.

در این مقاله به دنبال روش ساده تر و سریع تری برای محاسبه ی احتمال اصابت یک رهگیر هستیم. خطای تخمین موقعیت و وضعیت اولیه ی هدف، تغییرات موجود در پارامترهای حرکتی رهگیر و هدف در حین حرکت، از جمله خطاهای تأثیرگذار در فرایند رهگیری هدف هستند که تخمینی از تغییرات آن ها در دسترس است. با دانستن این نامعینی ها و توزیع آن ها، به دنبال روشی هستیم که در زمان کم تر، احتمال اصابت هر سناریو را بتواند با تقریب مناسبی محاسبه کند.

معمولاً فرایند رهگیری هدف توسط یک رهگیر به دو بخش: فاز پیش تنظیم و فاز آشیانه یابی تقسیم می شود. با توجه به پیچیدگی قانون هدایت در بسیاری از موارد نمی توان رابطه ی تحلیلی و حتی تقریب کارآمدی برای احتمال اصابت ارائه کرد. صرفاً در حالت هایی با پیچیدگی بسیار کم تر می توان انتظار داشت احتمال اصابت به صورت تحلیلی قابل محاسبه باشد. برای مثال در یکی از مطالعات انجام شده، در یک حالت ساده وقتی هدف در یک مسیر مستقیم با سرعت ثابت در حال حرکت است و رهگیر نیز در مسیر مستقیم و با سرعت و کورس محاسبه شده به سمت هدف حرکت می کند و با این فرض که این سرعت و کورس دارای نویزی با توزیع نرمال باشند، احتمال اصابت به صورت تحلیلی محاسبه شده است.^[4]

از طرف دیگر چنان که بیان شد محاسبه ی احتمال اصابت به کمک روش مونت کارلو زمان بر است. اما در واقعیت لازم است که با توجه به اطلاعات جمع آوری شده در زمان کوتاهی احتمال اصابت محاسبه شود تا برای تصمیم گیری در مورد انجام رهگیری مورد استفاده قرار گیرد. در این مقاله ابتدا روش متفاوتی برای پیش بینی احتمال اصابت ارائه می شود بدین صورت که ابتدا داده ی مناسبی از سناریوهای مختلف تولید و سپس احتمال اصابت آن به کمک روش مونت کارلو محاسبه شده است. سپس از بین روش های مرسوم در یادگیری ماشینی، روشی مناسب انتخاب شده و روی داده برازش می شود. نشان داده می شود که مدل نهایی که مبتنی بر روش گرادیان بوسیتینگ است می تواند در لحظه و با دقت مناسبی احتمال اصابت را پیش بینی کند.

همچنین در صورتی که رهگیر بتواند احتمال اصابت را در زمان کوتاهی محاسبه کند، قادر است برای وضعیت های متفاوت این احتمال را محاسبه کرده و در صورت لزوم با یک مانور وضعیت خود را تغییر دهد تا احتمال اصابت را افزایش دهد. بنابراین محاسبه ی سریع احتمال اصابت می تواند به طراحی بهتر مسیر حرکت رهگیر وابسته به سناریویی که در آن قرار دارد کمک کند. در این صورت الگوریتم هدایت با توجه به سناریو، مسیر و طرح متفاوتی برای حرکت رهگیر پیشنهاد می دهد. در قسمت پایانی این مقاله نیز به کمک مدل به دست آمده برای پیش بینی احتمال اصابت، مسیر حرکت رهگیر در فاز پیش تنظیم وابسته به سناریو به گونه یی انتخاب می شود که احتمال اصابت افزایش یابد.

تحقیقات زیادی در باره ی قانون هدایت و کنترل زیرسطحی های خودگردان تحت

عدم قطعیت های متنوعی انجام شده است.^[5-8] در این مقاله نیز از زاویه یی دیگر و در ابتدا با استفاده از شبیه سازی مونت کارلو و با در نظر گرفتن این عدم قطعیت ها و سپس با استفاده از یادگیری ماشینی ابتدا احتمال موفقیت مأموریت برای هر مقدار از پارامترهای ورودی در زمان کوتاهی محاسبه می شود و سپس به کمک نتایج به دست آمده، قانون هدایت به گونه یی اصلاح می شود که این احتمال افزایش یابد.

در بخش دوم این نوشتار ابتدا قانون هدایت اولیه که قصد تغییر و بهبود آن را داریم بیان می شود. سپس در بخش سوم مدل یادگیری مناسبی انتخاب و برای پیش بینی احتمال اصابت روی داده برازش می شود. در بخش چهارم به کمک مدل پیش بینی احتمال اصابت مسیر پیش تنظیم به گونه یی طراحی مجدد می شود که احتمال اصابت بهبود یابد. در نهایت در بخش پنجم با در نظر گرفتن اغتشاشات در طول مسیر حرکت مدل سازی دینامیک رهگیر و هدف به صورت یک فرایند تصادفی و به کمک فرایند اورنشتاین - اولنبتک انجام می شود. مسیر شبیه سازی مونت کارلو شرح داده شده و روند قبلی را می توان با توجه به این مدل سازی مجدد طی کرد.

۲. قانون هدایت

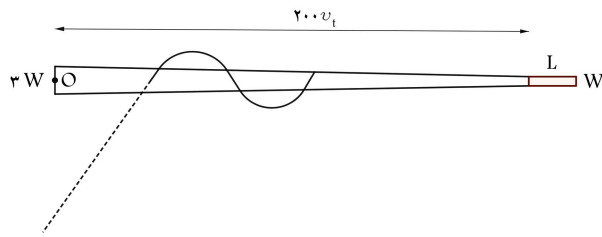
در این بخش قانون هدایت اولیه ی رهگیر برای دو فاز پیش تنظیم و آشیانه یابی بیان می شود.

۱.۲. فاز پیش تنظیم

در فاز پیش تنظیم، رهگیر پس از ردیابی هدف، سرعت و کورس آن را تخمین می زند. همچنین فاصله و گرای هدف را نسبت به خود برآورد می کند. در ادامه، رهگیر به کمک این چهار متغیر مسیر پیش تنظیم را با انتخاب گرای مناسب استخراج می کند. تخمین هر کدام از این چهار پارامتر توسط رهگیر با توجه به دقت وسایل اندازه گیری و حسگرهای موجود همراه با خطاست. برای نویز هر کدام از این پارامترها بر اساس تجربه و داده های موجود، توزیع احتمالی مشخصی لحاظ شده است. در نهایت با در نظر گرفتن این توزیع ها احتمال اصابت تخمین زده خواهد شد.

فرض مسئله این است که هدف با سرعت ثابت و در مسیر مستقیم در حال حرکت است. برآورد رهگیر از سرعت هدف را با \hat{v}_t نمایش می دهیم. همچنین برآورد رهگیر از کورس هدف که یک مقدار ثابت است را با $\hat{\psi}_t$ نشان می دهیم؛ فرض کنید \hat{B} گرای اولیه ی هدف از دید رهگیر و \hat{D} فاصله ی اولیه ی رهگیر تا هدف باشد. بدون از دست دادن کلیت و با دوران و با انتقال نویز $\hat{\psi}_t$ به \hat{B} فرض می کنیم $\hat{\psi}_t$ نویز ندارد و مقدار ثابت 90° درجه را دارد. همچنین فرض می کنیم رهگیر نیز همواره با سرعت ثابت حرکت می کند و برآورد مان از این سرعت را با \hat{v}_m نمایش می دهیم. طول هدف را L و عرض آن را W در نظر می گیریم.

در فاز پیش تنظیم، ابتدا کورس مناسبی برای رهگیر انتخاب می شود؛ چنانچه رهگیر در این راستا حرکت کند، در صورت نبود نویز در لحظه یی که گرای هدف از دید رهگیر برابر 90° درجه باشد، یعنی رهگیر پشت سر هدف و در امتداد مسیر حرکت آن قرار گیرد، باید فاصله ی رهگیر تا مرکز هدف برابر با $\hat{D}_1 := 10^\circ \hat{v}_t + L/2$ باشد. به عبارت دیگر رهگیر در نقطه یی میانی ناحیه ی اثر قرار گیرد تا با توجه به وجود خطا، احتمال قرار گرفتن در ناحیه ی اثر بیشترین باشد و ادامه ی رهگیری و انجام فاز آشیانه یابی امکان پذیر باشد. این کورس مناسب را با $\hat{\psi}_m$ نمایش می دهیم و زمان سپری شده تا این اتفاق را نیز برابر با \hat{T} در نظر می گیریم. با توجه به



شکل ۲. فاز آشیانه‌یابی.

باید توجه داشت که حتی احتمال موفقیت در فاز پیش تنظیم بیان تحلیلی ندارد. در واقع با توجه به توزیع نوزها و با شرطی کردن روی \hat{v}_t داریم:

$$P(0 \leq L \leq \text{distance} \leq 200 v_t) = \frac{5}{2\hat{D} \cdot (2\pi)^{\frac{1}{2}}} \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{\Omega(x_1)} \exp\left(-\frac{(x_t - \hat{v}_m)^2}{2} - \frac{200(x_t - \hat{D})^2}{\hat{D}}\right) \times \left(1 - \frac{|x_t - \hat{B}_0|}{\frac{1}{2}}\right) dx_\delta dx_\tau dx_r dx_\tau \times \exp\left(-\frac{(x_1 - \hat{v}_t)^2}{2}\right) dx_1$$

که در آن:

$$\Omega(x_1) = \{(x_r, x_\tau, x_\tau, x_\delta) : 0 \leq L \leq g(\mathbf{x}) \leq 200 v_t, |x_r| \leq 4, |x_\delta| \leq 2\}$$

$$g(\mathbf{x}) = g(x_1, x_r, x_\tau, x_\tau, x_\delta) = -\frac{L}{2} + \frac{x_1 x_r \cos(x_\tau)}{x_\tau \cos(x_\delta)} - \text{sgn}(x_\delta - x_\tau) x_\tau \left(\frac{\cos^2 x_\tau}{\cos^2 x_\delta} + 1 - 2 \frac{\cos x_\tau \cos(x_\delta - x_\tau)}{\cos(x_\delta)} \right)^{\frac{1}{2}}$$

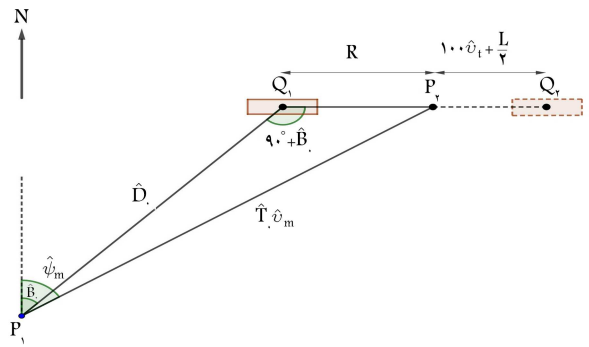
در ادامه جزئیات فاز آشیانه‌یابی رهگیر تشریح می‌شود.

۲.۲. فاز آشیانه‌یابی

در این فاز، رهگیر در ادامه‌ی فاز پیش تنظیم به حرکت خود در مسیر مستقیم ادامه می‌دهد تا به مرز دوزنقه‌ی شکل (شکل ۲) برسد. ابعاد این مرز دوزنقه‌ی که اثر هدف است در تصویر مشخص شده است. بعد از خارج شدن از مرز دوزنقه‌ی، شکل رهگیر در یک حرکت دایره‌یابی با بیشینه سرعت زاویه‌یابی ممکن خود، ψ_{\max} ، به داخل ناحیه‌ی دوزنقه‌ی شکل برمی‌گردد. در داخل مرز، رهگیر با سرعت زاویه‌یابی صفر در مسیر مستقیم به حرکت خود ادامه می‌دهد تا مجدد از مرز خارج شود. سپس در ادامه با انجام حرکت دایره‌یابی با سرعت زاویه‌یابی $-\psi_{\max}$ دوباره به داخل ناحیه‌ی دوزنقه‌یابی برمی‌گردد.

این روند تا هنگامی ادامه می‌یابد که یا رهگیر به ناحیه‌ی هدف برسد، یا عمر آن قبل از رسیدن به این ناحیه تمام شود. ناحیه‌ی هدف را با ابعادی 20° درصد بزرگ‌تر از ابعاد هدف لحاظ می‌کنیم.

همچنین الگوریتم هدایت بدین صورت است که اگر رهگیر در حرکت دایره‌یابی خود از هدف رد شود و به ناحیه‌ی هدف هم وارد نشود، آنگاه به حرکت دایره‌یابی خود ادامه می‌دهد تا به یکی از سه وضعیت اتمام عمر آن، وارد شدن به ناحیه‌ی هدف یا وارد شدن به ناحیه‌ی دوزنقه‌یابی برسد. در وضعیت آخر و بعد از خروج از ناحیه‌ی دوزنقه‌یابی، ادامه‌ی حرکت رهگیر مشابه قبل است. در شکل ۳ می‌توانید نمونه‌یابی از این حالت را که رهگیر سه بار گردش کامل به دور هدف دارد مشاهده کنید.



شکل ۱. فاز پیش تنظیم.

شکل ۱ و با حل هندسی مثلث برخورد نتیجه می‌شود که \hat{T} جواب دستگاه زیر است:

$$(\hat{v}_m^t - \hat{v}_t^t)T^t + (2\hat{D}_1 \hat{v}_t - 2\hat{v}_t \hat{D} \cdot \sin(\hat{B}_0))\hat{T} - (\hat{D}^t - 2\hat{D} \cdot \hat{D}_1 \sin(\hat{B}_0) + \hat{D}_1^t) = 0$$

و $\hat{\psi}_m$ نیز از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\hat{\psi}_m = \hat{B}_0 + \arcsin\left(\frac{(\hat{T} \cdot \hat{v}_t - \hat{D}_1) \cos(\hat{B}_0)}{\hat{T} \cdot \hat{v}_m}\right)$$

اما در واقعیت با توجه به خطای حسگرهای رهگیر مقدار کورس و سرعت واقعی رهگیر که به ترتیب با ψ_m و v_m نمایش می‌دهیم از آنچه که قصد داشته‌ایم بر مبنای آن هدایت صورت گیرد تفاوت دارد. برای در نظر گرفتن این تفاوت، فرض می‌شود اختلاف ψ_m و $\hat{\psi}_m$ نوزی با توزیع یکنواخت روی بازه $[-2, 2]$ درجه است و اختلاف v_m و \hat{v}_m نوزی با توزیع نرمال، میانگین صفر و انحراف معیار ۱ باشد. چنان‌که در ابتدای این بخش بیان شد برآوردهای \hat{B}_0 ، \hat{D} و \hat{v}_t نیز با خطا همراه است. مقدار واقعی این پارامترها را به ترتیب با B_0 ، D و v_t نمایش می‌دهیم. توزیع نوز v_t را نرمال با میانگین صفر و انحراف از معیار ۱ در نظر می‌گیریم. توزیع نوز مربوط به B_0 را که شامل نوز ψ نیز هست، هم توزیع با مجموع دو متغیر مستقل با توزیع یکنواخت روی بازه $[-2, 2]$ درجه در نظر می‌گیریم. همچنین توزیع نوز D را نرمال با میانگین صفر و انحراف معیاری برابر با ۵ درصد مقدار تخمین زده شده‌ی این پارامتر لحاظ می‌کنیم. این نوزها را از یکدیگر مستقل در نظر می‌گیریم. بنابراین فرض کرده‌ایم مشخص بودن مقدار نوز هر کدام از پارامترها تأثیری در توزیع توأم نوز پارامترهای دیگر ندارد. بعد از اعمال نوزها و به دست آوردن مقادیر واقعی، زمان واقعی سپری شده در فاز پیش تنظیم از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$T_s = \frac{D_0 \cos(B_0)}{v_m \cos(\psi_m)}$$

همچنین فاصله‌ی واقعی رهگیر از پشت سر هدف در انتهای فاز پیش تنظیم برابر است با:

$$T_s v_t - \frac{L}{2} - \text{sgn}(\psi_m - B_0) \left(T_s^2 v_m^2 + D_0^2 - 2T_s v_m D_0 \cos(\psi_m - B_0) \right)^{\frac{1}{2}}$$

در ادامه، چنانچه این فاصله مقداری بزرگ‌تر از $0 \leq L$ ، و کم‌تر از 20° باشد، رهگیر وارد فاز آشیانه‌یابی می‌شود؛ در غیر این صورت رهگیری ناموفق خواهد بود.

یک همبستگی منفی انتخاب می‌کنیم. این همبستگی منفی، پارامترهای تصادفی را به شکل منظم‌تری در فضا قرار می‌دهد. نتیجه‌ی این نظم بهتر، افزایش سرعت همگرایی روش مونت‌کارلو است.^[۹] به علاوه برای کاهش زمان اجرا، این شبیه‌سازی به صورت موازی روی تمامی هسته‌های چندین پردازش‌گر انجام شده است.

۳. مدل پیش‌بین احتمال اصابت

چنان‌که پیش‌تر نیز بیان شد برای طراحی بهینه‌ی مسیر پیش‌تنظیم احتیاج به روشی داریم که با دقت و سرعت مناسب احتمال اصابت را به دست آورد. در یک شرایط مشخص لازم است که رهگیر با توجه به اطلاعات جمع‌آوری شده از متغیرهایی مانند \hat{v}_t ، \hat{B} ، \hat{D} و L در زمان کوتاهی احتمال اصابت را محاسبه کند تا برای تصمیم‌گیری در مورد انجام رهگیری مورد استفاده قرار گیرد.

برای این منظور به کمک روش مونت‌کارلو برای مقادیر متفاوت از پارامترها، احتمال اصابت را محاسبه کرده و بعد از این که مجموعه داده‌ی مناسبی تهیه شد، مدلی برای پیش‌بینی روی داده برآزش کنیم. در واقع به جای این که مستقیم از روی الگوریتم هدایت و توزیع نویزها سعی در تخمین احتمال اصابت داشته باشیم ابتدا برای تعدادی سناریو احتمال اصابت به دست می‌آید؛ سپس روی داده‌ی تولید شده مدل مناسبی به کمک روش‌های یادگیری ماشین برآزش می‌شود و نشان داده می‌شود که مدل تولید شده می‌تواند احتمال اصابت را در زمان بسیار کوتاه و با دقت مناسبی محاسبه کند.

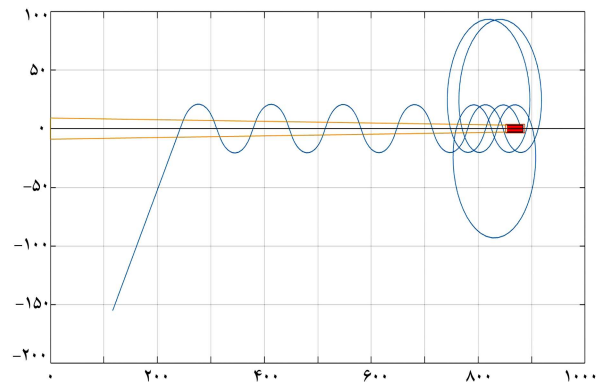
۱.۳. تولید داده برای مدل یادگیری ماشین

برای تولید داده تعداد 3500 سناریو به صورت تصادفی ایجاد می‌کنیم که 3200 رکورد از آن به داده‌ی آموزش و 300 رکورد به داده‌ی آزمون تخصیص یافته است. برای این منظور مقدار \hat{v}_t یک عدد تصادفی بین 5 تا 10 متر بر ثانیه و مقدار L نیز یک عدد تصادفی بین 30 تا 100 متر لحاظ شده است. مقدار \hat{D} (برآوردمان از فاصله تا هدف) یک عدد تصادفی بین 1 تا 6 کیلومتر در نظر گرفته شده و مقدار \hat{B} نیز یک عدد تصادفی بین 4 تا 86 درجه لحاظ شده است تا مقدار واقعی این پارامتر بین صفر تا 90 درجه باقی بماند. مقدار عمر رهگیر نیز یک عدد تصادفی بین 300 تا 500 ثانیه است.

همچنین برای هر سناریو 5000 بار با اعمال نویزهایی نظیر پارامترها وضعیت اصابت تعیین می‌شود و در نهایت احتمال اصابت بر اساس نسبت دفعاتی که رهگیری در این سناریو موفق بوده است تخمین زده می‌شود. می‌توان به سادگی و در حالت‌های پیچیده‌تر نیز به کمک شبیه‌سازی مونت‌کارلو احتمال اصابت را تخمین زد.^[۱۰]

۲.۳. برآزش مدل

در مسئله‌ی که با آن مواجه هستیم، هدفمان ارائه‌ی مدلی مناسب برای پیش‌بینی احتمال اصابت و احتمال موفقیت در فاز پیش‌تنظیم است. در حالت کلی‌تر، یک مسئله‌ی یادگیری با ناظر با p متغیر ورودی $X = (X_1, \dots, X_p)$ و متغیر پاسخ Y را در نظر بگیریم. همچنین فرض کنید مشابه مسئله‌ی که داریم Y یک متغیر کمی باشد و بنابراین با یک مسئله‌ی رگرسیون مواجه باشیم. فرض کنید در واقعیت متغیر پاسخ Y به صورت $Y = f(X) + \varepsilon$ مدل شده باشد (ε خطای تصادفی با میانگین صفر و مستقل از X باشد). در این مسئله Y همان احتمال اصابت و X



شکل ۳. یک مسیر نمونه‌ی در دستگاه مختصات متحرک.

برای پیاده‌سازی مسیر حرکت در فاز آشیانه‌یابی دستگاه مختصات متحرک زیر را در نظر می‌گیریم که مبدأ مختصات آن همان نقطه‌ی O در شکل ۲ و راستای x هم‌جهت با مسیر حرکت هدف است. فرض کنید مختصات رهگیر بعد از فاز پیش‌تنظیم، نقطه‌ی (x_0, y_0) و کورس آن ψ_0 باشد. تعریف می‌کنیم:

$$B(x) = \frac{x}{300v_t} \times \frac{W}{2} + \frac{300v_t - x}{300v_t} \times \frac{3W}{2}$$

توجه کنید که $y = \pm B(x)$ مرزهای بالا و پایین ناحیه‌ی دوزنقه‌ی را مشخص می‌کند. در این صورت مسیر رهگیر تا قبل از گردش احتمالی رهگیر به دور هدف با معادله‌ی دیفرانسیل معمولی:

$$\begin{cases} \dot{x} = v_m \sin(\psi) - v_t \\ \dot{y} = v_m \cos(\psi) \\ \dot{\psi} = g(x, y) \end{cases} \quad (1)$$

با شروع از (x_0, y_0, ψ_0) مدل می‌شود که در آن:

$$g(x, y) = \begin{cases} \dot{\psi}_{max} & , y \geq B(x) \\ 0 & , -B(x) < y < B(x) \\ -\dot{\psi}_{max} & , y \leq -B(x) \end{cases}$$

در حالتی که رهگیر در انجام حرکت دایره‌یابی از ناحیه‌ی هدف رد شود مدل‌سازی حرکت آن مشابه معادله دیفرانسیل قبل و با تغییر $\dot{\psi} = g(x, y)$ به $\dot{\psi} \pm \dot{\psi}_{max}$ صورت می‌گیرد. حرکت رهگیر طبق دستگاه جدید تا زمانی ادامه می‌یابد که با عمر رهگیر تمام شود، یا وارد ناحیه‌ی هدف شود و یا مجدد وارد ناحیه‌ی دوزنقه‌ی شود که در این حالت در حین خروج از ناحیه‌ی دوزنقه‌ی، حرکت رهگیر مجدد طبق معادله‌ی ۱ خواهد بود.

برای حل عددی معادله‌ی ۱، می‌توان از روش‌های مرسوم حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی مانند رانگ-کوتا استفاده کرد. همچنین با توجه به دو نوع حرکت رهگیر می‌توان مسیر حرکت رهگیر را برای هر قسمت که سرعت زاویه‌ی آن تغییر می‌کند تحلیلی به دست آورد و در هر قسمت از حرکت که سرعت زاویه‌ی ثابت است رسیدن به ناحیه‌ی هدف را بررسی کرد. در این صورت با دقت یکسان، شبیه‌سازی با این روش 15 تا 30 برابر سریع‌تر خواهد شد. برای تولید داده از این شیوه استفاده شده است و نیز برای شبیه‌سازی مونت‌کارلو می‌توان به کمک بهبودهایی مانند روش‌های شبه مونت‌کارلو با تعداد تکرار ثابت دقت را افزایش داد. در شبیه‌سازی شبه مونت‌کارلو به جای انتخاب نویزهای نظیر پارامترها، به صورت تصادفی و مستقل آنها را با

به کمک اعتبارسنجی متقابل، روش گرادیان بوستینگ را به عنوان روش نهایی انتخاب کردیم. همچنین در این مسئله متغیرهای ورودی تعداد کمی دارند و از یکدیگر مستقلاند و داده‌ی پرت نیز نداریم. به این دلیل پیش‌پردازش‌های متداولی مانند کاهش بعد، نرمال‌سازی داده و حذف داده‌های پرت برای این روش ضرورتی ندارد.

بوستینگ یکی از قدرتمندترین ایده‌های مطرح شده در حوزه‌ی یادگیری ماشینی است. بوستینگ در ابتدا برای مسائل رده‌بندی مطرح شد و بعداً برای مسائل رگرسیون نیز مورد استفاده قرار گرفت. بوستینگ در واقع دستورالعملی برای ترکیب خروجی‌های حاصل از مدل یادگیری ضعیف (مانند درخت تصمیم یا رگرسیون خطی) برای ایجاد یک مدل یادگیری قوی است. روش گرادیان بوستینگ ترکیبی از ایده‌ی بوستینگ و روش کاهش گرادیان است. در ادامه جزئیات بیشتری از این روش شرح داده می‌شود.^[۱۲]

فرض کنید مدل یادگیری ضعیفی که الگوریتم بوستینگ برمی‌نماید آن است متناسب با یک کلاس \mathcal{H} باشد. در این صورت الگوریتم گرادیان بوستینگ فرض می‌کند که $f(x)$ ترکیب خطی وزن‌داری از توابع در کلاس \mathcal{H} است. یعنی \hat{f} تابعی است به شکل $f(x) = \sum_{j=1}^M \gamma_j h_j(x) + C$ که در آن $h_j \in \mathcal{H}$ و γ_j ، $1 \leq j \leq M$ نقش وزن‌ها را دارند و C یک عدد ثابت است. این ترکیب خطی به شیوه‌ی انتخاب می‌شود که تابع زبان $L(\hat{f}) = \sum_{i=1}^n L(y_i, \hat{f}(x_i))$ را کمینه کند. الگوریتم گرادیان بوستینگ بر اساس یک ایده‌ی حرصانه است. بدین شکل که ابتدا با مدلی بر اساس تابع ثابت $f_0(x)$ که از رابطه‌ی $f_0(x) = \arg \min_{\gamma} \sum_{i=1}^n L(y_i, \gamma)$ شروع می‌کنیم و از رابطه‌ی بازگشتی:

$$f_m(x) = f_{m-1}(x) + \arg \min_{h_m \in \mathcal{H}} \left(\sum_{i=1}^n L(y_i, f_{m-1}(x_i) + h_m(x_i)) \right)$$

به‌روزرسانی می‌شود. یادآور می‌شود که در واقع روی باقیمانده‌ی خطا در مدل مرحله‌ی قبل یعنی $y_i - f_{m-1}(x)$ مجدد با مدل یادگیری پایه‌ی که داریم برازش انجام می‌شود. اما حل مسئله‌ی بهینه‌سازی قبل هزینه‌بر است؛ برای حل این مشکل از روش کاهش بردار گرادیان استفاده می‌شود. برای این منظور، رابطه‌ی قبل را به صورت:

$$f_m(x) = f_{m-1}(x) - \gamma_m \sum_{i=1}^n \nabla_{f_{m-1}} L(y_i, f_{m-1}(x_i))$$

و بر مبنای ایده‌ی کاهش بردار گرادیان تغییر می‌دهیم. γ_m از مسئله‌ی بهینه‌سازی ساده‌تر:

$$\gamma_m = \arg \min_{\gamma} \sum_{i=1}^n L(y_i, f_{m-1}(x_i) - \gamma \nabla_{f_{m-1}} L(y_i, f_{m-1}(x_i)))$$

به دست می‌آید. مرسوم است که روش گرادیان بوستینگ از درخت تصمیم با اندازه‌ی ثابت به عنوان مدل یادگیری ضعیف استفاده می‌کند. در این حالت تابع $h_m(x)$ که در مرحله‌ی m مشخص می‌شود تابعی است به شکل:

$$h_m(x) = \sum_{j=1}^{J_m} b_{jm} I(x \in R_{jm})$$

که در آن منظور از I تابع نشان‌گر است و R_{jm} ، $1 \leq j \leq m$ افزایشی از فضای متناظر با درخت تصمیم است. بنابراین معادله‌ی تابع $h_m(x)$ روی ناحیه‌ی

برداری شامل L ، \hat{D} ، \hat{B} و \hat{v}_i و عمر رهگیر و f تابعی پیچیده است که در اختیار نداریم. در حالتی که هر پنج متغیر تأثیرگذار را در X لحاظ کنیم و همچنین همه‌ی نویزها نیز در احتمال اصابت لحاظ شده باشند آنگاه متغیر ε تنها شامل خطای حاصل از روش مونت‌کارلو است.

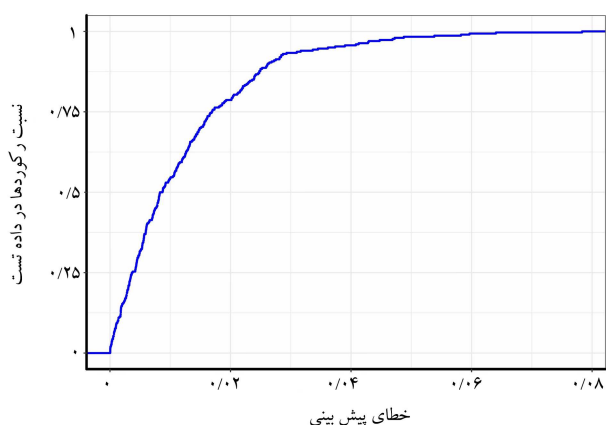
هدفمان این است که به کمک داده‌ی آموزش که به صورت $\{(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)\}$ در نظر می‌گیریم، تخمین مناسبی از تابع f (تحت یک تابع زبان مانند L) ارائه کنیم. در این جا $x_i = (x_{i1}, \dots, x_{ip})^t$ بردار ویژگی‌های نظیر مشاهده‌ی i ام است. برای مثال در صورتی که تابع زبان مربعی را در نظر بگیریم باید تابعی مانند \hat{f} را بیابیم که خطای میانگین مربعات، $MSE_{\text{training}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{f}(x_i))^2$ ، را کمینه کند. اما همواره علاقه‌مندیم که مدل ارائه شده روی داده‌ی تست خطای کمی داشته باشد. به عبارتی، $MSE_{\text{test}} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y'_i - \hat{f}(x'_i))^2$ که $\{(x'_1, y'_1), \dots, (x'_m, y'_m)\}$ مجموعه داده‌ی آزمون است. مهم‌ترین چالشی که در مسائل یادگیری ماشینی با آن روبرو هستیم این است که لزوماً مقدار کم MSE_{training} مقدار مناسب MSE_{test} را نتیجه نمی‌دهد. در واقع معمولاً می‌توانیم با پیچیده‌تر کردن مدل و افزایش انعطاف‌پذیری آن MSE_{training} را کم کنیم ولی این لزوماً منجر به کاهش مقدار MSE_{test} نمی‌شود و به اصطلاح خطر بیش‌برازش وجود دارد. برای انتخاب سطح مناسبی از انعطاف‌پذیری می‌توان از مجموعه‌ی سومی به نام «داده‌ی اعتبارسنجی» استفاده کنیم، یا برای کاهش هزینه‌ی تولید داده‌ی جدید از روش اعتبارسنجی متقابل^۳ بهره بگیریم.

در روش اعتبارسنجی متقابل K لایه‌ی ابتدا داده‌ی آموزش به K بخش (لایه) تصادفی با اندازه‌ی تقریباً برابر افراز می‌شود. سپس برای هر z از یک تا K بدین صورت عمل می‌شود. ابتدا بخش زام کنار گذاشته می‌شود و مدل روی داده شامل $K - 1$ بخش دیگر آموزش داده می‌شود. در ادامه، خطای مدل روی بخش زام محاسبه می‌شود. در نهایت روی خطای به دست آمده از این K بخش میانگین گرفته می‌شود. مقدار حاصل تخمینی از خطای پیش‌بینی ارائه می‌کند.

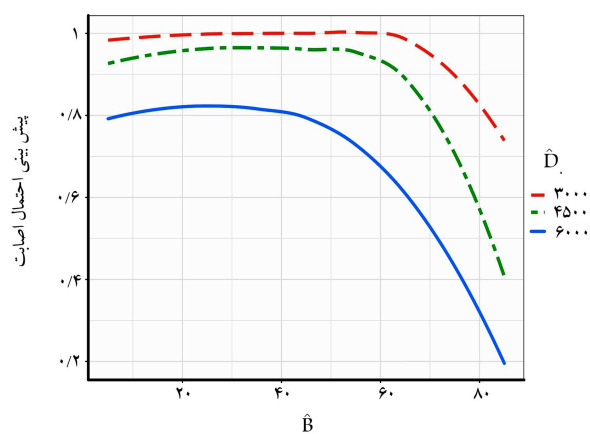
به بیان دقیق‌تر اگر فرض کنید C_1, \dots, C_k افزایشی نظیر این بخش‌ها از مجموعه‌ی $\{1, 2, \dots, n\}$ (اندیس‌های داده‌ی آموزش) باشد به طوری که برای هر i ، $|C_i| \approx \frac{n}{K}$ ، آنگاه برآورد ما از خطای پیش‌بینی به کمک روش اعتبارسنجی متقابل از رابطه‌ی $CV(\hat{f}) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^K \sum_{i \in C_j} L(y_i, \hat{f}_j(x_i))$ محاسبه می‌شود که در آن \hat{f}_j مدل برازش شده با حذف بخش زام از داده است. در نهایت مدل یا پارامترهای مدل به گونه‌ی انتخاب می‌شود که برآورد خطای پیش‌بینی کم‌تری به کمک روش اعتبارسنجی متقابل داشته باشند. همچنین متداول است که مقدار K برابر ۵ یا ۱۰ انتخاب شود.

از مدل‌های مرسوم در حوزه‌ی یادگیری ماشینی با پیچیدگی کم و تفسیرپذیری آسان‌تر، می‌توان به روش‌هایی مانند رگرسیون خطی برای مسئله‌ی رگرسیون و رگرسیون لژیستیک یا تحلیل تشخیصی خطی (LDA) برای مسئله‌ی رده‌بندی اشاره کرد. در طرف مقابل روش‌هایی با انعطاف‌پذیری بالاتر ارائه شده‌اند که به منظور پیش‌بینی کاربرد دارند. روش‌هایی مانند جنگل تصادفی (SVM)، روش‌های مبتنی بر شبکه‌های عصبی و تعمیم‌های جدیدتر از آنها مانند تکنیک‌های مبتنی بر یادگیری عمیق یا روش‌هایی بر مبنای ایده‌ی گرادیان بوستینگ^۴ از این دست روش‌ها هستند.^{[۱۳][۱۱]}

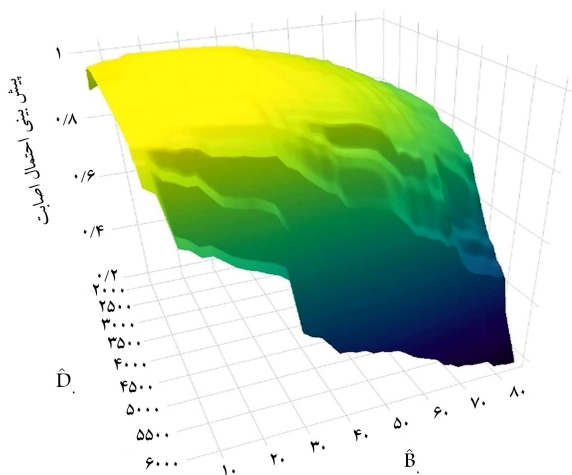
برای مدل‌سازی با توجه به نتایج به دست آمده از عملکرد روش‌های مختلف



شکل ۴. نمودار تابع توزیع تجمعی تجربی اختلاف احتمال اصابت و مقدار پیش‌بینی شده توسط مدل.



شکل ۵. مقایسه‌ی پیش‌بینی احتمال اصابت برای مقادیر متفاوتی از فاصله‌ی ابتدایی از هدف برحسب‌گرای اولیه‌ی هدف.



شکل ۶. پیش‌بینی احتمال اصابت برحسب فاصله و گرای اولیه‌ی هدف نسبت به رهگیر.

۴. اصلاح قانون هدایت و افزایش احتمال اصابت

چنان‌که در بخش قبل اشاره شد با افزایش B شاهد نوعی گذر فاز برای احتمال اصابت هستیم و از جایی به بعد افزایش B باعث کاهش شدید احتمال اصابت

R_{j_m} مقدار ثابت b_{j_m} را دارد. همچنین فریدمن^[۱۳] پیشنهاد داد که مقادیر بهینه‌ی متفاوتی مانند γ_{j_m} نظیر هر ناحیه‌ی درخت مانند R_{j_m} انتخاب شود. به علاوه متداول است که مقادیر J_m (تعداد برگ‌ها در درخت تصمیم یا همان رئوس انتهایی) همگی برابر با مقدار ثابت J در نظر گرفته شود. برای انجام پیاده‌سازی روش گرادیان بوستینگ از کتابخانه‌ی متن‌باز XGBoost در ++C که امکان انجام محاسبات به صورت توزیع شده را دارد استفاده شده است. برای پیاده‌سازی از کتابخانه‌ی LightGBM که عملکرد مشابهی دارد نیز می‌توان بهره برد.^[۱۴]

همچنین برای انتخاب و تنظیم پارامترهای مناسب روش گرادیان بوستینگ روی ترکیب‌های مختلفی از این پارامترها روش اعتبارسنجی متقابل پیاده‌سازی شده است و در نهایت ترکیبی انتخاب شده است که تخمین خطای پیش‌بینی آن کم‌ترین مقدار باشد. در این ترکیب، پارامتر نرخ یادگیری (η) که طول گام را در روش گرادیان کنترل می‌کند مقدار 0.1 انتخاب شده است. برای پارامتر بیشینه‌ی عمق درخت نیز مقدار 8 لحاظ شده است. همچنین نسبت 0.8 از داده‌ی آموزش در فرایند یادگیری و گسترش درخت استفاده شده است و تعداد تکرار در الگوریتم 650 لحاظ شده است.

۳.۳. بیان نتایج مدل

محاسبه‌ی پیش‌بینی مدل روی هم‌زمان 300 داده‌ی آزمایشی که در اختیار داشتیم در حدود 5 میلی‌ثانیه زمان می‌برد. لذا در لحظه می‌توانیم در مورد احتمال اصابت تعداد زیادی سناریو تصمیم‌گیری داشته باشیم.

چنان‌که بیان شد تعداد مشاهدات داده‌ی آزمون برابر با $m = 300$ است. همچنین فرض کنید برای $1 \leq i \leq m$ ، y_i تخمین احتمال اصابت به کمک روش مونت‌کارلو و y'_i پیش‌بینی این احتمال به کمک مدل به دست آمده برای i امین داده‌ی آزمون باشد. مقدار خطای میانگین قدرمطلق انحراف که از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$MAE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |y_i - y'_i|$$

برای این مدل برابر با 0.12 است که نشان‌دهنده‌ی عملکرد مناسب مدل است. توجه شود که این مقدار بسیار نزدیک به خطایی است که روش مونت‌کارلو ایجاد می‌کند. بنابراین می‌توان انتظار داشت با افزایش تعداد تکرار در روش مونت‌کارلو و بهبود دقت آن این خطا را نیز کاهش داد.

در ادامه نمودار تابع توزیع تجمعی تجربی (ECDF) اختلاف احتمال اصابت و مقدار پیش‌بینی شده توسط مدل ترسیم شده است (شکل ۴). برای مثال در حدود 80 درصد از مشاهدات داده‌ی آزمون این اختلاف کم‌تر از 2 درصد است.

به کمک مدل به دست آمده در حالتی که مقدار L برابر با 50 متر، مقدار \hat{v} برابر 7 متر بر ثانیه و عمر رهگیر 50 ثانیه باشد برای $\hat{B} \in [5^\circ, 85^\circ]$ و سه وضعیت متفاوت \hat{D} احتمال موفقیت در فاز پیش‌تنظیم به دست آمده و در شکل ۵ ترسیم شده است. به کاهش شدید احتمال اصابت در حالتی که \hat{B} از آستانه‌ی در حدود 50 درجه بیشتر است توجه شود. از این موضوع در طراحی بهینه‌تر الگوریتم بخش بعد استفاده خواهیم کرد. در شکل ۶ نیز نمودار سه‌بعدی پیش‌بینی احتمال اصابت برحسب \hat{D} و \hat{B} ترسیم شده است. افزایش هر دو پارامتر منجر به کاهش احتمال اصابت می‌شود. به خصوص افزایش \hat{B} از جایی به بعد باعث ریزش ناگهانی احتمال اصابت می‌شود.

جدول ۱. مقایسه‌ی احتمال اصابت در الگوریتم هدایت اولیه و الگوریتم هدایت تغییر یافته.

\hat{B}_0	\hat{v}_t	\hat{D}_0	t_1	احتمال اصابت الگوریتم هدایت	
				اولیه	تغییر یافته
۸۰	۷	۵۰۰۰	۱۹۱	۴۹٫۲	۷۷٫۸
۷۵	۸	۵۵۰۰	۱۹۰	۵۰٫۶	۶۵٫۵
۸۵	۶	۳۵۰۰	۱۷۵	۳۵٫۳	۹۲٫۱
۷۰	۸	۵۲۰۰	۱۹۰	۷۱٫۱	۷۷٫۶
۷۸	۹	۴۰۰۰	۱۱۴	۸۱٫۱	۹۳٫۲
۷۴	۶	۴۷۰۰	۱۸۴	۶۶٫۷	۸۴٫۹

به کمک دستگاه آخر می‌توان مقدار R_1 و R_2 را محاسبه کرد. کورس رهگیر بعد از فاز پیش تنظیم برابر است با $\psi_m^{new} + 90^\circ - \psi_m$. همچنین عمر سپری شده‌ی رهگیر در فاز پیش تنظیم برابر است با (مجموع زمان رسیدن از P_1 به A ، انجام حرکت دایره‌ی برای تغییر کورس و بعد از آن زمان رسیدن تا نقطه‌ی P_2):

$$T_1 = t_1 + \frac{180^\circ - 2\psi_m^{new}}{\dot{\psi}_{max}} + \frac{R_2}{v_m}$$

و فاصله‌ی رهگیر از پشت سر هدف بعد از فاز پیش تنظیم برابر خواهد بود با:

$$distance = T_1 v_t - \frac{L}{\gamma} - R_1$$

حال با استفاده از روش مونت‌کارلو احتمال اصابت را برای الگوریتم هدایت جدید به دست می‌آوریم.

با انجام شبیه‌سازی برای مثالی که در نظر گرفتیم یعنی $\hat{B}_0 = 80^\circ$ ، $\hat{v}_t = 7m/s$ ، $\hat{D}_0 = 5000m$ ، $L = 50m$ و طول عمر 50° ثانیه، احتمال اصابت 77.8% درصد می‌شود. بنابراین با این تغییر احتمال اصابت در حدود 29% درصد افزایش می‌یابد. در جدول ۱ برای تعدادی سناریوی دیگر تغییر احتمال را می‌بینید. در این سناریوها عمر رهگیر برابر با مقدار پیش فرض 50° ثانیه و L برابر با $50m$ است. احتمال در هر دو حالت با بیست هزار بار اجرای مونت‌کارلو شبیه‌سازی شده است.

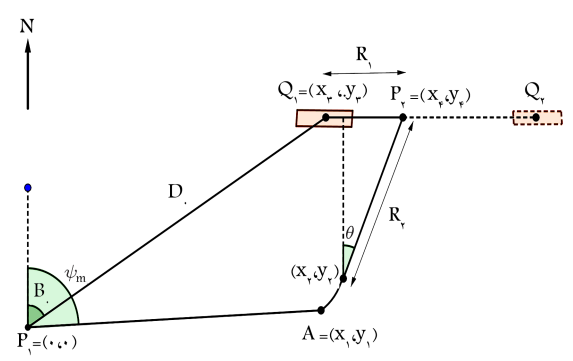
چنانکه از جدول ۱ مشاهده می‌شود الگوریتم هدایت تغییر یافته برای حالاتی که \hat{B}_0 زیاد باشد تأثیر بیشتری دارد. برای بهبود الگوریتم هدایت تغییر یافته می‌توان در محاسبات ψ_m^{new} ، قسمت حرکت دایره‌ی برای تغییر کورس نیز لحاظ شود و همچنین به کمک بهینه‌سازی تصادفی فرض ساده‌سازی اول نیز حذف شود.

۵. مدل‌سازی حرکت رهگیر با در نظر گرفتن اغتشاشات

در طول مسیر

در این بخش قصد داریم مسیر حرکت رهگیر را با لحاظ کردن اغتشاشات محیطی به صورت یک فرایند تصادفی مدل کنیم. برای مثال حالتی را در نظر می‌گیریم که v_t و v_m یک فرایند تصادفی هستند.

یکی از فرایندهای تصادفی معروف که در مدل‌سازی پدیده‌های تصادفی زیادی استفاده می‌شود حرکت براونی نام دارد. حرکت براونی یک فرایند تصادفی زمان - پیوسته است که می‌توان آن را حد قدم زدن تصادفی^۵ لحاظ کرد. در ادامه از نماد $\{B(t)\}_{t \geq 0}$ برای حرکت براونی استفاده می‌کنیم. حرکت براونی یک فرایند گاوسی با نمرهای مستقل است، به طوری که مسیرهای آن به احتمال ۱ پیوسته هستند.



شکل ۹. محاسبه‌ی فاصله از هدف و عمر باقیمانده‌ی رهگیر بعد از فاز پیش تنظیم در الگوریتم هدایت تغییر یافته.

پارامترها باید محاسبه شود که بعد از اتمام فاز پیش تنظیم با الگوریتم هدایت جدید مقادیر کورس رهگیر، فاصله تا هدف و عمر باقیمانده‌ی رهگیر چه مقدار است تا فاز آشیانه‌یابی با این مقادیر آغاز شود.

با توجه به شکل ۹ و با در نظر گرفتن دستگاه مختصاتی که مبدا آن نقطه‌ی P_1 و محور y آن در راستای شمال باشد می‌توان دید:

$$\begin{cases} x_1 = v_m t_1 \sin \psi_m \\ y_1 = v_m t_1 \cos \psi_m \end{cases}$$

توجه کنید که زاویه‌ی گردش حرکت دایره‌ی برای کاهش کورس به میزان $90^\circ - \psi_m^{new}$ و رسیدن از نقطه‌ی (x_1, y_1) به (x_2, y_2) برابر با $180^\circ - 2\psi_m^{new}$ است. لذا:

$$\begin{cases} x_2 = x_1 - 2r \cos(\psi_m^{new}) \cos(\psi_m + \psi_m^{new}) \\ y_2 = y_1 + 2r \cos(\psi_m^{new}) \sin(\psi_m + \psi_m^{new}) \end{cases}$$

که در آن:

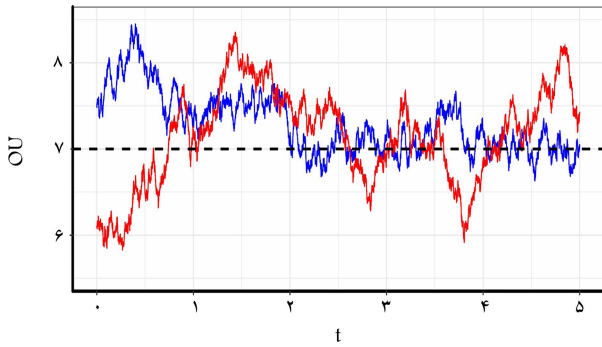
$$r = \frac{180^\circ v_m}{\pi \dot{\psi}_{max}}$$

همچنین

$$\begin{cases} x_r = D_0 \sin(B_0) \\ y_r = D_0 \cos(B_0) \end{cases}$$

و در نهایت

$$\begin{cases} x_t = x_r + R_2 \sin \theta = x_r + R_1 \\ y_t = y_r + R_2 \cos \theta = y_r \end{cases}$$



شکل ۱۱. دو مسیر نمونه‌یی از فرایند اورنشتاین - اولنبرگ.

باشد، روش اولبر - مارویاما به صورت بازگشتی از روی رابطه‌ی:

$$X_{j+1} = X_j + b(t_j, X_j)\Delta t + \sigma(t_j, X_j)\Delta B_j, \quad 0 \leq j < n$$

تقریب‌های بعدی را به دست می‌آورد. چنان‌که پیش‌تر نیز ذکر شد منظور از ΔB_j همان $B_{t_{j+1}} - B_{t_j}$ است و با توجه به ویژگی‌های حرکت براونی دارای توزیع $N(0, \Delta t)$ است و برای زهای متفاوت از یکدیگر مستقل‌اند. تحت شرایط مناسب اثبات شده است که این روش بازگشتی با بزرگ کردن n به جواب معادله دیفرانسیل تصادفی به میزان دلخواه و مسیر به مسیر نزدیک می‌شود. برای مطالعه‌ی بیشتر در مورد این روش مرجع [۱۷] را ببینید.

دو مسیر نمونه‌یی از این فرایند برای $T = 5, \sigma = 1, \theta = 2, \mu = 7$ و $n = 10000$ در حالتی که X_0 از توزیع $N(\mu, \frac{\sigma^2}{\theta})$ انتخاب شده، در شکل ۱۱ ترسیم شده‌اند.

۲.۵. مدل‌سازی تصادفی حرکت رهگیر

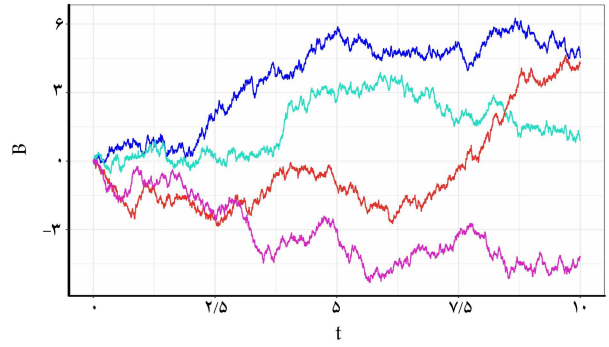
چنان‌که بیان شد علاقه‌مندیم پارامترهایی مانند v_t, v_m و ψ_m در طول مسیر حرکت رهگیر نیز متغیر و تصادفی باشند.

با لحاظ کردن امواج دریا و دیگر اغتشاشات محیطی مقدار واقعی پارامتری مانند سرعت رهگیر در طول مسیر تصادفی است. با توجه به عوامل کنترل‌کننده‌ی رهگیر انتظار داریم که انحراف از معیار این پارامتر نسبت به مقدار برآورد شده در لحظه‌ی ابتدایی در طول مسیر تقریباً ثابت باشد. همچنین انتظار داریم که این پارامترها به طور پیوسته تغییر نکنند. بنابراین فرایند اورنشتاین - اولنبرگ انتخاب مناسبی برای مدل‌سازی است. [۱۸]

دستگاه مختصات متحرکی را که در فصل اول معرفی شد در نظر بگیرید. ابتدا مسیر حرکت رهگیر را در فاز پیش‌تنظیم مدل‌سازی می‌کنیم. فرض کنید مختصات واقعی رهگیر در این دستگاه در لحظه‌ی آغازین (x_0, y_0) باشد. در این صورت مسیر حرکت رهگیر تا انتهای فاز پیش‌تنظیم به صورت زیر مدل می‌شود:

$$\begin{cases} dx = ((v_m \sin(\psi) - v_t)dt \\ dy = (v_m \cos(\psi))dt \\ d\psi = \omega dt \\ d\omega = -\theta_1 \omega dt + \sigma_1 dB_t^1 \\ dv_m = \theta_2 (\hat{v}_m - v_m)dt + \sigma_2 dB_t^2 \\ dv_t = \theta_3 (\hat{v}_t - v_t)dt + \sigma_3 dB_t^3 \end{cases}$$

که B_t^1, B_t^2, B_t^3 سه حرکت براونی مستقل هستند. همچنین مقادیر σ_i و θ_i به نحو مناسبی با توجه به میزان نویز انتخاب می‌شوند. توجه کنید که $\frac{\sigma_i}{\theta_i}$ مقدار حدی



شکل ۱۰. تعدادی مسیر نمونه‌یی از حرکت براونی.

چهار مسیر نمونه‌یی از حرکت براونی را می‌توانید در شکل ۱۰ مشاهده کنید. برای آشنایی بیشتر با ویژگی‌های حرکت براونی، مطالعات انجام شده پیشین [۱۶، ۱۵] در دسترس است.

یک حرکت براونی که از روی توزیع نموهای آن به سادگی نتیجه می‌شود که $\text{var}(B(t)) = t$

چنان‌که در ابتدای این بخش نیز بیان شد قصد داریم پارامترهایی مانند سرعت رهگیر یا هدف را با یک فرایند تصادفی مدل کنیم به این دلیل که علاوه بر این که برآورد اولیه‌ی ما با خطا همراه است در طول مسیر حرکت نیز به دلیل عدم قطعیت‌هایی که برای مثال امواج دریا ایجاد می‌کنند مقدار واقعی نیز به طور تصادفی، ولی پیوسته تغییر می‌کند.

از طرف دیگر انتخاب حرکت براونی یا انتقالی از آن به عنوان یک مدل برای چنین پارامترهایی مناسب نیست به این دلیل که واریانس حرکت براونی با گذشت زمان زیاد می‌شود، اما عوامل کنترلی موجود در رهگیر و هدف، واریانس و تغییرات چنین پارامترهایی را در یک بازه کنترل خواهند کرد.

۱.۵. فرایند اورنشتاین - اولنبرگ و حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی

چنان‌که ذکر شد به دنبال یک فرایند تصادفی هستیم که واریانس آن محدود باشد و مقادیر فرایند حول یک مقدار، یعنی میانگین، به صورت کنترل شده نوسان کند. فرایند اورنشتاین - اولنبرگ یک فرایند تصادفی با این ویژگی است. یک فرایند با این ویژگی را فرایند بازگشت به میانگین^۶ می‌نامند. فرایند X_t را زمانی یک فرایند اورنشتاین - اولنبرگ می‌گوییم که در معادله‌ی دیفرانسیل تصادفی $dX_t = \theta(\mu - X_t)dt + \sigma dB_t$ صدق کند. می‌توان نشان داد که اگر X_0 مستقل از حرکت براونی و از توزیع $N(\mu, \frac{\sigma^2}{\theta})$ انتخاب شود آنگاه برای هر $t, E(X_t) = \mu$ مقدار $\text{Var}(X_t) = \frac{\sigma^2}{\theta}$ خواهد بود. لذا امید ریاضی و واریانس تابعی از زمان نخواهند بود و مقدار ثابتی دارند. توجه کنید که اگر X_0 ثابت انتخاب شود نیز امید ریاضی و واریانس X_t رفتار حدی مشابهی دارند.

همانند معادله‌های دیفرانسیل معمولی که روش‌های عددی متنوعی برای حل آنها توسعه داده شده، برای حل عددی معادلات دیفرانسیل تصادفی نیز روش‌های متنوعی مطرح شده است. یکی از ساده‌ترین روش‌های مطرح شده روش اولبر - مارویاما^۷ است. در حالت کلی فرض کنید می‌خواهیم معادله‌ی دیفرانسیل تصادفی $dX_t = b(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dB_t$ را روی بازه‌ی زمانی $[0, T]$ به صورت عددی حل کنیم. ابتدا بازه‌ی $[0, T]$ را با فاصله‌های برابر به n قسمت هر کدام به طول $\Delta t = \frac{T}{n}$ تقسیم می‌کنیم. با فرض این که X_j یک تقریب عددی برای X_{t_j}

مشابه است) می‌توان به کمک روش اویلر-مارویاما و به این شیوه عمل کرد که ابتدا بازه‌ی زمانی $[0, T]$ را به n قسمت با فاصله مساوی (برای n به اندازه‌ی کافی بزرگ) تقسیم می‌کنیم. فرض کنید $\Delta t = \frac{T}{n}$ و $0 = t_0 < t_1 < t_2 < \dots < t_n = T$ تقسیم‌بندی مورد نظر باشد. آنگاه رابطه‌ی بازگشتی (منظور از $x[j]$ مقدار تقریبی x در زمان t_j است. برای دیگر پارامترها نیز همین تعبیر برقرار است).

$$\begin{cases} x[j+1] = x[j] + ((v_m[j] \sin(\psi[j]) - v_t[j])\Delta t) \\ y[j+1] = (v_m[j] \cos(\psi[j]))\Delta t \\ \psi[j+1] = (g(x[j], y[j]) + \omega[j])\Delta t \\ \omega[j+1] = -\theta_r \omega[j] \Delta t + \sigma_\omega \times N(0, \Delta t) \\ v_m[j+1] = \theta_r (v_m^0 - v_m[j]) \Delta t + \sigma_r \times N(0, \Delta t) \\ v_t[j+1] = \theta_r (v_t^0 - v_t[j]) \Delta t + \sigma_r \times N(0, \Delta t) \end{cases}$$

در عبارت بالا منظور از $N(0, \Delta t)$ این است که هر بار یک عدد تصادفی (و مستقل از بارهای دیگر) با توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار $\sqrt{\Delta t}$ تولید و در رابطه قرار داده شود. در این صورت این رابطه‌ی بازگشتی یک مسیر نمونه‌ی از فرایند تصادفی تولید می‌کند. بنابراین مشابه قبل و با تولید مسیرهای نمونه‌ی برای سناریوهای مختلف می‌توان به کمک روش مونت‌کارلو تخمینی از احتمال اصابت به دست آورد و مدل یادگیری ماشینی با این شرایط واقعی‌تر به داده برآزش داد.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا به کمک تکنیک‌های یادگیری ماشینی مدلی با دقت مناسب برای پیش‌بینی احتمال اصابت با توجه به نامعینی‌های موجود و توزیع نوز آنها ارائه شد. سپس به کمک این مدل الگوریتم هدایت در فاز پیش‌تنظیم به گونه‌ی تغییر داده شد تا شانس اصابت افزایش یابد. همچنین می‌توان در ادامه الگوریتم‌های هدایت متنوعی طراحی و بدین شیوه برای هر کدام یک مدل مناسب برای احتمال اصابت برآزش شود و برای هر سناریو در نهایت مدلی انتخاب شود که احتمال اصابت آن بیشینه است. همچنین مشابه آنچه در بخش ۵ بیان شد می‌توان اغتشاشات محیطی را در طول مسیر حرکت رهگیر یا هدف لحاظ کرد و به کمک معادلات دیفرانسیل تصادفی مدل‌سازی را در شرایط واقعی‌تری انجام داد.

واریانس و θ_i سرعت همگرایی به این مقدار را تعیین می‌کند. برای مثال مشابه بخش دوم مقدار v_m در لحظه‌ی صفر متغیر تصادفی با توزیع $N(v_m, 1)$ است و با انتخاب $\sigma_r = \theta_r = 2$ میانگین واریانس v_m برای هر زمان به ترتیب مقدار ثابت v_m و یک را خواهند داشت.

مدل‌سازی حرکت رهگیر برای فاز آشیانه‌یابی و قبل از گردش (احتمالی) کامل

به صورت زیر است:

$$\begin{cases} dx = ((v_m \sin(\psi) - v_t) dt) \\ dy = (v_m \cos(\psi)) dt \\ d\psi = (g(x, y) + \omega) dt \\ d\omega = -\theta_r \omega dt + \sigma_r dB_t^\omega \\ dv_m = \theta_r (v_m^0 - v_m) dt + \sigma_r dB_t^v \\ dv_t = \theta_r (v_t^0 - v_t) dt + \sigma_r dB_t^v \end{cases}$$

که در آن

$$g(x, y) = \begin{cases} \dot{\psi}_{\max} & , y \geq B(x) \\ 0 & , -B(x) < y < B(x) \\ -\dot{\psi}_{\max} & , y \leq -B(x) \end{cases}$$

و

$$B(x) = \frac{x}{v_{00} v_t} \times \frac{W}{2} + \frac{v_{00} v_t - x}{v_{00} v_t} \times \frac{3W}{2}$$

($y = \pm B(x)$) مرز بالا و پایین ناحیه‌ی دوزنقه‌ی شکل است.) همچنین v_m^0 و v_t^0 و ψ_m^0 مقادیر ابتدایی پارامترهای نظیر رهگیر در ابتدای فاز پیش‌تنظیم هستند. معادله دیفرانسیل تصادفی نظیر حرکت گردش کامل نیز کاملاً مشابه است و فقط معادله‌ی میانی به شکل $d\psi = (\pm \dot{\psi}_{\max} + \omega) dt$ تغییر می‌کند. علامت $\dot{\psi}_{\max}$ با توجه به جهت گردش مشخص می‌شود. با توجه به این سه دستگاه و دقیقاً مشابه آنچه در بخش دوم بیان شد هدایت صورت می‌گیرد. بنابراین از ذکر مجدد آن خودداری می‌کنیم.

حال دستگاه معادلات دیفرانسیل تصادفی نظیر حرکت رهگیر در فاز آشیانه‌یابی را در نظر بگیرید. برای حل عددی این دستگاه (حل عددی دو دستگاه دیگر نیز کاملاً

پانویس‌ها

1. Autonomous Underwater Vehicle
2. Wake Homing
3. Cross Validation
4. Gradient Boosting
5. Random Walk
6. Mean-Reverting Process
7. Euler-Maruyama Method

منابع (References)

1. Karoui, I., Quidu, I. and Legris, M. "Automatic sea-surface obstacle detection and tracking in forward-looking sonar image sequences", *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **53**(8), pp. 4661-4669 (2015).
2. Fu, H. and Wan, P. "Numerical simulation on ship bub-

- bly wake”, *Journal of Marine Science and Application*, **10**(4), pp. 413-418 (2011).
3. Song, B.W. and Li, N. “Applied research of simulation method in calculate the hit probability of acoustic homing torpedo”, *In Advanced Materials Research*, **148**, pp. 353-358 (2011).
 4. Wolk, E.S. “Torpedo hit probabilities”, *SIAM Review*, **2**(4), pp. 292-296 (1960).
 5. Xiang, X., Yu, C. and Zhang, Q. “Robust fuzzy 3D path following for autonomous underwater vehicle subject to uncertainties”, *Computers & Operations Research*, **84**, pp. 165-177 (2017).
 6. Wang, X., Yao, X. and Zhang, L. “Path planning under constraints and path following control of autonomous underwater vehicle with dynamical uncertainties and wave disturbances”, *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, **99**(3), pp. 891-908 (2020).
 7. Hai, H., Guocheng, Z., Hongde, Q. and et al. “Autonomous underwater vehicle precise motion control for target following with model uncertainty”, *International Journal of Advanced Robotic Systems*, **14**(4), pp. 1-11 (2017).
 8. Tabataba'i-Nasab, F.S., Keymasi Khalaji, A. and Moosavian, S.A.A. “Adaptive nonlinear control of an autonomous underwater vehicle”, *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, **41**(11), pp. 3121-3131 (2019).
 9. Niederreiter, H., *Random Number Generation and Quasi-Monte Carlo Methods*, Society for Industrial and Applied Mathematics (1992).
 10. Enayati, J., Sarhadi, P., Rad, M.P. and et al. “Monte carlo simulation method for behavior analysis of an autonomous underwater vehicle”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*, **230**(3), pp. 481-490 (2016).
 11. Friedman, J., Hastie, T. and Tibshirani, R., *The Elements of Statistical Learning*, New York: Springer (2001).
 12. James, G., Witten, D., Hastie, T. and et al., *An Introduction To Statistical Learning*, New York: Springer (2013).
 13. Friedman, J. H. “Greedy function approximation: A gradient boosting machine”, *Annals of Statistics*, **29**(5), pp. 1189-1232 (2001).
 14. Ke, G. and et al. “Lightgbm: A highly efficient gradient boosting decision tree”, *Advances In Neural Information Processing Systems*, **30**, pp. 3146-3154 (2017).
 15. Mörters, P., and Peres, Y. *Brownian motion*, Cambridge University Press (2010).
 16. Oksendal, B., “Stochastic Differential Equations: An introduction With Applications”, Springer Science & Business Media (2013).
 17. Kloeden, P.E. and Platen, E., *Numerical Solution of Stochastic Differential Equations*, Springer Science & Business Media (2013).
 18. Millefiori, L.M., Braca, P., Bryan, K. and et al. “Modeling vessel kinematics using a stochastic mean-reverting process for long-term prediction”, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **52**(5), pp. 2313-2330 (2016).