

تحلیل رفتار دینامیکی میکرو حسگر جریان پیزوالکتریکی و محدوده‌ی عملکرد خطی آن

مسعود اکبری (استادیار)

علی کریمزاده* (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه فسا

مهندسی مکانیک شریف (بهار ۱۴۰۲)
دوره‌ی ۳-۳، شماره‌ی ۱، ص. ۵۳-۴۷، (پژوهشی)

در این پژوهش میزان خطی بودن رفتار دینامیکی میکرو حسگر جریان سیال بر اساس نظریه‌ی کوپل تنش اصلاح و تحلیل شده است. معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم شامل معادله‌ی خیز تیر پایه و لایه‌ی پیزوالکتریک بر اساس نظریه‌ی کوپل تنش اصلاح شده، معادله‌ی الکتریکی گاوس و معادله‌ی ضریب نوسانی لیفت، استخراج شده است. با استفاده از معادلات استخراج شده، رفتار دینامیکی میکرو حسگر و تأثیر پارامترهایی مانند ضریب میزایی، طول تیر، پارامتر مقیاس طول ماده و جرم استوانه انتهایی تیر بر پاسخ دینامیکی به دست آمده است. بر اساس یافته‌های این پژوهش، بازه عملکردی این میکرو حسگر در سرعت‌های مختلف میکروسیال، میزان خطی بودن این رفتار و خطای اندازه‌گیری سرعت، استخراج شده است. نتایج نشان می‌دهد بیشینه خطای خطی فرض کردن رفتار میکرو حسگر در بازه مورد بررسی ۳/۵٪ است. علاوه بر این کاهش طول تیر یا جرم انتهایی می‌تواند سبب افزایش بازه عملکردی حسگر در سرعت‌های بالاتر شود.

واژگان کلیدی: میکرو حسگر جریان سیال، تیر پیزوالکتریک، نظریه‌ی کوپل تنش اصلاح شده.

۱. مقدمه

سیستم‌های میکروالکترومکانیکی امروزه در صنایع گوناگون مورد استفاده قرار می‌گیرند.^[۱] این سیستم‌ها در تجهیزات متنوعی مانند میکرو حسگرها^[۲]، سیستم‌های برداشت انرژی^[۳]، شتاب‌سنج‌ها^[۴] و میکروژیروسکوپ‌ها^[۵] وجود دارند. ساختار اصلی سیستم‌های میکروالکترومکانیکی معمولاً از یک سازه‌ی انعطاف‌پذیر مانند تیر^[۶]، صفحه^[۸] و حلقه^[۹] تشکیل شده است که توسط نیروی الکترواستاتیک یا پیزوالکتریک به حرکت درمی‌آید. چنان که گفته شد، میکرو حسگرها یکی از پرکاربردترین سیستم‌های میکروالکترومکانیکی هستند و انواع مختلفی دارند که میکرو حسگر جرم^[۱۰]، میکرو حسگر فشار^[۱۱] و میکرو حسگر جریان سیال^[۱۲] از مهم‌ترین آنها هستند.

میکرو حسگرهای جریان سیال از جمله میکرو حسگرهای مورد استفاده در تعیین سرعت میکرو جریان هستند که محققان تحقیقات متعددی روی آنها انجام داده‌اند.^[۱۳] یک گروه از این حسگرها، حسگرهای دمایی سنجش جریان هستند که در آن سرعت

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۲/۴/۱۴۰۱، اصلاحیه ۹/۶/۱۴۰۱، پذیرش ۲۹/۶/۱۴۰۱.

DOI:10.24200/J40.2022.60635.1646

استناد به این مقاله:

اکبری، مسعود و کریمزاده، علی (۱۴۰۲). «تحلیل رفتار دینامیکی میکرو حسگر جریان پیزوالکتریکی و محدوده‌ی عملکرد خطی آن»، مهندسی مکانیک شریف، (۱) ۳-۳۹، ص. ۵۳-۴۷.

با عبور جریان سیال از روی استوانه در سرعت‌های مشخص، جریان سیال گرداب ایجاد شده سبب تشدید حرکت سازه جامد و ایجاد خیز کافی برای تولید ولتاژ مناسب می‌شود.

طول‌های y_0, y_1, y_2 و \bar{y} در شکل ۱ به ترتیب بیان‌گر ابتدای لایه‌ی کشسان، انتهای لایه‌ی کشسان و ابتدای لایه‌ی پیزوالکتریک، انتهای لایه‌ی پیزوالکتریک و طول تار خنثی از مبدا دستگاه مختصات هستند. با توجه به شکل ۱، تار خنثی سطح مقطع تیر پایه (سیلیکونی) و تیر پیزوالکتریک مطابق رابطه‌ی ۱ استخراج می‌شود:

$$\bar{y} = \frac{(h_p + h_s) E_p h_s}{2(E_p h_p + E_s h_s)} + \frac{h_s}{2}$$

$$y_0 = -\bar{y}, y_1 = h_s - \bar{y}, y_2 = h_s + h_p - \bar{y} \quad (1)$$

که در آن، h_p و h_s به ترتیب ضخامت لایه‌ی کشسان و لایه‌ی پیزوالکتریک هستند. میدان جابه‌جایی تیر یک‌سر درگیر بر اساس فرضیات تیر اوپلر - برنولی است:

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x}, v = 0, w = w(x, t) \quad (2)$$

که در آن، $w(x, t)$ خیز عرضی میکروتیر است. بر اساس نظریه‌ی کوپل تنش اصلاح شده [28] جمله‌های غیر صفر تانسور تنش و قسمت متقارن تانسور گرادیان پیچش و نیز تنش‌های متناظر هریک از کرنش‌های بیان شده چنین استخراج می‌شود:

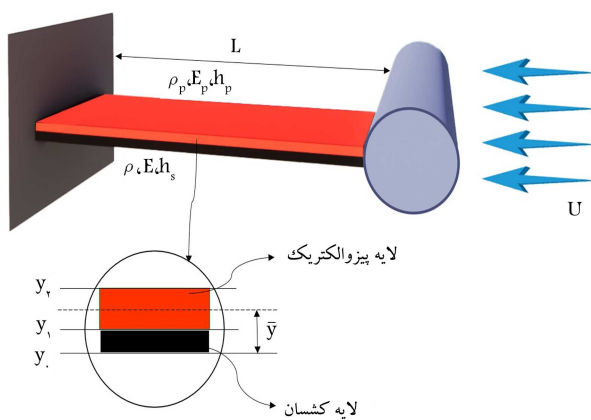
$$\varepsilon_{11} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (3)$$

$$\chi_{12}^* = \chi_{21}^* = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (4)$$

$$\sigma_{11} = \lambda tr(\varepsilon) \delta_{11} + 2\mu \varepsilon_{11} \quad (5)$$

$$m_{12}^* = m_{21}^* = -2\mu l^{tr} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (6)$$

در روابط ۳ تا ۶، به ترتیب ε کرنش کلاسیک، σ تنش کلاسیک، χ تانسور متقارن گرادیان پیچش و m متناظر تانسور متقارن گرادیان پیچش هستند. همچنین λ و μ ثوابت لامه و l^{tr} پارامتر مقیاس طول ماده است. با وارد کردن تنش‌ها و کرنش‌های به دست آمده، در رابطه‌ی کلی انرژی پتانسیل کشسانی [24] ذخیره شده در سازه میکروسیستم‌گر $(U = \frac{1}{V} \int (\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + m_{ij}^* \chi_{ij}^*) dV)$ ، می‌توان



شکل ۱. نمای شماتیک میکروسیستم‌گر بررسی شده.

پیزوالکتریک یک حسگر جریان طراحی شد که قابلیت اندازه‌گیری سرعت جریان هوا در سیستم تنفسی انسان را دارد. [23] محققان نشان دادند که با توجه به وجود لایه‌ی پیزوالکتریک در طراحی، این حسگر می‌تواند انرژی مورد نیاز خود را نیز تأمین کند. استفاده از گرداب ایجاد شده بر اثر عبور جریان سیال روی یک استوانه در سیستم‌های میکروالکترومکانیکی به منظور ساخت میکروسیستم‌های جریان سیال و سیستم‌های برداشت انرژی یکی از روش‌های به‌روز در طراحی این سیستم‌هاست. بر اساس جریان گرداب ایجاد شده روی یک استوانه و تغییراتی که می‌توان در فرکانس این سیستم ایجاد کرد، محققان اقدام به طراحی میکروسیستم‌گر جریان سیال کردند. [24] آنها دو تیر یک‌سر درگیر به طول ۶۱۰ و ۲۰۰۰ میکرومتر را به عنوان حسگر پیزوالکتریک طراحی و تفاوت عملکرد هر یک را گزارش کردند. بررسی اثر قطر استوانه‌ی انتهایی تیر در عملکرد میکروسیستم‌گر جریان سیال [25] نشان داد که با افزایش قطر استوانه می‌توان به صورت خطی بازه اندازه‌گیری سرعت سیال را افزایش داد. پژوهشگران جابجایی از جنس پیزو طراحی کردند که با قرارگیری در جریان گرداب ایجاد شده در پشت استوانه و استفاده از خاصیت مقاومت پیزویی سرعت سیال را اندازه‌گیری می‌کند. [26]

نتایج آزمایشگاهی [27] نشان داده‌اند که رفتار سازه‌های با ابعاد میکرومتر سخت‌تر از پیش‌بینی نظریه‌ی کلاسیک است؛ بر همین اساس نظریه‌های غیرکلاسیک نظیر کوپل تنش اصلاح شده [28] و گرادیان کرنش [29] توسعه داده شده تا اختلاف بین نتایج آزمایشگاهی و نظریه‌ی کلاسیک را توجیه کنند. این یافته‌ها نشان می‌دهد که نظریه‌های غیرکلاسیک همگرایی بسیار بالایی با نتایج آزمایشگاهی دارند. [28] از همین رو، در سال‌های اخیر بسیاری از پژوهشگران از این نظریه‌ها در تحلیل رفتار سازه‌های با ابعاد میکرومتر استفاده می‌کنند. [30] آنها دامنه و فرکانس ارتعاشات نانو صفحه‌های حلقوی گرافینی را به کمک نظریه‌ی کوپل تنش اصلاح شده استخراج و تحلیل کردند. [31] همچنین رفتار دینامیکی وابسته به ابعاد میکروسکوپ‌های نیرو اتمی غیر یکنواخت را بر اساس نظریه‌ی کوپل تنش اصلاح شده بررسی و تحلیل کردند. [32] محققان در بررسی‌های بعدی [33]، به مدل‌سازی و تحلیل رفتار غیرخطی استاتیکی و گذرای میکروسفحات کامپوزیتی و متخلخل به کمک نظریه‌ی کوپل تنش اصلاح شده پرداخته‌اند.

در این نوشتار معادلات دینامیکی حاکم بر رفتار میکروسیستم‌گر جریان - شامل معادله‌ی خیز تیر پایه و لایه‌ی پیزوالکتریک بر اساس نظریه‌ی کوپل تنش اصلاح شده، معادله‌ی الکتریکی گاوس و معادله‌ی ضریب نوسانی لیفت - استخراج شده است. با استفاده از معادلات استخراج شده، رفتار دینامیکی میکروسیستم‌گر بر اساس پارامترهایی مانند ضریب میرایی، طول تیر و پارامتر مقیاس طول ماده تحلیل شده است. افزون بر این، بازه عملکردی میکروسیستم‌گر در جریان‌های مختلف سیال و میزان خطی بودن این رفتار و خطای اندازه‌گیری این حسگرها در سرعت‌های معین نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

۲. مدل‌سازی میکروسیستم‌گر پیزوالکتریک

چنان که در مقدمه بیان شد، اساس کار این میکروسیستم‌گر جریان، بر ارتعاش سازه‌ی مکانیکی بر اثر عبور جریان میکروسیال بر استوانه‌ی انتهایی تیر استوار است. در شکل ۱ نمای کلی میکروسیستم‌گر تحلیل شده در این نوشتار، ارائه شده است. حسگر مورد بررسی از دو تیر یک‌سر درگیر به طول یکسان و از جنس سیلیکون و پیزوالکتریک تشکیل شده است که در انتهای آزاد آن استوانه‌ی بی به طول و قطر مشخص قرار دارد.

که در آن، D_e بردار جابه‌جایی الکتریکی و $E_{r\tau}$ ثابت الکتریکی پیزوالکتریک ثابت است. با استفاده از قانون گاوس ($q(t) = \int_A D_e \cdot dA$) معادله‌ی الکتریکی حاکم بر رفتار سیستم به دست می‌آید.^[۲۵]

$$-e_{r1} b h_p \int_0^L \frac{\partial^r w}{\partial x^r \partial t} dx - E_{r\tau}^s \frac{bL}{h_p} \frac{dv}{dt} = \frac{v}{R} \quad (۱۶)$$

معادله‌ی کوپل حاکم بر ضریب لیفت جریان سیال و نیروی نوسانی اعمالی بر انتهای تیر مطابق معادله‌ی ۱۷ بیان می‌شود:^[۲۶]

$$\ddot{q}(t) - \varepsilon \Omega_f (q^r - 1) \dot{q} + \Omega_f^r q = \frac{A'}{D} \frac{\partial^r w(L, t)}{\partial t^r} \quad (۱۷)$$

که در آن، $q(t) = \frac{v C_L(t)}{C_L}$ ضریب نوسانی بدون بعد لیفت است. ثابت A' و ε از نتایج آزمایشگاهی استخراج می‌شود و فرکانس جریان گرداب به صورت $\Omega_f = \frac{\pi S U}{D}$ است. در نیروی اعمالی از طرف جریان گرداب به انتهای تیر اثر همزمان نیروهای لیفت و درگ وجود دارد.

$$F_{viv} = \frac{\rho D U^r C_L q}{\gamma} - \frac{\rho U D l C_d}{\gamma} \frac{\partial w(L, t)}{\partial t} \quad (۱۸)$$

که در آن C_d و l ضریب درگ و طول استوانه‌ی انتهایی است. در ادامه، پارامترهای بی‌بعد برای تحلیل راحت‌تر رفتار میکروچسگر معرفی می‌شود.

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \frac{x}{L}, & \hat{w} &= \frac{w}{L}, & \hat{c} &= \frac{c E_T}{k L^r} \\ t &= k \hat{t} = \left(\frac{(\rho A + \rho_p A_p) L^r}{E_T} \right)^{\frac{1}{r}} t \\ \hat{M} &= \frac{M}{(\rho A + \rho_p A_p) L}, & \hat{F}_{viv} &= \frac{F_{viv} L^r}{E_T} \\ \hat{v} &= \frac{1}{\gamma} e_{r1} b (y_1 + y_2) \frac{L}{E_T} v \\ \hat{k}_\gamma^s &= \frac{k_\gamma^s}{E_T}, & \hat{k}_\gamma^p &= \frac{k_\gamma^p}{E_T} \end{aligned} \quad (۱۹)$$

با استفاده از پارامترهای بی‌بعد بیان شده، معادلات بی‌بعد کوپل حاکم بر رفتار دینامیکی میکروچسگر چنین به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} & \left(\hat{k}_\gamma^s + \hat{k}_\gamma^p + 1 \right) \frac{\partial^r \hat{w}}{\partial \hat{x}^r} - \\ & \hat{v} \left(\delta'(\hat{x}) - \delta'(\hat{x} - 1) \right) + \hat{c} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{t}} + \\ & \left(M \delta(\hat{x} - 1) + \rho A + \rho_p A_p \right) \frac{\partial^r \hat{w}}{\partial \hat{t}^r} = \\ & \hat{F}_{viv} \delta(\hat{x} - 1) \end{aligned} \quad (۲۰)$$

$$\alpha \int_0^1 \frac{\partial^r \hat{w}}{\partial \hat{x}^r \partial \hat{t}} d\hat{x} - \frac{d\hat{v}}{d\hat{t}} = \gamma \hat{v} \quad (۲۱)$$

$$\begin{aligned} & \ddot{q} - \varepsilon \Omega_f (q^r - 1) \dot{q} + \Omega_f^r q = \\ & \frac{A' L}{D} \frac{\partial^r \hat{w}(1, \hat{t})}{\partial \hat{t}^r} \end{aligned} \quad (۲۲)$$

تغییرات انرژی پتانسیل به وجود آمده در میکروچسگر مورد بررسی را استخراج کرد.

$$\begin{aligned} \delta U^s &= \int_0^L \int_A \left(\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + m_{ij}^s d\chi_{ij}^s \right) dA dx = \\ & \int_0^L \left((EI + k_\gamma^s) \left(\frac{\partial^r w}{\partial x^r} \delta \frac{\partial^r w}{\partial x^r} \right) \right) dx \end{aligned} \quad (۷)$$

$$\delta U^p = \int \int \left(\begin{aligned} & (E_p \varepsilon_{11} - e_{r1} E_r(t)) \delta \varepsilon_{11} \\ & + \left(e_{r1} \varepsilon_{11} - \varepsilon_{r\tau}^s \left(\frac{v(t)}{h_p} \right) \right) \\ & + \left(k_\gamma^p \left(\frac{\partial^r w}{\partial x^r} \delta \frac{\partial^r w}{\partial x^r} \right) \right) \end{aligned} \right) dA dx \quad (۸)$$

که در آن،

$$k_\gamma^s = b \mu_s l^r (y_1 - y_0) \quad (۹)$$

$$k_\gamma^p = b \mu_p l^r (y_2 - y_1) \quad (۱۰)$$

در روابط ۹ و ۱۰، μ_s و μ_p به ترتیب مدول برشی لایه‌ی کشسان و پیزوالتریک هستند. ولتاژ بین الکترودهای پیزوالکتریک و ضخامت لایه‌ی پیزوالکتریک با $v(t)$ و h_p نشان داده شده است. E_p و E به ترتیب مدول کشسانی تیر سیلیکونی و لایه‌ی پیزوالکتریک هستند. تغییرات انرژی جنبشی و کار مجازی انجام شده توسط میرایی موجود در سیستم و نیروهای غیر پایستار گردابی سیال به دست می‌آید:

$$\delta T = - \int_0^L \left(\begin{aligned} & M \delta(x-l) + \rho A \\ & + \rho_p A_p \end{aligned} \right) \frac{\partial^r w}{\partial t^r} \delta w dx \quad (۱۱)$$

$$\delta W_e = \left[F_{viv} \delta(x-l) - c \frac{\partial w}{\partial t} \right] \delta w \quad (۱۲)$$

در رابطه‌ی ۱۱ و ۱۲ به ترتیب A و ρ سطح مقطع و چگالی تیر پایه و A_p و ρ_p سطح مقطع و چگالی تیر پیزوالکتریک و همچنین C و M ضریب میرایی خطی سیستم و جرم استوانه انتهایی تیر است. F_{viv} نیز نیروی ایجاد شده در انتهای تیر بر اثر عبور جریان سیال روی استوانه است. با استفاده از اصل همیلتون معادله‌ی حاکم بر تیر سیلیکونی و لایه‌ی پیزوالکتریک روی آن مطابق معادله‌ی ۱۳ خواهد بود:

$$\begin{aligned} & (k_\gamma^s + k_\gamma^p + E_T) \frac{\partial^r w}{\partial x^r} - \\ & \frac{e_{r1} b v(t)}{\gamma} (y_1 + y_2) \frac{d}{dx} (\delta(x) - \delta(x-L)) \\ & + c \frac{\partial w}{\partial t} + (M \delta + \rho A + \rho_p A_p) \frac{\partial^r w}{\partial t^r} = \\ & F_{viv} \delta(x-L) \end{aligned} \quad (۱۳)$$

که در آن، $E_T = \frac{1}{\gamma} E b (y_2^r - y_0^r) + \frac{1}{\gamma} E_p b (y_2^r - y_1^r)$ است. شرایط مرزی معادله‌ی ۱۳، مطابق معادله‌ی ۱۴ به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} w(0, t) &= 0, & \frac{\partial w(0, t)}{\partial t} &= 0 \\ \frac{\partial^r w(L, t)}{\partial t^r} &= 0, & \frac{\partial^r w(L, t)}{\partial t^r} &= 0 \end{aligned} \quad (۱۴)$$

رابطه‌ی ساختاری الکترومکانیکی لایه‌ی پیزوالکتریک چنین بیان می‌شود:^[۲۵]

$$D_e = e_{r1} \varepsilon_{11} + E_{r\tau}^s E_r \quad (۱۵)$$

که در این روابط:

جدول ۱. مقدار پارامترهای در نظر گرفته شده در این پژوهش.

مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر
۵	$h_s (\mu m)$	$1/328e-8$	$E_{rr}^s (Fm^{-1})$
۲۳۳۲	$\rho (kgm^{-3})$	$-12/54$	$\epsilon_{r1} (Cm^{-1})$
۵	$h_p (\mu m)$	775°	$\rho_p (kgm^{-3})$
5°	$b (\mu m)$	$^{\circ}/25e-9$	$A_p (m^2)$
$1e5$	$R (ohm)$	$^{\circ}/3$	$C_{L^{\circ}}$
$2^{\circ}-6^{\circ}$	$U_{\infty} (ms^{-1})$	$1/2$	C_d
$^{\circ}/25e-9$	$A (m^2)$	$66e9$	$E_p (Nm^{-2})$
$^{\circ}-2$	$I' (\mu m)$	$169e9$	$E (Nm^{-2})$
$1/225$	$\rho_{air} (kg/m^3)$	5°	$D (\mu m)$

$$\alpha = -\frac{\epsilon_{r1} b h_p (y_1 + y_2)}{2 E_T E_{rr}^s}$$

$$\gamma = -\frac{k h_p}{E_{rr}^s b L R}, \quad \widehat{\Omega}_f = k \Omega_f \quad (23)$$

برای استخراج رفتار دینامیکی میکروچسگر باید معادلات ۲۰ تا ۲۳ را به صورت همزمان حل کرد؛ برای این منظور از روش جمع مودها استفاده شده است. چون در بررسی رفتار دینامیکی تیرها، مود اول رفتار دینامیکی را با دقت بیش از ۹۸٪ ارائه می‌دهد، در این پژوهش فقط از مود اول تیر یک‌سر درگیر^[۳۷] بهره گرفته شده است

$$(\widehat{w}(\widehat{x}, \widehat{t}) = \phi_1(\widehat{x}) \eta_1(\widehat{t}))$$

$$\phi_1(\widehat{x}) = \cos(\beta_1 \widehat{x}) - \cosh(\beta_1 \widehat{x}) - \frac{\cos(\beta_1) + \cosh(\beta_1)}{\sin(\beta_1) + \sinh(\beta_1)} (\sin(\beta_1 \widehat{x}) - \sinh(\beta_1 \widehat{x}))$$

$$\beta_1 = 1,8751 \quad (24)$$

با بهره‌گیری از شکل مود اول تیر یک‌سر درگیر، معادلات حاکم به صورت معادلات ۲۵ تا ۲۷ و تنها تابع زمان در خواهد آمد:

$$\left(\widehat{k}_1 + \widehat{k}_1^p + 1 \right) \left(\int_0^1 \phi_1^{(iv)} \phi_1 dx \right) - \widehat{v} \left(\int_0^1 \phi_1 (\delta'(\widehat{x}) - \delta'(\widehat{x} - 1)) dx \right) + \frac{d^2 \eta_1}{dt^2} \left(\int_0^1 \phi_1^2 (M \delta(\widehat{x} - 1) + 1) dx \right) + \widehat{c} \frac{d \eta_1}{dt} \left(\int_0^1 \phi_1^2 dx \right) = \widehat{F}_{viv} \left(\int_0^1 \phi_1 \delta(x - 1) dx \right) \quad (25)$$

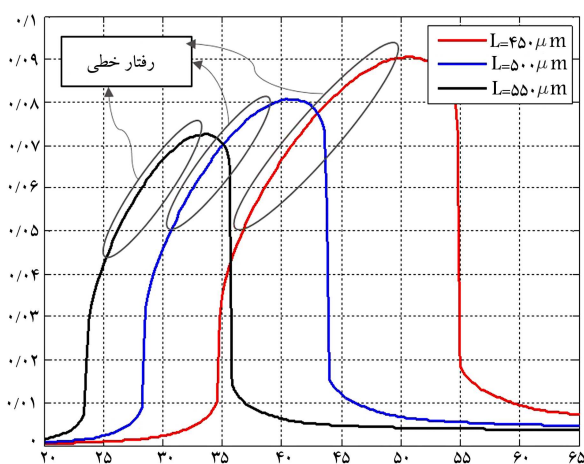
$$\alpha \frac{d \eta_1}{dt} \left(\int_0^1 \phi_1'' dx \right) - \frac{d \widehat{v}}{dt} = \gamma \widehat{v} \quad (26)$$

$$\ddot{q} - \epsilon \widehat{\Omega}_f (q^T - 1) \dot{q} + \widehat{\Omega}_f q = \frac{A' L}{D} \frac{d^T \eta_1}{dt^T} \phi_1(1) \quad (27)$$

با حل این معادلات زمان‌مند به کمک نرم‌افزار متلب رفتار میکروچسگر در سرعت جریان‌های مختلف استخراج می‌شود. مقدار در نظر گرفته شده برای پارامترهای موجود در این نوشتار در جدول ۱ ارائه شده است.

۳. نتایج و بحث

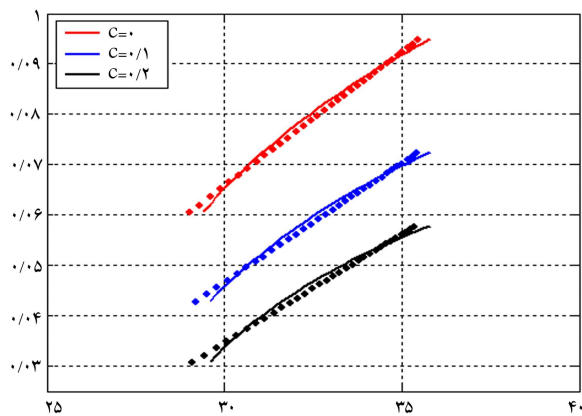
با بهره‌گیری از پارامترهای تعریف شده در جدول ۱ و حل عددی معادلات ۲۵ تا ۲۷، رفتار دینامیکی میکروچسگر جریان سیال استخراج شده، که در این بخش به ارائه و تحلیل آنها پرداخته شده است. در شکل ۲ ولتاژ خروجی میکروچسگر برحسب سرعت‌های مختلف سیال (در این نوشتار سیال مورد بررسی «هوا» در نظر گرفته شده است) و برای سه طول ۴۵°، ۵۰° و ۵۵° میکرومتر برای طول تیر ارائه شده است. چنان‌که در شکل مشاهده می‌شود، این میکروچسگر فقط در سرعت‌های مشخصی ولتاژ خروجی قابل قبول دارد و برای دیگر سرعت‌ها ولتاژ خروجی آن ناچیز خواهد بود (به این پدیده lock-in گفته می‌شود). به عنوان مثال،



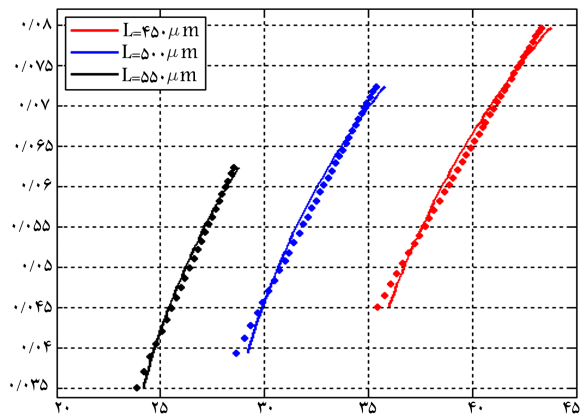
شکل ۲. ولتاژ خروجی میکروچسگر برحسب سرعت سیال و برای طول‌های مختلف تیر.

برای تیر به طول ۴۵° میکرومتر از سرعت ۳۵ تا ۵۴ متر بر ثانیه، ولتاژ خروجی قابل اعتناست. چنان‌که در شکل ۲ مشخص شده است در بخشی از محدوده‌ی قابل اعتنا، رفتار ولتاژ خروجی حسگر نسبت به سرعت جریان رابطه‌ی تقریباً خطی است که این محدوده را می‌توان به عنوان محدوده‌ی عملکرد میکروچسگر در نظر گرفت؛ در شکل ۳ این محدوده به طور دقیق‌تر مورد بررسی قرار گرفته است. علاوه بر مطالب بیان شده، در شکل ۲ مشاهده می‌شود که محدوده‌ی ولتاژ خروجی مناسب و مقدار این ولتاژ برای طول‌های مختلف میکروتیر متفاوت است. در تفسیر این پدیده می‌توان گفت که طبق پژوهش‌های پیشین^[۳۷] با کاهش طول تیر فرکانس طبیعی سیستم افزایش می‌یابد و این بدان معناست که نیروی بزرگ‌تری ناشی از گرداب ایجاد شده لازم است تا خیز مناسب برای تولید ولتاژ را در سیستم ایجاد کند. بنابراین در سرعت بالاتر سیال و مقدار خیز بیشتر این پدیده رخ خواهد داد.

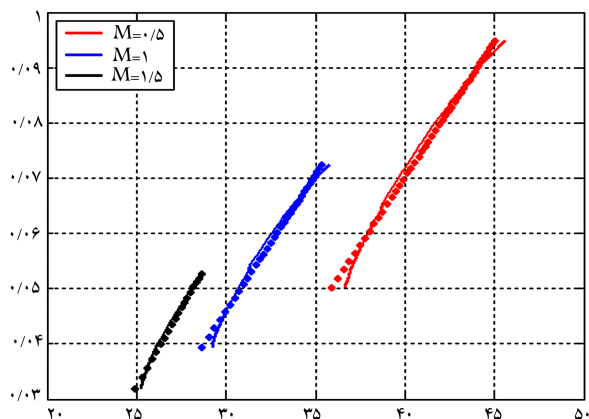
در شکل ۳، رفتار خطی مشاهده شده در شکل ۲ به صورت جداگانه ترسیم شده تا این رفتار با دقت بیشتری مورد بررسی قرار گیرد. در این شکل مدل خطی هر نمودار به صورت نقطه‌چین استخراج و ترسیم شده است تا میزان انحراف از خطی بودن منحنی‌ها به وضوح بررسی شود. چنان‌که مشاهده می‌شود رفتار میکروچسگر را در بازه مشخص شده با تقریب بسیار خوبی می‌توان خطی فرض کرد. به عنوان



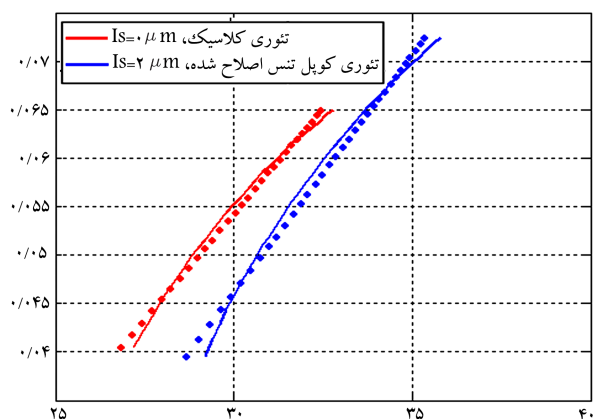
شکل ۵. ولتاژ خطی خروجی میکرو حوسگر بر حسب سرعت سیال برای ضریب میرایی های مختلف.



شکل ۳. ولتاژ خطی خروجی میکرو حوسگر بر حسب سرعت سیال و برای طول های مختلف تیر.



شکل ۶. ولتاژ خطی خروجی میکرو حوسگر بر حسب سرعت سیال، برای مقادیر مختلف جرم سیلندر انتهایی.



شکل ۴. ولتاژ خطی خروجی میکرو حوسگر بر حسب سرعت سیال بر اساس نظریه ی کلاسیک و کوپل تنش اصلاح شده.

شده سختی سیستم را بیشتر از نظریه ی کلاسیک پیش بینی می کند و به همین دلیل فرکانس طبیعی بالاتری برای سیستم ارائه می دهد. از این رو بازه رفتار خطی سیستم بر اساس نظریه ی کوپل تنش اصلاح شده بازه بزرگ تری است و برخلاف پیش بینی اولیه که سختی بیشتر سیستم سبب کاهش ولتاژ تولیدی حوسگر خواهد شد، نتایج نشان می دهد در بعضی سرعت های سیال، بر اساس نظریه ی کوپل تنش اصلاح شده ولتاژ خروجی بیشتری نیز استخراج می شود. این یافته ها بیان می دارد که در نظر نگرفتن نظریه ی غیر کلاسیک در تحلیل سیستم های میکروالکترومکانیکی می تواند باعث پیش بینی با خطای بسیار بالا در این سازه ها شود. به عنوان مثال اگر ولتاژ خروجی سیستم ۵۵/۰ میلی ولت باشد نظریه ی کلاسیک سرعت را ۳۰ و نظریه ی کوپل تنش اصلاح شده سرعت را ۳۲/۷ متر بر ثانیه تخمین می زند که خطای ۹٪ را در نتایج به وجود خواهد آورد.

بررسی اثر میرایی بی بعد سیستم بر رفتار دینامیکی میکرو حوسگر در شکل ۵ انجام شده است. چنان که قابل پیش بینی هم بود افزایش ضریب میرایی بی بعد خیز سیستم و به تبع آن ولتاژ خروجی را کاهش می دهد اما موردی که قابل پیش بینی نبود این که میرایی تأثیری بر بازه عملکرد خطی میکرو حوسگر ندارد. نکته ی قابل توجه در این شکل افزایش تقریبی خطای خطی سازی در اثر افزایش میرایی سیستم است (با افزایش میرایی از ۰ به ۱/۲ و ۲/۰ خطا به ترتیب ۱/۷،

مثال بیشترین خطای اندازه گیری سرعت که در ابتدای بازه اندازه گیری رخ می دهد (بیشترین درصد خطای خطی فرض کردن رفتار میکرو حوسگر) برای طول ۴۵۰ میکرومتر برابر ۲/۵٪، برای طول ۵۰۰ میکرومتر برابر ۳/۳٪ و برای طول ۵۵۰ میکرومتر برابر ۲/۱٪ است. بنابراین با درصد خطای قابل قبولی می توان رفتار میکرو حوسگر را در این بازه خطی فرض کرد. نتایج حاصله نشان می دهد هرچه طول میکرو تیر کوچک تر شود و به عبارتی، هرچه فرکانس طبیعی سیستم بزرگ تر شود این میکرو حوسگر می تواند برای سنجش سرعت های بالاتر مورد استفاده قرار گیرد و بازه بیشتری از سرعت را نیز اندازه گیری کند. این یافته می تواند به عنوان پیشنهادی در طراحی این حوسگرها برای سیستم های مختلف مورد استفاده قرار گیرد.

چنان که در قسمت مقدمه بیان شد نتایج آزمایشگاهی نشان می دهد که سیستم های در ابعاد میکرومتر، نسبت به پیش بینی نظریه ی کلاسیک، رفتاری سخت تر دارند. از این رو، با توجه به ابعاد میکرومتری این میکرو حوسگرها، برای پیش بینی رفتار آنها باید نظریه های مربوط به این ابعاد را برای آنها در نظر گرفت. چون نظریه ی کوپل تنش اصلاح شده همگرایی بسیار نزدیکی با نتایج آزمایشگاهی از خود نشان می دهد، در این پژوهش نتایج بر اساس این نظریه استخراج شده و اثر در نظر گرفتن این نظریه بر رفتار دینامیکی میکرو حوسگر، در شکل ۴ ارائه شده است. چنان که مشاهده می شود نظریه ی کوپل تنش اصلاح

۴. نتیجه‌گیری

رفتار دینامیکی میکروسیستم‌گر جریان سیال بر اساس نظریه‌ی کوپل تنش اصلاح شده در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفته و بازه عملکرد خطی و میزان خطی بودن این رفتار استخراج شده است. برای این منظور معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم، شامل معادله‌ی خیز تیر پایه و لایه‌ی پیزوالکتریک، معادله‌ی گاوس و معادله‌ی ضریب نوسانی لیفت، استخراج شد. با استفاده از حل عددی پاسخ معادلات استخراج شده به دست آمد و رفتار دینامیکی میکروسیستم‌گر بر اساس پارامترهایی مانند ضریب میرایی، طول تیر، پارامتر مقیاس طول ماده و جرم استوانه انتهای تیر تحلیل شد. یافته‌های به دست آمده نشان می‌دهد بازه عملکردی این میکروسیستم‌گر در جریان‌های مختلف میکروسیالی، میزان خطی بودن این رفتار و خطای اندازه‌گیری سرعت به پارامترهای تحلیل شده وابسته است و با تغییر این پارامترها می‌توان محدوده‌ی عملکرد سیستم را تغییر داد. در بررسی خطای خطی فرض کردن رفتار سیستم نیز، نتایج نشان می‌دهد بیشترین خطای میکروسیستم‌گر حدود ۳/۵٪ است.

۲/۲ و ۳/۴٪ می‌شود). بر این اساس برای استخراج پاسخ‌ها و تخمین‌های دقیق‌تر از این میکروسیستم‌گر بهتر است از میرایی سیستم تا آنجا که ممکن است کاسته شود.

در شکل ۶ اثر جرم استوانه‌ی انتهایی تیر به صورت بی‌بعد بر رفتار دینامیکی میکروسیستم‌گر نشان داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود رفتار سیستم بسیار نزدیک به رفتار خطی است و تغییر جرم استوانه تأثیری بر این رفتار ندارد. اما نکته‌ی قابل توجه در این شکل تغییر قابل اعتنای بازه عملکرد و افزایش ولتاژ خروجی با کاهش جرم استوانه است. این پدیده را می‌توان شبیه به پدیده‌ی افزایش طول تیر توجیه کرد. با افزایش جرم انتهایی، فرکانس طبیعی کل سیستم کاهش می‌یابد و در سرعت‌های پایین‌تر بازه عملکردی مناسب به دست می‌آید؛ هرچه جرم انتهایی کم‌تر شود سختی بیشتر می‌شود و در نتیجه به نیروی گردابی القا شده بیشتری نیاز خواهد بود. این پارامتر نیز یکی دیگر از پارامترهای قابل استفاده در طراحی این میکروسیستم‌گرها برای تخمین سرعت سیال در یک محدوده‌ی سرعت مشخص است.

منابع (References)

- Osiander, R., Darrin, M.A.G. and Champion, J.L. *MEMS and microstructures in aerospace applications*: CRC press (2018).
- Akbari, M. and Ghasemi, M. "A novel kinetic-based slip velocity boundary condition suitable for compressible gas flows in micro-/nanochannels," *Acta Mechanica*, **229**, pp. 4471-4484 (2018).
- Taouri, L., Bourouina, M., Bourouina, S. "A new highly sensitive micro-sensor for the ultra-traces analysis of paracetamol directly in water", *Microchemical Journal*, **178**, p. 107380 (2022).
- Karimzadeh, A., Roohi, R. and Akbari, M. "Size-dependent behavior of micro piezoelectric VIV energy harvester: Parametric study and performance analysis", *Applied Ocean Research*, **127**, p. 103296 (2022).
- Shi, S., Geng, W., Bi, K. and et al. "High sensitivity MEMS accelerometer using PZT-based four L-shaped beam structure", *IEEE Sensors Journal*, **22**, pp. 7627-7636 (2022P).
- Karimzadeh, A. and Ahmadian, M.T. "Vibrational characteristics of size-dependent vibrating ring gyroscope", *Scientia Iranica*, **25**, pp. 3151-3160 (2018).
- Kasambe, P.V., Bhole, K.S. and Bhoir, D.V. "Analytical modelling, design optimisation and numerical simulation of a variable width cantilever beam MEMS switch", *Advances in Materials and Processing Technologies*, **8**, pp. 1-21 (2021).
- Kalhari, H., Halkon, B., Abbasnejad, B. and et al. "Non-linear vibration of an electrostatically excited capacitive microplate", *In Vibration Engineering for a Sustainable Future*, ed: Spring, pp. 3-9 (2021).
- Karimzadeh, A., Ahmadian, M.T., Firoozbakhsh, K. and et al. "Vibrational analysis of size-dependent rotating micro-rings", *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, **17**, p. 1771012 (2017).
- Karimzadeh, A., Ahmadian, M.T. and Rahaeifard, M. "Effect of size dependency on in-plane vibration of circular micro-rings", *Scientia Iranica*, **24**, pp. 1996-2008 (2017).
- Quan, A., Zhang, H., Wang, C. and et al. "A high-resolution mass sensor based on two thermal piezoresistive self-sustained resonators coupled via an arching membrane", *In 2022 IEEE 35th International Conference on Micro Electro Mechanical Systems Conference (MEMS)*, pp. 856-859. IEEE, (2022).
- Yao, J., Cheng, C., Lu, Y. and et al. "A low-temperature-sensitivity resonant pressure microsensor based on eutectic bonding", *IEEE Sensors Journal*, pp. 9321-9328 (2022).
- Kasambe, P.V., Bhole, K.S., Bage, A.A. and et al. "Analytical modeling and numerical investigation of a variable width piezoresistive multilayer polymer micro-cantilever air flow sensor", *Advances in Materials and Processing Technologies*, pp. 1-19 (2022).
- Ejeian, F., Azadi, S., Razmjou, A. and et al. "Design and applications of MEMS flow sensors: A review", *Sensors and Actuators A: Physical*, **295**, pp. 483-502 (2019).
- Xu, W., Wang, X., Wang, R. and et al. "CMOS MEMS thermal flow sensor with enhanced sensitivity for heating, ventilation, and air conditioning application", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **68**, pp. 4468-4476 (2020).
- Hagihghi, R., Razmjou, A., Orooji, Y. and et al. "A miniaturized piezoresistive flow sensor for real-time monitoring of intravenous infusion", *Journal of Biomedical*

- Materials Research Part B: Applied Biomaterials*, **108**, pp. 568-576 (2020).
17. Anton, S.R. and Sodano, H.A. "A review of power harvesting using piezoelectric materials (2003–2006)", *Smart materials and Structures*, **16**, pp. R1 (2007).
 18. Shivashankar, P. and Gopalakrishnan, S. "Review on the use of piezoelectric materials for active vibration, noise, and flow control", *Smart Materials and Structures*, **29**, p. 053001 (2020).
 19. Su, Y., Evans, A.G.R., Brunnschweiler, A. and et al. "Characterization of a highly sensitive ultra-thin piezoresistive silicon cantilever probe and its application in gas flow velocity sensing", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **12**, p. 780 (2002).
 20. Tomimatsu, Y., Kuwana, K., Kobayashi, T. and et al. "A piezoelectric flow sensor for wake-up switch of wireless sensor network node", In *2012 Second Workshop on Design, Control and Software Implementation for Distributed MEMS*, pp. 53-57. IEEE (2012).
 21. Tian, B., Li, H.F., Yang, H. and et al. "A MEMS SOI-based piezoresistive fluid flow sensor", *Review of Scientific Instruments*, **89**, p. 025001 (2018).
 22. Zeng, Y., Groenesteijn, J., Alveringh, D. and et al. "Design, fabrication, and characterization of a micro coriolis mass flow sensor driven by PZT thin film actuators", *Journal of Microelectromechanical Systems*, **30**, pp. 885-896 (2021).
 23. Ruiz, L.L., Lin, V., Fitzgerald, L. and et al. "Piezoelectric-based respiratory monitoring: towards self-powered implantables for the airways", In *2021 IEEE 17th International Conference on Wearable and Implantable Body Sensor Networks (BSN)*, pp. 1-5. IEEE (2021).
 24. Seo, Y.H. and Kim, B.H. "A self-resonant micro flow velocity sensor based on a resonant frequency shift by flow-induced vibration", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **20**, p. 075024 (2010).
 25. Hu, J., Peng, H., Liu, T. and et al. "A flow sensing method of power spectrum based on piezoelectric effect and vortex-induced vibrations", *Measurement*, **131**, pp. 473-481 (2019).
 26. Liu, G., Jiang, Y., Wu, P. and et al. "Artificial whisker sensor with undulated morphology and self-spread piezoresistors for diverse flow analyses", *Soft Robotics*, **10**(1), pp. 97-105 (2023).
 27. McFarland, A.W. and Colton, J.S. "Role of material microstructure in plate stiffness with relevance to microcantilever sensors", *Journal of Micromechanics and Microengineering*, **15**, p. 1060 (2005).
 28. Yang, F., Chong, A.C.M., Lam, D.C.C. and et al. "Couple stress based strain gradient theory for elasticity", *International journal of solids and structures*, **39**, pp. 2731-2743 (2002).
 29. Lam, D.C.C., Yang, F., Chong, A.C.M. and et al. "Experiments and theory in strain gradient elasticity", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **51**, pp. 1477-1508 (2003).
 30. Kong, S. "A review on the size-dependent models of micro-beam and micro-plate based on the modified couple stress theory", *Archives of Computational Methods in Engineering*, **29**, pp. 1-31 (2021).
 31. Liu, H., Shen, S., Oslub, K. and et al. "Amplitude motion and frequency simulation of a composite viscoelastic microsystem within modified couple stress elasticity", *Engineering with Computers*, pp. 1-15 (2021).
 32. Lin, SW.-M., Chang, C.-Y., Liauh, C.-T. and et al. "Design of harmonic AFM probe subjected to van der waals force in the modified Couple stress theory", *Mathematical Problems in Engineering*, (2021).
 33. Tao, C. and Dai, T. "Modified couple stress-based nonlinear static bending and transient responses of size-dependent sandwich microplates with graphene nanocomposite and porous layers", *Thin-Walled Structures*, **171**, p. 108704 (2022).
 34. Rahaeifard, M., Ahmadian, M.T. and Firoozbakhsh, K. "Size-dependent dynamic behavior of microcantilevers under suddenly applied DC voltage", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, **228**, pp. 896-906 (2014).
 35. Abdelkefi, A. "Aeroelastic energy harvesting: A review", *International Journal of Engineering Science*, **100**, pp. 112-135 (2016).
 36. Nayfeh, A.H. *Introduction to perturbation techniques*: John Wiley & Sonsg (2011).
 37. Rao, S.S. *Vibration of continuous systems*: John Wiley & Sons (2019).