

بررسی اثر آلیاژ حافظ شکل بر کمانش و پس کمانش پانل کامپوزیتی در جریان مافوق صوت با گرمایش حرارتی

ذبیح الله ذبیحی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

مرتضی دردل* (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی، بابل، ایران

علیرضا فتحی (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، ایران

مهندسی مکانیک شریف (تابش ۱۴۰۲)
دوری ۳۹، شماره ۲، صص. ۱۱-۳، (پژوهشی)

در کار حاضر، اثر آلیاژهای هوشمند حافظ شکل بر کمانش و پس کمانش حرارتی پانل کامپوزیتی مونوکلیتیک و تک جهته مورد بررسی قرار می‌گیرد. فشار آیرودینامیکی وارد شده بر سیستم با استفاده از روش تئوری پیستون مدل‌سازی و همچنین اثر گرمایش حرارتی برای جریان‌های مافوق صوت از روش دمای مرجع تخمین زده می‌شود. رفتار پانل به صورت غیرخطی، با تغییر شکل‌های بزرگ و بر اساس تئوری فون کارمن مدل‌سازی می‌گردد. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد آلیاژ حافظ‌شکل می‌تواند دمای بحرانی کمانش حرارتی را افزایش دهد. در این مقاله، تاثیر چینی لایه‌های کامپوزیتی در بالا بردن دمای کمانش حرارتی نیز مورد مطالعه قرار می‌گیرد. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد به واسطه‌ی استفاده از آلیاژ حافظ شکل، مقدار خیز پس کمانش حرارتی تا حدود زیادی کاسته می‌شود و در اختلاف دماهای بالاتر، میزان کاهش خیز پانل، افزایش می‌یابد.

واژگان کلیدی: کمانش حرارتی، پس کمانش، تئوری لایه‌ی کامل، تئوری گرمایش حرارتی، آلیاژ حافظ شکل، کامپوزیت.

۱. مقدمه

بالا، جزو موادی هستند که در تمامی صنایع کاربرد دارند. با توجه به قابلیت‌های لایه چینی مختلف در ساخت کامپوزیت‌ها، ضروری است که علاوه بر بررسی میزان جابجایی‌های کلی که از تئوری تک لایه معادل^۴ محاسبه می‌شوند، میزان جابجایی‌های درون صفحه‌ی نیز که با استفاده از تئوری لایه‌ی کامل^۵ قابل تحلیل هستند، مورد بررسی قرار گیرد. داول^[۱] و می^[۲] مسائل فلاتر پانل غیرخطی را با استفاده از روش گالرکین مورد مطالعه و انشقاق و چندشاخگی رفتارهای دینامیکی پیچیده غیرخطی، کمانش، حرکت تناوبی و همچنین نوسانات هارمونیک ساده سیستم را مورد بررسی قرار دادند. علاوه بر این، فضای پارامتری که در آن فلاتر رخ می‌دهد نیز تعیین نمودند. مطالعات ارزشمند انجام شده در مورد فلاتر پانل غیرخطی توسط می^[۳] پژوهش قابل ملاحظه‌ی است. در حضور اثرات حرارتی، مطالعات^[۴-۵] نشان می‌دهد که اثرات حرارتی نقش مهمی در رفتارهای ایستا و دینامیکی پانل ایفا می‌کنند.^[۶] در مطالعات بسیاری که اثر حرارتی را مورد نظر قرار داده‌اند، اغلب از معادلات تنش - کرنش و نظریه پیستون مرتبه اول شبه - ایستا بهره گرفته شده است^[۷-۹]. و تترس و داول^[۷]

با توجه به پیشرفت روزافزون علم و فناوری و نیاز به افزایش سرعت عملکردی و ساختاری در حمل و نقل هوایی، اهمیت علم آیرواستاتیک روز به روز بیشتر احساس می‌شود. استفاده از سرعت‌های بالا همواره با چالش‌های خود همراه بود، از جمله پدیده‌هایی مانند واگرایی^۱، فلاتر^۲ و پس کمانش که در هواپیماها و فضاپیماها مشاهده می‌شوند. روش‌های مختلفی برای کنترل این پدیده‌ها وجود دارد، یکی از آنها استفاده از کنترل غیرفعال این خصوصیات با استفاده از مواد هوشمند و با کاربرد چندگانه است. برای دستیابی به چنین هدفی، می‌توان از مواد سبک وزن چند منظوره با کارایی بیشتر، به جای سیستم‌های چند جزئی و چند ماده‌ی استفاده کرد. آلیاژ حافظ شکل از این دست مواد هستند. آلیاژ حافظ شکل^۳ از جمله موادی هستند که با افزایش سفتی ساختار، میزان کمانش حرارتی را به مقدار قابل قبولی افزایش داده‌اند. کامپوزیت‌ها به دلیل ویژگی‌های بسیار مفیدی که دارند، از جمله لایه‌چینی اختیاری، وزن سبک و استحکام

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۳/۱۱، اصلاحیه ۱۴۰۲/۰۷/۱۶، پذیرش ۱۴۰۲/۰۸/۱۷.

استاد به این مقاله:

ذبیحی، ذبیح الله، دردل، مرتضی، و فتحی، علیرضا، ۱۴۰۲. بررسی اثر آلیاژ حافظ شکل بر کمانش و پس کمانش پانل کامپوزیتی در جریان مافوق صوت با گرمایش حرارتی.

مهندسی مکانیک شریف، ۳۹(۲)، صص. ۱۱-۳. DOI:10.24200/J40.2022.59615.1630

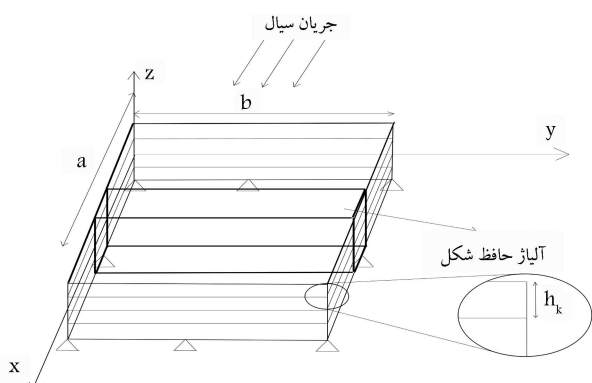
پس‌کمانش در سرعت‌های مافوق صوت نیز نشان داده می‌شود. روابط حرارتی با استفاده از تئوری دمای مرجع که تقریب واقعی‌تری را ارائه می‌دهد، استخراج می‌شود. در استخراج معادلات حاکم بر رفتار سیستم، از تئوری لایه‌بی‌بی کل استفاده می‌گردد، تا اثرات درون لایه‌بی‌بی صفحات کامپوزیتی با دقت بالاتری مورد مطالعه قرار گیرد. در ادامه مدل‌سازی پانل با استفاده از روابط تئوری فون کارمن، روابط تنش - کرنشی پانل بررسی شده و در ادامه روابط حاکم بر سیستم و معادلات حرکت استخراج می‌شود. پس از استخراج روابط حاکم، روش حل مورد بحث قرار گرفته و در پایان، به بحث و بررسی نتایج پرداخته می‌شود که شامل کمانش، پس‌کمانش و تاثیر دیگر خصوصیات ساختار بر کمانش و پس‌کمانش را شامل می‌باشد.

۲. مدل‌سازی و تعیین روابط حاکم بر حرکت

در این بخش، مدل‌سازی و روابط حاکم بر مساله مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ابتدا باید روابط ساختاری حاکم بر رفتار کامپوزیت تعیین شود. پانل کامپوزیتی مورد مطالعه از نوع مونوکلینیک و تک‌جهته انتخاب شده است (شکل ۱). شرایط مرزی پانل مورد مطالعه از نوع لولا - لولا می‌باشد. در شکل ۱، a و b به ترتیب معرف طول و عرض پانل و b_0 بیانگر پهنای آلیاژ حافظه‌شکل است. رابطه تنش - کرنش برای هر لایه صفحات، با رابطه ۱ بیان می‌شود که در آن معرف تنش، σ_{ij} بیانگر کرنش عمودی، γ_{ij} نشانگر کرنش برشی، α_{ij} معرف ضریب انتقال حرارتی و ϵ_{ij} بیانگر سفتی ساختار هستند. [۲۳]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & \bar{C}_{13} & 0 & 0 & \bar{C}_{16} \\ \bar{C}_{21} & \bar{C}_{22} & \bar{C}_{23} & 0 & 0 & \bar{C}_{26} \\ \bar{C}_{31} & \bar{C}_{32} & \bar{C}_{33} & 0 & 0 & \bar{C}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{44} & \bar{C}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{C}_{54} & \bar{C}_{55} & 0 \\ \bar{C}_{61} & \bar{C}_{62} & \bar{C}_{63} & 0 & 0 & \bar{C}_{66} \end{bmatrix} \quad (1)$$

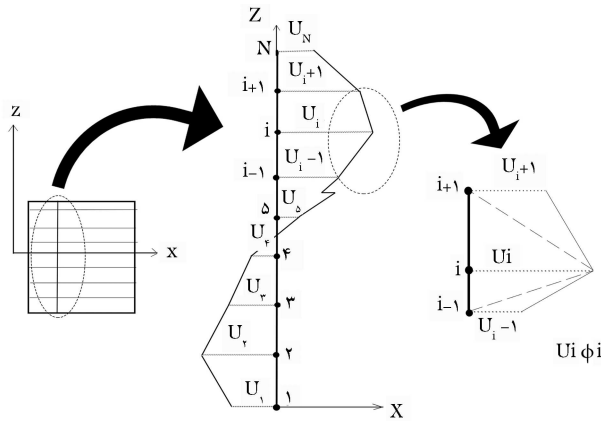
$$\begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} - \alpha_{xx}\Delta T \\ \epsilon_{yy} - \alpha_{yy}\Delta T \\ \epsilon_{zz} - \alpha_{zz}\Delta T \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xy} - \nu\alpha_{xx}\Delta T \end{Bmatrix}$$



شکل ۱. پانل کامپوزیتی سه لایه با شرایط مرزی لولا - لولا تحت نیروی آیرودینامیکی با جایگذاری آلیاژ حافظه‌شکل در زاویه 90° .

رفتار فلاتر صفحات گیردار را که در معرض بارهای فشار عرضی یا انبساط حرارتی یکنواخت کمانش می‌کنند، مورد مطالعه قرار دادند. ژو و می [۸] با مطالعه‌ی المان محدود پانل با دمای دلخواه در جریان مافوق صوت به نتیجه رسیدند که تحلیل تنش حرارتی برای فلاتر پانل غیرخطی ضروری است. همچنین نتایج پژوهش آن‌ها نشان می‌دهد که روش حوزه فرکانس در پیش‌بینی حرکات تناوبی و آشفته ناتوان است. در زمینه رفتار آیرودینامیک پانل با تنش برشی در جریان مافوق صوت، پورتاک دوست و فاضل‌زاده [۱۴] با استفاده از روش اندرکنش سیال - حرارت - سازه به تحقیق پرداختند. همچنین، هان و لی [۱۱] صفحات کامپوزیتی را با محرک‌های پیزوالکتریک مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که محرک‌های توزیع شده می‌توانند به طور موثر رفتارهای دینامیکی و عملکرد صفحات کامپوزیت را کنترل کنند. راجرز و رابرت شو [۱۲] ایده جاسازی محرک‌های آلیاژ حافظه‌شکل در یک لایه کامپوزیتی را معرفی کردند. هوو همکاران [۱۳] نتایج تجربی و عددی آزمایش‌های پس‌کمانش حرارتی را برای صفحات همسانگرد و کامپوزیت‌های مختلف با و بدون سیم‌های آلیاژ حافظه‌شکل ارائه نمودند و نشان دادند که نوارهای آلیاژ حافظه‌شکل می‌توانند تغییر شکل در اثر کمانش در پانل‌های همسانگرد و کامپوزیتی را کاهش دهند. لی و لی [۱۴] اثر سیم‌های آلیاژ حافظه‌شکل را بر ویژگی‌های کمانش و پس‌کمانش ناشی از بارهای خارجی و حرارتی، با استفاده از کد آباکوس، بررسی کردند. توفیق و همکاران [۱۵] یک صفحه از آلیاژ حافظه‌شکل را برای به تأخیر انداختن کمانش حرارتی، کاهش پس‌کمانش و افزایش فشار دینامیکی در پانل‌ها و فلاتر مورد مطالعه قرار دادند. ژانگ و سنگ [۱۶] پایداری و ارتعاشات غیرخطی یک پانل کامپوزیت چند لایه ترکیبی با سیم‌های آلیاژ حافظه‌شکل را با استفاده از روش گالرکین تحت بارگذاری حرارتی و فشار آیرودینامیک یکنواخت مورد بررسی قرار دادند. کبیر و طاووسی تهرانی [۱۷] راه حلی با فرم بسته برای کمانش و پس‌کمانش صفحات کامپوزیت ترکیبی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌شکل تحت بارگذاری مکانیکی، حرارتی و ترمومکانیکی ارائه کردند. آنها از روش گالرکین برای بدست آوردن انحراف پس‌کمانش و بار کمانش بحرانی استفاده کردند. بیات و اختراعی طوسی [۱۸] از رویکرد لایه‌بی‌بی برای تحلیل کمانش حرارتی و پس‌کمانش صفحات کامپوزیتی حاوی لایه‌های مختلف سیم‌های آلیاژ حافظه‌شکل تحت توزیع دمایی یکنواخت استفاده نمودند. روش لایه‌بی‌بی در صفحات کامپوزیت ضخیم نسبت به روش‌های دیگر مناسب‌تر است. سپس، آنها رفتار کمانش حرارتی و پس‌کمانش تیرهای کامپوزیتی تقویت شده با سیم‌های آلیاژ حافظه‌شکل را تحت توزیع دمای غیر یکنواخت بررسی کردند. بیات و اختیاری طوسی [۱۹] پس‌کمانش حرارتی پوسته‌های استوانه‌ای درجه‌بندی عملکردی تقویت شده با آلیاژ حافظه‌شکل در معرض گرمایش یکنواخت و غیر یکنواخت که توسط میرزاوند و پورمحمد [۲۰] ارائه شده بود را مورد بررسی قرار دادند. در این راستا، آنها برای حل معادله انتقال حرارت غیرخطی از روش تفاضل محدود استفاده نمودند و در ادامه، منحنی پس‌کمانش با استفاده از روش گالرکین به دست آوردند. شن و همکاران [۲۱] ارتعاشات تیر درجه‌بندی عملکردی و همچنین پس‌کمانش حرارتی را بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالاتر با استفاده از تکنیک اغتشاش دو مرحله‌بی بررسی کردند. همچنین، اکوز و سیوالک [۲۲] تجزیه و تحلیل کمانش و خمش میکروتیرهای درجه‌بندی عملکردی را با استفاده از ضرایب اصلاح برشی بر اساس تئوری گرادیان کرنش اصلاح شده انجام دادند.

در ادامه مطالعات ارائه شده، میزان تاثیر گرمایش حرارتی در کمانش حرارتی صفحات کامپوزیتی در سرعت‌های مافوق صوت، کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. در پژوهش حاضر، دمای کمانش حرارتی در سرعت‌های مافوق صوت، در حضور و بدون حضور آلیاژ حافظه‌شکل مورد مطالعه قرار می‌گیرد. میزان تاثیر آلیاژ حافظه‌شکل و همچنین لایه‌چینی‌های مختلف صفحات کامپوزیتی، برای میزان



شکل ۲. میدان جابجایی در تئوری لایه‌ی جزئی خطی برای لایه I ام اثر آن بر دیگر لایه‌ها.

بطوریکه $u^{ESL}, v^{ESL}, w^{ESL}$ به ترتیب بیانگر میدان‌های طولی، عرضی و ارتفاعی جابجایی در تئوری کلاسیک بوده و u_0, v_0, w_0 جملات جابجایی در راستاهای x, y برحسب مولفه زمان می‌باشند. همچنین، کرنش‌های غیرخطی فون - کارمن در تئوری کلاسیک، به صورت زیر است: [۲۳]

$$\{\varepsilon\}^{ESL} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [\varepsilon^0] + z [\varepsilon^1] \quad (11)$$

که در آن ε^0 و ε^1 به صورت زیر می‌باشند: [۲۳]

$$\{\varepsilon^1\} = \left\{ -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}, -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}, \dots, -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \right\}^T \quad (12)$$

$$\{\varepsilon^0\} = \left\{ \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2, \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2, \dots, \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \right\}^T \quad (13)$$

میدان جابجایی کل برابر مجموع میدان‌های جابجایی تئوری لایه‌ی جزئی با میدان جابجایی کلاسیک است. لذا داریم: [۲۳]

$$u_i(x, y, z) = u_i^{ESL}(x, y, z) + u_i^{LWT}(x, y, z) \quad (14)$$

$$v_i(x, y, z) = v_i^{ESL}(x, y, z) + v_i^{LWT}(x, y, z) \quad (15)$$

$$w_i(x, y, z) = w_i^{ESL}(x, y, z) + w_i^{LWT}(x, y, z) \quad (16)$$

که در آن u_i, v_i, w_i میدان‌های جابجایی کل بر اساس تئوری لایه‌ی کامل بوده و ρ^k چگالی پانل در لایه k ام می‌باشد. بر اساس تئوری پیستون و با محاسبه اختلاف فشار بالایی و زیرین صفحات و با صرف نظر از جملات غیرخطی، نیروی آیرودینامیکی وارده به پانل از طریق رابطه زیر بدست می‌آید: [۲۴]

$$\Delta P_a = -2 \frac{\rho_\infty U_\infty}{M_\infty} \left[\left(\frac{\partial w_i}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial w_i}{\partial x} \right) \right] \quad (17)$$

$$F_{Aero} = \int \int_A \Delta P_a w_i dx dy \quad (18)$$

برای تئوری لایه‌ی کامل ارائه شده توسط ردی [۲۳]، باید دو رابطه تئوری لایه‌ی جزئی و تئوری تک صفحه‌ی با هم ترکیب شوند. در ابتدا تئوری لایه‌ی جزئی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در این تئوری، از بسط لایه‌ی برای جابجایی مولفه‌های درون صفحه‌ی استفاده شده و در جابجایی‌های عرضی از آن صرف نظر شده است. در تئوری لایه‌ی کامل، اثرات برشی عرضی و اثرات نرمال عرضی لایه به طور گسسته لحاظ می‌شوند. در تئوری لایه‌ی جزئی، میدان‌های جابجایی در k امین لایه به صورت زیر می‌باشند: [۲۳]

$$u_k^{LWT}(x, y, z, t) = \sum_{I=1}^N U_I(x, y, t) \Phi^I(z) \quad (2)$$

$$v_k^{LWT}(x, y, z, t) = \sum_{I=1}^N V_I(x, y, t) \Phi^I(z) \quad (3)$$

$$w_k^{LWT}(x, y, z, t) = \sum_{I=1}^N W_I(x, y, t) \Phi^I(z) \quad (4)$$

که به ترتیب بیانگر میدان جابجایی در تئوری لایه‌ی k ام و در راستاهای طول، عرض و ارتفاع در صفحه مستطیلی می‌باشند. U_I, V_I معرف توابع فرضی برای جابجایی‌های درون صفحه‌ی و W_I تابع فرضی برای جابجایی عرضی است. N براساس تابع چندجمله‌ی بر حسب ضخامت بیان می‌شود. در تعریف خطی این تابع، N برابر با تعداد نقاط ابتدا و انتهای هر صفحه، مانند شکل ۲ است. در شکل ۲، توابع درونیاب بوده و به صورت زیر تعریف می‌شود: [۲۳]

$$\phi_{(z)}^1 = \psi_1^{(1)}(z) \quad z_1 \leq z \leq z_2$$

$$\phi_{(z)}^i = \begin{cases} \psi_i^{(i-1)}(z) & z_{i-1} \leq z \leq z_i \\ \psi_i^{(i)}(z) & z_i \leq z \leq z_{i+1} \end{cases}$$

$$\phi_{(z)}^N = \psi_N^{(N)}(z) \quad z_{N-1} \leq z \leq z_N \quad (5)$$

که در آن $\psi_1^{(k)} = 1 - \frac{z}{h_k}$ و $\psi_i^{(k)} = \frac{z}{h_k}$ ، $0 \leq z \leq h_k$ کرنش‌های غیرخطی فون - کارمن در میدان جابجایی تئوری لایه‌ی جزئی به صورت زیر تعریف می‌شود: [۲۳]

$$\{\varepsilon\}^{LWT} = \sum_{I=1}^N \varepsilon^{LWT} \varphi^I + \sum_{I=1}^M \varepsilon^{LWT} \frac{d\varphi_I}{dz}$$

$$\varepsilon^{LWT} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial U_I}{\partial x} & \frac{\partial V_I}{\partial y} & \dots & \frac{\partial W_I}{\partial y} \\ \frac{\partial W_I}{\partial x} & \frac{\partial V_I}{\partial x} + \frac{\partial U_I}{\partial y} & \dots & \dots \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$\varepsilon^{LWT} = \left\{ \dots \circ \ W^I \ V_I \ U_I \ \circ \right\}^T \quad (7)$$

که در آن ε^{LWT} معرف کرنش‌های کششی و ε^{LWT} بیانگر کرنش‌هایی بر اثر انحنای صفحه در تئوری لایه‌ی جزئی می‌باشند.

در تئوری تک صفحه‌ی کلاسیک، میدان جابجایی به صورت زیر تعریف می‌شود: [۲۳]

$$u^{ESL}(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial x} \quad (8)$$

$$v^{ESL}(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad (9)$$

$$w^{ESL}(x, y, z, t) = w_0(x, y, t) \quad (10)$$

$$Y = \frac{1}{\gamma} \rho \Delta s_0 (M_s + M_f - A_f - A_s) \quad (27)$$

$$b^A = -\Delta s_0 (A_f - A_s) \quad (28)$$

$$b^M = -\Delta s_0 (M_s - M_f) \quad (29)$$

$$\mu_1 = \frac{1}{\gamma} \rho \Delta s_0 (M_s + A_f) - \rho \Delta u_0 \quad (30)$$

$$\mu_2 = \frac{1}{\gamma} \rho \Delta s_0 (A_s - A_f - M_f + M_s) \quad (31)$$

بطوریکه Δu_0 معرف اختلاف انرژی درونی بین فاز آستنیت و مارتنزیت است. در یک مسیر با بار ثابت (تنش ثابت)، در ابتدا باید مقدار کرنش را برحسب تغییرات دمایی محاسبه کرد. Δs_0 بیانگر مقدار آنتروپی اولیه آلیاژ می‌باشد. M_s^σ ، M_f^σ ، A_s^σ ، A_f^σ به ترتیب معرف دمای شروع و پایان مارتنزیت و دمای شروع و پایان آستنیت می‌باشند. برای محاسبه M_s^σ ، M_f^σ ، A_s^σ ، A_f^σ داریم:

$$\frac{1}{\gamma} \Delta S \sigma^\dagger + \sigma H_M + \rho \Delta s_0 (M_s^\sigma - M_s) = 0 \quad (32)$$

$$\frac{1}{\gamma} \Delta S \sigma^\dagger + \sigma H_M + \rho \Delta s_0 (M_f^\sigma - M_f) - \rho b^M = 0 \quad (33)$$

$$\frac{1}{\gamma} \Delta S \sigma^\dagger + \sigma H_M + \rho \Delta s_0 (A_f^\sigma - A_f) - \rho b^A = 0 \quad (34)$$

$$\frac{1}{\gamma} \Delta S \sigma^\dagger + \sigma H_M + \rho \Delta s_0 (A_s^\sigma - A_s) = 0 \quad (35)$$

بطوریکه H_M بیانگر حداکثر تنش، $\Delta S = S^M - S^A$ است. به منظوری بعدسازی معادلات زمان، پارامترهای مربوطه به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\bar{u}_{ij} = \frac{u_{ij}}{H}, \bar{v}_{kl} = \frac{v_{kl}}{H}, \bar{w}_{mn} = \frac{w_{mn}}{H},$$

$$\bar{q}_{ij} = \frac{q_{ij}}{H}, \bar{r}_{kl} = \frac{r_{kl}}{H}, \bar{s}_{mn} = \frac{s_{mn}}{H}$$

همچنین، اعداد بی‌بعد آیرودینامیکی از قبل در روابط ۲۱ و ۲۲ آمده است. رابطه لاگرانژ برای کماتش استاتیکی و صفر در نظر گرفتن انرژی جنبشی مطابق رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$-\frac{\partial U}{\partial p_i} = \frac{\partial W_f}{\partial p_i} = Q_i,$$

$$p_i = (u_{ij}, v_{kl}, w_{mn}, q_{ij}, r_{kl}, s_{mn}) \quad (36)$$

بطوریکه U معرف انرژی الاستیک و همچنین p_i نشانگر مدهای فرضی انتخاب شده در راستاهای u, v, w برای دو روش تئوری لایه‌یی و تئوری کلاسیک می‌باشند. مدهای فرضی انتخاب شده در راستاهای u, v به صورت میله و در راستای w به صورت تیر در نظر گرفته شده است:

$$u_0^{esl}(x, y, t) = \sum_i \sum_j q_{ij}(t) \chi_i^e(x) \vartheta_j^e(y) \quad (37)$$

$$v_0^{esl}(x, y, t) = \sum_k \sum_l r_{kl}(t) \gamma_k^e(x) \theta_l^e(y) \quad (38)$$

$$w_0^{esl}(x, y, t) = \sum_m \sum_n s_{mn}(t) \phi_m^e(x) \psi_n^e(y) \quad (39)$$

$$u_0^{lwt}(x, y, t) = \sum_i \sum_j u_{ij}(t) \chi_i^L(x) \vartheta_j^L(y) \quad (40)$$

$$v_0^{lwt}(x, y, t) = \sum_k \sum_l v_{kl}(t) \gamma_k^L(x) \theta_l^L(y) \quad (41)$$

$$w_0^{lwt}(x, y, t) = \sum_m \sum_n w_{mn}(t) \phi_m^L(x) \psi_n^L(y) \quad (42)$$

P_a برابر فشار آیرودینامیکی وارده به پانل، ρ_∞ برابر چگالی هوا، U_∞ برابر سرعت نسبی هوا به پانل، M_∞ برابر ماخ هوا و F_{Aero} برابر نیروی آیرودینامیکی وارده بر پانل در اثر اختلاف فشار ایجاد شده می‌باشد. با در نظر گرفتن ضرایب بی‌بعد Λ و μ_{aero} برای فشار آیرودینامیکی داریم: [۲۳]

$$\mu_{aero} = \frac{\rho_\infty h}{\rho_p a M_\infty} \quad (19)$$

$$\Lambda = \frac{\rho_\infty M_\infty V_s^\dagger a}{\rho_p \omega^\dagger h} \quad (20)$$

$$(\Lambda \mu_{aero})^\dagger = \frac{\rho_\infty V_s}{\rho_p \omega} \quad (21)$$

که در آن V_s بیانگر سرعت سیال، ω فرکانس طبیعی سیستم و ρ_p چگالی صفحه می‌باشد. نسبت ضریب جرمی هوا به ورق را برابر $\zeta = \frac{\rho_\infty c_T}{\rho_p h}$ در نظر گرفته و داریم:

$$\frac{\zeta}{M_\infty} = 0.701 \quad (22)$$

برای پیش‌بینی اصطکاک بین پانل و هوای محیط از مدل‌سازی دمای مرجع استفاده شده است. [۲۵] این مدل، در ابتدا توسط روبسین و جانسون [۲۶] طرح و سپس توسط اکرت [۲۷] اصلاح شد تا شامل آنتالپی مرجع باشد:

$$\frac{T^*}{T_e} = 1 + 0.7032 M_e^2 + 0.58 \left(\frac{T_w}{T_e} - 1 \right) \quad (23)$$

بطوری‌که T^* بیانگر دمای مرجع، T_e معرف دمای لبه پانل، M_e نشانگر عدد ماخ در لبه و T_w برابر دمای دیواره می‌باشد. در صفحات مسطح $T_e = T_\infty$ و $M_e = M_\infty$ و $T_w = T_{aw}$ و $M_e = M_\infty$ دمای دیواره برابر است با:

$$r = \frac{h_{aw} - h_e}{h_s - h_e} = \frac{T_{aw} - T_e}{T_s - T_e} \quad (24)$$

بطوری‌که h_{aw} بیانگر آنتالپی آدیاباتیک، h_e معادل آنتالپی لبه پانل، h_s معرف آنتالپی اولیه پانل و همچنین T_{aw} نشانگر دمای آدیاباتیک پانل T_s برابر دمای اولیه می‌باشد. مقدار r برابر $r = \sqrt{P_r}$ می‌باشد که P_r عدد پراکتل برابر 0.715 در نظر گرفته شده است. [۲۵] سیم آلیاژ حافظه شکل بر اساس تئوری تیر اوپلر - برنولی شبیه‌سازی شده است. در مدل ارائه شده توسط لاگوداس، با فرض سخت‌شوندگی چندجمله‌یی [۲۷]، معادلات انتقال فاز به صورت زیر خواهد بود:

• در محدوده آستنیت:

$$\varepsilon^A = S^A \sigma + \alpha^A (T - T_0) \quad (25)$$

• در محدوده مارتنزیت:

$$\varepsilon^M = S^M \sigma + \alpha^M (T - T_0) \quad (26)$$

که در آن، S^i نشانگر پارامتر انطباقی و برابر معکوس تنسور سفتی است، α^i معرف ضریب انتقال حرارت و i در این معادلات نمایانگر M و A می‌باشد که به ترتیب فازهای مارتنزیت و آستنیت را نشان می‌دهند. برای لحاظ مودن اثر سخت‌شوندگی، چندجمله‌یی ارائه شده توسط بوید و لاگوداس [۲۷] مورد استفاده قرار می‌گیرد:

جدول ۱. مشخصات صفحه کامپوزیتی. [۲۳]

۲۹/۴	$E_1 (GPa)$
۱۵/۲	$E_T, E_r (GPa)$
۶/۰۶	$G_1 (GPa)$
۳/۰۳	$G_T, G_r (GPa)$
۰/۳۲	$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$
$7/5 \times 10^{-6}$	a_{11}
18×10^{-6}	a_{22}, a_{33}
۴۵	$H (mm)$
۱۳۳۰	$\rho_p (kg/m^3)$
۳۰۰	T, a_{ero}

جدول ۲. مشخصات آلیاژ حافظ شکل. [۲۷]

۲۲۶	$M_s (°K)$
۱۹۴	$M_f (°K)$
۲۴۱	$A_S (°K)$
۲۷۰	$A_F (°K)$
22×10^{-6}	$\alpha_{AUS} \alpha_{MAR}$
۳۲/۵	$E_{AUS} (GPa)$
۲۳	$E_{MAR} (GPa)$
$11/55 \times 10^{-4}$	$\rho_{\Delta S}$
۵۱۰۰	$\rho_{sma} (kg/m^3)$

جدول ۳. فرکانس طبیعی برای لایه چینی (۰/۹۰/۹۰/۰).

شماره فرکانس	مرجع [۲۳]	کار حاضر	درصد خطا
۱	۹۸۹/۳	۹۸۹/۲	۰/۰۱۴۶
۲	۲/۳۳۴۴	۲/۲۷۸۲	۲/۴۰۴۱
۳	۲/۷۳۴۴	۲/۵۹۲۵	۵/۱۹۲۶
۴	۳/۹۵۷۴	۳/۹۵۵۱	۰/۰۵۸۴
۵	۴/۶۳۸۹	۴/۶۳۵۵	۰/۰۷۳
۶	۵/۶۸۶۴	۵/۶۸۲۳	۰/۰۷۳
۷	۶/۱۵۸۰	۶/۱۵۲۲	۰/۰۹۴۹
۸	۶/۸۳۴۴	۶/۸۲۷۹	۰/۰۹۴۹
۹	۸/۹۰۴۲	۸/۸۹۲۶	۰/۱۳۱۳

همچنین، مقادیر فرکانس طبیعی با محاسبه خطا برای صفحه کامپوزیتی با لایه چینی قرینه (۰/۹۰/۹۰/۰)، در جدول ۳ نشان داده شده است. برای اعتبارسنجی کمانش حرارتی، مقدار کمانش حرارتی برای دو حالت لایه چینی کامپوزیتی ((۰/۰/۰/۰)) و [۱۵/۱۵ - ۱۵/۱۵] (الف) پژوهش حاضر و ب) پژوهش صورت گرفته توسط لچانگ شیائو^[۲۸] مقایسه شد. شکل ۳ به خوبی نشان می‌دهد که میزان خطا در کمانش حرارتی برای این دو حالت بسیار کم بوده و تقریباً با هم برابر هستند.

شکل ۴، کمانش حرارتی برای لایه چینی‌های مختلف با چینش (۰/۹۰/۰/۹۰)، (۰/۹۰/۹۰/۰)، (۴۵/ - ۴۵) و (۶۰/۳۰) را نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که در نسبت ابعادی پایین ($b > a$)، بالاترین دمای کمانش حرارتی به ترتیب مربوط به (۴۵/ - ۴۵)، (۶۰/۳۰)، (۰/۹۰/۰/۹۰) و (۰/۹۰/۹۰/۰) است. اما در ادامه، با افزایش معمولی نسبت ابعادی ($a > b$)، بالاترین دمای کمانش حرارتی به ترتیب مربوط به (۰/۹۰/۹۰/۰)، (۴۵/ - ۴۵)، (۶۰/۳۰) و (۰/۹۰/۰/۹۰) می‌باشد.

که پاسخ‌های فرضی انتخاب شده در روابط اخیر برابرند با:

$$\chi_i^e, \gamma_k^e, \chi_i^L, \gamma_k^L(x) = C_1 \cos(\omega x) + C_2 \sin(\omega x) \quad (43)$$

$$\vartheta_j^e(y), \theta_i^e(y), \vartheta_j^L(y), \theta_i^L(y) = C_1 \cos(\omega y) + C_2 \sin(\omega y) \quad (44)$$

$$\phi_m^e, \phi_m^L(x) = B_1 \cosh(\beta x) + B_2 \sinh(\beta x) + B_3 \cos(\beta x) + B_4 \sin(\beta x) \quad (45)$$

$$\psi_n^e, \psi_n^L(y) = B_1 \cosh(\beta y) + B_2 \sinh(\beta y) + B_3 \cos(\beta y) + B_4 \sin(\beta y) \quad (46)$$

معادلات کل حاکم بر پانل مستطیلی به صورت زیر می‌باشد:

$$([K]_P + [K]_S) [\bar{p}_i] + [NL]_P + [NL]_S = [FT]_P + [FT]_S + [FS] \quad (47)$$

بطوریکه در آن $[K]$ معرف ماتریس سفتی، $[NL]$ بیانگر ماتریس غیرخطی سیستم، $[FT]$ معادل نیروی گرمایی وارد شده بر پانل و برابر با نیروی وارد شده بر اثر تغییر فاز سیم آلیاژ حافظ شکل می‌باشند. همچنین، زیرنویس‌های $Aero$ و S, P به ترتیب بیانگر پانل، سیم آلیاژ حافظ شکل و آبرودینامیک می‌باشند.

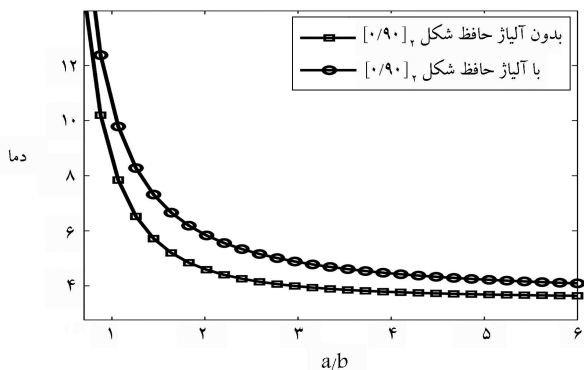
۳. نتایج عددی

در ادامه، نتایج عددی حاصل از مدل‌سازی انجام شده در بخش ۲ مورد مطالعه قرار گرفته است. در جداول ۱ و ۲ مولفه‌های ساختاری استفاده شده در صفحات کامپوزیتی و همچنین سیم آلیاژ حافظ شکل به کار رفته در مدل‌سازی گزارش شده است. از آنجایی که در سرعت‌های مافوق صوت، میزان گرمایش حرارتی بالا می‌رود، سیم آلیاژ حافظ شکل، به صورت مارتنزیت جایگذاری می‌شود تا بعد از افزایش دما، سیم با انتقال فاز از مارتنزیت به آستنیت نیروی فشاری به سیستم وارد نماید. در تمامی مسائل، عدد پرانتل برابر ۷۱۵/۰ و ضریب جرمی هوا به ورق برابر ۱/۰ در نظر گرفته شده است. همچنین مقدار دمای اولیه هوا ۳۰۰ درجه کلوین می‌باشد. در اثر حرارت ایجاد شده در ماخ‌های بالا، پانل کامپوزیتی دچار کمانش حرارتی می‌شود. این ختلاف دما را با ΔT_{cr} نشان می‌دهند. کمانش حرارتی در جابجایی عرضی \bar{w} اتفاق می‌افتد. زیرا در اثر اختلاف دما، انبساط یا انقباض برای حرکات درون صفحه‌های ایجاد می‌شود. در رابطه ۴۷، معادلات حرکت برای هر سه جهت حرکتی بیان شده‌اند. با حفظ جملات خطی برای جابجایی عرضی \bar{w} ، ΔT_{cr} از حل مساله مقدار ویژه زیر بدست می‌آید:

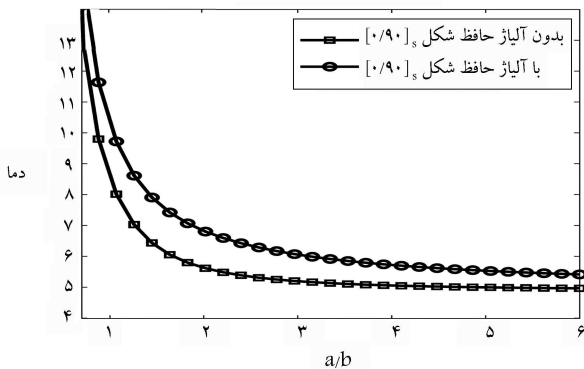
$$[K_w^w - \Delta T_{cr} K_w^T] \{\bar{w}\} = 0 \quad (48)$$

با اضافه کردن آلیاژ حافظ شکل به این پانل، می‌توان اثرات بهبود این آلیاژ را بر کمانش پانل بررسی کرد. مقدار کمانش حرارتی بر صفحات مستطیلی شکل بر اثر تغییر نسبت ابعاد (نسبت طول به عرض a/b) پانل مورد بررسی قرار گرفته شده است. همچنین، با تغییر زاویه چینش صفحات، مقادیر مختلف کمانش حرارتی به صورت جداگانه نوشته شده است.

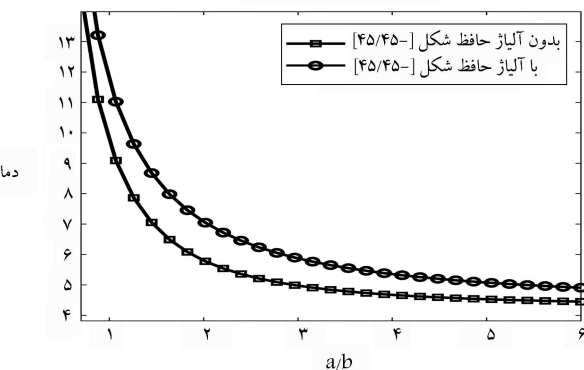
برای اعتبارسنجی روابط، در ابتدا فرکانس‌های طبیعی سیستم برای حالت (۰/۹۰/۹۰/۰) با فرکانس‌های طبیعی ارائه شده در مرجع^[۲۳] مقایسه شده است.



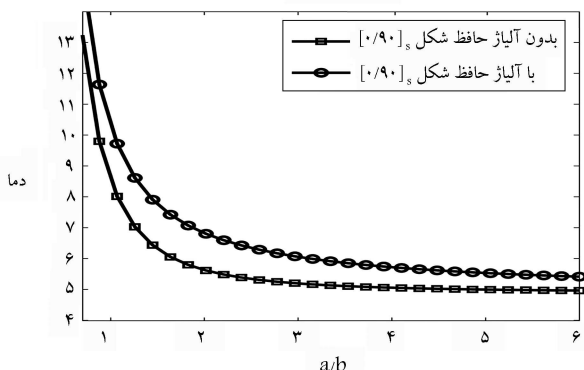
الف) چینش (۰/۹۰/۰/۹۰)



ب) چینش (۹۰/۰/۹۰/۰)

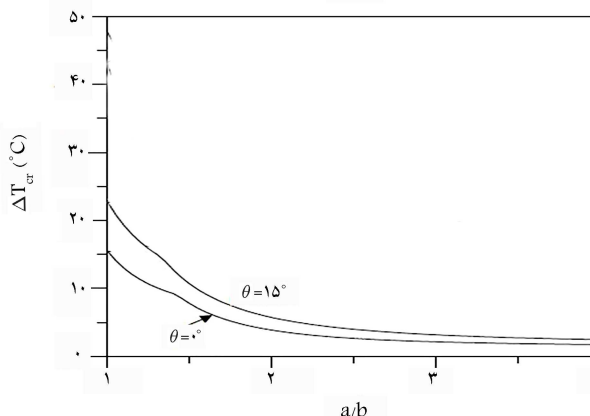
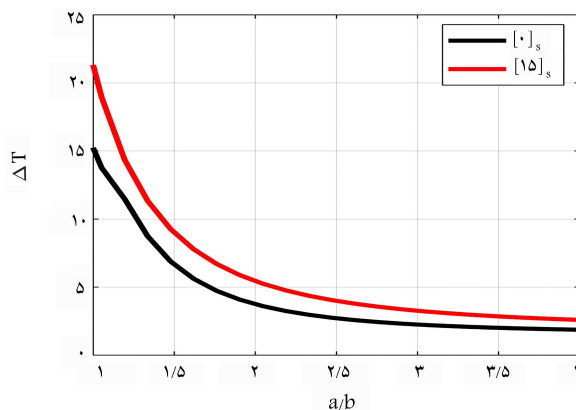


ج) چینش (۴۵/-۴۵)

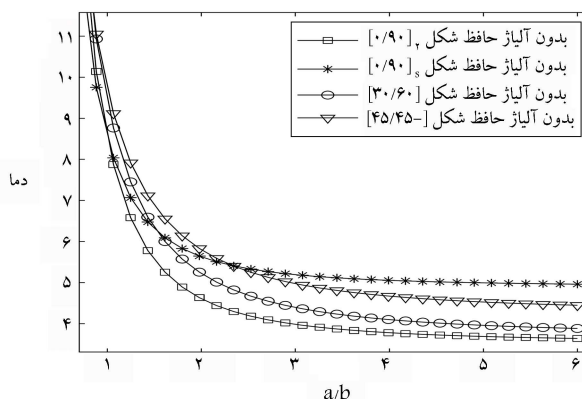


د) چینش (۰/۹۰/۰/۹۰)

شکل ۵. کماتش حرارتی برای چینش (۰/۹۰/۰/۹۰)، (۰/۹۰/۰/۹۰)، (۰/۹۰/۰/۹۰)، (۰/۹۰/۰/۹۰)، (۰/۹۰/۰/۹۰)، (۰/۹۰/۰/۹۰)، (۰/۹۰/۰/۹۰)، (۰/۹۰/۰/۹۰).

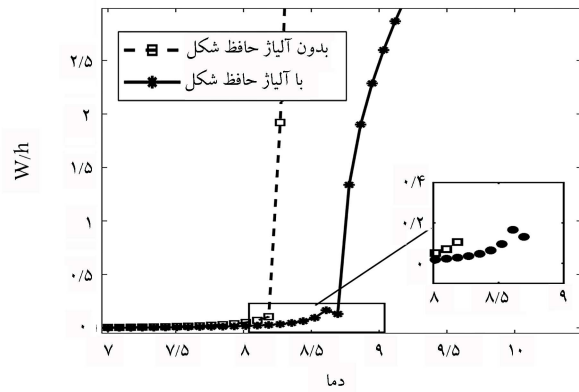


شکل ۳. مقایسه کماتش حرارتی (الف) پژوهش حاضر (ب) مرجع [۲۸]

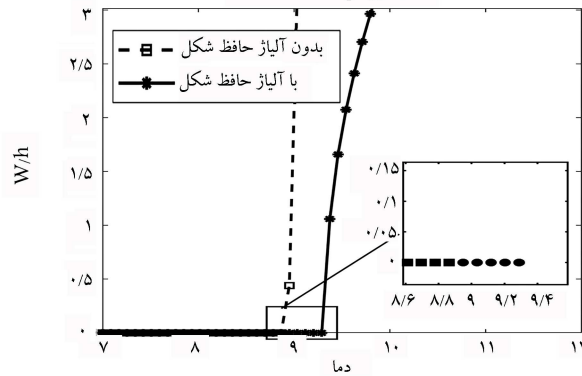


شکل ۴. کماتش حرارتی برای صفحات کامپوزیتی با چیدمان (۰/۹۰/۰/۹۰)، (۰/۹۰/۰/۹۰)، (۰/۹۰/۰/۹۰)، (۰/۹۰/۰/۹۰)، (۰/۹۰/۰/۹۰).

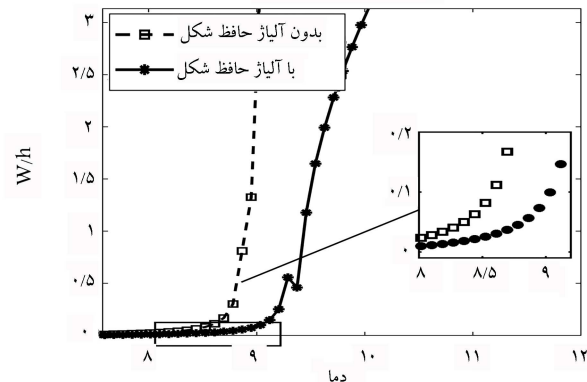
شکل ۴ نشان می‌دهد که در نسبت‌های ابعادی کوچک، زاویه فیبرهای کامپوزیتی در کماتش حرارتی پانل تحت تنش حرارتی، تأثیر بیشتری نسبت به قرینگی ساختار دارد. همچنین، در نسبت‌های ابعادی بزرگ، قرینگی چینش تأثیر بیشتری نسبت به دیگر مولفه‌ها در افزایش دمای کماتش حرارتی ایفا می‌کند. شکل ۴ الف، نمودار کماتش حرارتی برای پانل کامپوزیتی ۴ لایه‌یی با لایه چینشی (۰/۹۰/۰/۹۰) را بر حسب تغییرات نسبت به ابعاد پانل نشان می‌دهد. نقاط مربعی شکل در شکل ۴ ب، ج و د نشانگر پانل کامپوزیتی بدون آلیاژ حافظه شکل و نقاط دایره‌یی شکل، نمایشگر پانل کامپوزیتی با جایگذاری آلیاژ حافظه شکل در زاویه ۹۰° و با عرض از مبدأ مرکز پانل می‌باشند (شکل ۱). به‌طور مشابه، برای شکل‌های ۵ ب، ج و د، به



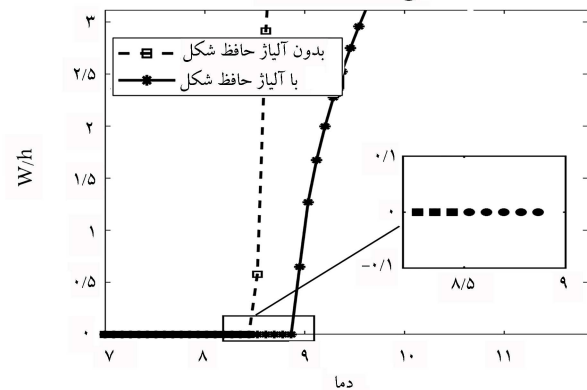
الف) چینش (۰/۹۰/۹۰/۰)



ب) چینش (۰/۹۰/۹۰/۰)

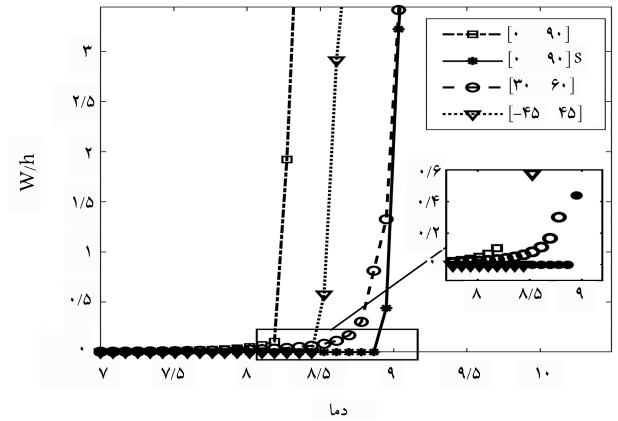


ج) چینش (۶۰/۳۰)



د) چینش (۴۵/-۴۵)

شکل ۷. میزان پس کمانش حرارتی برای پانل کامپوزیتی با و بدون سیم آلیاژ حافظ شکل.



شکل ۶. میزان پس کمانش حرارتی برای صفحات کامپوزیتی با چیدمان.

ترتیب لایه چینی صفحات کامپوزیتی (۰/۹۰/۹۰/۰)، (۴۵/ - ۴۵) و (۶۰/۳۰) را نشان می‌دهند. شکل‌های ۵ الف، ب، ج و د نشان دهنده تاثیر آلیاژ حافظ شکل در بالا بردن دمای کمانش حرارتی می‌باشد. با بالا رفتن نسبت اندازه طول پانل کامپوزیتی نسبت به عرض پانل، تاثیرات آلیاژ حافظ شکل کمتر خواهد شد. دلیل این رخداد، جایگذاری آلیاژ حافظ شکل، در زاویه ۹۰° درجه می‌باشد. برای محاسبه پس‌کمانش حرارتی در دماهای بالاتر از دمای بحرانی کمانش، باید معادله حرارتی مربوطه را حل کرد. در واقع، پس‌کمانش، میزان جابه‌جایی یک نقطه مشخص از پانل در دماهای بعد از دمای بحرانی کمانش حرارتی را نشان می‌دهد که از حل معادله ۴۷، برای اختلاف دمای بالاتر از دمای کمانش بدست می‌آید.

شکل ۶، میزان پس‌کمانش حرارتی برای صفحات با چینش‌های ذکر شده در قسمت کمانش حرارتی برای مرکز پانل را نشان می‌دهد. در این بررسی، نسبت ابعاد پانل مورد مطالعه برابر با ۱ می‌باشد. نمادهای مربع، ستاره، مثلث و دایره به ترتیب بیانگر چیدمان (۰/۹۰/۹۰/۰)، (۴۵/ - ۴۵)، (۰/۹۰/۹۰/۰) و (۶۰/۳۰) می‌باشند. همانطور که از نمودار شکل ۵ مشخص است، میزان خیز صفحه در اثر بار حرارتی تا دمای زیر دمای بحرانی، صفر می‌باشد. اما با افزایش دما و عبور از دمای بحرانی، خیز تیر در اثر بار حرارتی افزایش می‌یابد. با توجه به نمودار شکل ۴، می‌توان نتیجه گرفت که نمودار رسم شده در شکل ۶، در ترتیب وقوع پس‌کمانش در دمای شروع کمانش حرارتی مقدار درستی را نشان می‌دهد. نمودارهای الف، ب، ج و د در شکل ۷، مقادیر پس‌کمانش حرارتی برای چینش‌های (۰/۹۰/۹۰/۰)، (۴۵/ - ۴۵) و (۶۰/۳۰) با و بدون جایگذاری سیم آلیاژ حافظ شکل با زاویه ۹۰° درجه، در این صفحات را نشان می‌دهد.

با توجه به این نمودارها، می‌توان میزان پس‌کمانش حرارتی در حضور و یا عدم حضور سیم آلیاژ حافظ شکل در صفحات کامپوزیتی را مشاهده کرد. این نمودارها نشان می‌دهند که خیز صفحه در اثر بار حرارتی حاصل از آیرودینامیک سیستم به دلیل جایگذاری سیم آلیاژ حافظ شکل کاهش یافته و توانسته خیز صفحه را تا دماهای بالاتری صفر نگه دارد. همچنین، این نمودارها بیانگر این مطلب هستند که سیم آلیاژ حافظ شکل در کاهش شیب تغییرات پس‌کمانش نسبت به دما تاثیر قابل توجهی دارد.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، اثرات تنش حرارتی در کمانش و پس‌کمانش حرارتی در پانل کامپوزیتی

مختلف (اثرات قرینگی و زاویه چینش صفحات کامپوزیتی) بررسی گردید. طبق نتایج بدست آمده، لایه‌چینی صفحات (۰/۹۰/۹۰/۰)، (۴۵/ - ۴۵)، (۶۰/۳۰) و (۰/۹۰/۰/۹۰) بیشترین تاثیر در بالا بردن دمای بحرانی کماتش حرارتی در نسبت های ابعادی (a/b) برابر و یا بیشتر از یک را دارد و نشان دهنده‌ی تاثیر بیشتر قرینگی چینش‌ها نسبت به زاویه‌ی چینش‌ها می‌باشد. از نمودارهای پس‌کمانش برای تاثیر الیاز حافظ‌شکل، می‌توان استنتاج کرد که جایگذاری این الیاز در پانل کامپوزیتی، علاوه بر افزایش دمای کماتش، تاثیر بیشتری در کنترل جابه‌جایی پس‌کمانشی دارد.

مستطیلی شکل با شرایط مرزی لولا- لولا و میزان اثر الیاز حفظ شکل در کنترل این دو پدیده مورد بررسی قرار گرفت. اثرات گرمایشی با استفاده از روش دمای مرجع تخمین زده شد. سیم الیاز حافظ شکل در حالت مارتنزیتی جایگذاری شد تا بعد از تغییر فاز به آستنیت، نیروی فشاری جهت کنترل نیروهای گرمایشی و آیرودینامیکی به پانل وارد شود. معادلات حاکم بر سیستم، از طریق روش تئوری لایه‌یی استخراج گردید تا بتواند تاثیرات جابجایی‌های درون صفحه‌یی را بهتر نشان دهد. همچنین، میزان تاثیر لایه‌چینی‌های مختلف صفحات کامپوزیتی در کماتش و همچنین پس‌کمانش مورد مطالعه قرار گرفت. به منظور بررسی کماتش حرارتی، تاثیر لایه‌چینی‌های

پانوشتها

1. Divergence
2. Flutter
3. Shape Memory Alloy (SMA)
4. Equivalent Single Layer (ESL)
5. Full Layerwise Theory
6. Reference Temperature
7. Euler Bernoulli

منابع (References)

1. Dowell, E., 1970. Panel flutter-A review of the aeroelastic stability of plates and shells. *AIAA Journal*, 8(3), pp.385-399. <https://doi.org/10.2514/3.5680>.
2. SHORE, C., Mei, C. and GRAY, C. E., 1991. Finite element method for large-amplitude two-dimensional panel flutter at hypersonic speeds. *AIAA journal*, 29(2), pp.290-298. <https://doi.org/10.2514/3.10576>.
3. Mei, C., Abdel-Motagal, K. and Chen, R., 1999. Review of nonlinear panel flutter at supersonic and hypersonic speeds. *Applied Mechanics Reviews*, 52(10), pp.321-332. <https://doi.org/10.1115/1.3098919>.
4. Abbas, L.K., Rui, X., Marzocca, P., Abdalla, M. and De Breuker, R., 2011. A parametric study on supersonic/hypersonic flutter behavior of aero-thermo-elastic geometrically imperfect curved skin panel. *Acta Mechanica*, 22(1-2), pp.41-57. <https://doi.org/10.1007/s00707-011-0525-8>.
5. Librescu, L., Marzocca, P. and Silva, W. A., 2004. Linear/nonlinear supersonic panel flutter in a high temperature field. *Journal of Aircraft*, 41(4), pp.918-924. <http://dx.doi.org/10.2514/1.679>.
6. Gee, D. and Sipic, S., 1999. Coupled thermal model for nonlinear panel flutter. *AIAA journal*, 37(5), pp.642-650. <https://doi.org/10.2514/2.765>.
7. Dowell, E. and Ventres, C., 1970. Comparison of theory and experiment for nonlinear flutter of loaded plates. *AIAA Journal*, 8(11), pp.2022-2030. <https://doi.org/10.2514/3.6041>.
8. Xue, D.Y. and Mei, C., 1993. Finite element nonlinear panel flutter with arbitrary temperatures in supersonic flow. *AIAA journal*, 31(1), pp.154-162. <https://doi.org/10.2514/3.11332>.
9. Zhou, R., Xue, D. Y. and Mei, C., 1994. A finite element time domain-Modal formulation for nonlinear flutter of composite panels at elevated temperatures. *Proc. AIAA-1424, Hilton Head, SC, United States: AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference*. <https://doi.org/10.2514/3.12250>.
10. Pourtakdoust, S. and Fazelzadeh, S., 2005. Nonlinear AeroThermoelastic behavior of skin panel with wall shear stress effect. *Journal of Thermal Stresses*, 28(2), pp.147-169. <https://doi.org/10.1080/014957390523714>.
11. Han J.H. and Lee, I., 1998. Analysis of composite plate with piezoelectric actuators for vibration control using layerwise displacement theory. *Composites B*, 29, pp.621-32. [https://doi.org/10.1016/S1359-8368\(98\)00027-4](https://doi.org/10.1016/S1359-8368(98)00027-4).
12. Rogers, C.A. and Robertshaw, H.H., 1988. Shape memory alloy reinforced composites Engineering Science Preprints 25 Society of Engineering Science, Inc. ESP25.8027
13. Ho, M.T., Chen, R.R. and Chu, L.C., 1997. Experimental study for thermal post-buckling of isotropic and composite panels with embedded shape memory alloy Proc. *SPIE Int. Soc. Opt. Eng*, 3041, pp.901-11. DOI:10.1117/12.27 5716.
14. Lee, H.J. and Lee, J.J., 2000. A numerical analysis of the buckling and post buckling behavior of laminated composite shell with embedded shape memory alloy wire actuators, *Smart Mater. Struct*, 9, pp. 780-7. DOI: 10.1088/0964-1726/9/6/307.
15. Tawfik M.T., Ro, J.J. and Mei, C., 2002. Thermal post-buckling and aeroelastic behavior of shape memory alloy reinforced plates *Smart Mater. Struct*, 11, pp.297-307. DOI: 10.1088/0964-1726/11/2/313.
16. Zhang, Z. and Sheng, P., 2016. Research on stability and nonlinear vibration of shape memory alloy hybrid laminated composite panel under aerodynamic and thermal loads. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 27(20), pp.2851-2861. <https://doi.org/10.1177/1045389X16642300>.

17. Kabir, M.Z. and Tavousi Tehrani, B., 2017. Closed-form solution for thermal, mechanical, and thermo-mechanical buckling and post-buckling of SMA composite plates. *Composite Structures*, 168, pp.535-548. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.02.046>.
18. Bayat, Y. and EkhteraeiToussi, H. 2017. Exact solution of thermal buckling and post buckling of composite and SMA hybrid composite beam by layerwise theory. *Aerospace Science and Technology*, 67, pp.484-494. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ast.2017.04.029>.
19. Bayat, Y. and Ekhteraei Toussi, H. 2020. Analytical layerwise solution of nonlinear thermal instability of SMA hybrid composite beam under nonuniform temperature condition. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 27(19), pp.1673-1686. <https://doi.org/10.1080/15376494.2018.1524950>.
20. Mirzavand, B. and Pourmohammad, H., 2019. Post-buckling analysis of non-uniformly heated functionally graded cylindrical shells enhanced by shape memory alloys using classical lamination theory. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 30(16), pp.2421-2435. <https://doi.org/10.1177/1045389X19861794>.
21. Shen, H.S., Xiang, Y. and Fan, Y. 2019. Nonlinear vibration of thermally postbuckled FG-GRC laminated beams resting on elastic foundations. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 19(06), 1950051. <https://doi.org/10.1142/S0219455419500512>.
22. Akgoz, B. and Civalek, O., 2016. Bending analysis of embedded carbon nanotubes resting on an elastic foundation using strain gradient theory. *Acta Astronautica*, 119, pp.1-12. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2015.10.021>.
23. Reddy, J.N., 2003. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*. Second Edition (2nd ed).
24. Kevin, A. McHugh. and Maxim, Freydin., 2020. Flutter and Limit Cycle Oscillations of Cantilevered Plate in Supersonic Flow. *AIAA Journal*. DOI: 10.2514/1.C035992.
25. Anderson, John David., (2019). Hypersonic and high-temperature gas dynamics *AIAA Journal*, <https://doi.org/10.2514/4.861956>.
26. Rubesin, M.W. and Johnson, H.A., 1949. A critical review of skin-friction and heat-transfer solutions of the laminar boundary layer of a flat plate. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 71(4), pp.383-388. <https://doi.org/10.1115/1.4017082>.
27. book] D.C. Lagoudas., 2008. *Shape Memory Alloys Modeling and Engineering Applications*, Springer Science+ Business Media, LLC, New York USA. DOI:10.1007/978-0-387-47685-8.
28. Shiau, L.C., Kuo, S.Y. and Chen, C.Y., 2010. Thermal buckling behavior of composite laminated plates. *Composite Structures*, 92(2), pp.508-514. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2009.08.035>.