

# بررسی عددی تاثیر مدل‌های آشفتگی و عدد استوکس بر رفتار نانوذرات در جریان آشفته پشت پله به روش اویلری-لاگرانژی

عطیه فرخ - میراعلم مهدی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک (دانشگاه تربیت دبیر شهیدرجایی)

<sup>۲</sup> دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک (دانشگاه تربیت دبیر شهیدرجایی)

[atie.farrokhi@yahoo.com](mailto:atie.farrokhi@yahoo.com)

[M.mahdi@sru.ac.ir](mailto:M.mahdi@sru.ac.ir)

## چکیده

جریان آشفته هوا شامل نانوذرات مس در جریان پشت پله با استفاده از روش دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) به روش اویلری-لاگرانژی شبیه‌سازی شده است. این شبیه‌سازی به دو صورت دوبعدی و سه بعدی با استفاده از نرم‌افزارهای CFX و FLUENT انجام شده و نتایج بدست آمده با یکدیگر و با نتایج تجربی مطالعات پیشین همچون مطالعه گریفزو مقایسه شده است. در مدل‌سازی از کوپل دوراهه بین سیال پیوسته هوا و فاز گسسته نانو ذرات استفاده شده و نیروهای برای ساغمن، گرادیان فشار و اثرات آشفتگی بر روی نانوذرات لحاظ شده است. نتایج عددی به دست آمده با مدل‌های اویلری-لاگرانژی و مدل تک فاز در حالت‌های پایا و گذرا نیز مقایسه شده‌اند. ماکزیمم خطا در روش تک فاز برابر با ۲۵ درصد و برای روش اویلری-لاگرانژی برابر ۱۹ درصد است. تأثیر مدل آشفتگی بر حرکت ذرات و بر حسب قطرهای مختلف ۱۰، ۲۰، ۳۵، ۵۰، ۷۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ میکرومتر و همچنین ترتیب جفت شدن بین فاز حامل پیوسته و فاز پراکنده بررسی شده است. تأثیر قطر ذره بر مسیر حرکت و رفتار ذرات و تأثیر عدد استوکس بر حضور ذرات در گردابه ایجاد شده در پشت پله مورد بررسی و مطالعه قرار گرفته است. بررسی نتایج نشان می‌دهد که عدد استوکس و مدل آشفتگی تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر حرکت ذرات پشت پله را دارند. ذراتی که دارای عدد استوکس کوچکتر از ۱/۲ (معادل قطر ۳۵ میکرومتر در این مطالعه) باشند حضور گردابه را حس کرده و وارد گردابه می‌شوند. از بین مدل‌های آشفتگی کمترین خطا برای مدل SST برابر با ۶/۲۵ و بیشترین خطا برای مدل  $KE$  استاندارد برابر با ۱۸/۷۵ است.

## واژه‌های کلیدی

نانوسیال، مدل آشفتگی، روش اویلری-لاگرانژی، جریان پشت پله، فلوئنت، سی اف ایکس

# Numerical investigation of turbulence models and Stokes number effects on the behavior of nanoparticles in the turbulent flow behind the backward step by Eulerian-Lagrangian method

Atie Farrokh: Ms.c student, Faculty of Mechanical Engineering (Shahid Rajaei Teacher Training University)

Miralam Mahdi: Associate Professor, Faculty of Mechanical Engineering (Shahid Rajaei Teacher Training University)

[atie.farrokh@yahoo.com](mailto:atie.farrokh@yahoo.com)  
[M.mahdi@sru.ac.ir](mailto:M.mahdi@sru.ac.ir)

## Abstract

Turbulent backward step flow including air and copper nano particles has been simulated using Computational Fluid Dynamics (CFD) method by Eulerian-Lagrangian method. The simulation was done in two and three-dimensional methods with CFX and FLUENT software. The obtained results were compared with each other and with the experimental results. The two-way coupling discrete phase model (DPM) was used for simulation. The Saffman lift force, pressure gradient and turbulence effects on nano particles are considered. Numerical results obtained with Eulerian-Lagrangian models and single-phase model in steady and transient have been compared with experimental data. The effect of the turbulence model on the trajectory of particles and in terms of different diameters of 10, 20, 30, 50, 70, 100 and 200 micrometers have been investigated. The effects of particle diameter on the trajectory and behavior of particles and the effect of Stokes number on the presence of particles in the vortex created behind the step have been investigated. The results have been presented as various contours and graphs for two and three dimensional, steady and transient states. Particle trajectories are shown as contours for different Stokes number and particle diameter. The continuous phase velocity variation across the channel for different distances of step are presented as graphs. Standard, RNG and Realizable k- $\epsilon$  and standard and SST k- $\omega$  models are considered for the modeling of turbulent flow. The results show that SST k- $\omega$  is more accurate compared to the experimental data. Furthermore, simulation has been done with CFX software. Variation of velocity profile are compared with experimental and Fluent data. The results show that the Stokes number and the turbulence model have a significant effect on the trajectory of particles. Three-dimensional modeling of the flow increases the accuracy of the results. The maximum error in the single phase method is equal to 25% and for the Eulerian-Lagrangian method is equal to 19%. Particles with a Stokes number smaller than 1, 2 (equivalent to a diameter of 35 micrometers in this study) sense the presence of the vortex and enter the vortex. Among the turbulence models, the lowest error for the sst model is equal to 6, 25 and the highest error for the standard K $\epsilon$  model is equal to 18, 75.

**Keywords:** Nanofluid, turbulence model, Eulerian-Lagrangian method, backward step flow, fluent, cfx

## ۱- مقدمه:

جریان های شامل ذرات پراکنده در بسیاری از کاربردهای فنی، به عنوان مثال، انتقال پنوماتیک، جداسازی ذرات و سیال پایه یافت می‌شوند [۱]. به منظور طراحی، بهینه‌سازی یا ارتقای مقیاس چنین فرآیندها و مکانیزم‌های مربوط به آنها، پیش‌بینی دقیق آن جریان‌های سیال پیچیده با استفاده از شبیه‌سازی عددی مورد توجه مهندسان است. دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) امکان به دست آوردن بینشی در مورد طیف گسترده ای از جریان های سیال را ارائه می دهد. در سال‌های اخیر مدل‌های CFD توسعه یافته‌اند که برهمکنش ذره-سیال و همچنین ذره-ذره را در جریان‌های آرام یا آشفته با دقت فزاینده به تصویر می‌کشند.

همان طور که توسط کرو و همکاران بحث شده است [۲]، دو رویکرد متداول برای توصیف خواص جریان پر از ذرات وجود دارد. آنها مدل دو سیال اوپلری [۳] بر اساس رویکرد اوپلری- اوپلری ( $E - E$ ) و مدل مسیر لاگرانژی [۴] بر اساس رویکرد اوپلری-لاگرانژی (E-L) هستند. مسیر ذرات با ادغام معادلات حرکت ذرات در مدل مسیر لاگرانژی محاسبه می‌شود. مدل اوپلری- اوپلری مبتنی بر فرض پیوستگی برای فاز ذره است. پیاده سازی و حل معادلات ذرات با همان روش های عددی فاز سیال آسان است. با این حال، فرض پیوسته بودن ذرات چندان فیزیکی نیست و این رویکرد نمی‌تواند به درستی ویژگی های خاصی را که شامل اثرات زمان هستند را پوشش دهد [۵]. در رویکرد  $E - L$ ، ذرات به عنوان اجسام مجزا در چارچوب مرجع لاگرانژی در نظر گرفته می‌شوند و حرکت یک ذره منفرد در حین حرکت در میدان جریان دنبال می‌شود. این رویکرد قادر است نیروهای مختلفی از جمله نیروی پسا، نیروی برخورد و نیروی جاذبه و غیره را که بر ذرات وارد می‌کنند، رفتار گسسته ذرات، و اثرات زمان ذرات را در نظر بگیرد. به دلیل مشکل در تحمیل اثر آشفتگی فاز سیال بر حرکت و واکنش ذرات. بنابراین، هر دو روش دارای مزایایی هستند و معمولاً در محاسبه جریان‌های دو فازی استفاده می‌شوند. انتخاب یک مدل خاص به ساختار جریان و نوع اطلاعاتی که قرار است استخراج شود بستگی دارد. در مطالعه حاضر، رویکرد اوپلری-لاگرانژی برای پیش‌بینی میدان جریان ذرات و ردیابی حرکت ذرات اتخاذ شده است.

شبیه‌سازی عددی فاز پیوسته با محاسبه میانگین آماری خواص جریان پر کاربرد است که در آن ویژگی‌های مکانی-زمانی ساختار گردابی آشفته با میانگین زمانی فیلتر می‌شوند تا معادلات جریان

متوسط به دست آید. این روش به روش میانگین ناویر استوکس رینولدز معروف است [۶]. وقتی ذرات در جریان میانگین مجموعه پیش‌بینی شده دنبال می‌شوند، اثر گرداب‌ها وجود ندارد و باید توسط مدل‌های تجربی در نظر گرفته شود. چندین مدل محاسباتی فعلی که برای شبیه‌سازی حرکت ذرات استفاده می‌شوند، از روش ذرات لاگرانژی تصادفی استفاده می‌کنند. این‌ها شامل مدل‌های جریان جدا شده قطعی (DSF) [۷]، مدل‌های جریان جدا شده تصادفی (SSF) [۸]، مدل‌های پراکندگی همبسته با زمان [۹] و مدل‌های انتشار تابع چگالی احتمال (PDF) [۱۰] می‌شوند. با این حال، در این مدل‌ها، تأثیر گرداب‌ها بر ذرات صرفاً بر اساس قوانین تجربی است که نیاز به بهبود یا تأیید از طریق آگاهی از تأثیر واقعی گرداب‌ها بر حرکت ذرات دارد.

پیشرفت در تکنیک‌های کامپیوتری، پیش‌بینی جریان سیال را با شبیه‌سازی گرداب‌ها ممکن کرده است، که می‌تواند حداقل برخی از ویژگی‌های مکانی-زمانی ساختارهای گردابی آشفته را ارائه دهد. این مزیت کلیدی این شبیه‌سازی‌ها برای بررسی مستقیم برهمکنش ذره- گردابی است. روش دینامیک گردابی (VD) [۱۱]، مدل تجزیه متعامد مناسب (POD) [۱۲]، شبیه‌سازی گردابی بزرگ (LES) [۱۳] و شبیه‌سازی عددی مستقیم (DNS) [۱۴] روش‌های شبیه‌سازی رایج برای سیال هستند. روش VD فقط برای نمایش دو بعدی خوب است. مدل‌های POD نمی‌توانند به طور کمی ساختار گردابی حل شده را برای مجموعه‌ای عمومی از شرایط مرزی و اولیه تعیین کنند. ساختارهای گردابی به طور کامل بدون هیچ گونه مدل‌سازی آشفتگی تجربی در DNS حل می‌شوند. با این حال، این روش تنها برای جریان های ساده با اعداد رینولدز پایین به دلیل حجم زیاد محاسبات مناسب است. یک فیلتر فضایی پایین گذر در LES به معادلات ناویر استوکس اعمال می‌شود و معادلات فیلتر شده مستقیماً حل می‌شوند. این تکنیک برای جریان های مهندسی با اعداد رینولدز کم تا متوسط بسیار امیدوارکننده است. تیان و همکاران [۱۵] رفتار یک جریان گاز-ذره رقیق را بر روی یک جریان پشت پله توسط یک مدل ردیابی ذرات لاگرانژی و یک مدل اوپلری- اوپلری مورد مطالعه قرار دادند. آنها دریافتند که مدل  $RNG k - \epsilon$  و مدل  $k - \epsilon$  ارائه شده توسط شیه و همکاران [۱۶] نتایج بهتری نسبت به مدل استاندارد  $k - \epsilon$  داد. مدل اوپلری در مقایسه با نتایج تجربی نتایج بسیار بهتری نسبت به مدل لاگرانژی ارائه کرد. شبیه‌سازی عددی دوبعدی جریان

آشفته دو فاز بر روی یک جریان پشت پله در مطالعه یو انجام شده است [۱۷]. میانگین‌های آماری مرتبه اول مانند پروفیل‌های طول اتصال مجدد و میانگین سرعت با نتایج تجربی مطابقت خوبی داشتند. اما میانگین آماری مرتبه دوم مانند پروفیل‌های نوسان سرعت مورد مطالعه قرار نگرفت. برخی از نتایج و مقایسه‌ها را می‌توان در انتشارات یو [۲۱-۱۸] یافت. مهدوی [۲۲] در مطالعه خود بیان کرد، برای شبیه‌سازی نانوسیال با استفاده از روش *DPM* باید از روش ۳ بعدی استفاده کرد (حتی در صورت امکان استفاده از تقارن محوری)، علت آن است که تمام حرکت‌های مماسی و شعاعی ذره لحاظ شود و نتایج دقیق‌تر شود. هنگامی که از روش *DPM* استفاده می‌شود و بحث افت فشار باشد نمی‌توان از نیروی گرانش صرف‌نظر کرد. این روش برای کسر حجمی کمتر از ۳ درصد برای شبیه‌سازی انتقال حرارت و افت فشار جریان آرام نانوسیال برای هر نوع ذره و قطر ذره قابل قبول است ولی برای کسر حجمی‌های بالاتر به دلیل وقوع پدیده‌هایی مثل خوشه‌بندی و رسوب ضعیف خواهد بود. کومار و پیورانیک [۲۳] پیشنهاد کردند برای جریان آشفته نانوسیال (به همراه انتقال حرارت همرفتی) تا درصد حجمی ۵٪ این روش قابل اعتماد و برای درصد حجمی‌های بالاتر از مدل تک‌فاز استفاده شود. نتایج مطالعه آن‌ها بدین صورت بود که با افزایش در اندازه نانوذرات، عددناسلت کاهش می‌یابد و هنگامی که در جریان آشفته از روش *DPM* استفاده می‌کنیم نیروی درگ و گرانش دو نیروی غالب هستند. همچنین کومار در مطالعاتی هندسه مورد نظر را کمی پیچیده‌تر کردند و به بررسی رفتار نانوذرات و تأثیر آن در خواص نانوسیال با استفاده از روش *DPM* پرداختند و نتیجه را با روش‌های دیگر و نتایج تجربی مقایسه کردند. همکاران [۲۴] معتقد بودند که هندسه *U* شکل پیچیده‌ترین هندسه است و بررسی‌های خود را روی میکروکانال‌های موازی انجام دادند و برای مدل‌سازی هندسه‌های مذکور، استفاده از مدل دوفاز غیرهمگن را معتبرتر دانسته و پیشنهاد کردند. نشان دادند که در موقعیت‌هایی که انتقال حرارت وجود دارد و غلظت کم است، اثرات مهاجرت ذرات ناشی از حرکت براونی، ترموفورسیس<sup>۱</sup> و گرادیان فشار یا تنش برشی منجر به تغییرات غیر بدیهی در غلظت ذرات می‌شود. مانع مثلثی شکل، هندسه‌ی دیگری بود که رشیدی و همکاران [۲۵] جریان نانوسیال اطراف آن را شبیه‌سازی کردند و بیان کردند که فرض توزیع یکنواخت ذرات در مدل‌سازی تک‌فاز نتیجه‌ای غیر قابل اعتماد دارد و علت رد این روش برای شبیه‌سازی می‌باشد. نیروی براونی روی انتقال حرارت اثر بیشتری از نیروی ترموفورز دارد.

افزایش پارامتر ترموفورز منجر به کاهش عدد ناسلت می‌شود. عدد ناسلت با افزایش کسر حجمی کاهش می‌یابد. کاهش قطر نانوذرات منجر به افزایش پتانسیل انتقال گرمای همرفت طبیعی می‌شود. کامبیز وفایی و احمد البوجمال [۲۶] با بررسی سه مدل تک‌فاز، گسسته و مخلوط برای دو حالت خواص ثابت و متغیر با دما نشان دادند که خواص متغیر با دما، بهبود در انتقال حرارت بالاتر و عددناسلت را برای نانوسیالات نشان می‌دهد و حداکثر انحراف بین تک‌فاز و *DPM* را ۵/۹٪ گزارش کردند و همچنین اعلام کردند که روش مخلوط هنگامی که خواص متغیر با دما در نظر گرفته شود نتایج درستی نمی‌دهد. ورود نانوذرات به سیال باعث افت فشار و افزایش تنش برشی دیواره و افزایش چشمگیر ضریب انتقال حرارت در سیال پایه می‌شود. رفتار نانوذرات مخصوصاً میزان رسوب‌گذاری در زوایای مختلف یک لوله از افقی تا عمود بررسی دیگری بود که توسط مهدوی و همکاران [۲۷] با استفاده از روش اویلری-لاگرانژی و نرم‌افزار فلونت انجام شد. آن‌ها برای حل معادلات انتقال حرارت در فلونت *UDF* نوشتند و نشان دادند حداکثر رسوب بین زاویه ۲۵ تا ۳۵ درجه و حداکثر ضریب انتقال حرارت بین زاویه ۳۰ تا ۴۵ درجه است و نشان داد نیروی واندروالسی بیشترین اثر را در رسوب‌گذاری دارد.

سعید والدیمی [۲۸] رویکرد تک‌فازی و چهار مجموعه مختلف از خواص ترموفیزیکی را برای مطالعه جریان آرام یک نانوسیال در یک لوله یکنواخت گرم شده به کار بردند. مشخص شد که هر دو مدل وابسته به دما و مستقل از دما خواص ترموفیزیکی نانوسیال‌ها می‌توانند به درستی رفتار نانوسیال‌ها را در طول جریان آرام شبیه‌سازی کنند. اوربیه و همکاران [۲۹] جریان‌های آرام و آشفته سه بعدی نانوسیال را در یک لوله یکنواخت گرم شده با استفاده از رویکرد تک‌فاز بررسی کردند. مشخص شد که ضریب انتقال حرارت با افزایش کسر حجمی افزایش می‌یابد، در حالی که ضخامت مرز حرارتی با افزایش کسر حجمی کاهش می‌یابد. بیان شد که نیازی به اعمال مدل‌های دو فاز برای توصیف رفتار نانوسیال نیست. تاسکسن و همکاران [۳۰] تأثیر هندسه کانال (دایره، مربع، مثلث و مستطیل) را بر رفتار ترمو هیدرولیکی نانوسیال در طول جریان آرام مورد مطالعه قرار داد. یک مدل تک‌فاز با خواص وابسته به دما اعمال شد. افزایش انتقال حرارت با افزایش کسر حجمی مشاهده شد و سطح مقطع دایره‌ای نسبت به سایر هندسه‌ها برتری داشت. بیلدیز و آکتورک [۳۱] از یک رویکرد تک‌فازی برای مطالعه جریان آشفته سه بعدی یک نانوسیال در داخل یک لوله یکنواخت گرم شده استفاده کردند. مدل استاندارد

تلاطم  $k-\epsilon$  با خواص وابسته به دما اعمال شد. افزایش قلیل توجهی در عدد ناسلت و ضریب انتقال حرارت ثبت شد. با این حال، ضریب اصطکاک به طور قابل توجهی با افزایش کسر حجمی افزایش می‌یابد. بسیاری از محققان به نیاز به تشدید تحقیقات در مورد خواص ترموفیزیکی نانوسیالات اشاره می‌کنند، در این زمینه، باید محدودیت‌های تحقیقات تجربی را در نظر داشت [۳۲].

در این مطالعه به بررسی رفتار ذرات با قطرهای مختلف در مرتبه میکرومتر در هندسه پشت پله پرداخته شده است. این مساله به صورت پایا و گذرا برای جریان آشفته به دو صورت دو بعدی و سه بعدی به کمک دو نرم افزار فلونت و  $CFX$  شبیه سازی شده و نتایج آن اعتبار سنجی گردید.

## ۲- مدلسازی ریاضی مساله:

### ۱-۲- معادلات حاکم:

#### معادلات فاز پیوسته

معادله پیوستگی

اصل بقای جرم، یک اصل اساسی است که در مکانیک سیالات از آن استفاده می‌شود. طبق این اصل جرم نه تولید می‌شود و نه از بین می‌رود، که به عنوان معادله پیوستگی برای سیالات تراکم ناپذیر به صورت زیر تعریف می‌شود: [۳۳]

$$\text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (1)$$

معادله مومنتوم

تنها با داشتن معادله پیوستگی نمی‌توان مکانیک سیالات را مشخص نمود و نیاز به بیان اصل بقا اندازه حرکت یا قانون دوم نیوتون وجود دارد. حاصل ضرب سرعت در جرم را همان اصل اندازه حرکت نامیده می‌شود. قانون دوم نیوتون برآیند نیروهایی که بر یک جسم اثر می‌کند را برابر با تغییرات خالص مومنتوم می‌داند.

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V} \vec{V}) = \quad (2)$$

$$- \text{grad}P + \mu (\nabla^2 \vec{V}) + S_v$$

معادله انرژی

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V} C_p T) = k(\nabla^2 T) + S_h \quad (3)$$

که در آن  $V, P, T$  و  $t$  به ترتیب بردار سرعت، فشار، دما و زمان هستند. علاوه بر این،  $\rho, \mu, C_p$  و  $k$  به ترتیب لزجت، چگالی، ظرفیت گرمایی و هدایت حرارتی برای هوا به عنوان فاز پیوسته هستند. توجه داشته باشید که  $S_h$  و  $S_v$  به ترتیب عبارت‌های ترم چشمه تکانه و انرژی ذرات با سیال هستند. این دو ترم به صورت زیر تعریف می‌شوند: [۳۴]

$$S_v = \sum_{np} - \frac{m_p}{\delta V} \frac{dV_p}{dt} \quad (4)$$

$$S_h = \sum_{np} - \frac{m_p C_p}{\delta V} \frac{dT_p}{dt} \quad (5)$$

در صورتی که  $t$  زمان است و  $V_p$  و  $T_p$  سرعت و دما نانوذرات هستند. علاوه بر این،  $m_p, np$  و  $\delta V$  به ترتیب جرم نانوذرات، تعداد ذرات درون یک حجم سلول و حجم سلول هستند.

#### معادلات فاز گسسته

معادله تعادل نیرو برای یک ذره معلق در سیال برای محاسبه مسیر ذرات استفاده می‌شود. نیروهای برهمکنش بین سیال و ذرات شامل نیروهای درگ، براونی و ترموفورتیک است. نیروهای براونی و ترموفورتیک در اثر برخورد تصادفی مولکول‌های سیال به ذرات معلق ایجاد می‌شوند. توجه داشته باشید که نیروی گرانش برای نانوذرات بسیار کم است، مخصوصاً در مورد فعلی که قطر ذرات برابر با ۱۰ نانومتر است. برای ذرات با قطر بزرگتر از پنجاه نانومتر، نیروی گرانش ممکن است تأثیر کمی داشته باشد. بنابراین این نیرو در محاسبات در نظر گرفته نمی‌شود.

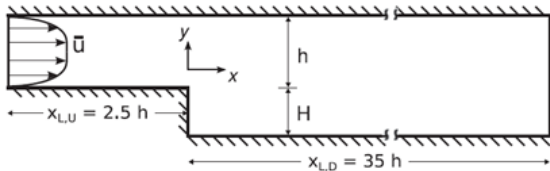
معادله حرکت یک فاز ذره به صورت زیر است: [۳۵]

$$\frac{dX_p}{dt} = V_p \quad (6)$$

$$\frac{dV_p}{dt} = F_D (V_f - V_p) + f_B + f_{th} \quad (7)$$

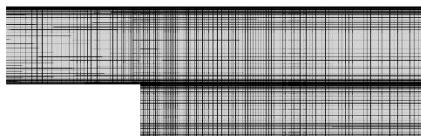
که در آن زیر نویس های " $f$ " و " $p$ " به ترتیب بیانگر سیال و ذره هستند. اولین عبارت در سمت راست معادله (۷) نیروی پسا است. در اینجا از نیروی کشش استوکس کانینگهام استفاده شده است. بر این اساس، [۳۴]

مشخصات پله	مشخصات کانال
ارتفاع پله H mm ۴۰	ارتفاع کانال h mm ۴۰
w/H ۱۷:۱	w mm ۴۵۷
	h/H ۵:۳



شکل ۱- هندسه مدل سازی

مدلسازی میدان به صورت دو بعدی و سه بعدی انجام شده و شبکه بندی آن به صورت با سازمان مستطیلی انتخاب شده است. شبکه در نزدیک دیواره ها به منظور بهبود کیفیت بررسی و حساسیت مطالعه تغییرات رفتار جریان در نزدیکی دیواره ریزتر و کوچک شده است. ۳۱۷۰۰ آلمان و ۳۲۱۴۷ گره دارد. با افزایش تعداد سلول و ریزتر کردن سایز المان ها تغییری در نتیجه شبیه سازی مشاهده نشده است بنابراین نتیجه مستقل از مش است. در حالت سه بعدی پهنای کانال ۲ میلی متر در نظر گرفته شده و برای شبکه بندی این پهنای، یک بار آن را به صورت یک قسمت و حالت دوم به صورت ده قسمت شبکه بندی شد که نتایج حاصل از حالت اول بهتر بوده و از نظر هزینه زمان و محاسبه مناسب تر است. در شکل ۲ می توان شبکه بندی انجام شده را مشاهده کرد.



شکل ۲- شبکه بندی

جدول ۲ - استقلال از شبکه

تعداد سلول	طول گردابه (میلی متر)	درصد تغییرات
۱۷۲۵۲	۰/۲۰۲۵	
۳۲۱۴۷	۰/۲۰۳۶	۰/۵۴%
۷۸۲۹۰	۰/۲۰۴۱	۰/۲۴%

$$F_D = \frac{18\mu_f}{d^2 \rho_p C_c} \quad (8)$$

که در آن  $C_c$  تصحیح کانینگهام است که با رابطه زیر تعریف می شود:

$$C_c = 1 + \frac{2\lambda}{d} [1.257 + 0.4e^{-(1.1d/2\lambda)}] \quad (9)$$

که  $\lambda$  مسیر آزاد میانگین سیال است. نیروی ترموفورتیک به صورت زیر داده شده است:

$$f_{th} = \frac{36\mu^2 C_s}{\rho_f \rho_p d_p^2 (1 + 3C_m Kn)} \times \frac{(k_f/k_p + C_t + Kn)}{(1 + 2k_f/k_p + 2C_t Kn)} \times \frac{\nabla T}{T} \quad (10)$$

که در آن  $k_f$ ،  $k_p$  و  $Kn$  به ترتیب رسانایی حرارتی سیال و نانو ذره و عدد نادسن هستند. همچنین مقادیر ثابت به صورت  $C_s = 1.17$ ،  $C_t = 2.18$ ،  $C_m = 1.14$  تعریف می شوند. در معادله (۷)، نیروی براونی به صورت زیر داده شده است،

$$f_B = \zeta \sqrt{\frac{\pi S_0}{\Delta t}} \quad (11)$$

در اینجا،  $\zeta$  اعداد تصادفی گاوسی مستقل با میانگین صفر و واریانس واحد است. در رابطه (۱۱)  $S_0$  شدت طیفی نیروی براونی است که به صورت زیر ارزیابی می شود:

$$S_0 = \frac{216\nu K_B T}{\pi^2 \rho_f d_p^2 \left(\frac{\rho_p}{\rho_f}\right)^2 C_c} \quad (12)$$

در اینجا  $T$ ،  $\nu$  و  $K_B$  به ترتیب دمای مطلق سیال، ویسکوزیته سینماتیکی و ثابت بولتزمن است و برابر با  $K_B = 1.38 \times 10^{-23} (JK^{-1})$  می باشد.

### ۲-۳- مدل سازی و شرایط مرزی

در این پژوهش رفتار سیال شامل نانو ذره روی مدل جریان پشت پله با هندسه ای که در شکل ۱ نشان داده شده، بررسی شده است. مشخصات و اندازه ها در جدول ۱ آورده شده است.

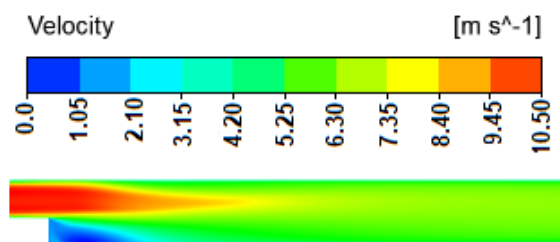
جدول ۱- ابعاد هندسه مدل



مدل استاندارد برای فشار و مرتبه دوم برای مومنتوم و انرژی جنبشی آشفتگی استفاده شده است. از بین نیروهای موجود در روش اولیری- لاگرانژی نیروی جرم مجازی و گرادیان فشار انتخاب شده و گزینه کوپلینگ توربولانس دو طرفه<sup>۲</sup> فعال گردیده شد. برای قانون پسا مدل کروی استفاده گردید. برای وارد کردن رابطه سرعت بامقدار ماکزیمم ۱۰/۵ و میانگین ۹/۳۳ متر بر ثانیه از معادله زیر به عنوان رابطه سرعت ورودی در راستای  $x$  استفاده شده است.

#### ۴- بررسی نتایج

در شکل ۳ توزیع سرعت در راستای  $x$  نشان داده شده است. که با استفاده از این شکل می توان دریافت که بیشترین مقدار سرعت در ورودی برابر با ۱۰/۵ است و کمترین در گردابه تشکیل شده در پشت پله است که مقداری در خلاف جهت  $x$  دارد و مقدار صفر در نزدیکی دیواره جهت فرض عدم لغزش روی دیواره شاهد آن هستیم.



شکل ۳ - توزیع سرعت در راستای  $x$

در شکل ۴ مقایسه ای بین سرعت در راستای  $x$  برای دو حالت دو بعدی و سه بعدی با مقادیر تجربی در  $x/H = 5$  مقطع نتایج نشان می دهد که اختلاف نتایج دو بعدی (قرمز) با نتایج مساله به صورت سه بعدی (آبی) اندک بوده و منطبق با نتایج آزمایشگاهی می باشد. با افزایش فاصله از پله، در نزدیکی دیوار پایینی مقداری اختلاف بین نتایج عددی و آزمایشگاهی مشاهده می شود که با افزایش فاصله مقدار خطا بیشتر می شود. بیشترین خطا در خط پنجم یعنی  $x/H = 12$  نزدیک دیواره پایین برابر با ۱۹ درصد است. پس می توان برای مدلسازی مساله جهت کاهش هزینه محاسباتی و زمان حل از مدل دو بعدی استفاده کرد.

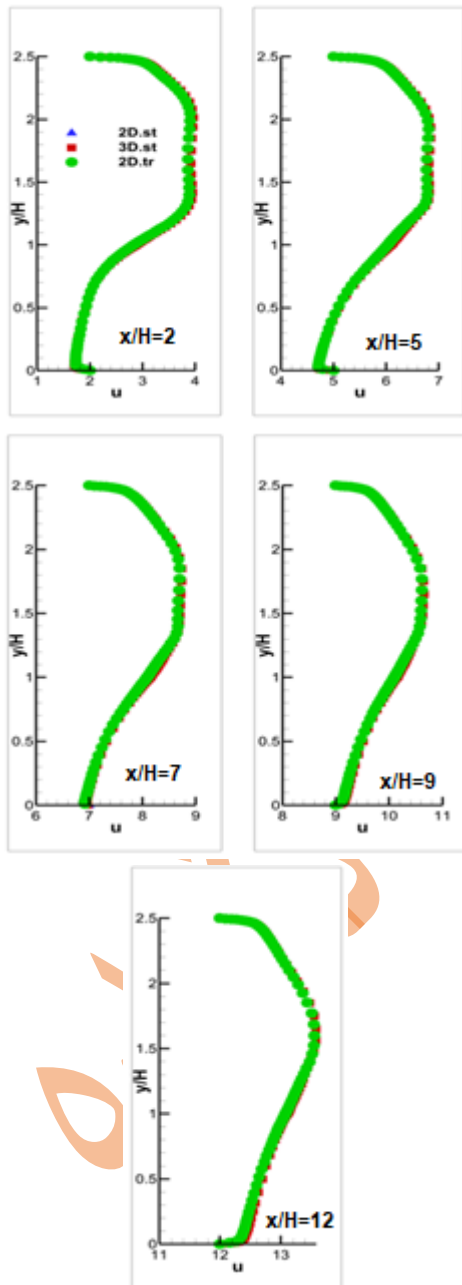
جدول ۳ - خواص مواد و شرط مرزی

خواص مواد	مقدار	واحد
فاز گسسته	چگالی	$kg/m^3$
	قطر ذره	$\mu m$
	نرخ جرمی جریان ذره	$kg/s$
فاز پیوسته	ویسکوزیته	$m^2/s$
شرط مرزی ورودی	$U_{x,0}$	$m/s$
	$\bar{u}_{avg}$	$m/s$
	$K$	$m^2/s^2$
	$\omega$	$1/s$
شرط مرزی خروجی	$\bar{p}$	$Pa$
شرط مرزی دیواره	$\bar{u}$	$m/s$

استقلال از شبکه: برای بررسی استقلال حل و نتایج نسبت به شبکه بندی سه مش با تعداد سلول ۱۷۲۵۲ و ۳۲۱۴۷ و ۷۸۲۹۰ برای حل دو بعدی در نظر گرفته شد که نتایج برای طول گردابه در جدول زیر برای هر شبکه بندی آورده شده است. همان طور که در جدول ۲ مشاهده می شود با بیش از دو برابر کردن تعداد سلول، طول گردابه در مرحله سوم تغییرات چندانی در طول گردابه مشاهده نشده است. بنابراین شبکه با ۳۲۱۴۷ سلول برای ادامه حل انتخاب شده است.

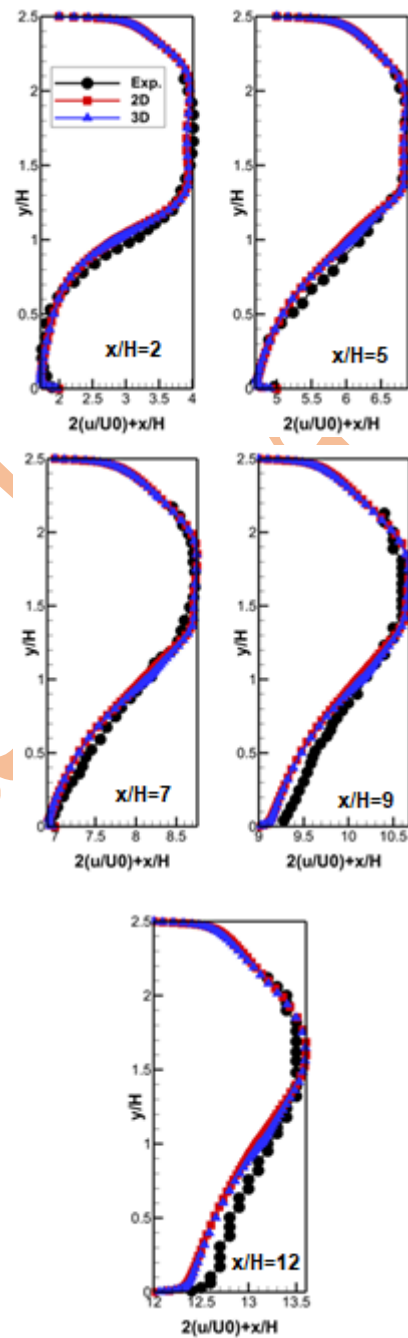
این مدل سازی با استفاده از نرم افزار فلونت با هدف مطالعه و بررسی رفتار ذرات در جریان آشفته و تاثیر ذرات در آشفتگی جریان و بالعکس انجام شده است. اطلاعات فاز گسسته (مس) و پیوسته (هوا) در جدول ۳ آمده است. جریان هوا با پروفیل سرعت هایپربولیک تانژانت با مقدار میانگین ۹/۳۳ متر بر ثانیه وارد شده است و شرط مرزی خروجی فشار صفر پاسکال است. شبیه سازی عددی انجام شده به روش حجم محدود به دو صورت پایا و گذرا در نرم افزار فلونت نسخه ۲۰۲۱ انجام شده است. در شبیه سازی گذرا مقدار گام زمانی  $2.5 \times 10^{-4}$  ثانیه است. مسأله به صورت دو راهه و با استفاده از مدل آشفتگی  $SST k - \omega$  مدلسازی شده است. فشار و سرعت به یکدیگر کوپل شده و از

حالت پایا و گذرا در دو حالت دو بعدی و سه بعدی برای سرعت آشفتگی در ۵ مقطع مقایسه‌ای صورت گرفته‌است. همان طور که از شکل می‌توان دریافت در این حل هیچ تفاوتی بین دو حالت پایا و گذرا برای هندسه دو بعدی و سه بعدی دیده نمی‌شود و حل حاصل از آن‌ها کاملاً بر هم منطبق هستند.



شکل ۵- مقایسه مقدار سرعت آشفتگی در پنج مقطع کانال  $x/H = \{2, 5, 7, 9, 12\}$  در دو حالت پایا و گذرا برای دو مدل گسسته و پیوسته

در شکل ۶ مقایسه‌ای بین سرعت آشفتگی جریان شبیه‌سازی و مقدار به دست آمده از نتیجه مقاله گریفزو و همکاران [۳۶] و



شکل ۴- نمودار سرعت در راستای X در پنج محور در مختصات  $x/H = \{2, 5, 7, 9, 12\}$  برای نتایج تجربی، دو بعدی، سه بعدی

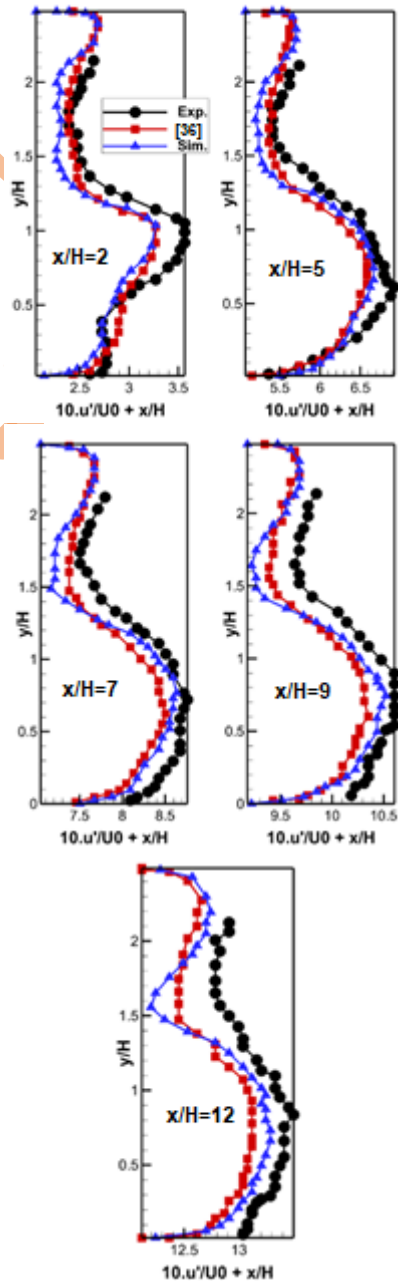
محاسبات شبیه‌سازی در حالت گذرا به دلیل وارد شدن زمان به معادلات، در زمانی طولانی‌تری صورت می‌پذیرد. بنابراین اگر پاسخ حل گذرا با حالت پایا تفاوتی نداشته باشد، حالت پایا مناسب‌تر و از نظر زمان و محاسبات به صرفه‌تر خواهد بود. از آنجایی که متغیر زمان در سرعت آشفتگی بیشترین تأثیر را دارد و موضوع مورد بحث ما نیز آشفتگی است در شکل ۵ بین دو



مقدار تجربی در ۵ مقطع از کانال با مختصات  $x/H = \{2, 5, 7, 9, 12\}$  صورت گرفته است. برای مدل‌های  $k - \varepsilon$  و  $k - \omega$  سرعت آشفتگی از رابطه زیر بدست آمده است:

$$\sqrt{u'^2} = \sqrt{v'^2} = \sqrt{w'^2} = \sqrt{2k/3} \quad (14)$$

همان طور که در نمودار مشاهده می‌شود نتایج ناشی از شبیه‌سازی تطابق خوبی با نتیجه حاصل از حل مقاله دارد و با



شکل ۶ - مقایسه مقدار سرعت آشفتگی حاصل از شبیه‌سازی و مقدار تجربی و مقاله گریفزو و همکاران [۳۶]

درصد خطای ماکزیمم ۱۹ درصد در نمودار پنجم در نیمه بالایی کانال اعتبارسنجی شده است.

#### ۴-۱- تاثیر قطر ذرات بر روی مسیر حرکت ذرات

با توجه به نتایجی که تا کنون بیان شد استفاده از هندسه دو بعدی و حالت پایا انتخابی مناسب برای شبیه‌سازی این مساله است و در ادامه با استفاده از این نتایج به بررسی رفتار ذرات در قطرهای مختلف ۱، ۲۰، ۳۵، ۵۰ و ۱۰۰ میکرومتر داخل جریان آشفتگی با رینولدز ۱۸۶۰۰ و مسیر ذرات و تاثیر قطر بر آنها پرداخته شده است. در شکل ۷ مسیر حرکت ذرات به ازای قطرهای مختلف آمده است. در شکل ۷-الف مسیر حرکت نانوذرات با قطر ۱ میکرومتر نشان داده شده است. مشاهده می‌شود ذره در این اندازه بیشترین پخش شوندگی را نسبت به سایر اندازه‌ها دارد. با این حال اکثر ذرات بعد از ورودی ابتدا به صورت همگرا طول کانال را طی کرده و سپس به طور تدریجی پخش شده به طوری که کانال را با تراکم تقریباً یکدستی ترک نموده‌اند. در میانه کانال ذرات کمتری نزدیک دیواره بالا و پایینی حضور دارند. از شکل ۷-ب مشاهده می‌شود برای ذرات با قطر ۲۰ میکرومتر از میزان همگرایی اکثریت ذرات کاسته شده و ذرات بیشتر در نیمه بالایی کانال حضور دارند به طوری که تراکم ذرات نزدیک دیواره بالایی بیشتر است، کانال را ترک می‌کنند. برای ذرات با قطر ۳۵ (شکل ۷-پ) اکثر ذرات مسیرشان را تا نصف طول کانال در نیمه بالایی کانال و بدو فاصله از دیواره طی می‌کنند و بعد از آن کم کم پخش شده و مانند ذرات با قطر ۲۰ با تراکم تقریباً یکسان از کانال خارج می‌شود. برای ذرات با قطر ۵۰ میکرومتر (شکل ۷-ت) ذرات در نقطه‌ی نزدیک ۴۰ درصد طول کانال از ورودی به دیواره پایینی برخورد کرده و در ادامه اکثریت ذرات از مرکز کانال عبور کرده و مقداری نیز به طور بسیار نزدیک از دو دیواره بالایی و پایینی مسیر را ادامه می‌دهند و مابین ذرات عبور کننده از مرکز و دیواره به طور قابل توجهی خالی از ذره است و به همین صورت هم از کانال خارج می‌شود. همان طور که از شکل ۷-ج می‌توان دریافت کرد ذرات با قطر ۷۰ میکرومتر در نیمه کانال با دیواره پایینی کانال برخورد کرده و در ادامه دچار شکم شده و سپس از انتهای کانال خارج می‌شود.

شکل ۷-چ نشان می‌دهد ذراتی که دارای قطر ۱۰۰ هستند در نقطه دورتری به نسبت ذرات با قطر ۷۰ به دیواره پایینی برخورد کرده که البته درصد این ذرات به نسبت کل خیلی کم است و اکثریت ذرات در نیمه بالایی کانال جریان دارند و بعد از ۷۵ درصد طول کانال ذرات در عرض کانال پخش می‌شوند و با تراکم یکسان از انتهای کانال عبور می‌کنند.

برای ذرات با قطر ۲۰۰ میکرومتر (شکل ۷-ح) جریان ابتدا یک شکم پیدا می‌کند و سپس اکثریت ذرات در ۸۰ درصد بالایی کانال را در انتها ترک می‌کند.

مهندسی است. درک تعامل بین ذرات و سیال آشفته برای بهبود عملکرد دستگاه های مهندسی مهم است. اکنون به خوبی شناخته شده است که تلاطم معمولاً توسط بسیاری از ساختارهای گردابی از مقیاس کولموگروف تا مقیاس طول مشخصه غالب است. انتظار می رود چنین ساختارهایی تأثیر قوی برای حرکت ذرات به شیوه ای سازمان یافته داشته باشند. در این بخش، اثرات گردابه ها بر ذرات با اعداد استوکس مختلف مقایسه شده است.

نسبت زمان آرامش دینامیکی ذرات  $\tau_p$  به مقیاس زمانی سیال  $\tau_f$  جریان به عنوان عدد استوکس ذره تعریف می شود:

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_f} \quad (15)$$

که در آن  $\tau_p$  زمان ریلکسشن دینامیکی ذرات معیاری از پاسخگویی یک ذره به میدان جریان سیال است و  $\tau_f$  مقیاس زمانی سیال معیاری از زمان موجود برای برهم کنش گردابی ذره است. نقش اصلی عدد استوکس در تعیین اثرات تلاطم بر حرکت ذره در بررسی کرو و همکارانش اشاره شده است [۳۷]. با توجه به آزمایش فسفر و ایتون [۳۸]، مقیاس زمانی سیال را می توان با رابطه ۱۶ نشان داد.

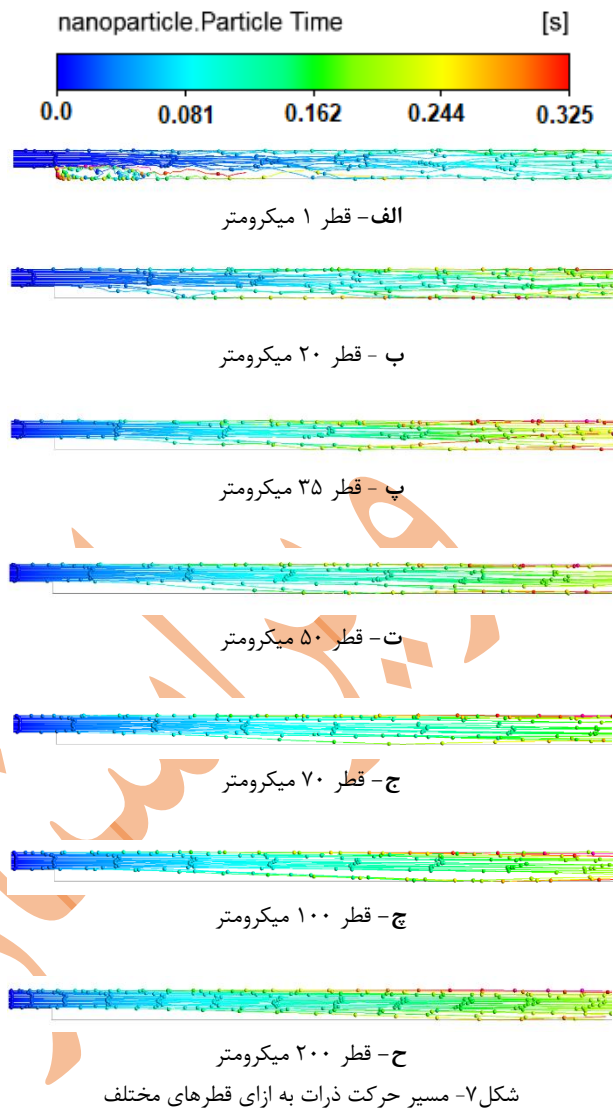
$$\tau_f = \frac{5H_0}{U_0} \quad (16)$$

این بر اساس یک فرکانس تقریبی عبوری از گردابه بزرگ در لایه برشی جدا شده است. زمان ریلکسشن دینامیکی ذرات اصلاح شده توسط فسفر و ایتون به شرح زیر است.

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\mu(1+0.15Re_p^{0.687})} \quad (17)$$

که در آن  $Re_p$  عدد رینولدز میانگین ذرات است که بر اساس یافته های تجربی فسفر و ایتون با میانگین سرعت لغزش فرضی  $1/2$  متر بر ثانیه محاسبه می شود.

اگر  $St \ll 1$  باشد، زمان ریلکسشن ذرات بسیار کمتر از زمان مشخصه مرتبط با میدان جریان است. بنابراین ذرات زمان کافی برای پاسخ به تغییرات سرعت سیال را دارند. بنابراین ذرات و سیال تقریباً در تعادل سرعت هستند. از طرف دیگر، اگر  $St > 1$  باشد، ذرات اساساً زمانی برای پاسخ به تغییرات سرعت سیال ندارند و سرعت ذرات تحت تأثیر فاز سیال قرار نمی گیرد. کره های مسی با قطرهای ۱، ۲۰، ۳۵، ۵۰، ۷۰ و ۱۰۰ میکرومتر به ترتیب برای شبیه سازی ذرات با عدد استوکس های مختلف همانطور که در جدول ۵ فهرست شده است، انتخاب شده اند. هر مجموعه ای از کره های هم اندازه، زمانی وارد جریان



شکل ۷- مسیر حرکت ذرات به ازای قطرهای مختلف

جهت بهتر نشان دادن نتایج حاصل از تاثیر اندازه قطر ذرات بر مسیر حرکت، محل برخورد ذرات بر حسب درصد طول کانال در جدول ۴ به صورت کمی آورده شده است.

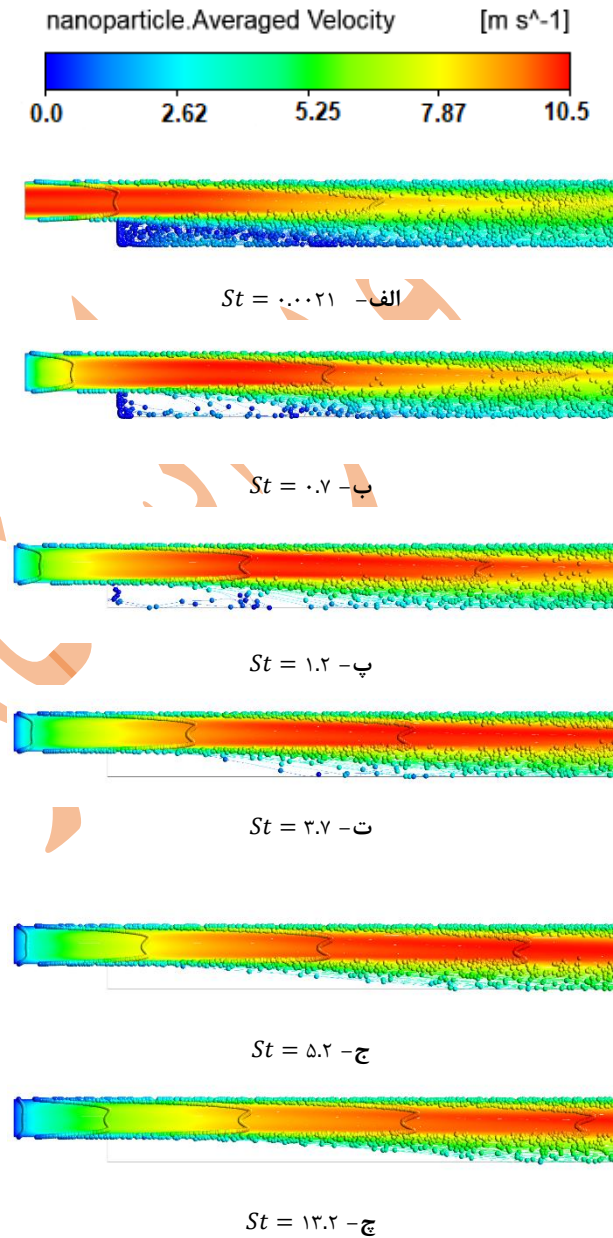
جدول ۴ - مقدار عدد استوکس برحسب قطر ذرات

قطر (میکرومتر)	۱	۲۰	۳۵	۵۰	۷۰	۱۰۰
درصد فاصله طول برخورد (%)	۰	۲۲/۵	۴۱/۶۶	۴۵	۵۵	۶۶/۶۶

#### ۴-۲- تاثیر عدد استوکس بر حضور ذره در گردابه

مکانیزم اختلاط ذرات با سیال و انتشار ذرات توسط ساختار آشفته موضوعات مورد علاقه در بسیاری از کاربردهای

می شود که نتیجه شبیه سازی فاز گاز همگرا شده باشد. سرعت اولیه ذرات برابر با سرعت سیال محلی تنظیم شده است و اطمینان حاصل می شود که ذرات در تعادل دینامیکی با جریان گاز هستند.



شکل ۸- حضور ذره با قطر های مختلف در گردابه پشت پله

شکل ۸ مسیر حرکت ذرات نانو در اعداد استوکس مختلف را در میدان جریان نشان می دهد. حضور ذره با قطر ۱ میکرومتر در جریان با عدد استوکس  $0.0021$  که بسیار کوچکتر از ۱ است در شکل ۸-الف آمده است. ذره کاملاً خود را با تغییرات سرعت جریان منطبق کرده و بنابراین می توان شاهد حضور زیادی از ذرات در گردابه پشت پله باشیم. با افزایش قطر ذره به ۲۰ میکرومتر عدد استوکس  $0.7$  می شود که عددی بسیار نزدیک به ۱ است مطابق شکل ۸-ب ذرات کمتری گردابه پشت پله را احساس کرده و همراه جریان سیال پایه می شوند. این ذرات برای قطر ۳۵ میکرومتر بسیار کاهش یافته و آنهایی هم که گردابه را احساس می کنند از مرز آن عبور کرده و به داخل آن کشیده نمی شوند و مطابق شکل ۸-پ اکثر ذرات با این قطر از کنار گردابه عبور کرده اند بدون این که حضور آن را احساس کنند و به تغییرات سیال پایه پاسخ دهند. برای ذرات با قطر ۵۰ میکرومتر (شکل ۸-ت) عدد استوکس  $3/7$  است و بیشتر از ۱، این ذرات بدون این که حتی از مرز گردابه عبور کنند و به سمت پشت پله بازگردند به مسیر خود ادامه داده و تنها پاسخ آنها به تغییرات فاز گاز برخورد با دیواره پایینی کانال بعد از گردابه بوده است. با بیشتر شدن سایز ذرات به ۷۰ و ۱۰۰ (شکل ۸-ج و شکل ۸-چ) ذرات با افزایش قطر در فاصله دورتری از پشت پله به دیواره پایینی کانال برخورد می کنند که این نشان دهنده تطابق و پاسخ کمتر ذرات به سیال است.

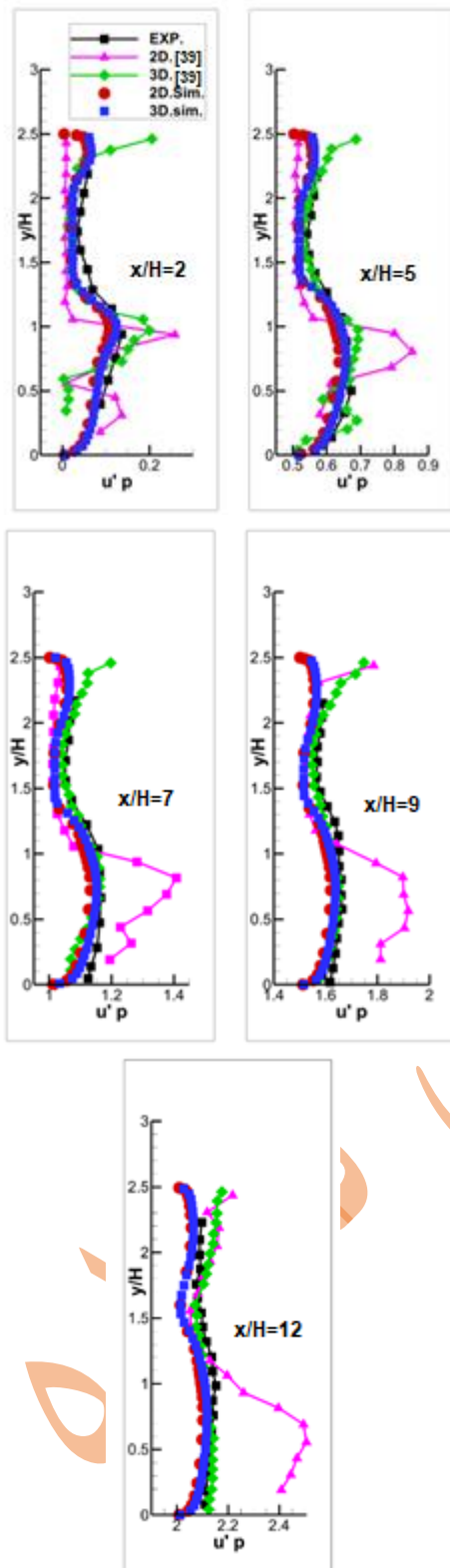
به عنوان نتیجه کلی، ذرات با عدد استوکس بسیار کوچک ( $St \ll 1$ ) به شدت توسط ساختار گردابی فاز گاز کنترل می شوند و از نزدیک گردابه های گاز را دنبال می کنند. چنین ذراتی را نمی توان متمرکز کرد. ذرات با مقیاس زمانی مشابه مقیاس زمانی سیال ( $St \sim O(1)$ ) توسط یک گرداب چرخیده می شوند و در امتداد ناحیه محیطی گرداب متمرکز می شوند. ذرات با عدد استوکس بزرگ ( $St \gg 1$ ) در حفظ حرکت خود پایدارتر هستند. آنها نمی توانند به حرکت گردابی در مقیاس زمانی سیال موجود پاسخ دهند و همچنین متمرکز نخواهند شد.

در شکل ۹ مقایسه ای برای سرعت آشفتگی نانو ذرات در دو حالت دو بعدی و سه بعدی با نتایج تجربی و نتایج حاصل از مطالعه یو کین فونگ [۳۹] در پنج مقطع کانال با مختصات  $x/H = \{2, 5, 7, 9, 12\}$  انجام گرفته است. وی در مطالعه خود برای به دست آوردن سرعت آشفتگی یک حجم کنترل در نظر گرفته و برای آن فرمولی نوشته است. در حالت دو بعدی اختلاف بسیاری در مطالعه فونگ دیده می شود و داده ها به نسبت نتایج سه بعدی از پراکندگی بیشتری برخوردار هستند که باعث خطای بالای آن

جدول ۵ - مقدار عدد استوکس برحسب قطر ذرات

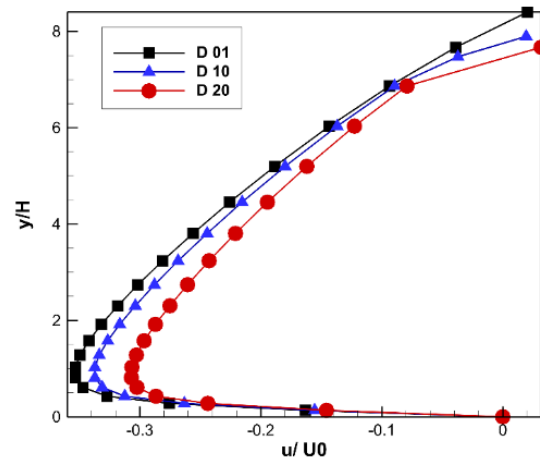
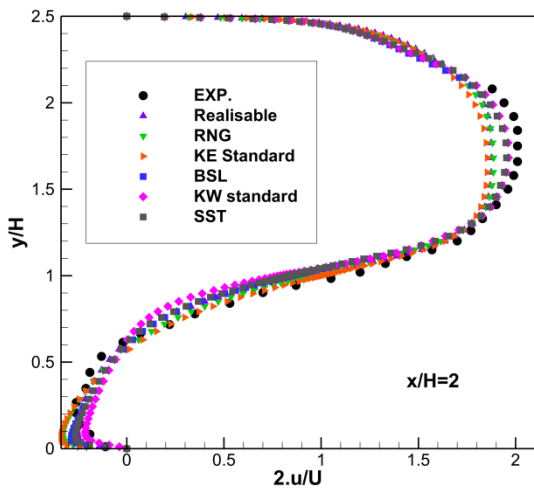
ذره	مس				
چگالی	۸۸۰۰				
قطر (میکرو متر)	۱۰۰	۷۰	۵۰	۳۵	۲۰
عدد استوکس	$0.0021$	$0.7$	$3/7$	$1/2$	$0.7$

شده است. در شبیه‌سازی انجام شده نتایج سه بعدی در اکثر نقاط بیشتر از نتایج دو بعدی به داده‌های تجربی نزدیک است. با این حال بیشینه خطای نتایج دو بعدی شبیه‌سازی از نتایج دو بعدی فونگ بسیار کمتر است و نشان دهنده دقت بالای شبیه‌سازی می‌باشد. بنابراین برای بررسی رفتار ذره و بررسی سرعت آشفستگی مدل‌سازی سه بعدی از دقت بالاتری برخوردار می‌باشد.

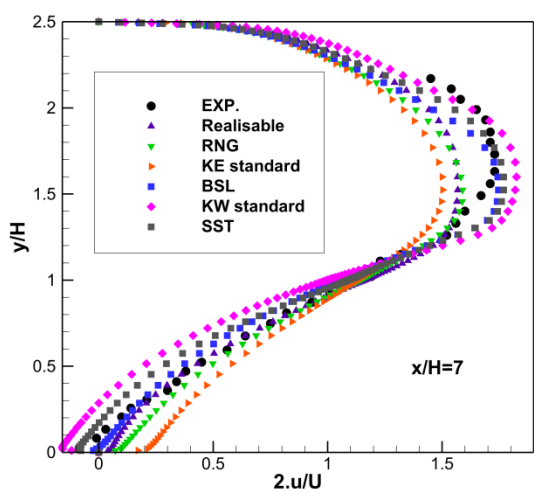
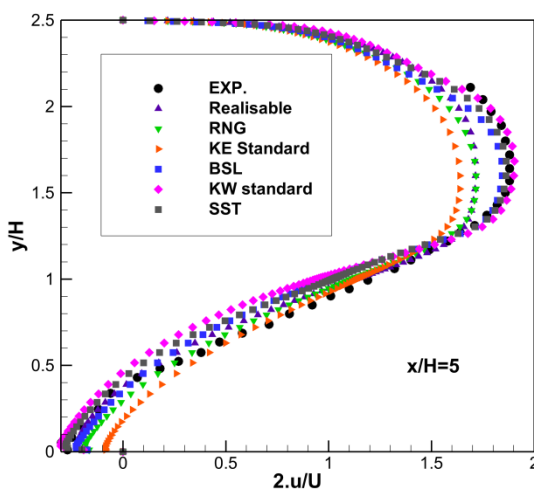


همان طور که پیش‌تر به آن اشاره شد ذرات با قطر کمتر از ۲۰ میکرومتر گردابه پشت پله را به طور محسوس و با تاثیر پذیری بیشتری نسبت به ذرات با قطر بزرگتر احساس می‌کنند. در شکل ۱۰ مقدار سرعت منفی پشت پله برای سه قطر ۱، ۱۰، ۲۰ میکرومتر در مختصات  $x/H = \{2\}$  در گردابه قرار گرفته است، مقایسه شده است. همان طور که در شکل قابل مشاهده است، ذرات سبکتر با ارتفاع بیشتری نسبت به دیواره پایینی کانال شروع به برگشت می‌کنند و سرعت برگشت بیشتری دارند. به طوری که ذره با قطر ۱ میکرومتر بیشترین فاصله بازگشت به ترتیب بعد از آن ذره با قطر ۱۰ و ۲۰ میکرومتر را دارند. از نظر اندازه سرعت بازگشت ذره با قطر ۱ میکرومتر بیشترین اندازه با مقدار بیش از  $0.35$  دارای بیشترین مقدار و بعد از آن ذره با قطر ۱۰ و ۲۰ میکرومتر به ترتیب با مقدار کمتر از  $0.35$  و بیشتر از  $0.3$  است.

شکل ۹- مقایسه آشفستگی سرعت نانوذرات در پنج مقطع کانال با مختصات  $x/H = \{2, 5, 7, 9, 12\}$  در دو حالت دو بعدی و سه بعدی [۳۹]

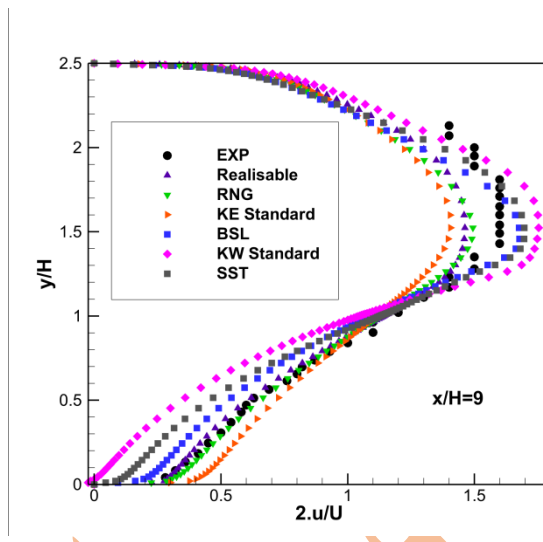
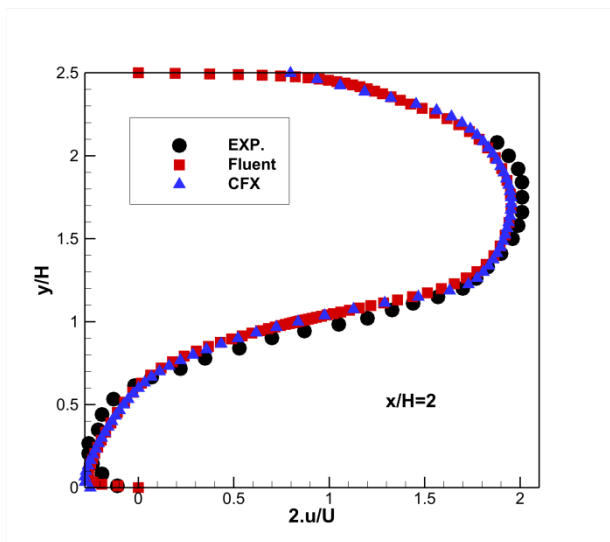


شکل ۱۰- مقایسه مقدار سرعت منفی پشت پله برای سه قطر ۱، ۱۰، ۲۰ میکرومتر در مختصات  $x/H = \{2\}$  در گردابه

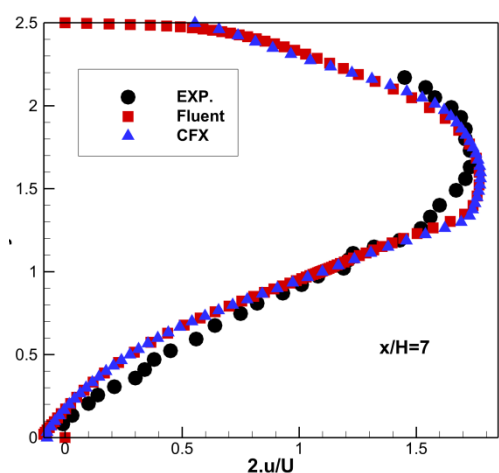
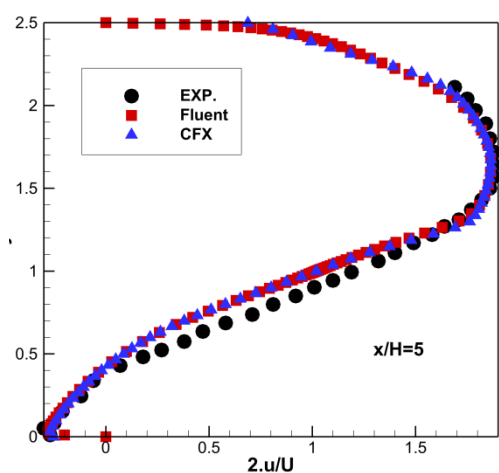


در شکل ۱۱ مدل‌های مختلف آشفتگی دو معادله  $K\varepsilon$  و  $K\omega$  بررسی شده است. به طور کلی معادلات مربوط به مدل  $K\omega$  به نتایج تجربی نزدیک‌تر می‌باشد. بیشترین اختلاف مدل‌های آشفتگی  $K\varepsilon$  در قسمت پیشینه پروفایل سرعت است که این مقدار خطا با پیشروی در طول کانال افزایش می‌یابد. در بین مدل‌های  $K\omega$  بهترین تطابق با نتایج تجربی را مدل  $SST$  دارا می‌باشد و بعد از آن با اختلاف خیلی کم مدل  $BSL$  برای شبیه‌سازی آشفتگی جریان مناسب می‌باشد و در نهایت مدل استاندارد  $K\omega$  در جایگاه سوم قرار می‌گیرد. بنابراین در این مطالعه از مدل  $K\omega SST$  برای شبیه‌سازی آشفتگی استفاده شده است.





شکل ۱۱- مقایسه مدل‌های آشفتگی در چهار مقطع کانال با مختصات  $x/H = \{2, 5, 7, 9\}$  برحسب سرعت جریان



شکل ۱۲- مقایسه نتایج شبیه‌سازی دو نرم‌افزار فلونت و CFX در چهار مقطع کانال با مختصات  $x/H = \{2, 5, 7\}$  برحسب سرعت جریان

### ۳-۴- شبیه‌سازی مساله جریان پشت پله با نرم افزار

#### CFX

در ادامه جهت شبیه‌سازی نانو سیال در جریان آشفته در نرم‌افزار CFX و بررسی میزان تطابق نتایج حاصل با داده‌های تجربی این مساله در CFX شبیه‌سازی شد. برای یکسان بودن شرایط مقایسه از همان هندسه و مش قبلی در حل فلونت استفاده شده است. هندسه دو بعدی است. حل با روش حجم محدود و رویکرد اویلری-لاگرانژی به صورت دو راهه انجام شده است. حل به صورت پایا است. برای ورود هندسه دوبعدی به نرم‌افزار CFX که تنها هندسه‌های سه بعدی را حل می‌کند، از گزینه تقارن استفاده شد و به این ترتیب نرم‌افزار به طور خودکار هندسه دو بعدی را به هندسه سه بعدی با عمق بسیار کوچکی تبدیل می‌کند که تاثیر چندانی روی نتیجه حل ندارد.

همان طور که از شکل ۱۲ مشاهده می‌شود تطابق خوب و قابل قبولی در شبیه‌سازی دوفازی با رویکرد اویلری-لاگرانژی با نتایج تجربی و توسط فلونت و CFX وجود دارد. از این جهت می‌توان



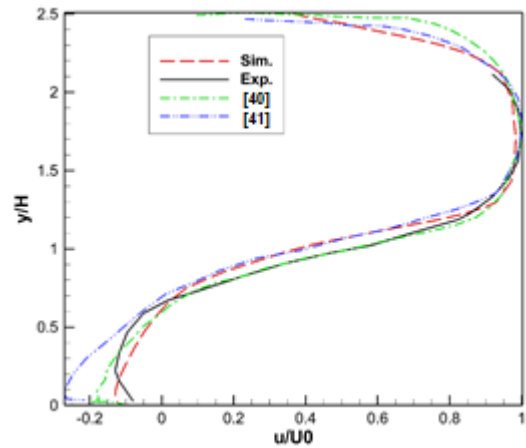
از مزایای سرعت همگرایی و حل نرم افزار CFX مخصوصا در مسائل پایا استفاده کرد.

نتیجه با شبیه سازی نوبیل و رانوت [40] اعتبار سنجی شد. در شکل ۱۳ می توان نمودار سرعت در راستای  $x$  در سه مقطع کانال با مختصات  $x/H = \{2, 5, 9\}$  نشان داده شده است. در این نمودار می توان نتیجه مطالعه فسلر را به عنوان نتیجه تجربی و نتیجه مطالعه ی چان و همکارن [41] را نیز مشاهده کرد.

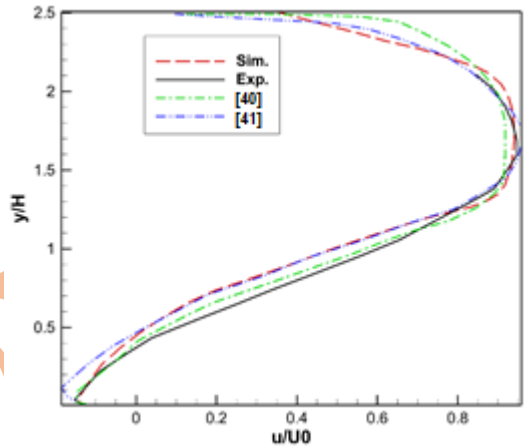
جدول ۶ - ریشه میانگین مجذور خطا برای شکل ۱۳

داده	$x/H = \{2\}$	$x/H = \{5\}$	$x/H = \{9\}$
شبیه سازی	۰.۰۶۵۰۸۳	۰.۰۵۰۵۷۴	۰.۰۵۷۹۲۶
نوبیل و رانوت [40]	۰.۰۳۵۹۹	۰.۰۵۰۰۹۹	۰.۰۳۷۲۸۷
چان و همکارن [41]	۰.۰۸۶۶۷۶	۰.۰۳۹۳۹۴	۰.۰۶۲۳۲۸

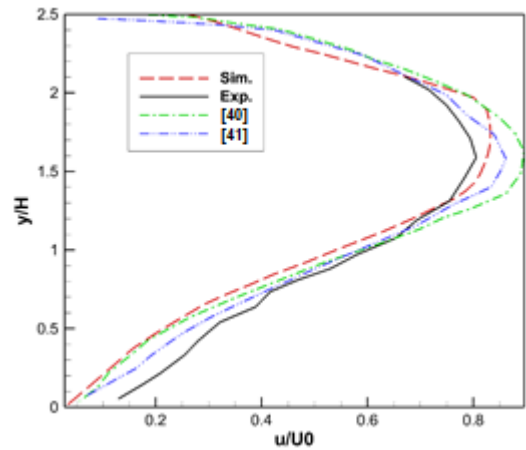
در جدول ۶ می توان ریشه میانگین مجذور خطا را برای داده های شکل ۱۳ مشاهده کرد. همان طور که از جدول مشاهده می شود میانگین خطا برای شبیه سازی در سه مختصات یاد شده برابر با  $0.057$  است. این مقدار میانگین خطا برای داده های نوبیل و رانوت، چان و همکاران به ترتیب برابر است با  $0.0411$  و  $0.0627$  از بین این سه خطا، کمترین خطا مربوط به نوبیل و رانوت است و بعد از آن خطای مطالعه حاضر و در نهایت مطالعه چان و همکاران قرار دارد.



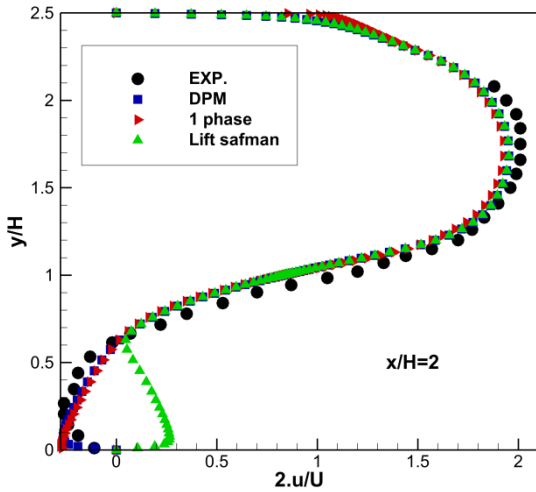
الف-  $x/H = \{2\}$



ب-  $x/H = \{5\}$



پ-  $x/H = \{9\}$



شکل ۱۳- پروفیل سرعت در راستای  $x$

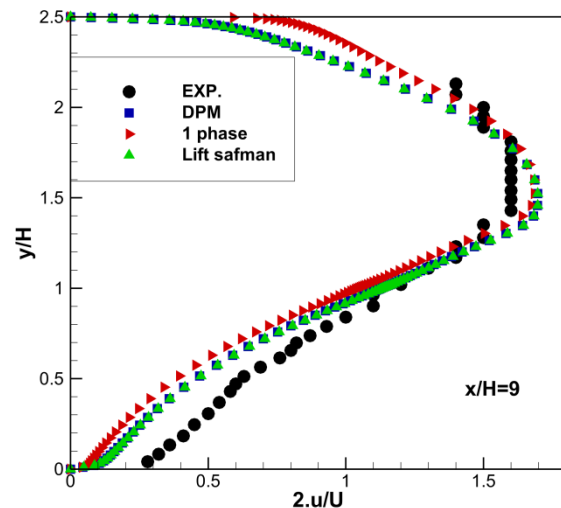
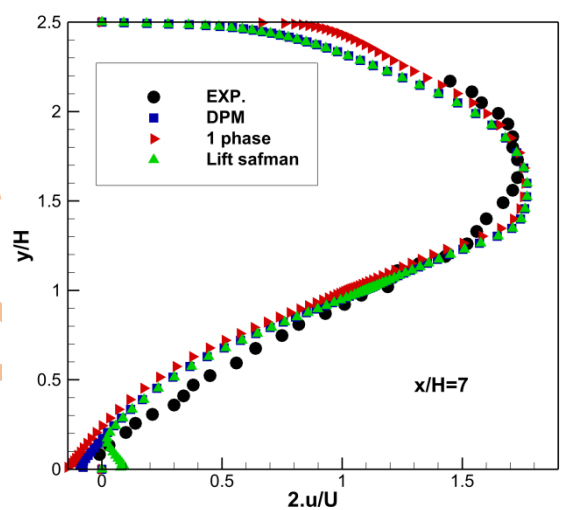
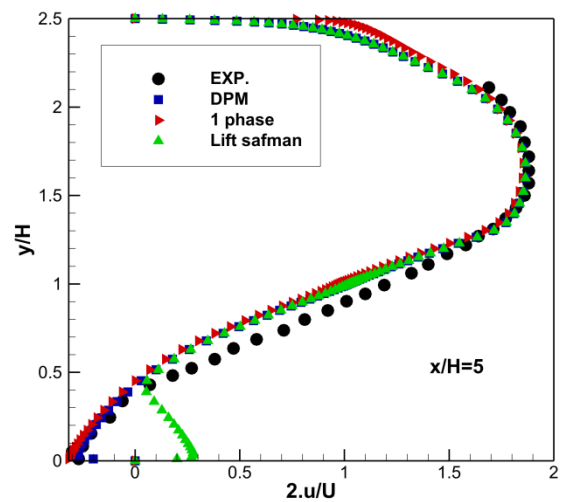
معادلات برای فاز گسسته و پیوسته به صورت جداگانه حل می‌شود و در نهایت فاز گسسته توسط ترم چشمه به فاز پیوسته ربط داده می‌شود. این روش حل مستلزم محاسبات بیشتر و هزینه زمانی بیشتری می‌باشد. اما در روش تک فاز یک سیال پیوسته با خواص موثر جدید که تابع خواص سیال و نانوذره و درصد حجمی می باشد تعریف شده و معادلات تنها برای یک سیال تک فاز حل می‌گردد. اگر چه این روش در محاسبات و زمان به صرفه می‌باشد اما دقت در ازای این صرفه جویی کم شده و درصدها بالا می‌رود. در این مساله برای رویکرد *DPM* ماکزیمم خطای سرعت ۱۹ درصد بوده و برای روش تک فاز این مقدار خطا به ۲۵ درصد افزایش می‌یابد. در حل *DPM* نیروهای گرادیان فشار، جرم مجازی و درگ فعال می‌باشد. زمانی که نیروی برای سافمن را وارد حل نموده مشاهده می‌شود نمودار سرعت در بخش گردابه دچار خطای زیادی شده و از روند تجربی فاصله می‌گیرد. در رویکرد تک فاز چگالی موثر نانوسیال از رابطه زیر محاسبه و به کار گرفته شد.

$$\rho_{nf} = (1-x)\rho_f + x\rho_p \quad (18)$$

که در این رابطه  $\rho_p$  چگالی ذره (مس)،  $\rho_f$  چگالی سیال پایه (هوا) و  $x$  کسر حجمی و برابر ۳ درصد می‌باشد.

## ۵- نتیجه گیری

برای شبیه‌سازی جریان نانوسیال در هندسه پشت پله دو هندسه دو بعدی و سه بعدی در دو حالت پایا و گذرا با استفاده از رویکرد اولپری-لاگرانژی به منظور بهترین انتخاب و بررسی رفتار نانوذرات در جریان آشفته و تاثیر آشفستگی بر روی ذرات و بالعکس مورد مطالعه قرار گرفت. رینولدز جریان ۱۸۶۰۰ است. تاثیر قطر ذره و عدد استوکس روی مسیر حرکت ذره در جریان آشفته نیز بررسی شد. شبیه سازی برای نمودار سرعت در راستای  $x$  تطابق خوبی برای حالت هندسه سه بعدی نسبت به نتایج حالت دو بعدی با نتایج تجربی دارد. نتایج برای سرعت آشفستگی در دو حالت پایا و گذرا کاملاً برهم منطبق شد و هیچ تفاوتی در آنها دیده نشد. برای ذرات با قطر کوچکتر از سی و پنج میکرومتر، نانوذرات گردابه پشت پله را احساس کرده و در نزدیکی دیواره مسیری را بر خلاف جریان طی می‌کنند و با افزایش قطر این مسیر بازگشت کوتاه می‌شود. همچنین در این مطالعه تاثیر قطر ذره در مسیر و پراکندگی بررسی شد و برای ذرات با استوکس



شکل ۱۴- مقایسه نتایج شبیه‌سازی دو نرم‌افزار فلوئنت و *CFX* در چهار مقطع کانال با مختصات  $x/H = \{2, 5, 7, 9\}$  برحسب سرعت جریان

در این بخش از مطالعه به بررسی اعتبار روش *DPM* پرداخته شده است که نتایج آن در شکل ۱۴ آورده شده است. در این روش

حجم سلول ( $m^3$ )	$\delta V$
مساحت سطح ذرات ( $m^2$ )	$A_p$
تصحیح کانینگهام	$C_c$
ظرفیت گرمایی ( $J/kg K$ )	$C_p$
ظرفیت گرمایی سیال پایه ( $J/kg K$ )	$C_{pbf}$
ظرفیت گرمایی نانوذرات ( $J/kg K$ )	$C_{pp}$
ظرفیت گرمایی نانوسیال ( $J/kg K$ )	$C_{pnf}$
قطر ذرات سیال ( $m$ )	$d_f$
قطر ذره ( $m$ )	$d_p$
عدد نپر	$e$
نیروی براونی ( $N$ )	$f_B$
نیروی پسا ( $N$ )	$F_D$
نیروی ترموفورز ( $N$ )	$f_{th}$
ارتفاع کانال ( $m$ )	$h$
ارتفاع پله ( $m$ )	$H$
سرعت براونی نانوذرات ( $m/s^2$ )	$u_B$
سرعت آشفته‌گی در راستای $x$ ( $m/s^2$ )	$u'$
عدد رینولدز بر اساس سرعت نسبی و قطر ذره	$Re_p$
انرژی جنبشی آشفته‌گی ( $m^2/s^2$ )	$K$
ثابت بولتزمن	$K_B$
هدایت حرارتی موثر برای نانوسیال ( $W/m K$ )	$K_{eff}$
رسانایی حرارتی سیال ( $W/m K$ )	$k_f$
رسانایی حرارتی ذره ( $W/m K$ )	$k_p$
عدد ناسن	$Kn$
طول آزاد ( $m$ )	$l_{BF}$
جرم ذره ( $kg$ )	$m_p$
تعداد ذرات درون یک حجم سلول	$np$
فشار ( $p$ )	$P$
عدد استوکس	$St$
ترم چشمه انرژی ذرات	$S_h$
ترم چشمه تکانه ذرات	$S_v$
شدت طیفی نیروی براونی	$S_i$
دما ( $k$ )	$T$
دمای ذره ( $k$ )	$T_p$
زمان ( $s$ )	$t$
بردار سرعت ( $m/s^2$ )	$\vec{V}$
سرعت سیال ( $m/s^2$ )	$V_f$
سرعت ذره ( $m/s^2$ )	$V_p$
سرعت آشفته‌گی در راستای $y$ ( $m/s^2$ )	$v'$

پایین نانوذرات با پراکندگی بیشتر و به صورت پخش از کانال خارج می‌شود. و با افزایش عدد استوکس و سنگین تر شدن ذرات میزان پراکندگی کاهش یافته و مسیر ذرات ابتدا یک شکم پیدا کرده و سپس اکثریت ذرات از نیمه بالایی کانال خارج شده است. ذرات با عدد استوکس زیر یک فرصت کافی برای پاسخ به تغییرات جریان را دارند و از این جهت وارد گردابه‌ها شده و جریان سیال پایه را دنبال می‌کنند. بنابراین با توجه به هدف این مطالعه که بررسی رفتار ذره در جریان آشفته است، باید ذراتی انتخاب شوند که دارای عدد استوکس بسیار کوچک و کمتر از یک باشند تا وارد گردابه‌ها در جریان آشفته شوند و امکان مطالعه و بررسی رفتارشان وجود داشته باشد. با مقایسه داده های تجربی با مقدار شبیه سازی دو بعدی و سه بعدی دریافت شد که نتایج سه بعدی با خطای بسیار کمی مطابق داده تجربی مربوطه می‌باشد. نتایج حاصل مدل  $K\omega SST$  بهترین مدل با کمترین درصد خطا دیده شده و بعد از آن مدل  $K\omega BSL$  برای شبیه سازی آشفته‌گی جریان نانوسیال پیشنهاد می‌شود. بر اساس نتایج استفاده از نیروی برای سافمن توصیه نمی‌شود و استفاده از این نیرو سبب ایجاد خطا در پیش بینی مقادیر در ناحیه گردابه می‌شود.

#### فهرست علائم

$\varphi$	کسر حجمی ذره
$\rho$	چگالی ( $kg/m^3$ )
$\rho_{eff}$	چگالی مؤثر نانوسیال ( $kg/m^3$ )
$\rho_p$	چگالی فاز دوم (ذره) ( $kg/m^3$ )
$\rho_f$	چگالی فاز اول (سیال) ( $kg/m^3$ )
$\rho_{nf}$	چگالی نانوسیال ( $kg/m^3$ )
$\tau$	تنش برشی ( $N/m^2$ )
$\tau_D$	نسبت قطر ذرات
$\tau_p$	زمان ریلکسشن دینامیکی ذرات
$\tau_f$	مقیاس زمانی سیال
$\mu$	ویسکوزیته دینامیکی ( $kg/m s$ )
$\mu_f$	ویسکوزیته دینامیکی سیال ( $kg/m s$ )
$\mu_{nf}$	ویسکوزیته دینامیکی نانوسیال ( $kg/m s$ )
$\lambda$	مسیر آزاد میانگین سیال ( $m$ )
$\zeta$	اعداد تصادفی گاوسی مستقل با میانگین صفر و واریانس واحد
$\nu$	ویسکوزیته سینماتیکی ( $m^2/s$ )
$\omega$	فرکانس آشفته‌گی ( $s^{-1}$ )

Turbulence. Journal of Fluid Mechanics, Vol. ۲۴۲, pp. ۶۵۵-۷۰۰, ۱۹۹۲.

[۱۵] Z.F. Tian, J.Y. Tu, and G.H. Yeoh, Numerical simulation and validation of dilute gas-particle flow over a backward-facing step. *Aerosol Science and Technology*, Vol. ۳۹, No. ۴, pp. ۳۱۹-۳۳۲, ۲۰۰۵.

[۱۶] T.H. Shih, W.W. Liou, A. Shabbir, Z.G. Yang, and J. Zhu, A New Kappa-Epsilon Eddy Viscosity Model for High Reynolds-Number Turbulent Flows. *Computers & Fluids*, Vol. ۲۴, No. ۳, pp. ۲۲۷-۲۳۸, ۱۹۹۵.

[۱۷] K.F. Yu, Large eddy simulation of particle-laden turbulent flow over a backward-facing step, MPhil Thesis: The Hong Kong Polytechnic University, ۲۰۰۲

[۱۸] B. Wang, H.Q. Zhang, K.F. Yu, X.L. Wang, Y.C. Guo, and W.Y. Lin, Numerical simulation of large eddy structures evolution behind backward-facing step. *Chinese Quarterly of Mechanics*, Vol. ۲۴, No. ۲, pp. ۱۶۶-۱۷۳, ۲۰۰۳.

[۱۹] B. Wang, H.Q. Zhang, K.F. Yu, X.L. Wang, Y.C. Guo, and W.Y. Lin, Large eddy simulation of a gas-particle two-dimensional backward-facing step flow. *Journal of Combustion Science and Technology*, Vol. ۹, No. ۵, pp. ۴۴۷-۴۵۲, ۲۰۰۳.

[۲۰] K.F. Yu, K.S. Lau, and C.K. Chan, Numerical simulation of gas-particle flow in a single-side backward-facing step flow. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. ۱۶۳, No. ۱, pp. ۳۱۹-۳۳۱, ۲۰۰۴.

[۲۱] K.F. Yu, K.S. Lau, and C.K. Chan, Large eddy simulation of particle-laden turbulent flow over a backward-facing step. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, Vol. ۹, pp. ۲۵۱-۲۶۲, ۲۰۰۴.

[۲۲] M. Mahdavi, M. Sharifpur, J.P. Meyer. CFD modelling of heat transfer and pressure drops for nanofluids through vertical tubes in laminar flow by Lagrangian and Eulerian approaches. ۲۰۱۵.

[۲۳] Nishant Kumar, B.P. Puranik. Numerical study of convective heat transfer with nanofluids in turbulent flow using a Lagrangian-Eulerian approach. ۲۰۱۶.

[۲۴] Lakshmi Sirisha Maganti, PurbarunDhar, T.Sundarajan and Sarit K.Das. Nanofluids Particle and thermo-hydraulic maldistribution of nanofluids in parallel microchannel systems. ۲۰۱۶.

[۲۵] Saman Rashidi, Masoud Bovand, Javad Abolfazli Esfahani and Goodarz Ahmadi. Discrete particle model for convective AL<sub>2</sub>O<sub>3</sub>-water nanofluid around a triangular obstacle. ۲۰۱۶.

[۲۶] Ahmed Albojamal, Kambiz Vafai. Analysis of single phase, discrete and mixture models, in predicting nanofluid transport. ۲۰۱۷.

[۲۷] M Mahdavi, M Sharifpur and JP Meyer. Discrete modelling of nanoparticles in mixed convection flows. ۲۰۱۸.

[۲۸] Saeed, F.R.; Al-Dulaimi, M.A. Numerical investigation for convective heat transfer of nanofluid laminar flow inside a circular pipe by applying various models. *Arch. Thermodyn.*, ۴۲, ۷۱-۹۵, ۲۰۲۱.

[۲۹] Uribe, S.; Zouli, N.; Cordero, M.E.; Al-Dahhan, M. Development and validation of a mathematical model to predict the thermal behaviour of nanofluids. *Heat Mass Transf.*, ۵۷, ۹۳-۱۱۰, ۲۰۲۱.

$w$  پهنای کانال  $(m)$

$w'$  سرعت آشفتگی در راستای  $w$   $(m/s^2)$

$X_p$  مکان ذره  $(m)$

## مراجع و منابع

[۱] Sommerfeld, M., von Wachem, B., & Oliemans, R. Best practice guidelines for computational fluid dynamics of dispersed multiphase flows. *European Research Community On Flow, Turbulence and Combustion*, ۲۰۰۸.

[۲] C.T. Crowe, T.R. Troutt, and J.N. Chung, Numerical models for two-phase turbulent flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. ۲۸, pp. ۱۱-۴۳, ۱۹۹۶.

[۳] D.B. Spalding, A general purpose computer program for multi-dimensional one- and two-phase flow. *Mathematics and Computers in Simulation*, Vol. ۲۳, pp. ۲۶۷-۲۷۶, ۱۹۸۱.

[۴] C.T. Crowe, M.P. Sharma, and D.E. Stock, Particle-Source in Cell (Psi-Cell) Model for Gas-Droplet Flows. *Journal of Fluids Engineering-Transactions of the ASME*, Vol. ۹۹, No. ۲, pp. ۳۲۵-۳۳۲, ۱۹۷۷.

[۵] C.T. Crowe, J.N. Chung, and T.R. Troutt, Particle Mixing in Free Shear Flows. *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. ۱۴, No. ۳, pp. ۱۷۱-۱۹۴, ۱۹۸۸.

[۶] B.E. Launder and D.B. Spalding, *Lectures in mathematical models of turbulence*, New York: Academic Press, ۱۹۷۲

[۷] G.M. Faeth, *Mixing, Transport and Combustion in Sprays*. *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol. ۱۳, No. ۴, pp. ۲۹۳-۳۴۵, ۱۹۸۷.

[۸] S. Yuu, N. Yasukouchi, Y. Hiroswawa, and T. Jotaki, Particle diffusion in a duct laden jet. *Aiche Journal*, Vol. ۲۴, pp. ۵۰۹-۵۱۹, ۱۹۷۸.

[۹] A. Berlemont, P. Desjonqueres, and G. Gouesbet, Particle Lagrangian Simulation in Turbulent Flows. *International Journal of Multiphase Flow* Vol. ۱۶, No. ۱, pp. ۱۹-۳۴, ۱۹۹۰.

[۱۰] F.C. Lockwood and C. Papadopoulos, A New Method for the Computation of Particulate Dispersion in Turbulent ۲-Phase Flows. *Combustion and Flame*, Vol. ۷۶, No. ۳-۴, pp. ۴۰۳-۴۱۳, ۱۹۸۹.

[۱۱] F. Wen, N. Kamalu, J.N. Chung, C.T. Crowe, and T.R. Troutt, Particle dispersion by vortex structures in plane mixing layers. *Journal of Fluids Engineering-Transactions of the ASME*, Vol. ۱۱۴, pp. ۶۵۷-۶۶۶, ۱۹۹۲.

[۱۲] I.A. Joia, T. Ushijima, and R.J. Perkins, Numerical study of bubble and particle motion in a turbulent boundary layer using proper orthogonal decomposition. *Applied Scientific Research*, Vol. ۵۷, No. ۳-۴, pp. ۲۶۳-۲۷۷, ۱۹۹۷.

[۱۳] P. Moin and J. Kim, Numerical Investigation of Turbulent Channel Flow. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. ۱۱۸, No. May, pp. ۳۴۱-۳۷۷, ۱۹۸۲.

[۱۴] S. Elghobashi and G.C. Truesdell, Direct Simulation of Particle Dispersion in a Decaying Isotropic

[۳۰] Taskesen, E.; Tekir, M.; Gedik, E.; Arslan, K. Numerical investigation of laminar forced convection and entropy generation of  $Fe_3O_4$ /water nanofluids in different cross-sectioned channel geometries. *J. Therm. Eng.* ۷, ۱۷۵۲-۱۷۶۷. ۲۰۲۱.

[۳۱] Yildiz, M.; Aktürk, A. Numerical Investigation on Heat Transfer and Hydraulic Performance of  $Al_2O_3$ -Water Nanofluid as a Function of Reynolds Number and Flow Velocity. *Int. J. Heat Mass Transf.* ۱۱, ۵۳۵-۵۴۷. ۲۰۲۱.

[۳۲] Zhang, X.; Li, J. A review of uncertainties in the study of heat transfer properties of nanofluids. *Heat Mass Transf.* ۱-۲۳. ۲۰۲۲.

[۳۳] Goutam, S., and Paul, M. C. (۲۰۱۴) Discrete phase approach for nanofluids flow in pipe. In: *Second International Conference on Advances In Civil, Structural and Mechanical Engineering- CSM* ۲۰۱۴, ۱۶-۱۷ Nov ۲۰۱۴.

[۳۴] R. Deepak Selvakumar, S. Dhinakaran. Heat transfer and particle migration in nanofluid flow around a circular bluff body using a two-way coupled Eulerian-Lagrangian approach. *International Journal of Heat and Mass Transfer* ۱۱۵. ۲۸۲-۲۹۳. ۲۰۱۷.

[۳۵] M. Bovand, S. Rashidi, G. Ahmadi, J.A. Esfahani, Effects of trap and reflect particle boundary conditions on particle transport and convective heat transfer for duct flow-A two-way coupling of EulerianLagrangian Model, *Applied Thermal Engineering* (۲۰۱۶).

[۳۶] Franziska Greifzu, Christoph Kratzsch, Thomas Forgber, Friederike Lindner & Rüdiger Schwarze Assessment of particle-tracking models for dispersed particle-laden flows implemented in OpenFOAM and ANSYS FLUENT, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, ۲۰۱۶.

[۳۷] C.T. Crowe, J.N. Chung, and T.R. Troutt, Particle Mixing in Free Shear Flows. *Progress in Energy and Combustion Science*, Vol.۱۴, No.۳, pp. ۱۷۱-۱۹۴. ۱۹۸۸.

[۳۸] J.R. Fessler and J.K. Eaton, Turbulence modification by particles in a backward-facing step flow. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.۳۹۴, pp. ۹۷-۱۱۷. ۱۹۹۹.

[۳۹] YU KIN FUNG. Numerical investigation on the interaction between particles and eddies in gas-particle flows behind a backward-facing step. ۲۰۱۵.

[۴۰] Ing. Paola Ranut ,Prof. Enrico Nobile. Multiphase flows Examples solved with ANSYS CFX. Università degli Studi di Trieste. Dipartimento di Ingegneria e Architettura. ۲۰۱۴.

[۴۱] C.K. Chan, H.Q. Zhang, and K.S. Lau. Numerical simulation of gas-particle flows behind a backward-facing step using an improved stochastic separated flow model. *Computational Mechanics*, ۲۷:۴۱۲-۴۱۷, ۲۰۰۱.