

تحلیل عددی انتقال حرارت در لوله با توئی متخلخل تحت جریان پالسی

حیب‌ا. . . سایه‌وند (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا همدان

حسین شکوه‌مند (استاد)

پردیس دانشکده‌های فنی، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران

در این نوشتار جریان پالسی و انتقال حرارت ناشی از آن در لوله‌یی با توئی متخلخل، با استفاده از شبیه‌سازی عددی بررسی شده است. در این توئی متخلخل چسبیده به جداره، جریان با استفاده از مدل نیمه تجربی برینکمن - فرچ‌مایر (بسطی از مدل داریسی) مدل شده است. اثرات عدد داریسی، ضخامت لایه‌ی متخلخل، نسبت هدایت حرارتی موثر، و نیز فرکانس و دامنه‌ی پالس مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش ضخامت ماتریس متخلخل یا کاهش عدد داریسی، گرادیان فشار افزایش می‌یابد. به علاوه وابستگی عدد نوسلت به ضخامت سراسر نیست. برای مواد متخلخل با هدایت حرارتی بالا، عدد نوسلت به صورت یکنواخت با افزایش ضخامت زیاد می‌شود در حالی که برای مواد با هدایت کم، در توزیع نوسلت یک مقدار کم‌ترین مشاهده می‌شود. دیده می‌شود که بیشینه ضریب پخش حرارتی به‌ازای یک ضخامت بحرانی از ماده‌ی متخلخل حاصل می‌شود. اثرات دامنه و فرکانس پالس بر انتقال حرارت نیز مورد مذاقه و تحلیل قرار می‌گیرد.

hsayehvand@yahoo.com
hshokoh@ut.ac.ir

واژگان کلیدی: جریان پالسی، فرکانس، تأخیر فاز، توئی متخلخل، تراوایی.

۱. مقدمه

در سال‌های اخیر مطالعات اساسی زیادی در مورد انتقال حرارت جابه‌جایی در مواد متخلخل انجام شده است. محرک اصلی در این زمینه کاربردهای فراوان مواد متخلخل است که از آن جمله می‌توان به مبدل‌های حرارتی فشرده، سیستم‌های زمین‌گرمایی، عایق‌سازی حرارتی، واحدهای ذخیره‌ی انرژی، ساخت مواد سرامیکی، عملگرهای شیمیایی با بستر آکنده، و نیز افزایش انتقال حرارت در محیط‌های با شار حرارتی بالا اشاره کرد. در مورد جریان و انتقال حرارت در مواد متخلخل اطلاعات بسیار مفیدی از کارهای انجام شده جمع‌آوری شده است.^[۱]

بررسی جریان در سیستم‌های مرکب بخش عمده‌یی از مسائل ماتریس‌های متخلخل را به خود اختصاص می‌دهد. این سیستم‌ها از دو قسمت ماده‌ی متخلخل اشباع شده از سیال و سیال تنها تشکیل شده‌اند. جابه‌جایی در این سیستم‌ها معمولاً تحت تأثیر تداخل میدان‌های جریان در فضای متخلخل و در فضای باز عاری از آن قرار می‌گیرد. عایق‌کاری به صورت دانه‌یی یا رشته‌یی که تنها بخشی از فضای بین مرزهای سرد و گرم اشغال شده، نواحی گسلی در سیستم‌های زمین‌گرمایی و جریانی از بستر نخاله‌ها در راکتورهای هسته‌یی را می‌توان در این راستا مدل کرده و مورد بررسی قرار داد. اغلب تحقیقات موجود در مورد جریان در سیستم‌های مرکب به بررسی جابه‌جایی آزاد در یک محفظه‌ی بسته^[۲] یا لایه‌ی افقی نامحدود که بخشی از آن متشکل از ماده‌ی متخلخل است^[۳] پرداخته‌اند. وقتی درون یک کانال حامل

سیال کاملاً از ماده‌ی متخلخل پر شده باشد، افت فشار زیادی ایجاد می‌شود. برای کاهش این افت فشار و استفاده از مزایای ماده‌ی متخلخل، در مواقع لزوم بخشی از لوله از ماده‌ی متخلخل پر می‌شود که برای معرفی این منظور در اینجا از اصطلاح «توئی» استفاده شده است. در همین راستا، جابه‌جایی اجباری در کانالی با توئی متخلخل مورد توجه قرار گرفته است^[۴] و از آن پس جابه‌جایی اجباری در یک سیستم مرکب عنوان چندین کار تحقیقاتی بوده است. محققین به خوبی این نکته‌ی مهم را دریافته‌اند که اگر قاجی از ماده‌ی متخلخل به صورت توئی درون کانالی جا زده شود، نرخ انتقال حرارت جابه‌جایی افزایش قابل توجهی خواهد داشت.^[۷] در یکی از راه حل‌های تحلیلی ارائه شده، افزایش انتقال حرارت در یک کانال حلقوی با توئی متخلخل با ضریب هدایت حرارتی و تراوایی بالا نشان داده شده است.^[۸] جابه‌جایی اجباری از یک منبع حرارتی مجزا در کانالی با توئی متخلخل را با شبیه‌سازی عددی بررسی کرده‌اند.^[۹]

از سوی دیگر، با برهم‌نهی پالس و جریان متوسط و همراه کردن انتقال حرارت جابه‌جایی و هدایتی، توجه خاصی به جریان جابه‌جایی اجباری پالسی در یک کانال شده است. انگیزه‌ی اصلی درک سازوکارهای این جریان به کاربردهای گسترده‌ی آن در پمپاژ در کانال‌ها، مانیفولدها، موتورهای استرلینگ، موتورهای پمپ‌های عکس‌عملی، یخچال‌های (کولرهای) لوله پالسی و زیست‌مهندسی سیستم گردش خون برمی‌گردد. با مطالعات نظری و آزمایشات انجام گرفته، اکنون به خوبی مشخص شده است که اعمال پالس به جریان باعث افزایش پخش محوری در صورت وجود گرادیان

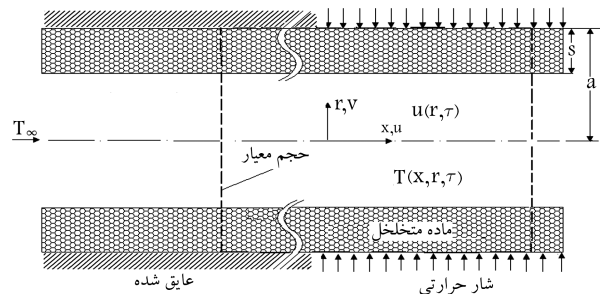
درجه حرارت یا غلظت می شود. [۱۳-۱۱] افزایش پخش حرارتی حاصله با این روش قابل ملاحظه است و از نظر مرتبه چندین برابر بزرگتر از انتقال حرارت لوله های حرارتی است.

مشخصات اساسی جریان پالسی و خواص انتقال حرارت آن مورد بررسی قرار گرفته است [۱۲-۱۶] ولی مطالعات انتقال حرارت جریان پالسی در مواد متخلخل نسبتاً پراکنده و ناقص اند. [۱۷] جریان نوسانی توسعه یافته در کانال متخلخل محدود به دو صفحه موازی ناتراوا با روش تحلیلی بررسی شده است. [۱۸] همچنین جریان پالسی در کانال پراز ماده ی متخلخل اشباع را با شبیه سازی عددی تحلیل کرده اند. [۱۹] وقتی هم مسئله ی افت فشار اهمیت داشته باشد و هم پخش حرارتی محوری مورد نظر باشد، انتظار می رود با اعمال پالس به جریان در کانالی که در آن یک تویی متخلخل جا زده شده، بتوان هر دو منظور را برآورده ساخت. این مقاله نیز به بحث در این مورد می پردازد؛ کاربرد این تحقیق در مبدل های حرارتی، بازیاب ها و موتورهای استرلینگ پیشرفته است.

بسیاری از تحقیقات انجام گرفته در مورد جریان در مواد متخلخل با استفاده از مدل داریسی^۱ انجام شده است. [۲۰] مزیت مدل داریسی سادگی آن است ولی دامنه ی کاربرد آن محدود است. [۲۱] مدل هایی وجود دارند که محدودیت های این مدل را ندارند و به ویژه، از مهم ترین مطالعات نظری برای احتساب اثرات مرز جامد و اینرسی جریان در مواد متخلخل به شمار می روند. [۲۱] در نوشتار حاضر با فرض تخلخل ثابت، از مدل برینکمن - فرچ مایر^۲ برای ناحیه ی متخلخل استفاده شده است. همچنین با در نظر گرفتن هر دو اثر دینامیکی اعمال پالس به جریان و استفاده از تویی متخلخل، هیدرودینامیک و انتقال حرارت جریان بررسی شده است. برای حل معادلات حاکم و بررسی رفتار جریان غیردائم از روش عددی حجم معیار استفاده شده است. اثر پارامترهای بی بعد (نظیر عدد داریسی، فرکانس و دامنه ی پالس) بر جریان بررسی شده، و نتایج حاصله برای حل انتقال حرارت مسئله ی مورد بحث و تحلیل جریان های پیچیده تر مشابه کاربرد دارد.

۲. مدل

لوله یی به شعاع a با جداره ی ناتراوا را در نظر بگیرید (شکل ۱) که یک تویی متخلخل اشباع شده از سیال با ضخامت s (ضخامت بی بعد $S = s/a$) درون آن قرار داده شده است. تویی به جداره ی لوله چسبیده و به سمت مرکز لوله بسط یافته است. براساس اکثر مطالعات قبلی، ماده ی متخلخل با ویژگی های همگن، ایزوتروپ و در تعادل حرارتی موضعی با سیال در نظر گرفته شده است. به علاوه، خواص فیزیکی سیال و خواص مؤثر ماده ی متخلخل ثابت در نظر گرفته شده است. با استفاده از مدل برینکمن - فرچ مایر معادلات حاکم در شکل بی بعد و در مختصات قطبی



شکل ۱. طرح واره ی لوله با تویی متخلخل.

استوانه یی را می توان چنین نوشت:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (RV) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\gamma}{Re} \left[\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial U}{\partial R} \right) \right] - \zeta \left[\frac{\gamma \varepsilon}{Da Re} + \frac{\varepsilon^2 C_F}{\sqrt{Da}} |\vec{V}_D| \right] U \quad (2)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial R} = -\frac{\partial P}{\partial R} + \frac{\gamma}{Re} \left[\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial V}{\partial R} \right) - \frac{V}{R^2} \right] - \zeta \left[\frac{\gamma \varepsilon}{Da Re} + \frac{\varepsilon^2 C_F}{\sqrt{Da}} |\vec{V}_D| \right] V \quad (3)$$

$$R_c \frac{\partial \Theta}{\partial t} + U \frac{\partial \Theta}{\partial X} + V \frac{\partial \Theta}{\partial R} = \frac{\gamma [1 + (R_k - 1) \zeta]}{\varepsilon Re Pr} \left[\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R \frac{\partial \Theta}{\partial R} \right) \right] \quad (4)$$

که در آن $\sqrt{V^2 + U^2} = |\vec{V}_D|$ ، U و V سرعت سیال در ناحیه ی سیالی نظیر سرعت داریسی در ناحیه ی متخلخل هستند. با استفاده از شاخص ζ فرمول های فوق هم در مورد ناحیه ی سیالی ($\zeta = 0$) و هم در مورد ناحیه ی متخلخل ($\zeta = 1$) به کار می روند. جمله ی آخر در معادلات ۲ و ۳ نشان دهنده ی مدل اصلاح شده برای احتساب اثر اینرسی سیال در منافذ ماده ی متخلخل است و مقدار ضریب اینرسی C_F در بسط فرچ مایر مطابق کارهای قبلی [۱۸، ۱۹] مساوی 0.57 در نظر گرفته شده است. این مقدار قطعاً برای مواد متخلخل کروی معمولی که رابطه ی ارگون^۳ برای آنها به کار می رود، خیلی کم است. [۲] این مقدار مربوط به فومتال است که در فیلترها، مبدل های حرارتی و بازیاب های پیشرفته و راکتورهای کاتالیستی شیمیایی به کار می رود. مقدار تخلخل (ε) ماده ی متخلخل مساوی 0.6 در نظر گرفته شده است. در حالی که مقدار دقیق ν_{eff} (لزجت سینماتیکی مؤثر) در بسط برینکمن معلوم نیست، به عنوان اولین تقریب و طبق تحقیق لاندرگن^۴ مساوی همان ν در نظر گرفته می شود. [۲۲] در فرمول های فوق، کمیت های بی بعد چنین تعریف می شوند:

$$X = \frac{x}{a}, \quad R = \frac{r}{a}, \quad U = \frac{u}{\varepsilon \bar{u}_s}, \quad V = \frac{v}{\varepsilon \bar{u}_s}, \quad t = \frac{\tau}{a/\bar{u}_s}, \quad (5)$$

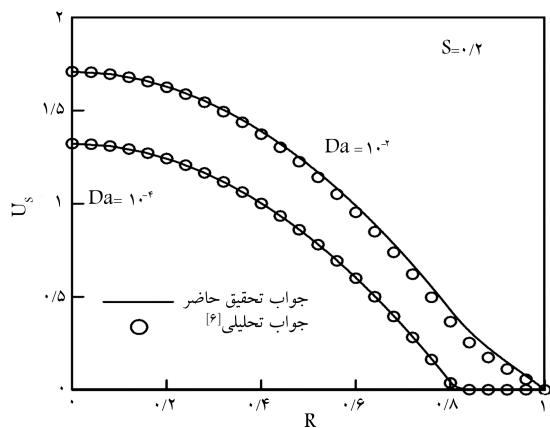
$$P = \frac{p}{\rho \bar{u}_s^2}, \quad \Theta = \frac{T}{q'' a/k}, \quad Re = \frac{\gamma a \bar{u}_s}{\nu}, \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha},$$

$$Da = \frac{K}{a^2}, \quad R_k = \frac{k_{eff}}{k}, \quad R_c = \frac{(\rho C_p)_{eff}}{\varepsilon (\rho C_p)}$$

گردایان فشار پالسی نیز مطابق معادله ی ۶ در نظر گرفته می شود:

$$-\frac{\partial P}{\partial X} = -\left(\frac{\partial P}{\partial X}\right)_s \left[1 + A \sin \left(\frac{\gamma \beta^t}{Re} t \right) \right] \quad (6)$$

که در آن افت فشار بی بعد متوسط زمانی با $B = -(\partial P / \partial X)_s$ نمایش داده می شود و A دامنه ی پالس است. عدد ومرسلی^۵ با β نشان داده شده و به صورت $\beta = a \sqrt{2 \pi f / \nu}$ تعریف می شود که در آن f فرکانس پالس است. در این تحقیق جریان توسعه یافته به صورت هیدرودینامیکی در نظر گرفته شده و چنان که در شکل ۱ نشان داده شده در ابتدای لوله یک ناحیه ی ورودی گرم نشده لحاظ شده است.



شکل ۲. مقایسه‌ی پروفیل‌های سرعت دائم غیرپالسی، $S=0.2$ ، $Re=0.32$.

ضخامت ماده‌ی متخلخل (S) و نسبت R_k از پارامترهای اساسی هستند. در این مقاله اثر پارامترهای فوق بر جریان سیال و انتقال حرارت بررسی می‌شود. محدوده‌ی محاسبات به صورت $0 \leq S \leq 1$ ، $0 \leq A \leq 2$ ، $1 \leq \beta \leq 10$ ، $0 \leq U \leq 1$ ، $0.1 \leq Da \leq 100000$ و $1 \leq R_k \leq 100$ در نظر گرفته شده است.

برای اثبات درستی و قابلیت اعتماد کد نوشته شده، پروفیل سرعت جریان دائم غیرپالسی در شکل ۲ با حل تحلیلی مقایسه شده است. این مقایسه برای ضخامت لایه‌ی متخلخل چسبیده به جداره برابر ۲۰ درصد شعاع لوله ($S=0.2$)، انجام شده است. افت فشار مقدار ثابت 0.32 مساوی افت فشار در جریان توسعه‌یافته در لوله‌ی عاری از ماده‌ی متخلخل برای عدد رینولدز 50 لحاظ شده است. برای امکان انجام مقایسه‌ی این نتایج با داده‌های از پیش موجود [۶] عبارت فرج‌مادر ماده‌ی متخلخل به حساب نیامده است ($C_F=0$)، و به علاوه برای تولید شکل ۲ و انطباق با کار انجام‌شده‌ی پیشین، یک بی‌بعدسازی متفاوت با آنچه که پیش‌تر معرفی شد، انجام شده است. در شکل ۲ مشاهده می‌شود که شبیه‌سازی عددی انجام شده توافق بسیار خوبی با حل تحلیلی موجود دارد. [۶]

با لحاظ جمله‌ی فرج‌مادر، در حالت دائم غیرپالسی، توزیع سرعت در امتداد شعاع لوله برای دو ضخامت گوناگون لایه‌ی متخلخل، یعنی $S=0.2$ و $S=0.1$ در عدد رینولدز 50 و اعداد دارسی مختلف در شکل ۳ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که در تمام اعداد دارسی، سرعت متوسط در ناحیه‌ی متخلخل کم‌تر از سرعت متوسط در ناحیه‌ی سیالی است. این پدیده‌ی کندشوندگی جریان در ناحیه‌ی متخلخل ناشی از نیروهای لزجت و اینرسی میکروسکوپی تولیدشده توسط ماتریس جامد متخلخل است. [۲۵] به علاوه، با افزایش عدد دارسی - یعنی افزایش تراوایی یا قابلیت عبور ماده‌ی متخلخل - سرعت متوسط در ناحیه‌ی متخلخل نیز افزایش می‌یابد. از مقایسه‌ی شکل‌های ۳ الف و ۳ ب درمی‌یابیم که به ازای یک عدد دارسی معین، با افزایش ضخامت لایه‌ی متخلخل سرعت بیشینه در ناحیه‌ی سیالی افزایش می‌یابد. کاهش عبور جریان از لایه‌ی متخلخل با افزایش ضخامت لایه، سبب افزایش جریان عبوری از ناحیه‌ی سیالی شده و بیشینه‌ی سرعت در این ناحیه افزایش می‌یابد.

شبیه مطالعات قبلی در این زمینه [۲۶]، بر مبنای گرادیان فشار پالسی در معادله‌ی

۶، بخش نوسانی سرعت در ناحیه سیالی را می‌توان چنین بیان کرد:

$$U - U_s = A_U \sin \left(\frac{2\beta^t}{Re} t + \phi \right) \quad (9)$$

ساده‌کردن معادلات حاکم برای این مورد، شرایط مرزی عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dR} = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial R} = 0, \quad R = 0 \\ U = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial R} = \frac{1}{R_k}, \quad R = 1 \end{aligned} \quad (7)$$

برای لحاظ شرایط مرزی در فصل مشترک نواحی سیالی و متخلخل، ضرایب پخش مربوط به انتقال اندازه‌حرکت و حرارت در فصل مشترک با استفاده از روش متوسط هارمونیک^۶ منسوب به پتینکار [۲۳] به دست آمده‌اند. برای حل سیستم معادلات تقریب چاتوین^۷ به کار رفته است [۱۰]، یعنی:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial X} = \frac{2}{Re Pr} = \text{ثابت} \quad (8)$$

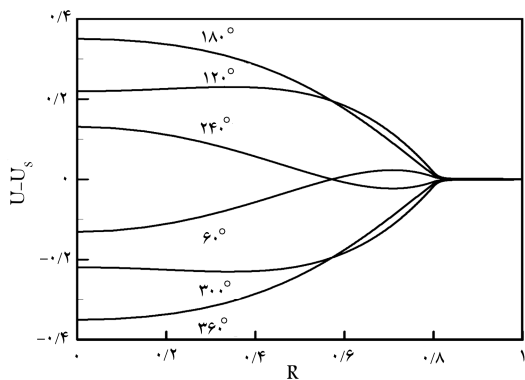
چاتوین ثابت کرد که در جریان غیردائم متناوبی که از نظر هیدرودینامیکی توسعه‌یافته باشد، گرادیان محوری غلظت با گرادیان محوری غلظت متوسط برابر و مساوی مقدار ثابتی است. با توجه به تشابه معادلات حاکم بر انتقال حرارت و غلظت می‌توان نتیجه گرفت که $\partial \Theta / \partial X = \partial \Theta_b / \partial X = const.$ با در نظر گرفتن یک حجم معیار دیفرانسیلی به صورت دیسکی با طول dx و نوشتن بقای انرژی، به آسانی رابطه‌ی ۸ برحسب پارامترهای بی‌بعد حاصل می‌شود. دیگر محققین نیز تساوی گرادیان محوری دما با گرادیان محوری دمای متوسط را در مورد جریان دائم توسعه‌یافته‌ی هیدرودینامیکی و حرارتی در یک لوله‌ی حلقوی با تئوی متخلخل مورد استفاده قرار داده‌اند. [۲۴]

۳. روش عددی

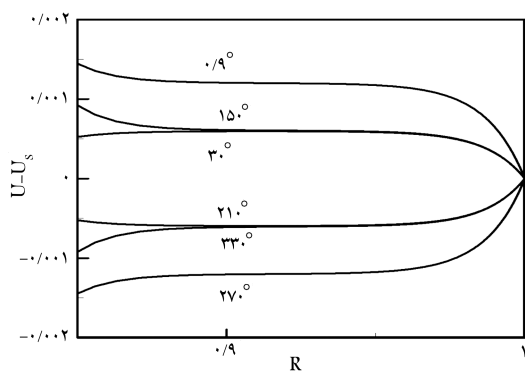
برای گسسته‌سازی معادلات حاکم، از روش کاملاً ضمنی بر مبنای روش حجم معیار منسوب به پتینکار [۲۳] استفاده شده است. برای جریان ورودی با سرعت یکنواخت $U=1$ ، ناحیه‌ی دوبعدی ورودی با در نظر گرفتن لوله‌ی نسبتاً طولی با دامنه‌ی محاسباتی به قدر کافی بزرگ و شامل بخشی از ناحیه‌ی توسعه‌یافته از روش سیمپلر^۸ حل شده است. با استفاده از این روش، برای هر ضخامت معلوم تئوی متخلخل معادلات پیوستگی و اندازه‌حرکت گسسته و تا نیل به حالت دائم حل شده‌اند، و در نتیجه میدان سرعت و گرادیان فشار در ناحیه‌ی توسعه‌یافته مشخص شده است. با معلوم شدن جمله‌ی گرادیان فشار، معادله‌ی اندازه‌حرکت در جریان توسعه‌یافته و معادله‌ی انرژی (معادله‌ی ۴) با روش معمول حجم معیار گسسته و حل شده‌اند. با استفاده از این روش، شرایط مرزی در فصل مشترک نواحی سیالی و متخلخل به دقت اعمال شده‌اند. معادلات جبری ایجادشده با استفاده از الگوریتم ماتریس سه‌قطری حل شده‌اند. برای در نظر گرفتن تغییرات شدید سرعت در نزدیکی جداره‌ی لوله و فصل مشترک از شبکه‌ی بی‌فواصل غیریکنواخت در راستای شعاعی استفاده شده است. حل تناوبی زمانی معمولاً بعد از چندین سیکل پالس حاصل می‌شود. حل جریان دائم غیرپالسی به عنوان شرط اولیه در نظر گرفته شده و محاسبات تکراری متعددی برای آزمون حساسیت نتایج به فاصله‌ی شبکه و پله‌ی زمانی انجام شده است. در محاسبات انجام‌شده عدد رینولدز مساوی 50 در نظر گرفته شده است.

۴. بحث و ارائه‌ی نتایج

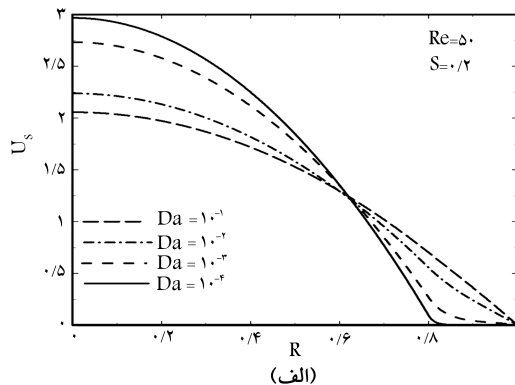
جریان پالسی با دو پارامتر بی‌بعد وابسته به آن - یعنی فرکانس β و دامنه‌ی A - توصیف می‌شود. به علاوه در مورد لوله با تئوی متخلخل، عدد دارسی (Da).



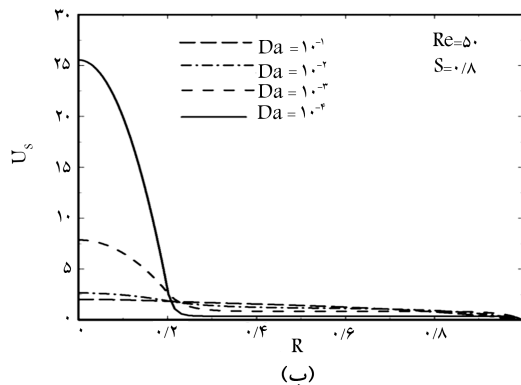
الف) در امتداد کل شعاع لوله؛



ب) در نزدیکی جداره ی لوله .



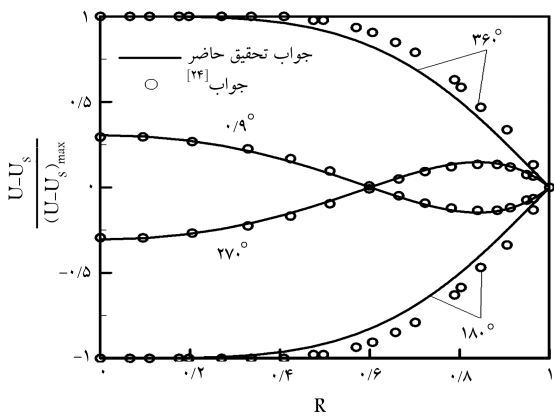
(الف)



(ب)

شکل ۳. پروفیل‌های سرعت دائم غیر پالسی.

شکل ۴. بخش پالسی توزیع سرعت، $S = 0.2$ ، $A = 0.9$ ، $Da = 0.0001$ ، $\beta = 5$.



شکل ۵. مقایسه‌ی پروفیل‌های سرعت پالسی در لوله‌ی بدون ماده‌ی متخلخل، $Re=50$ ، $\beta=5$ ، $A=1.075$.

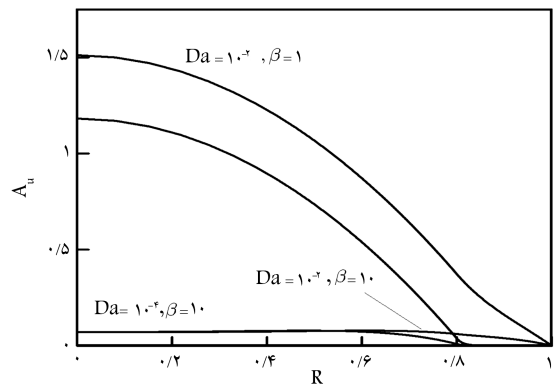
نوسانی در شکل ۶ الف برای $Da = 0.1$ یا 0.0001 یا $\beta = 1$ یا 10 نمایش داده شده‌اند. پروفیل‌های تأخیر فاز نیز در شکل ۷ نشان داده شده‌اند. از قسمت بزرگ‌شده‌ی مربوط به ناحیه‌ی متخلخل در شکل ۶ ب و ۶ ج دیده می‌شود که اثر β بر پروفیل‌های دامنه‌ی سرعت نوسانی در ناحیه‌ی متخلخل وقتی Da به اندازه 0.0001 کوچک است، بسیار جزئی و قابل اغماض است؛ اگرچه این گفته در مورد $Da = 0.1$ درست نیست. این روند مطابق همان نتیجه‌ی است که در مورد جریان پالسی در کانال پر از ماده‌ی متخلخل به دست آورده‌اند.^[۱۹] همان‌گونه که

که در آن U_s نشان دهنده‌ی مؤلفه‌ی دائم سرعت موضعی در سطح مقطع لوله است. دامنه‌ی بخش پالسی سرعت و ϕ نیز تأخیر فاز نسبت به گرادیان فشار پالسی است. در ناحیه‌ی متخلخل چون C_F خیلی کوچک است ($C_F = 0.057$)، غیرخطی بودن میدان سرعت خیلی ضعیف است و در نتیجه میدان سرعت نوسانی در این ناحیه را می‌توان با تقریب خوبی به صورت معادله‌ی ۹ نشان داد. پروفیل‌های سرعت نوسانی وابسته به زمان در طی یک سیکل پالس به‌ازای داده شده‌اند. بخش مربوط به ناحیه‌ی متخلخل ($S = 0.2$) نیز در شکل ۴ ب در مقیاس بزرگ‌تری نمایش داده شده‌است. از شکل‌های فوق چنین پیداست که پروفیل‌ها در ناحیه‌ی متخلخل شبیه حالتی هستند که تمام لوله از ماده‌ی متخلخل پر شده باشد، در حالی که پروفیل‌ها در ناحیه‌ی سیالی تقریباً معادل پروفیل‌های لوله خالی از ماده متخلخل است.

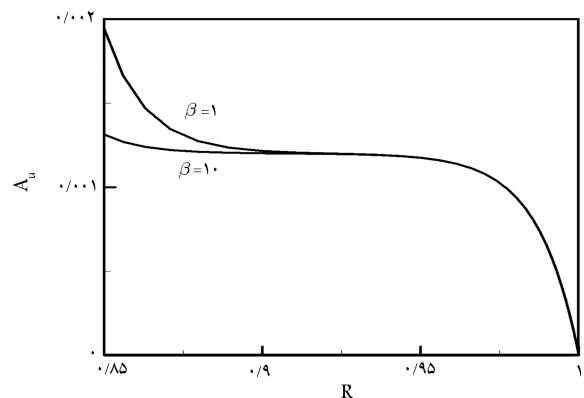
به‌منظور ارائه‌ی درستی و توانایی کاربرد کد رایانه‌ی نوشته‌شده در بخش پالسی، پروفیل سرعت نوسانی در ناحیه‌ی توسعه‌یافته‌ی لوله بدون ماده‌ی متخلخل برای عدد رینولدز 50 ، با نتایج بررسی‌های پیشین^[۲۶] در شکل ۵ مقایسه شده است. این داده‌ها مربوط به یک جریان نوسانی با گرادیان فشار محرک کسینوسی با $\beta = 5$ و $A = 1.075$ است. یادآور می‌شود که داده‌های به‌دست آمده در بررسی‌های پیشین با دیگر جواب‌های تجربی^[۲۷] به‌خوبی مطابقت داده شده است؛ در نتیجه می‌توان ادعا کرد که جواب‌های به دست آمده در اینجا نیز تطابق خوبی با کارهای عددی و تجربی انجام‌شده‌ی قبلی دارد. اختلاف بسیار جزئی موجود ناشی از آن است که اطلاعات حاصل از بررسی‌های پیشین برای ناحیه‌ی بسیار نزدیک به ناحیه‌ی توسعه‌یافته است. برای بحث بیشتر در مورد ساختار سرعت نوسانی، پروفیل‌های دامنه‌ی سرعت

قبلی^[۱۴] همخوانی دارد. کاهش تأخیر فاز در ناحیه‌ی متخلخل قابل توجه است. به‌خصوص وقتی Da کوچک است ($Da = 0.001$) سرعت تقریباً با افت فشار نوسانی هم‌فاز است.

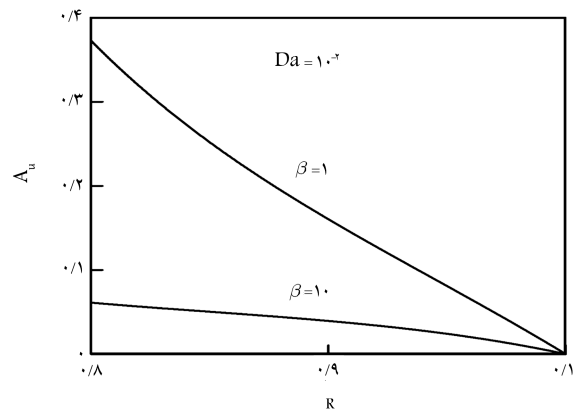
در طراحی مبدل‌های حرارتی یا بازیاب‌ها، هدف نخست کمینه‌کردن افت مکانیکی ناشی از افت فشار و همچنین افزایش نرخ انتقال حرارت از سیال عامل یا به آن است. در نتیجه برای طراحان این وسایل ایجاد مصالحه بین افت فشار و انتقال حرارت ضروری است. یکی از اهداف اصلی این تحقیق کاهش افت فشار با به‌کارگیری یک توتی متخلخل به‌جای پرکردن کامل لوله از ماده‌ی متخلخل است. برای بررسی رفتار افت فشار در مقابل عدد دارسی و ضخامت ماده‌ی متخلخل، تغییرات B در شکل ۸ نشان داده شده است. سایر شرایط عبارت‌اند از: $Re = 50$ ، $\varepsilon = 0.6$ ، $C_F = 0.07$ و $C_F = 0.07$ چنان‌که در شکل ۸ مشاهده می‌شود، با افزایش S یا کاهش Da ، B افزایش می‌یابد. یعنی با افزایش ضخامت ماده‌ی متخلخل یا کاهش عدد دارسی، مقاومت ماتریس متخلخل در مقابل جریان افزایش می‌یابد. نکته‌ی حائز اهمیت هنگامی حادث می‌شود که عدد دارسی کم‌ترین مقدار ($Da = 0.001$) و لوله به‌طور کامل از ماده‌ی متخلخل پر شده باشد، در این حالت افت فشار افزایش قابل ملاحظه‌ی یافته و $B = 248$ می‌شود. در مقابل وقتی هیچ ماده‌ی متخلخلی در لوله نباشد، $B = 0.32$ است؛ یعنی در لوله‌ی پر از ماده‌ی متخلخل افت فشار



الف) در امتداد کل شعاع لوله؛

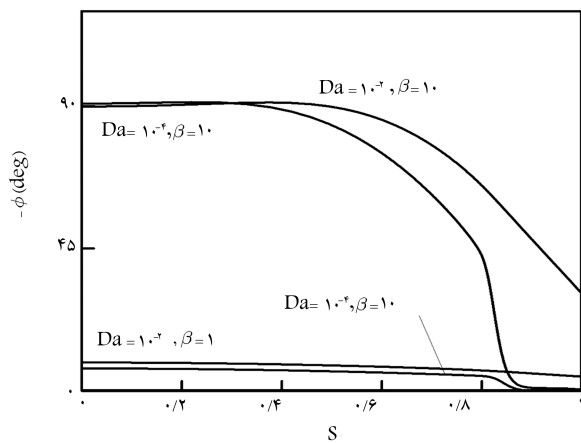


ب) در ناحیه‌ی متخلخل، $Da = 10^{-2}$ ؛

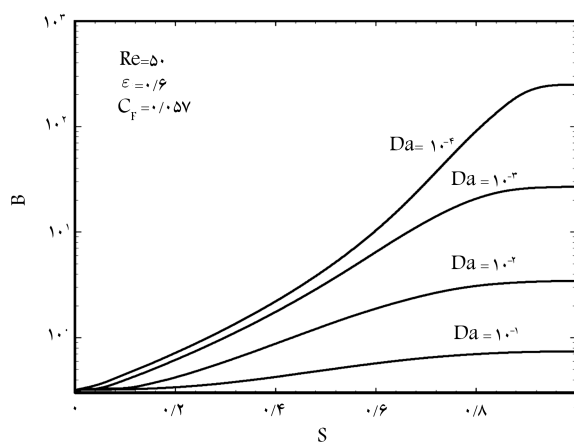


ج) در ناحیه‌ی متخلخل، $Da = 10^{-2}$.

شکل ۶. دامنه‌ی بخش نوسانی سرعت $A = 0.9$ ، $B = 0.32$ ، $S = 0$.



شکل ۷. تأخیر فاز بخش نوسانی سرعت برای اعداد Da و β های مختلف: $A = 0.9$ ، $S = 0$ ، $B = 0.32$.

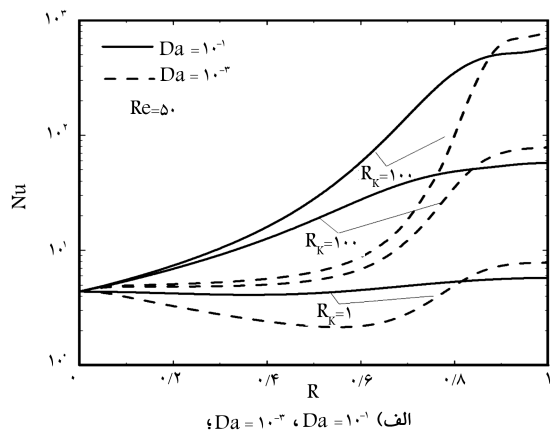


شکل ۸. افت فشار به‌صورت تابعی از ضخامت لایه‌ی متخلخل.

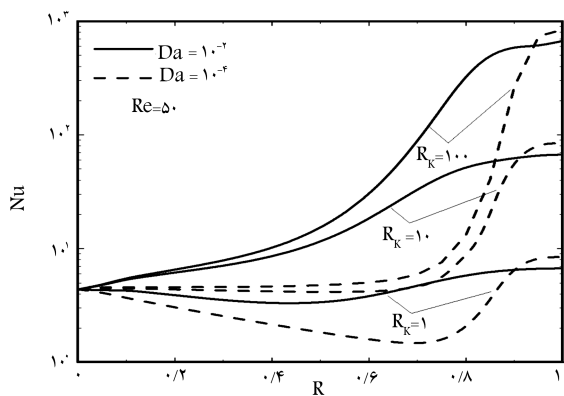
دیده می‌شود، پروفیل‌های دامنه‌ی سرعت نوسانی در ناحیه‌ی سیالی قویاً به β و Da وابسته‌اند. در این ناحیه وقتی β بزرگ است ($\beta = 10$)، Da اثر کمی بر دامنه‌ی نوسانی دارد و پروفیل آن در قسمت اعظم ناحیه تخت است. هنگامی که β نسبتاً کوچک است ($\beta = 1$) پروفیل دامنه شبیه پروفیل سرعت جریان غیرپالسی است (شکل ۲). به‌علت مقاومت ماده‌ی متخلخل در مقابل جریان سیال، بین نواحی سیالی و متخلخل در جریان پالسی تأخیر فاز ایجاد می‌شود. مقدار تأخیر فاز با افزایش توان Da و β افزایش می‌یابد. برای $\beta = 10$ ، سرعت در ناحیه‌ی سیالی در حدود 90° درجه برآورد افت فشار عقب می‌افتد. این تغییر کاملاً با کارهای

۷۷۵ برابر لوله‌ی بدون ماده‌ی متخلخل است. این ضریب برای لوله‌ی نیمه‌پراز ماده‌ی متخلخل حدود ۱۴ است. به‌طور کلی می‌توان گفت اگر $S \leq 0.5$ ، تغییرات افت فشار با Da ملایم است. به‌علت نیروهای برشی ماکروسکوپی و میکروسکوپی بزرگ و همچنین نیروهای بزرگ پسای اینرسی میکروسکوپی و متوسط، لایه‌ی متخلخل سبب افزایش فشار می‌شود.^[۲۸] در نتیجه برای حفظ دبی ثابت جریان در لوله، با افزایش ضخامت لایه‌ی متخلخل یا کاهش عدد دارسی، به کار پمپاژ بیشتری نیاز است.

برای درک و تحلیل انتقال حرارت مسئله لازم است ابتدا بررسی میدان درجه حرارت ضرورت می‌یابد. در شکل‌های ۹ الف و ۹ ب، توزیع دمای دائم در امتداد شعاع لوله و در نسبت‌های مختلف هدایت حرارتی برای $S = 0.2$ ، $Re = 50$ و به‌ازای اعداد دارسی مختلف نشان داده شده‌اند. در این شکل‌ها دیده می‌شود که در هر عدد دارسی، با افزایش هدایت حرارتی مؤثر (R_k) که باعث افزایش انتقال حرارت از جداره‌ی گرم‌شده به ناحیه‌ی سیالی می‌شود، دمای بالاتری در ناحیه‌ی سیالی و پایین‌تری در ناحیه‌ی متخلخل حاصل می‌شود. اثر عدد دارسی بر توزیع درجه حرارت نیز در این شکل‌ها دیده می‌شود. به‌ازای یک مقدار ثابت R_k ، با کاهش عدد دارسی درجه حرارت در ناحیه‌ی سیالی کاهش یافته و با نیل به سوی ناحیه‌ی متخلخل اثر معکوس مشاهده می‌شود. با کاهش عدد دارسی، دبی جریان عبوری از ماتریس متخلخل کاهش می‌یابد (شکل ۳) و در نتیجه شار حرارتی اعمال‌شده به جداره‌ی لوله سبب می‌شود که درجه حرارت ماتریس متخلخل نسبت به ناحیه‌ی سیالی افزایش یابد.



الف) $Da = 10^{-1}$ ، $Da = 10^{-2}$



ب) $Da = 10^{-1}$ ، $Da = 10^{-2}$

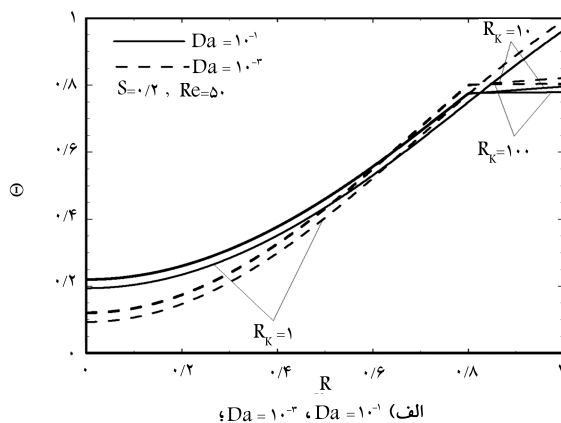
شکل ۱۰. تغییرات عدد $1/U_8$ به صورت تابعی از ضخامت لایه متخلخل.

با توجه به میدان درجه حرارت حاصل از حل عددی، عوامل مؤثر بر انتقال حرارت بررسی می‌شوند. با جایگزینی دمای بی‌بعد از روابط ۳، به‌رابطه‌ی ۱۰ دست می‌یابیم:

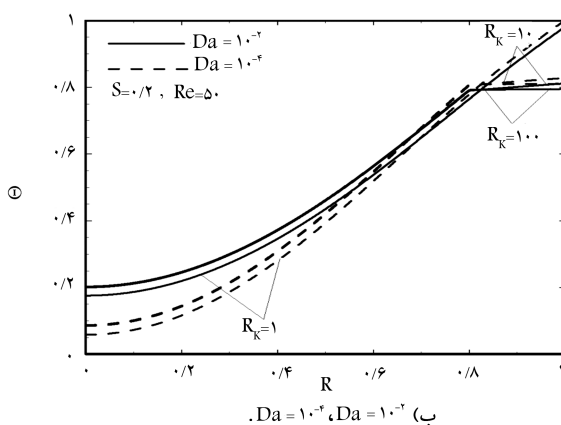
$$Nu = \frac{2}{\Theta_w - \Theta_b} \quad (10)$$

که در آن Nu ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی بی‌بعد یا عدد نوسلت، Θ_w دمای بی‌بعد جداره‌ی لوله، و Θ_b دمای بی‌بعد متوسط است. تغییرات عدد Nu بر حسب ضخامت لایه‌ی متخلخل ($0 \leq S \leq 1$)، و نسبت هدایت حرارتی مؤثر ($R_k = 10^0, 10^1$ و 10^2) در شکل‌های ۱۰ الف و ۱۰ ب رسم شده است. چهار حالت تراوایی نیز برای مقایسه انتخاب شده است: $Da = 0.1, 0.5, 1, 5, 10$. آن‌گونه که از این شکل‌ها دیده می‌شود، وابستگی Nu به S مستقیم نیست.

در خصوص ماده‌ی بی‌بعد با هدایت حرارتی کم ($R_k = 1$) که می‌تواند به‌عنوان عایق حرارتی مورد استفاده قرار گیرد، برای یک تراوایی معین (عدد Da ثابت)، با افزایش ضخامت ماده‌ی متخلخل عدد نوسلت کاهش می‌یابد. این روال تا یک ضخامت بحرانی ادامه دارد، و پس از آن مقدار بحرانی عدد نوسلت تا انتها افزایش می‌یابد. توجیه فیزیکی این پدیده بدین صورت است: چنان‌که از معادله‌ی ۱۰ درمی‌یابیم، عدد Nu به‌طور معکوس با اختلاف دمای «مؤثر» متناسب است؛ یعنی: $Nu \approx 1/(\Theta_w - \Theta_b)$. از طرف دیگر، نرخ خالص حرارت برداشت‌شده از دیوار تحت تأثیر حرارت منتقل‌شده توسط سیال جاری در منافذ ماده‌ی متخلخل و همچنین سیال جاری در ناحیه‌ی سیالی قرار دارد. اگر تمام شرایط به‌جز ضخامت



الف) $Da = 10^{-1}$ ، $Da = 10^{-2}$



ب) $Da = 10^{-1}$ ، $Da = 10^{-2}$

شکل ۹. توزیع دمای دائم در امتداد شعاع لوله.

متخلخل S ، برای دو عدد Da مختلف ($Da = 0.001$ و 0.0001) در شکل ۱۱ نشان داده شده است. سایر شرایط عبارتند از: $Pr = 7, \beta = 1, A = 0.9, Re = 50$ و $R_k = 1$. همانطور که در شکل ۱۱ دیده می‌شود، وابستگی Re_{eff} به S یکنواخت نیست. انتقال حرارت در لوله‌یی با لفافی از ماده‌ی متخلخل (توئی) نسبت به لوله‌ی کاملاً پراز ماده‌ی متخلخل ($S = 1$) بیشتر افزایش می‌یابد. پیش‌تر بیان شد که این‌گونه پرکردن لوله با توئی متخلخل در کاهش افت مکانیکی ناشی از افت فشار نیز یک خاصیت مطلوب است. در نتیجه می‌توان از شکل ۱۱ مقدار بهینه‌یی برای S به دست آورد تا موجد افت مکانیکی کم‌تر ($S < 1$) و نرخ انتقال حرارت بیشتری باشد. این پدیده‌ها را می‌توان با استفاده از تعریف $\Delta\Theta_w$ در معادله‌ی ۱۰ که در آن Re_{eff} با انتگرال حاصل ضرب دو جمله یعنی $(\Theta - \Theta_w)(U - U_s)$ متناسب است، توضیح داد. دو جمله‌ی $(\Theta - \Theta_w)$ و $(U - U_s)$ به ترتیب نشان‌دهنده‌ی درجه حرارت نوسانی و سرعت نوسانی ناشی از پالس هستند. با افزایش S پروفیل‌های سرعت و درجه حرارت حاصل از آن در سطح مقطع لوله - نسبت به پروفیل‌های غیرپالسی - بیشتر منحرف می‌شوند و در نتیجه مقدار انتگرال در امتداد عرضی افزایش، و در نهایت Re_{eff} افزایش می‌یابد. بعد از نیل به بیشترین مقدار Re_{eff} ، اثر معکوس رخ می‌دهد یعنی با افزایش S ، انتگرال حاصل ضرب دو جمله کاهش می‌یابد. تأثیر Da بر Re_{eff} نیز قابل توجه است؛ با افزایش عدد دارسی وابستگی Re_{eff} به S ضعیف‌تر می‌شود. نکته‌ی دیگری که در شکل ۱۱ قابل رؤیت است، میل بیشترین مقدار منحنی به سمت مقادیر بزرگ‌تر S ، با کاهش Da است. چنان‌که در این شکل پیداست، با افزایش بیشتر S ، در نزدیکی ناحیه‌ی $1 \leq S \leq 0.7$ وابستگی Re_{eff} به Da نسبت به قبل متفاوت است. به خصوص در اطراف $S = 0.8$ ، توزیع Re_{eff} برحسب Da استثنائی است. به علاوه، هنگامی که $S \geq 0.9$ باشد، با کاهش Da شاهد کاهش Re_{eff} نیز خواهیم بود.

۵. نتیجه‌گیری

برای بررسی جریان و انتقال حرارت در لوله‌یی با توئی متخلخل، تحلیل عددی دقیقی انجام و نشان داده شد که استفاده از توئی متخلخل به جای پرکردن کامل لوله، افت مکانیکی ناشی از افت فشار را کاهش می‌دهد؛ نتایج عددی حاصله در این زمینه به خوبی با جواب‌های تحلیلی موجود مطابقت داشتند. همچنین نشان داده شد که برای موادی با هدایت حرارتی کم، در توزیع Nu یک مقدار کم‌ترین و ضخامت بحرانی وجود دارد و هرچه تراوایی بیشتر باشد نرخ انتقال حرارت بیشتر و ضخامت بحرانی کم‌تر است. به علاوه، با افزایش هدایت حرارتی ماده‌ی متخلخل برای هر تراوایی، ضخامت بحرانی ناپدید و عدد Nu به صورت یکنواخت با افزایش ضخامت زیاد می‌شود. در مورد مواد متخلخل با تراوایی خیلی زیاد، هنگامی که $S \geq 0.9$ ، Nu افزایش قابل ملاحظه و نسبتاً ثابتی می‌یابد. در هر حال در استفاده از ماده‌ی متخلخل، چه برای عایق‌سازی و چه برای افزایش انتقال حرارت، نیازی به پرکردن کامل لوله نیست. بیشترین پخش حرارتی مؤثر با پالسی کردن جریان در لوله‌یی با توئی متخلخل ایجاد شد - تا آن‌که لوله پر یا خالی از ماده متخلخل باشد. با رسم منحنی نسبت پخش حرارتی مؤثر، یک ضخامت بهینه برای لایه‌ی متخلخل به دست آمد که وابسته به Da است. مطالعه‌ی پارامتری مشخص کرد که با افزایش Da وابستگی Re_{eff} به S ضعیف می‌شود. با افزایش بیشتر S ، روال متفاوتی در توزیع Re_{eff} مشاهده می‌شود.

فهرست علائم

a : شعاع لوله
A : دامنه پالس گرادیان فشار
AU : دامنه پالس سرعت
B : بخش غیرپالسی گرادیان فشار
C_F : ضریب اینرسی ماده متخلخل
C_p : گرمای ویژه سیال
Da : عدد دارسی
f : فرکانس پالس
k : هدایت حرارتی سیال
K : تراوایی ماده متخلخل
Nu : عدد نوسلت
P, p : فشار، فشار بی بعد
Pr : عدد پرانتل
q'' : شار حرارتی
r, x : مختصات بعد دار
R, X : مختصات بی بعد
R_c : نسبت ظرفیت گرمایی ماده متخلخل به سیال
R_k : نسبت هدایت حرارتی ماده متخلخل به سیال
Re_{eff} : نسبت پخش حرارتی مؤثر ناشی از پالس
Re : عدد رینولدز
S, s : ضخامت بعد دار، بی بعد ماده متخلخل
t : زمان بی بعد
T : درجه حرارت بعد دار
u, v : مولفه‌های سرعت با بعد
U, V : مولفه‌های سرعت بی بعد
\bar{u}_s : سرعت متوسط مکانی دائم
علائم یونانی
α : پخش حرارتی سیال
β : عدد ورمسالی
ε : تخلخل ماده متخلخل
ν : لزجت سینماتیک
ϕ : تأخیر (تقدم) فاز
ρ : جرم حجمی
τ : زمان بعد دار
Θ : درجه حرارت بی بعد
ζ : شاخص
زیر نویس‌ها
b : متوسط
eff : مقدار مؤثر ماده متخلخل
s : مولفه دائم
w : دیوار

پانویس

1. Darcy model
2. Brinkman-Forchheimer
3. Ergun
4. Lundgren
5. Womersley
6. harmonic-mean formulation
7. Chatwin
8. SIMPLER
9. slug flow

منابع

1. Nield, D.A., and Bejan, A. *Convection in Porous Media*, Springer, New York (1992).
2. Kaviany, M. *Principles of Heat Transfer in Porous Media*, Springer-Verlag, New York, (1995).
3. Beckermann, C.; Ramadhyani, S., and Viskanta, R. "Natural convection flow and heat transfer between a fluid and a porous layer inside a rectangular enclosure," *ASME Journal of Heat Transfer*, **109**, pp. 360-370 (1987).
4. Somerton, C.W., and Catton, I. "On the thermal instability of superposed porous and fluid layers," *ASME Journal of Heat Transfer*, **104**, pp. 160-165 (1982).
5. Nield, D.A. "Onset of convection in a fluid layer overlaying a layer of porous medium," *Journal of Fluid Mechanics*, **8**, pp. 513-522 (1977).
6. Poulikakos, D., and Kazmierczak, M. "Forced convection in a duct partially filled with a porous material," *Trans ASME Journal of Heat Transfer*, **109**, pp. 653-662 (1987).
7. Tong, T.W., and Sharatchandra, M.C. "Heat transfer enhancement using porous inserts," *Heat Transfer and Flow in Porous Media*, HTD 156, pp. 41-46, (1990).
8. Chikh, S.; Boumedien, A.; Bouhadeh, K., and Lauriat, G. "Analytical solution of non-darcian forced convection in an annular duct partially filled with a porous medium," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **38**, pp. 1543-1551 (1995).
9. Sung, H.J.; Kim, S.Y., and Hyun, J.M. "Forced convection from an isolated heat source in a channel with porous medium," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **16**, pp. 527-535 (1995).
10. Chatwin, P.C. "On the longitudinal dispersion of passive contaminant in oscillatory flows in tubes," *Journal of Fluid Mechanics*, **71**, pp. 513-527(1975).
11. Watson, E.J. "Diffusion in oscillatory pipe flow," *Journal of Fluid Mechanics*, **133**, pp. 233-244 (1983).
12. Kurzweg, U.H. "Enhanced heat conduction in oscillatory viscous flows within parallel-plate channels," *Journal of Fluid Mechanics*, **156**, pp. 291-300 (1985).
13. Kurzweg, U.H., and Zhao, L.D. "Heat transfer by high frequency oscillations: a new hydrodynamic technique for achieving large effective thermal conductivities," *Physics of Fluids*, **27**, pp. 2624-2627 (1984).
14. Uchida, S. "The pulsating viscous flow superposed on the steady laminar motion of incompressible fluid in a circular pipe," *ZAMP*, VII, pp. 403-422 (1956).
15. Lighthill, M.J. "The response of laminar skin friction and heat transfer to fluctuations in the stream velocity," *Proc. Roy. Soc.*, **224**, pp. 1-23 (1954).
16. Siegel, R., and Perlmutter, M. "Heat transfer for pulsating laminar duct flow," *Trans. ASME Journal of Heat Transfer*, **84**, pp. 111-123, (1962).
17. Simon, T.W., and Seume, J.R. "A survey of oscillating flow in stirling engine heat exchangers," NASA Contractor Report 182108, (1988).
18. Khodadadi, J.M., "Oscillatory fluid flow through a porous medium channel bounded by two impermeable parallel plates," *Journal of Fluid Engineering*, **113**, pp. 509-511 (1991).
19. Kim, S.Y.; Kang, B.H., and Hyun, J.M. "Heat transfer from pulsating flow in a channel filled with porous media," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **37**, pp. 2025-2033 (1994).
20. Cheng, P. "Heat transfer in geothermal systems," *Advances in Heat Transfer*, **14**, pp. 1-105 (1979).
21. Vafai, K., and Tien, C.L. "Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **24**, pp. 195-203 (1981).
22. Lundgren, T.S. "Slow flow through stationary random beds and suspension of spheres," *Journal of Fluid Mechanics*, **51**, pp. 273-299 (1972).
23. Patankar, S.V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, New York (1980).
24. Chikh, C.; Boumedien, A.; Bouhadeh, K., and Lauriat, G. "Non-darcian forced convection analysis in an annulus partially filled with a porous material," *Numerical Heat Transfer, Part A*, **28**, pp. 707-722 (1995).
25. Alkam, M.k., and Al-Nimr, M.A. "Transient non-darcian forced convection flow in a pipe partially filled with a porous material," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **41**(2), pp. 347-356 (1998).
26. Cho, H.W., and Hyun, J.M. "Numerical solution of pulsating flow and heat transfer characteristics in a pipe," *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **11**(4), pp. 321-330 (1990).
27. Denison, E.B., and Stevenson, W.H. "Oscillatory flow measurements with a directionally sensitive laser velocimeter," *Rev. Sci. Instr.*, **41**(10), pp. 1475-1478 (1970).
28. Alkam, M.k., and Al-Nimr, M.A. "Improving the performance of double-pipe heat exchangers by using porous substrates," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **42**, pp. 3609-3618 (1999).
29. Kiwan, S., and Khodier, M. "Natural convection heat transfer in an open-ended inclined channel- partially filled with porous media," *Heat Transfer Engineering*, **29**(1), pp. 67-75 (2008).
30. Lauriat, G., and Vafai, K. "Forced convection flow and heat transfer through a porous medium exposed to a flat plate or a channel," In: F. Arinc (Ed.), *Convective Heat*

- and Mass Transfer in Porous Media*, NATO ASI Series, Series E, **196**, pp. 289-327, Kluwer Academic Publisher (1991).
31. Campos, H.; Morales, J.C.; Lacoa, U., and Campo, A. "Thermal aspects of a vertical annular enclosure divided into a fluid region and a porous region," *International Communication Heat and Mass Transfer*, **17**, pp. 343-354 (1990).
 32. Tong, T.W., and Subramanian, E. "Natural convection in rectangular enclosure partially filled with a porous medium," *International journal of Heat and Fluid Flow*, **7**, pp. 3-10 (1986).
 33. Prasad, V.; Brown, K., and Tian, Q. "Flow visualization and heat transfer experiments in fluid superposed porous layers heated from below," *Experimental Thermal and Fluid Science*, **4**, pp. 12-24 (1991).
 34. Siegel, R. "Influence of oscillation-induced diffusion on heat transfer in a uniformly heated channel," *Transactions of ASME Journal of Heat Transfer*, **109**, pp. 224-247 (1987).
 35. Valueva, E.P.; Popov, V.N., and Romanova, S.u. "Heat transfer under laminar pulsating flow in a round tube," *Thermal Engineering*, **40**, pp. 624-631 (1993).