

طراحی یک دست چندانگشتی برای گرفتن و غلت دادن استوانه

حسن صیادی (دانشیار)

مهدی آقابابائی بنی (کارشناس ارشد)

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

نحوه‌ی ایجاد حرکت ماهرانه توسط انگشتان یکی از مباحث اساسی در مطالعه‌ی ربات‌های چندانگشتی است. در این تحقیق جابه‌جایی یک استوانه توسط دست سه‌انگشتی مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به این که حرکت انگشتان بر روی استوانه حرکت غلتشی در نظر گرفته شده است، سینماتیک تماس غلتشی به دست آمده است. سینماتیک حرکت انگشتان در فضای R^6 نیز با استفاده از روش نمایی به دست آمده است. با توجه به موقعیت اولیه و نهایی جسم مسیر حرکت فضایی آن طراحی، و سپس برای شبیه‌سازی حرکت جسم الگوریتمی ارائه شده که در آن روشی ساده و کارآمد برای حفظ پایداری جسم پیشنهاد شده است. با توجه به این که حرکت جسم شبه‌استاتیک است، مسئله‌ی بهینه‌سازی نیروها و به دست آوردن نیروهای بهینه با استفاده از روش بهینه‌سازی محدب انجام شده است. نتایج شبیه‌سازی سینماتیک در نرم‌افزار مطلب به‌طور کامل با مأموریت تعریف شده برای ربات سازگاری نشان می‌دهد. در انتها مسئله‌ی دینامیک با در نظر گرفتن قید تماس غلتشی به دست آمده است. نتایج شبیه‌سازی بر روی مدل دینامیکی به دست آمده صحت مدل را تایید می‌کند.

واژگان کلیدی: دست سه انگشتی، تماس غلتشی، بهینه‌سازی محدب، شبیه‌سازی سینماتیکی، شبیه‌سازی دینامیکی.

sayyaadi@sharif.edu
aghababaie@gmail.com

مقدمه

بین جسم و انگشتان محاسبه می‌شود. پس از آن در سال ۱۹۹۷ روشی عمومی برای حرکت ماهرانه با تماس غلتشی ارائه شد.^[۱] در این اقدام حرکت جسم از موقعیت اولیه به موقعیت نهایی با حفظ تماس پایدار شبیه‌سازی شده است؛ ابتدا سینماتیک تماس و سپس طراحی حرکت با قیدها غیرهولونومییک و در نهایت روابط حرکت ماهرانه با تماس غلتشی ارائه شده است. مسئله‌ی سینماتیک حرکت ربات‌های چندانگشتی با طراحی یک حرکت ماهرانه و کنترل آن بررسی شده است.^[۲] بدین منظور اساس کار مبتنی بر دو نکته بوده است: نخست نگاه داشتن جسم به صورت پایدار، و سپس انتقال از موقعیت اولیه به موقعیت نهایی بدون رها کردن جسم. مسئله‌ی بهینه‌سازی نیروهای تماس نیز با استفاده از مفهومی جدید در بهینه‌سازی نیروهای تماس در دست چندانگشتی مورد بررسی قرار گرفت.^[۳] در این روش مخروط اصطکاک به یک ماتریس مثبت معین تبدیل می‌شود. در پژوهش حاضر مدل سینماتیک تماس یک ربات سه‌انگشتی در تماس با استوانه، با استفاده از روش نمایی و استفاده از سینماتیک تماس غلتشی به دست آمده است و با استفاده از یک الگوریتم جدید شبیه‌سازی حرکت با در نظر گرفتن پایداری تماس انجام شده است. در این الگوریتم با استفاده از روش نمایی کوتاه‌ترین مسیر برای حرکت استوانه در فضا طراحی شده است.^[۴] برای بهینه‌سازی نیروها نیز بدون کاستن از واقعیت مسئله، بهینه‌سازی نیروها

یکی از مباحث اساسی در مطالعه‌ی ربات‌های چندانگشتی نحوه‌ی ایجاد حرکت ماهرانه توسط انگشتان است. هدف این تحقیق حرکت یک جسم توسط ربات چندانگشتی است، به طوری که اولاً جسم به صورت پایدار نگه داشته شود و ثانیاً انتقال آن از موقعیت اولیه به موقعیت نهایی بدون رها کردن جسم باشد. مراحل مورد نیاز برای انجام این عمل عبارت است از: الف) طراحی مسیر حرکت جسم در فضا؛ ب) بهینه‌سازی نیروهای تماس با جسم به منظور عدم لغزش؛ ج) به دست آوردن سرعت‌های زاویه‌ی لینک‌ها برای ایجاد حرکت مطلوب در جسم. در پژوهش حاضر که هدف آن طراحی و شبیه‌سازی حرکت یک استوانه توسط ربات سه‌انگشتی است، با در نظر گرفتن تماس غلتشی این مانور حرکت شبیه‌سازی شده است.

تاکنون کارها و تحقیقات متعددی در زمینه‌ی ربات‌های چندانگشتی انجام شده است. از جمله‌ی این کارها، بررسی سینماتیک تماس‌های غلتشی در ربات‌های چندانگشتی در سال ۱۹۸۹ است.^[۱] همچنین ارائه‌ی روابط کاربردی جدید برای تماس غلتشی، با استفاده از مفهوم زنجیره‌ی سینماتیکی مجازی^[۲] از جمله‌ی این کارهاست - تا پیش از این کار، سینماتیک تماس بر اساس سرعت‌های آنی نقاط تماس

تاریخ: دریافت ۱۳۸۶/۵/۳، داوری ۱۳۸۶/۷/۱۵، پذیرش ۱۳۸۶/۱۱/۲۴.

با استفاده از قید مخروط اصطکاکی غیرخطی و تعادل رنج اعمالی به جسم انجام شده است. شبیه‌سازی الگوریتم ارائه شده در نرم‌افزار مطلب (MATLAB)، هم اعمال نیرو در مخروط اصطکاکی و هم ارضاء شرط تماس غلشی در نقاط تماس را نشان می‌دهد. در نهایت با به دست آوردن مدل دینامیکی که شرط تماس غلشی در آن لحاظ شده است، شبیه‌سازی دینامیکی بر روی ربات سه‌انگشتی در تماس با استوانه انجام شده است.

برای به دست آوردن مدل سینماتیکی ابتدا مدل تماس به دست می‌آید. مدل تماس در واقع بیانگر نحوه‌ی انتقال رنج، نیرو و گشتاور در فضای R^6 ، بین دو جسمی است که باهم در تماس‌اند. مدل‌های پرکاربرد در این زمینه، سه مدل به دست آمده از مدل‌های شش‌گانه‌ی سالزبری هستند: ۱. تماس نقطه‌یی بدون اصطکاک (FPC)؛ ۲. تماس نقطه‌یی با اصطکاک (PCWF)؛ ۳. تماس انگشت نرم (SFC). مدل مورد استفاده در این تحقیق مبتنی بر نوع دوم (تماس نقطه‌یی با اصطکاک) است. شکل ۲ این تماس را نشان می‌دهد و شکل ۳ توئیست‌های هر مفصل را در انگشت اول نشان می‌دهد. رنج اعمالی به جسم مطابق رابطه‌ی ۵ در نقطه‌ی تماس منتقل می‌شود:

سینماتیک تماس

در به دست آوردن مدل سینماتیکی ابتدا مدل تماس به دست می‌آید. مدل تماس در واقع بیانگر نحوه‌ی انتقال رنج، نیرو و گشتاور در فضای R^6 ، بین دو جسمی است که باهم در تماس‌اند. مدل‌های پرکاربرد در این زمینه، سه مدل به دست آمده از مدل‌های شش‌گانه‌ی سالزبری هستند: ۱. تماس نقطه‌یی بدون اصطکاک (FPC)؛ ۲. تماس نقطه‌یی با اصطکاک (PCWF)؛ ۳. تماس انگشت نرم (SFC). مدل مورد استفاده در این تحقیق مبتنی بر نوع دوم (تماس نقطه‌یی با اصطکاک) است. شکل ۲ این تماس را نشان می‌دهد و شکل ۳ توئیست‌های هر مفصل را در انگشت اول نشان می‌دهد. رنج اعمالی به جسم مطابق رابطه‌ی ۵ در نقطه‌ی تماس منتقل می‌شود:

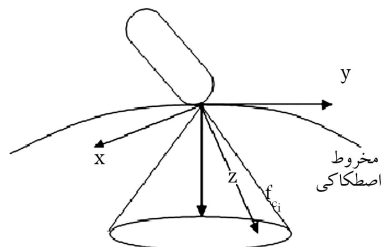
$$F_{c_i} = B_{c_i} F_{c_i} \quad f_{c_i} \in FC_{c_i}$$

$$FC_{c_i} = \{f \in R^7 : \sqrt{f_1^2 + f_2^2} \leq \mu f_3, \quad f_3 \leq 0\}$$

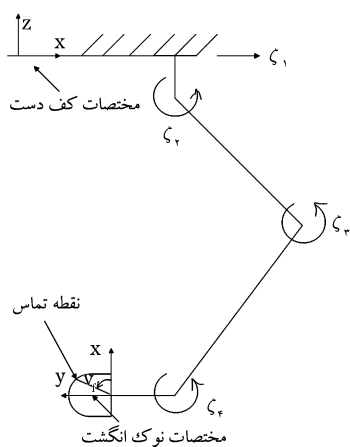
$$B_{c_i} = [I_{7 \times 7} \quad 0_{7 \times 3}]^T \quad (5)$$

سطح جسم و نوک انگشت با یک تابع دومتغیره مدل شده است:

$$c : U \subset R^3 \rightarrow R^3 \quad \alpha = (u, v) \rightarrow c(\alpha) \quad (6)$$



شکل ۲. مخروط اصطکاک در نقطه‌ی تماس iam.



شکل ۳. مدل انگشت چهارلینکی، انگشت اول.

مدل‌سازی سینماتیکی حرکت

چنانچه جسمی را در نظر بگیریم که می‌تواند عضوی از مجموعه لینک‌های یک سازوکار یا ربات باشد، و سینماتیک آن نسبت به یک چهارچوب پایه بررسی شود، با مراجعه به شکل ۱ مشاهده می‌شود که اگر $g_{ab}(t) \in SE(3)$ بیانگر موقعیت و جهت‌گیری چهارچوب B نسبت به A (چهارچوب مرجع) باشد، سرعت چهارچوب B نسبت به A در چهارچوب B به صورت رابطه‌ی ماتریسی ۱ بیان می‌شود: [۷]

$$\hat{V}_{ab}^b = g_{ab}^{-1} \dot{g}_{ab} = \begin{bmatrix} \hat{\omega}_{ab} & v_{ab} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن $V_{ab} = (v_{ab}, \omega_{ab})$ به عنوان سرعت عمومی یا توئیست^۱ فریم B نسبت به A شناخته می‌شود. برای انتقال توئیست از یک دستگاه مختصات به دستگاه مختصات دیگر روابط زیر حاکم است:

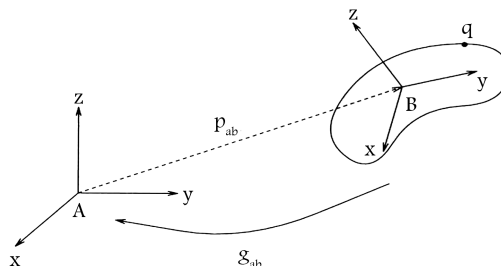
$$\hat{V}_{ac}^b = Ad_{g_{bc}^{-1}} \hat{V}_{ab}^b + \hat{V}_{bc}^b \quad (2)$$

در این رابطه، $Ad_g = \begin{pmatrix} R & \hat{p}R \\ 0 & R \end{pmatrix}$ یک ماتریس 6×6 برای انتقال توئیست از مختصاتی به مختصات دیگر است که در آن ماتریس دوران و \hat{p} ماتریس فاصله‌ی محور دوران از مختصات مرجع است. در تشکیل سینماتیک مستقیم زنجیره‌ی مکانیکی از فرم نمایی استفاده می‌شود. [۷] در این روش برای نمادگذاری هر مفصل از یک زنجیره‌ی رباتیکی، یک بردار توئیست تعریف می‌شود که بیانگر موقعیت و جهت محور دوران نسبت به فریم پایه است. با استفاده از این روش نمادگذاری بردارها و نیز موقعیت اولیه‌ی لینک‌ها می‌توان موقعیت عملگر نهایی را تحت تغییرات اعمال شده در مفاصل به دست آورد (رابطه‌ی ۳):

$$g_{st}(\theta) = e^{\hat{\zeta}_1 \theta_1} e^{\hat{\zeta}_2 \theta_2} e^{\hat{\zeta}_3 \theta_3} e^{\hat{\zeta}_4 \theta_4} g_{st}(0) \quad (3)$$

که در آن $g_{st}(0)$ موقعیت مختصات عضو نهایی نسبت به پایه قبل از حرکت است. با استفاده از g_{st} می‌توان سرعت لحظه‌یی حرکت عملگر نهایی را نسبت به پایه به دست آورد.

$$\hat{V}_{st}^b = g_{st}^{-1} \dot{g}_{st} = J_{st}^b(\theta) \dot{\theta} \quad (4)$$



شکل ۱. مختصات برای مشخص کردن حرکت جسم صلب.

پس از به دست آوردن سینماتیک و مدل تماس، سینماتیک دست سه انگشتی در تماس با جسم بیان می‌شود. ابتدا موقعیت مرکز جسم نسبت به پایه بیان می‌شود:

$$g_{p_o} = g_{p f_i}(\theta_i) g_{f_i o}(\eta_i) \quad i = 1, \dots, k \quad (10)$$

که در آن $g_{p f_i}(\theta_i)$ نگاشت سینماتیک مستقیم انگشت i ام (نسبت به فریم پایه) است. $g_{f_i o}(\eta_i)$ نیز حاوی سه انتقال از نوک انگشت به مختصات L_f در نقطه‌ی تماس و از آن به L_o و سپس به مختصات مرکز جسم است. با استفاده از رابطه‌ی ۱ سرعت جسم نسبت به پایه مطابق رابطه‌ی ۱۱ به دست می‌آید.

$$V_{p_o} = Ad_{g_{f_i o}}^{-1} V_{p f_i} + V_{f_i o} = Ad_{g_{f_i o}}^{-1} V_{p f_i} - Ad_{g_{f_i o}}^{-1} V_{l_{o_i} l_{f_i}} \\ V_{l_{f_i} l_{o_i}} = Ad_{g_{f_i l_{o_i}}}^{-1} V_{p f_i} - Ad_{g_{l_{o_i} o}}^{-1} V_{p_o} \quad (11)$$

از رابطه‌ی ۱۱ در الگوریتم ارائه شده در قسمت شبیه‌سازی سینماتیک استفاده می‌شود.

بهینه‌سازی نیروهای تماس

با استفاده از مدل تماس ارائه شده در قسمت قبل، مسئله‌ی بهینه‌سازی نیروها تعریف می‌شود. اگر f_c نیروی اعمالی در نقطه‌ی تماس باشد، رنج اعمالی به جسم با استفاده از رابطه‌ی ۱۲ به مختصات مرکز جسم منتقل می‌شود:

$$F_o = Ad_{g_{o c_i}}^T F_{c_i} = \begin{bmatrix} R_{o c_i} & \circ \\ \hat{p}_{o c_i} R_{o c_i} & R_{o c_i} \end{bmatrix} B_{c_i} f_{c_i} \quad F_{c_i} \in FC_{c_i} \quad (12)$$

که در آن ماتریس $Ad_{g_{o c_i}}^T$ ماتریس تبدیل رنج از مختصات تماس به مختصات جسم است. ماتریس نگاشت تماس که این تبدیل را برای تمامی انگشتان انجام می‌دهد مطابق رابطه‌ی ۱۳ تعریف می‌شود:

$$G_i = Ad_{g_{o c_i}}^T B_{c_i} \quad (13)$$

این ماتریس به نگاشت گرفتن برای انگشت i ام معروف است. و نگاشت گرفتن برای سه انگشت به شکل رابطه‌ی ۱۴ است.

$$G = \begin{bmatrix} G_1 & G_2 & G_3 \end{bmatrix} \Rightarrow F_o = G f_c \quad (14)$$

اگر f_{ext} رنج اعمالی به جسم باشد، برای ایجاد تعادل در جسم داریم:

$$Gx = F_o = -f_{ext} \quad (15)$$

برای بهینه‌سازی، نرم نیروهای تماس به عنوان تابع هدف تحت دو قید ارائه شده در روابط ۵ و ۱۵ بهینه می‌شود. برای از بین بردن پیچیدگی مسئله به دلیل غیرخطی بودن قید مخروط اصطکاک یک ماتریس مثبت معین معرفی می‌شود که با حفظ قید مثبت معین بودن آن، قید مخروط اصطکاک ارضاء می‌شود و مسئله‌ی بهینه‌سازی به یک برنامه‌ریزی نیمه‌معین^۲ تبدیل می‌شود.^[۹] بهینه‌سازی مورد نظر با استفاده از توابع موجود در نرم‌افزار MATLAB برای حل این بهینه‌سازی انجام می‌شود.

$$\min \quad \frac{1}{\gamma} f_c^T f_c \\ \text{subject to} \\ G f_c = -f_{ext} \\ p \geq \circ \quad p \in S_n^+ \quad (16)$$

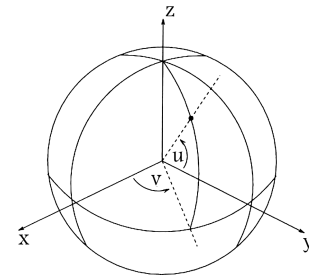
که در آن $\alpha = (u, \nu)$ مختصات محلی برای جسم (α_o) و نوک انگشت (α_f) است (شکل ۴). برای هر سطح انحنا سه ماتریس M و K و T معرفی می‌شود که بیان‌گر خصوصیات سطح انحنا، اعم از پیچش و خمیدگی سطح است. مقادیر ماتریس‌های فوق برای کره (رابطه‌ی ۷) و استوانه (رابطه‌ی ۸) به دست آمده است.^[۱]

$$K = \begin{bmatrix} \sqrt{\rho} & \circ \\ \circ & \sqrt{\rho} \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} \rho & \circ \\ \circ & \rho \cos(u) \end{bmatrix} \\ T = \begin{bmatrix} \circ & -tg u / \rho \end{bmatrix} \quad (7)$$

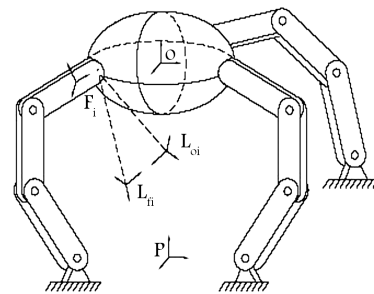
$$K = \begin{bmatrix} \circ & \circ \\ \circ & -1/\rho \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 1 & \circ \\ \circ & \rho \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} \circ & \circ \end{bmatrix} \quad (8)$$

از این ماتریس‌ها که به عنوان مشخصه‌های یک سطح انحنا شناخته می‌شوند، در معادلات مونتان (معادلات ۹) و برای به دست آوردن نرخ تغییرات مختصات محلی استفاده شده است. برای توصیف حرکت F و O ، که به ترتیب مختصات تماسی روی جسم و نوک انگشت هستند، از مختصات L_f و L_o استفاده می‌شود (شکل ۵). $v_{l_o l_f} = (\nu_x, \nu_y, \nu_z)$ مؤلفه‌های سرعت انتقالی و $\omega_{l_o l_f} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ سرعت‌های دورانی‌اند. قید سینماتیک سرعت در حرکت غلتشی ناب $\nu_x = \nu_y = \nu_z = \circ$ است. بنابراین معادلات سینماتیک تماس به دو متغیر سینماتیک ω_x, ω_y وابسته است.^[۱]

$$\dot{\alpha}_f = M_f^{-1} (K_f + \tilde{K}_o)^{-1} \begin{bmatrix} -\omega_y \\ \omega_x \end{bmatrix} \\ \dot{\alpha}_o = M_o^{-1} R_\psi (K_f + \tilde{K}_o)^{-1} \begin{bmatrix} -\omega_y \\ \omega_x \end{bmatrix} \\ \dot{\psi} = T_f M_f \dot{\alpha}_f + T_o M_o \dot{\alpha}_o \quad (9)$$



شکل ۴. مختصات محلی برای نوک انگشتان.



شکل ۵. ربات چندانگشتی که جسم را گرفته است، همراه با چهارچوب‌های اساسی.

که در آن \hat{V} توئیست حرکت جسم صلب است. با استفاده از توئیست به دست آمده در رابطه ۱۸ و تقسیم زمان شبیه سازی به فواصل زمانی کوچک موقعیت جسم صلب حین حرکت بین موقعیت اولیه و نهایی مطابق رابطه ۱۹ به دست می آید:

$$g_{k+1} = e^{\frac{\hat{V}}{n} T} g_k \quad k \in (0, \dots, n = \lfloor \frac{t}{T} \rfloor) \quad (19)$$

که در آن T زمان بین دو مرحله، t کل زمان حرکت جسم است، و $\lfloor \frac{t}{T} \rfloor$ نزدیک ترین عدد صحیح به $\frac{t}{T}$ است. با استفاده از موقعیت به دست آمده از رابطه ۱۹ برای فواصل زمانی بین دو موقعیت اولیه و نهایی سرعت جسم به دست می آید.

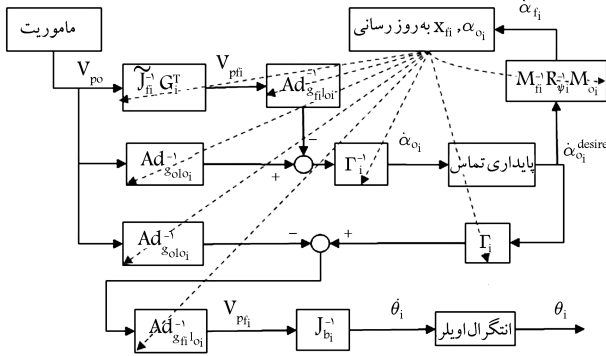
$$\hat{V}_{k+1} = \log((g_k^a)^{-1} g_{k+1}) / T \quad (20)$$

وقتی سرعت جسم به دست می آید، دو مجهول سرعت تماسی و سرعت نوک انگشتان در معادله ۱۱ باقی می ماند. در این تحقیق با استفاده از روشی که الگوریتم شکل ۶ نیز بر مبنای آن ارائه شده، ابتدا سرعت نوک انگشت اول، سپس سرعت تماسی انگشت اول، و بعد از آن سرعت تماسی نوک انگشتان دیگر با توجه به شرط حفظ پایداری تماس، و در نهایت سرعت نوک انگشتان دیگر به دست می آید. اگر رابطه ۱۱ در ماتریس رنج مبنا ضرب شود، سرعت نقطه‌ی تماس از معادله حذف می شود. در این حالت با داشتن سرعت جسم می توان سرعت نوک انگشت اول را به دست آورد. رنج مبنا نیز در معادله ۵ در تعریف رنج اعمالی به جسم در نقطه‌ی تماس آمده است.

$$\begin{aligned} B_i^T V_{f_i l_{o_i}} &= 0 \\ \tilde{J}_{f_i} V_{p f_i} &= G_i^T V_{p o} \\ \tilde{J}_{f_i} &= B_i^T Ad_{g f_i l_{o_i}}^{-1} \end{aligned} \quad (21)$$

با استفاده از معادله ۱۱ و داشتن سرعت جسم و نوک انگشت اول، سرعت تماسی در انگشت اول به دست می آید. برای به دست آوردن سرعت‌های تماسی در سایر انگشتان ابتدا یک معیار پایداری معرفی می شود که در آن، رنج تغییرات مختصات محلی استوانه برای حفظ تماس پایدار به دست می آید. اساس معیار پایداری در الگوریتم ارائه شده به این صورت است که اگر سه نقطه‌ی تماس با خطوط فرضی به هم متصل شوند، مساحت مثلث حاصل همواره بیشینه می ماند. بیان ریاضی این مطلب بیشینه شدن مقدار E در رابطه ۲۲ ارائه شده است:

$$\begin{aligned} E(\vec{\alpha}_o) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\|X(\alpha_{o2}) - X(\alpha_{o1})\|^2 + \|X(\alpha_{o3}) - X(\alpha_{o1})\|^2 \\ &\quad - ((X(\alpha_{o2}) - X(\alpha_{o1})) \cdot (X(\alpha_{o3}) - X(\alpha_{o1})))^T) \end{aligned} \quad (22)$$



شکل ۶. الگوریتم شبیه سازی سینماتیکی حرکت ربات سه انگشتی.

در رابطه ۱۶ عبارت p همان ماتریس مثبت معین است که برای تماس نقطه‌ی همراه با اصطکاک مطابق رابطه ۱۷ بیان می شود:

$$p_i = \begin{bmatrix} \mu_i f_{z_i} & 0 & f_{x_i} \\ 0 & \mu_i f_{z_i} & f_{y_i} \\ f_{x_i} & f_{y_i} & \mu_i f_{z_i} \end{bmatrix} \quad \lambda_{1,2} = \mu_i f_{z_i} \quad \lambda_{2,3} = \mu_i f_{z_i} \mp \sqrt{f_{x_i}^2 + f_{y_i}^2} \quad (17)$$

ملاحظه می شود که برای مثبت معین بودن ماتریس p باید قطر اصلی و مقادیر ویژه‌ی ماتریس مثبت باشند که این معادل ارضاء معادله ۵ است. برای بررسی نتایج حاصل از بهینه سازی نیرویی، نیروهای اعمالی به استوانه با جرم $1kg$ در حین دوران در مختصات متصل به محل تماس به دست آمده است. ابعاد و اندازه لینک‌های انگشتان و استوانه در جدول ۱ نشان داده شده است.

در این شبیه سازی، از آنجا که در مانور حرکت جسم فقط تحت تأثیر نیروی وزن خود قرار دارد، نیروهای به دست آمده برای محور افقی در نقطه‌ی تماس برابر صفر است و نیرو در امتداد قائم برابر $3/27$ نیوتن است که نیروی لازم برای غلبه بر وزن استوانه است. نیروهای اعمالی به استوانه در جهت عمود بر سطح تماس برابر $5/45$ نیوتن است که شرط عدم لغزش را ارضا می کند. در تحلیل بعدی با اعمال گشتاور خارجی $3/3$ نیوتن متر در جهت محور استوانه، علاوه بر نیروی وزن ملاحظه می شود که نیرو در امتداد محور افقی نقطه‌ی تماس مقدار $1/1$ نیوتن متر را دارد. این نیرو در جهت افقی برای تحلیل قبلی برابر صفر به دست آمد (محورهای مختصات متصل به نوک انگشتان در شکل ۳ معرفی شده است).

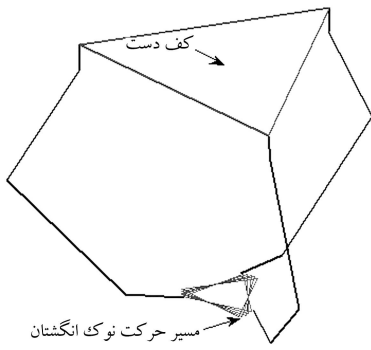
شبیه سازی سینماتیکی

برای انجام حرکت ماهرانه توسط ربات سه انگشتی حین غلتش ارزیابی هم زمان سه پارامتر سرعت جسم، رنج تغییر مختصات محلی، و سرعت نوک انگشتان ضروری است (معادله ۱۱). برای انجام این شبیه سازی الگوریتم نشان داده شده در شکل ۶ ارائه می شود. در این الگوریتم با تعریف مأموریت حرکت جسم، سرعت جسم برای طی این مسیر در فضا با استفاده از روش نمایی به دست می آید. [۶] سرعت حرکت استوانه در فضا با داشتن موقعیت اولیه (g_o) و نهایی (g_f) با استفاده از رابطه ۱۸ به دست می آید:

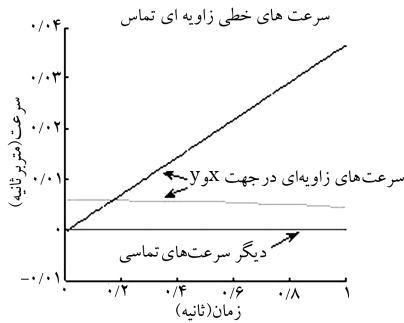
$$\hat{V} = \log(g_o^{-1} g_f) \quad (18)$$

جدول ۱. مشخصات جسم و انگشتان.

طول	قطر	لینک ۱	لینک ۲	لینک ۳	لینک ۴
۵۰ میلی متر	۲۶ میلی متر	-	-	-	-
ابعاد استوانه					
وزن		۱۰ گرم	۲۰ گرم	۲۰ گرم	۱۰ گرم
لینک‌ها					
طول		۱۰ میلی متر	۵۰ میلی متر	۵۵ میلی متر	۲۰ میلی متر
لینک‌ها					
پایه	از مرکز پایه تا رأس مثلث پایه معادل ۵۰ میلی متر است				



شکل ۸. مسیر حرکت نوک انگشتان حین مانور دوران در شبیه‌سازی سینماتیک.



شکل ۹. سرعت‌های تماسی حین حرکت دورانی استوانه.

شبیه‌سازی دینامیکی حرکت

دست رباتیکی به صورت ترکیبی از چند انگشت که کاملاً مجزا عمل می‌کنند، معرفی می‌شود. با استفاده از روش لاگرانژ، معادله‌ی حرکت برای هر انگشت مطابق رابطه‌ی ۲۵ به دست می‌آید:

$$M_{f_i}(\theta_i)\ddot{\theta}_i + N_{f_i}(\theta_i, \dot{\theta}_i) = \tau_i \quad (25)$$

که در آن θ_i زوایای مفصلی هر انگشت، M_{f_i} ماتریس اینرسی و N_{f_i} ماتریس جاذبه و نیروهای کوریولیس و گریز از مرکز است. برای مدل دست سه‌انگشتی معادله‌ی حرکت چنین نوشته می‌شود:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_{f_1} & 0 & 0 \\ 0 & M_{f_2} & 0 \\ 0 & 0 & M_{f_3} \end{bmatrix}}_{M_h} \ddot{\theta} + \underbrace{\begin{bmatrix} N_{f_1} \\ N_{f_2} \\ N_{f_3} \end{bmatrix}}_{N_h} \dot{\theta} + \underbrace{\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix}}_{\tau} = \tau \quad (26)$$

حرکت جسم صلب در فضا به صورت غیر مقید با استفاده از روابط نیوتن - اویلر طبق رابطه‌ی ۲۷ در فرم ماتریسی بیان می‌شود:

$$\begin{bmatrix} mI & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}^b \\ \dot{\omega}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega^b \times m v^b \\ \omega^b \times I \omega^b \end{bmatrix} = F^b \quad (27)$$

که در آن m جرم جسم، I اینرسی، F^b نیروهای عمومی وارد بر جسم در مختصات متصل به جسم، v^b و ω^b سرعت‌های خطی و زاویه‌ی جسم در مختصات متصل به جسم‌اند. برای استفاده از معادله‌ی ۲۷ به فرم شبیه به ۲۶ از مختصات محلی $x \in R^6$ استفاده شده است که سه مؤلفه‌ی اول بیانگر موقعیت جسم صلب و

که در آن $X(\alpha_{o_i})$ مختصات نقاط تماس‌اند. با استفاده از رابطه‌ی ۹ و داشتن نرخ تغییرات مختصات محلی، سرعت تماسی برای انگشتان دیگر به دست می‌آید. رابطه‌ی ۲۳ بیانگر رابطه‌ی نرخ تغییرات مختصات محلی و سرعت‌های تماسی است. جایگذاری رابطه‌ی ۲۳ در رابطه‌ی ۱۱ به معادله‌ی ۲۴ می‌انجامد. این فرم از معادله برای به دست آوردن سرعت نوک انگشتان با داشتن نرخ تغییرات مختصات محلی مناسب است.

$$\begin{bmatrix} -\omega_y^i \\ \omega_x^i \end{bmatrix} = (k_{f_i} + \tilde{k}_{o_i}) R_{\psi_i}^{-1} M_{o_i} \dot{\alpha}_{o_i}$$

$$\tilde{V} p f_i = Ad_{g_{o_i}}^{-1} V_{p_o} - T_i(\eta_i) R_{\psi_i}^{-1} M_{o_i} \dot{\alpha}_{o_i} \quad (23)$$

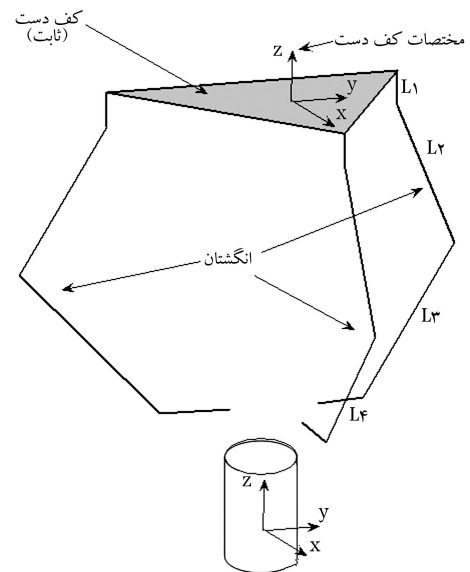
$$T_i(\eta_i) = Ad_{g_{t_{o_i} t_{f_i}}} B_i^c R_o(k_{f_i} + \tilde{k}_{o_i})$$

$$B_h^c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad R_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

نتایج حاصل از شبیه‌سازی حرکت برای یک حرکت دورانی در استوانه، مؤید اعتبار و کارایی الگوریتم به دست آمده است.

نتایج شبیه‌سازی سینماتیک

شبیه‌سازی حرکت سینماتیک بر روی ربات سه‌انگشتی با مشخصات موجود در جدول ۱ برای حرکت استوانه انجام شده است. در این شبیه‌سازی استوانه با حفظ تماس غلتشی، دورانی معادل ۲۲/۵ درجه حول محور Z استوانه می‌زند (شکل ۷). در شکل ۸ مسیر حرکت نوک انگشتان حین حرکت و مثلث فرضی بین نوک انگشتان نشان داده شده است. همین‌طور در شکل ۹ سرعت‌های تماسی حین حرکت ذکر شده نشان داده شده است. در این شکل ملاحظه می‌شود که سرعت‌های ω_x و ω_y برابر صفرند. یعنی حین مانور حرکت فقط غلتش بین انگشتان و استوانه وجود دارد.



شکل ۷. موقعیت مختصات استوانه و پایه نسبت به هم.

۳. ماتریس‌های مشخصه‌ی سطح (K, M, T) برای جسم و انگشتان به دست می‌آید (معادلات ۷ و ۸)؛
 ۴. اعمال گشتاور مفصلی برای شروع شبیه‌سازی؛
 ۵. ماتریس‌های جرم، شتاب‌گیر از مرکز و کوریولیس، جاذبه‌ی انگشتان (M_f, N_f) و جسم (M_o, N_o) محاسبه می‌شود؛
 ۶. ماتریس ژاکوبین دست (J_h) ، نگاشت گرفتن (G) ، ژاکوبین حرکت جسم (J) به‌روز شده و با استفاده از معادله‌ی $A(q) \ddot{q}$ محاسبه می‌شود؛
 ۷. مقدار نیروهای قیدی λ با استفاده از رابطه‌ی ۳۳ محاسبه می‌شود؛
 ۸. با استفاده از نتایج قسمت ۷ شرط عدم لغزش بررسی می‌شود. اگر لغزش اتفاق افتاده، به قسمت ۱۷ برو. (زیرا شرط غلتش که معادلات دینامیک بر اساس آن نوشته شده از دست می‌رود)؛
 ۹. شتاب سیستم (\ddot{q}) با استفاده از رابطه‌ی ۳۲ به‌دست می‌آید؛
 ۱۰. با استفاده از انتگرال‌گیری اوپلر مقادیر جدید پارامترهای حالت (q, \dot{q}) به‌دست می‌آید؛
 ۱۱. ژاکوبین انگشتان (J^b) به‌روز می‌شود؛
 ۱۲. سرعت نوک انگشتان با استفاده از $V^b = J^b \dot{\theta}$ محاسبه می‌شود؛
 ۱۳. نرخ تغییرات متغیرهای تماس محلی به‌دست می‌آید؛
 ۱۴. با استفاده از انتگرال اوپلر متغیرهای محلی جدید محاسبه می‌شود؛
 ۱۵. تمامی متغیرهای محاسبه شده به‌روز می‌شود و حرکت مدل در محیط نرم‌افزار مطلب نشان داده می‌شود؛
 ۱۶. پله زمانی افزایش یابد و به قسمت ۲ برو؛
 ۱۷. پایان.
- ارزیابی کارایی این الگوریتم در قسمت بعدی (نتایج شبیه‌سازی دینامیکی) ارائه شده است.

نتایج شبیه‌سازی دینامیکی

با استفاده از چهار گشتاور اعمالی به مفاصل هر انگشت شبیه‌سازی حرکت روی استوانه‌یی به وزن ۱۰۰ گرم، شعاع ۱۳ میلی‌متر و ارتفاع ۵۰ میلی‌متر صورت می‌گیرد. گشتاورهای اعمالی که در آن‌ها مقادیر گشتاورها نسبت به زمان ثابت‌اند، عبارت‌اند از:

$$1st \text{ link torque} : 0.1 \text{ N.m}$$

$$2nd \text{ link torque} : (0.963 * t - 0.565) \text{ N.m}$$

$$3rd \text{ link torque} : (0.583 * t - 0.870) \text{ N.m}$$

$$4th \text{ link torque} : (0.438 * t - 0.1) \text{ N.m}$$

ابعاد و وزن لینک‌های هر انگشت در جدول ۱ آمده است. مسیر حرکت نوک انگشتان با توجه به گشتاورهای اعمالی در شکل ۱۰ نشان داده شده است. انتهای مسیر جایی است که در آن شرط عدم لغزش ارضاء نمی‌شود. عدم ارضاء این شرط در شکل ۱۱ در زمان ۱۳ و ۰٫۱ ثانیه، با کاهش نیروی عمودی و افزایش نیروی مماسی محل تماس نشان داده شده است. در این زمان برآیند نیروی تماسی بیرون از مخروط اصطکاک

سه مؤلفه‌ی دیگر جهت جسم صلب را به‌صورت زوایای اوپلر نشان می‌دهد. در این نوشتار از فرم زوایای اوپلر $R_{xyz}(q_1, q_2, q_3)$ استفاده شده است. نرخ تغییرات مختصات محلی با استفاده از ژاکوبین رابطه‌ی ۲۸ به‌سرعت در مختصات متصل به جسم صلب تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned} \phi(x) &= g \\ V^b &= [\phi^{-1}(x) \frac{\partial \phi}{\partial x} \dot{x}]^v \\ &= (\phi^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial x_1})^v \dot{x}_1 + \dots + (\phi^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial x_f})^v \dot{x}_f \\ &= [(\phi^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial x_1})^v (\phi^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial x_2})^v \dots (\phi^{-1} \frac{\partial \phi}{\partial x_f})^v] \dot{x} \\ V^b &= J^b \dot{x} \end{aligned} \quad (28)$$

بنابراین معادله‌ی حرکت جسم صلب چنین است:

$$M_o(x) \ddot{x} + N_o(x, \dot{x}) = F^b \quad (29)$$

برای سیستم مفید که در ربات سه‌انگشتی مورد بررسی وجود دارد، قیدهای غیر هولونومیک وارد معادلات می‌شود. با توجه به رابطه‌ی ۲۱ و این که $V^b = J^b \dot{\theta}$ ، J^b ژاکوبین انگشت است، می‌توان قید سیستم را به‌صورت رابطه‌ی ۳۰ نوشت:

$$J_h \dot{\theta} = G^T V_{Po} \Rightarrow [J_h \quad G^T J] \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow A(q) \dot{q} = 0 \quad (30)$$

نیروهای قیدی که به‌صورت عمود بر سطوح مفید اعمال می‌شوند با استفاده از رابطه‌ی ۳۱ بیان می‌شوند:

$$\Gamma = A^T(q) \lambda \quad (31)$$

که در آن λ میزان نیروهای قیدی در محل تماس را نشان می‌دهد. با استفاده از نیروهای قیدی حاصل از قید معادله‌ی ۳۰ و معادلات حرکت جسم و انگشتان، و نیز با استفاده از معادلات لاگرانژ دالامبر معادله‌ی حرکت جسم و انگشتان چنین بیان می‌شود:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_f & 0 \\ 0 & M_o \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} N_f \\ N_o \end{bmatrix}}_N + \begin{bmatrix} -J_h^T \\ J^T G \end{bmatrix} \lambda = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

در این معادله نیروهای خارجی اعمالی به جسم معادل صفر در نظر گرفته شده است (می‌توان هر مقدار دیگری را وارد معادله کرد). با استفاده از معادله‌ی ۳۲ و مشتق معادله‌ی ۳۰ نسبت به زمان مقدار نیروهای قیدی به دست می‌آید. [۱۱] و [۱۲]

$$\begin{aligned} A(q) \dot{q} = 0 &\Rightarrow \dot{A} \dot{q} + A \ddot{q} = 0 \Rightarrow \ddot{q} = -A^{-1} \dot{A} \dot{q} \\ \lambda &= (AM^{-1}A^T)^{-1} (AM^{-1}(\bar{\tau} - \bar{N}) + \dot{A} \dot{q}) \end{aligned} \quad (33)$$

برای شبیه‌سازی حرکت دینامیکی نیز الگوریتمی ارائه شده است که روند آن به‌صورت زیر است:

۱. موقعیت‌های اولیه تنظیم می‌شود. مانند زوایای مفصلی و...؛

۲. شروع حلقه‌ی تکرار؛

حرکت انگشتان در فضای R^6 با استفاده از روش نمایی به دست آمده است. با توجه به موقعیت اولیه و نهایی جسم مسیر حرکت فضایی جسم طراحی شده است. برای شبیه‌سازی حرکت جسم الگوریتمی ارائه شده که در آن یک روش ساده و کارآمد برای حفظ پایداری جسم ارائه شده است. با توجه به این که حرکت جسم شبه‌استاتیک است، مسئله‌ی بهینه‌سازی نیروها و به دست آوردن نیروهای بهینه با استفاده از روش بهینه‌سازی محدب انجام شده است. نتایج شبیه‌سازی سینماتیک در نرم‌افزار مطلب (MATLAB) با مأموریت تعریف شده برای ربات سازگاری کامل دارد.

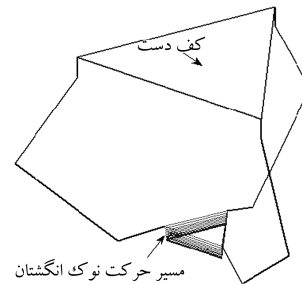
در خاتمه نیز مسئله‌ی دینامیک با در نظر گرفتن قید تماس غلتشی به دست آمده است. نتایج شبیه‌سازی روی مدل دینامیکی به دست آمده صحت مدل را تأیید می‌کند. بهینه‌سازی و شبیه‌سازی‌های ارائه شده تماماً در محیط MATLAB انجام شده و به صورت سه‌بعدی قابل نمایش است. نتایج نشان داده شده مؤید اعتبار و صحت مدل‌ها هستند.

فهرست علائم

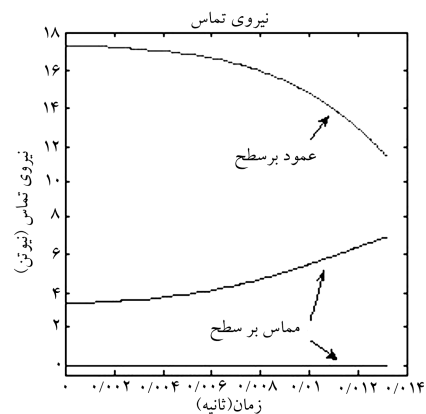
- B_c : ماتریس رنج مینا
- FC : مخروط
- F_c : رنج اعمالی در نقاط تماس
- F_o : رنج اعمالی به جسم توسط انگشتان
- f_{ext} : رنج خارجی وارد بر جسم
- f_c : نیروی اعمالی در نقطه تماس
- g_{ab} : ماتریس پیکربندی مختصات b نسبت به a
- J_h : ژاکوبین دست سه‌انگشتی
- J_{st} : ژاکوبین بازوی مکانیکی
- L_o : محور مختصات محلی تماس روی جسم
- L_f : محور مختصات محلی تماس روی انگشت
- M_o : ماتریس جرم جسم
- M_f : ماتریس جرم انگشتان
- N_o : بردار نیروهای گرانش و کوریولیس و گریز از مرکز برای جسم
- N_f : بردار نیروهای گرانش و کوریولیس و گریز از مرکز برای انگشتان
- q : پارامتر متغیرهای حالت برای سیستم
- SE : فضای خاص اقلیدسی
- V_{ab}^a : بردار توئیس b نسبت به a در مختصات b
- ν_{ab} : بردار سرعت خطی b نسبت به a
- x : مختصات محلی برای بیان پیکربندی جسم نسبت به پایه

فهرست علائم یونانی

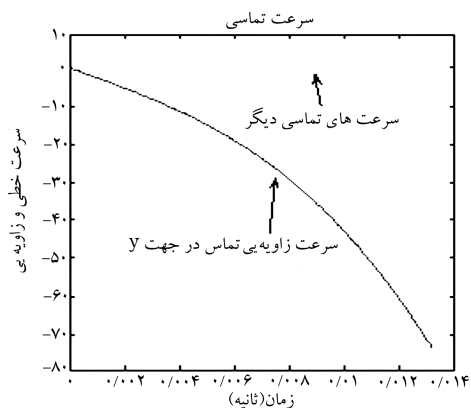
- α : مختصات محلی تماس
- ϕ : ماتریس پیکربندی جسم نسبت به پایه
- Γ : نیروهای قیدی
- ρ : شعاع استوانه یا کره
- τ : گشتاور اعمالی به مفاصل
- ω_{ab} : بردار سرعت دورانی b نسبت به a
- ζ : بردار مختصات توئیس محورهای دورانی



شکل ۱۰. شبیه‌سازی دینامیکی حرکت استوانه توسط انگشتان.



شکل ۱۱. نیروهای قیدی در شبیه‌سازی دینامیکی.



شکل ۱۲. سرعت تماسی در شبیه‌سازی دینامیکی.

قرار می‌گیرد. همچنین در شکل ۱۲ سرعت‌های مماسی برای این مانور حرکتی نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود که تنها مقدار غیر صفر سرعت دورانی حول محور Y مختصات مماسی است. بنابراین فقط تماس غلتشی حین حرکت استوانه وجود دارد.

نتیجه‌گیری

در این نوشتار معادلات سینماتیک و دینامیک و بهینه‌سازی نیروهای تماس برای حرکت یک استوانه بین انگشتان دست با استفاده از تماس غلتشی ارائه شده است. در این تحقیق جابه‌جایی یک استوانه توسط دست سه‌انگشتی مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به این که حرکت انگشتان روی استوانه به شکل غلتشی در نظر گرفته شده، سینماتیک تماس غلتشی به دست آمده است. همین‌طور سینماتیک

پانوشت

1. twist
2. semi-definite programming

منابع

1. Cole, A.; Hauser, J., and Sastry, S. "Kinematics and control of multifingered robot hand with rolling contact", *IEEE Transaction on Automatic Control*, **34**(4), pp.398-404 (1989).
2. Montana, D. "The kinematics of multi-fingered manipulation", *IEEE Transaction on Robotic Automation*, **11**(4), pp. 491-503, (1995).
3. Han, L.; Guan, Y.S.; Li, Z.X.; Shi, Q., and Trinkle, J.C. "Dexterous manipulation with rolling contacts", *In Proc. of IEEE International Conf. on Robotics and Automation*, (1997).
4. Han, L.; Li, Z.X.; Trinkle, J.C.; Qin, Z., and Jiang, S. "The planning and control of robot dexterous manipulation", *IEEE International Conf. on Robotics and Automation*, (2000).
5. Buss, M.; Hashimoto, H., and Moore, J. "Dexterous hand grasping force optimization", *IEEE Transaction on Robotic Automation*, **12**(3), pp. 406-418 (1996).
6. Shilong, J. "Sensor based manipulation for multi-fingered robotic hand", Ph. D thesis, HKUST, (2000).
7. Murray, R.; Li, Z.X., and Sastry, S. *A mathematical introduction to robotic manipulation*, CRC Press, 1994, printed in the US.
8. Mason, M., and Salisbury, K. *Robot hands and the mechanics of manipulation*, MIT Press, (1985).
9. Grant, M.; Boyd, S., and Ye, Y. *CVX Users' Guide*, Stanford University, (2006).
10. Schlegl, T.; Strobl, F., and Buss, M. "Accurate discrete-continuous dynamical simulation of dextrous manipulation", *Proceed. of the 2001 IEEE/RSJ International Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 120-125, (2001).
11. Turner, M.L. "Programming dexterous manipulation by demonstration", Ph. D thesis, Stanford University, (Jun 2003).