

بررسی فضای کاری ربات موازی استوارت-گوف با سفتی از پیش تعریف شده

میرامین حسینی (دانشجوی دکتری)

حمیدرضا محمدی دانیالی (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی بابل

محمدجواد ناطق (دانشیار)

دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

در این نوشتار، با محاسبه‌ی ماتریس سفتی ربات موازی استوارت-گوف، جابه‌جایی کشسان مجری نهایی آن به‌عنوان یکی از عوامل اصلی ایجاد خطا تعیین می‌شود. با در نظر گرفتن فضای از پیش تعریف شده‌ی مکعبی، تغییرات سفتی استاتیکی، جابه‌جایی کشسان و خطای ناشی از آن در موقعیت‌پذیری مجری نهایی مشخص شده و فضایی که در آن جابه‌جایی کشسان از مقدار مشخصی کم‌تر است به‌عنوان فضای کاری ربات با حد پایینی دقت تعریف می‌شود. همچنین نشان داده می‌شود، استفاده از عملگرهای دارای پیش‌بار موجب غیر متقارن شدن ماتریس سفتی ربات می‌شود. سفتی اجزا با استفاده از نرم‌افزار المان محدود NASTRAN محاسبه شده و نتایج حاصل از آن با مدل پای‌اتیلی ساخته شده مقایسه می‌شود.

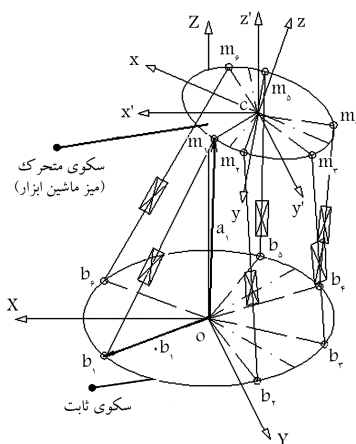
ma_hosseini@stu.nit.ac.ir
 mohammadi@nit.ac.ir
 natogh@modares.ac.ir

واژگان کلیدی: ربات موازی، فضای کاری، سفتی، استوارت - گوف.

۱. مقدمه

هرچند بعضی از شرکت‌ها، ماشین‌ابزارهایی براساس سازوکار استوارت ارائه کرده‌اند، ولی این ماشین‌ها هنوز در حد انتظار رواج نیافته‌اند. بررسی‌های تحلیلی و تجربی بیشتری برای کاهش محدودیت‌های ترویج این نوع ماشین‌های ابزار لازم است. از جمله محدودیت‌های این سازوکار روابط پیچیده مربوط به خطاهای موقعیت‌پذیری مجری نهایی ربات است، که سهم عمده‌ی آن مربوط به جابه‌جایی‌های الاستیک سازه در موقعیت‌های مختلف سکوی متحرک است. با بررسی جابه‌جایی‌های الاستیک

سازوکارهای موازی تشکیل شده‌اند از یک سکوی ثابت، یک سکوی متحرک و تعدادی پایه که عهده‌دار وظیفه‌ی ارتباط دو سکو به‌وسیله‌ی تعدادی مفصل با درجات آزادی متفاوت‌اند. با تغییر طول پایه‌ها، جابه‌جایی سکوی متحرک نسبت به سکوی ثابت امکان‌پذیر خواهد بود. از جمله مزایای ربات‌های موازی صلبیت زیاد، دقت بالا، نسبت بار به وزن زیاد و سرعت عملکرد بالا است. این عوامل منجر به کاربرد این سازوکار در صنایع مختلف - ماشین‌ابزار، مخابرات، علوم پزشکی و نظامی و شبیه‌سازهای پرواز و خودرو - شده است.



شکل ۱. سازوکار استوارت - گوف. [۱۵]

از جمله‌ی سازوکارهای موازی که مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته سازوکار استوارت - گوف است. در سال ۱۹۵۶، گوف ضمن معرفی این سازوکار، از آن در آزمایش تابر خودرو استفاده کرد. [۱] در سال ۱۹۶۵ نیز استوارت از این سازوکار در شبیه‌ساز پرواز بهره برد و از آن پس به سازوکار استوارت - گوف مشهور شد. [۲] در این سازوکار سکوی متحرک با شش درجه آزادی، حرکت خود را از حرکت خطی شش پایه می‌گیرد. پایه‌ها از طرفی به‌وسیله‌ی شش مفصل کروی، هر یک با سه درجه آزادی به سکوی متحرک، و از طرف دیگر به‌وسیله‌ی شش مفصل یونیورسال، هر یک با دو درجه آزادی، به سکوی ثابت سازوکار متصل می‌شوند (شکل ۱). قرار گرفتن پایه‌ها به‌صورت موازی و تغییر طول هم‌زمان آنها به‌منظور موقعیت‌دهی به سکوی متحرک، سینماتیک و روابط دینامیکی متفاوتی را نسبت به سازوکارهای سری پدید آورده است.

تاریخ: دریافت ۱۳۸۶/۵/۲۴، داوری ۱۳۸۶/۱۱/۳، پذیرش ۱۳۸۷/۲/۱.

P است. موقعیت مفاصل کروی نسبت به دستگاه W با بردار a_i نشان داده می‌شود:

$$a_i = x + Rm_i \quad (1)$$

که در آن $x_{3 \times 1}$ بردار موقعیت نقطه‌ی c در دستگاه W، $R_{3 \times 3}$ ماتریس چرخش دستگاه Q نسبت به دستگاه P (به پیوست رجوع شود) و m_i بردار موقعیت m_i در دستگاه P است. بردار پایه‌ی i ام نیز که با l_i نشان داده می‌شود، در دستگاه W چنین تعریف می‌شود:

$$l_i = a_i - ob_i \quad (2)$$

که در آن ob_i بردار موقعیت b_i در مختصات W است. بردار یک‌ه‌ی پایه‌ها نیز مطابق رابطه‌ی ۳ است:

$$n_i = l_i / |l_i| \quad (3)$$

که در آن $|l_i|$ بیان‌گر اندازه‌ی بردار پایه‌ی i ام است. ارتباط ماتریس Ω شامل سرعت خطی و زاویه‌ی میز متحرک با ماتریس \dot{L} شامل سرعت خطی پایه‌ها، را می‌توان چنین تعریف کرد:

$$\dot{L} = J^{-1} \Omega \quad (4)$$

که در آن $J_{6 \times 6}^{-1}$ معکوس ماتریس ژاکوبین است و هر سطر آن را می‌توان چنین نوشت:

$$J_i^{-T} = [n_{ix} \quad n_{iy} \quad n_{iz} \quad (Rcm_i \times n_i)_x \quad (Rcm_i \times n_i)_y \quad (Rcm_i \times n_i)_z] \quad (5)$$

پانویس‌های x, y, z نشان‌دهنده‌ی مؤلفه‌های بردارهای مشخص شده در راستای محورهای X, Y, Z هستند. در صورتی که رنج^۲ اعمالی بر میز متحرک، با بردار $f_{6 \times 1}$ و بردار نیروهای محوری وارد بر پایه‌ها با بردار $fa_{6 \times 1}$ نشان داده شوند (لازم به ذکر است در حالت استاتیکی، نیروی محوری پایه‌ها دارای اهمیت‌اند)، رابطه‌ی ۶ برقرار است:

$$fa = J^T f \quad (6)$$

که در آن J^T ، ترانزپوز ماتریس ژاکوبین است. موقعیت مفاصل کروی و یونیورسال در سازه‌ی مورد نظر مطابق جدول‌های ۱ و ۲ است.

۳. تحلیل سفتی

با در نظر گرفتن بردار جابه‌جایی محوری پایه‌ها $\Delta \Theta_{6 \times 1}$ - که در آن درایه‌ی واقع بر سطر i ام نشان‌دهنده‌ی جابه‌جایی پایه‌ی i ام است - تحت تأثیر بار محوری $\Delta \Gamma_{6 \times 1}$ ، رابطه‌ی ۷ برای هر پایه برقرار است:

$$\Delta \Gamma = K \Delta \Theta \quad (7)$$

که در آن ماتریس قطری $K_{6 \times 6}$ ماتریس سفتی پایه‌ها در موقعیت‌های مختلف سکوی متحرک است. درایه‌ی واقع بر سطر و ستون i ام از این ماتریس با k_{ii} نشان

سازه در فضای کاری ربات، می‌توان برای جبران خطای حاصل از آن اقدام کرد. همچنین سفتی ربات موازی در ماشین‌های ابزار، نقش اساسی در نرخ براده‌برداری، عمر ابزار و پرداخت سطح کار دارد. تغییرات سفتی سازوکارهای موازی مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است.^[۱۲-۱۴] گاسلین تغییرات سفتی را برای یک مسیر مشخص نشان داده است.^[۱۴] مرلت به مسیرهای هم‌سفتی در فضای کاری ربات اشاره دارد، که در امتداد آن جابه‌جایی الاستیک دارای مقدار یکسان است.^[۱۲] به‌طور کلی از دو روش برای تحلیل سفتی ربات‌های موازی استفاده شده است که روش المان محدود و جدا کردن المان‌های تشکیل‌دهنده‌ی سازوکار و بررسی سفتی هر یک و سرهم‌سازی دوباره سفتی و به‌دست آوردن ماتریس سفتی مجموعه، از آن جمله‌اند. در این تحقیق از تلفیق این دو روش، یعنی تجزیه‌ی اجزاء و استفاده از روش اجزاء محدود در محیط نرم‌افزار NASTRAN استفاده شده است. استفاده از این روش این امکان را به ما می‌دهد که از ساده‌سازی‌های صورت گرفته در تحقیقات پیشین، از قبیل صرف‌نظر کردن از تغییر شکل سکوها ثابت و متحرک، وزن اجزای تشکیل‌دهنده، اصطکاک مفاصل و پیش‌بار بودن بعضی از المان‌ها، اجتناب شود. افزایش سفتی و استفاده از عملگرهای با مهره و یا تاقان‌های غلتشی با قابلیت پیش‌بار منجر به افزایش دقت سینماتیکی و دینامیکی سازوکار می‌شود.^[۱۳] همچنین استفاده از المان‌های با قابلیت پیش‌بار و در نظر گرفتن تغییر شکل سکوها، رفتار ماتریس سفتی را تغییر می‌دهد که در این تحقیق مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. یکی از اهداف مهم در ربات‌های موازی با کاربرد ماشین‌ابزار دستیابی به موقعیت‌های مختلف در فضای کاری با دقت مورد نظر است. لذا جابه‌جایی‌های کشسان و سفتی سازه نقش تعیین‌کننده‌ی در شکل و اندازه‌ی فضای کاری دارد. در نتیجه بررسی فضای کاری با سفتی از پیش تعیین شده، لازم و ضروری به نظر می‌رسد.

۲. تحلیل سینواستاتیکی^۱

برای بررسی سفتی نیاز به مطالعه‌ی روابط سینماتیکی حاکم بر میز استوارت است. سینماتیک ناظر بر روابط موجود بین طول از یک سو سرعت و شتاب خطی پایه‌ها، و از سوی دیگر موقعیت، سرعت و شتاب سکوی متحرک است. سینماتیک و روابط حاکم در مراجع مختلف بررسی شده است.^[۱۴] در اینجا این روابط به‌گونه‌ی که در بخش‌های بعد قابل استفاده باشد، ارائه می‌شوند.

به‌منظور بیان شش درجه آزادی میز ماشین ابزار، لازم است شش ویژگی شامل بردار موقعیت مرکز میز و زوایای اوپلر آن مشخص شوند. به این منظور یک دستگاه مختصات ثابت در مرکز سکوی ثابت $W(X, Y, Z)$ قرار داده شده است (شکل ۱). دستگاه مختصات $Q(x, y, z)$ متصل به مرکز سکوی متحرک است. دستگاه Q همراه با میز جابه‌جا می‌شود و محورهای آن همراه با دوران‌های میز حول محورهای دستگاه مختصات $P(x', y', z')$ دوران می‌کنند. دستگاه P متصل به نقطه‌ی c مرکز سکوی متحرک است و با آن جابه‌جا می‌شود، ولی محورهای آن که x', y', z' نامیده می‌شوند، همواره موازی محورهای X, Y, Z باقی می‌مانند و دورانی ندارند. شش میله، سکوی ثابت را به سکوی متحرک متصل می‌کند. این اتصال با شش مفصل کروی m_i ($i=1, \dots, 6$) به سکوی متحرک که هر یک سه درجه آزادی دارند و شش مفصل یونیورسال b_i ($i=1, \dots, 6$) به سکوی ثابت که هر یک دو درجه آزادی دارند، برقرار است.

موقعیت سکوی متحرک را در دستگاه W می‌توان با بردار $w_{6 \times 1}$ نشان داد که شامل سه مؤلفه‌ی بردار نقطه‌ی c و سه زاویه‌ی دوران سکوی، حول محورهای دستگاه

جدول ۱. موقعیت مفاسل یونیورسال روی سکوی ثابت نمونه اصلی.

	b _۱	b _۲	b _۳	b _۴	b _۵	b _۶
X(mm)	۳۵۴,۵۳۱	-۱۲۳,۱۲۷	-۲۳۱,۴۰۳	-۲۳۱,۴۰۳	-۱۲۳,۱۲۷	۳۵۴,۵۳۱
Y(mm)	۶۲,۵۱۳	۳۳۸,۲۸۹	۲۷۵,۷۷۶	-۲۷۵,۷۷۶	-۳۳۸,۲۸۹	-۶۲,۵۱۳
Z(mm)	۰	۰	۰	۰	۰	۰

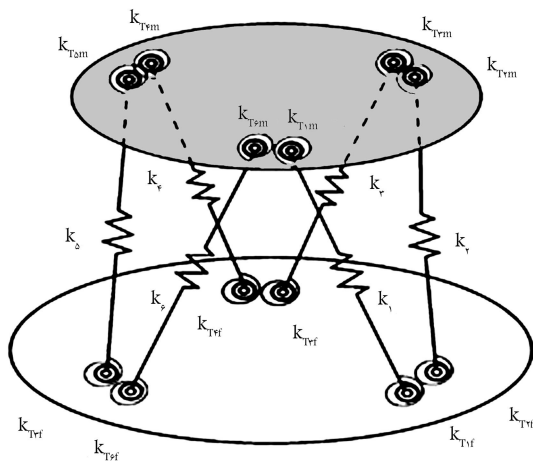
جدول ۲. موقعیت مفاسل کروی متصل به میز متحرک نمونه اصلی (قبل از جابه جایی و دوران میز).

	m _۱	m _۲	m _۳	m _۴	m _۵	m _۶
X(mm)	۱۵۳,۲۰۹	۳۴,۷۳۰	-۱۸۷,۹۳۹	-۱۸۷,۹۳۹	۳۴,۷۳۰	۱۵۳,۲۰۹
Y(mm)	۱۲۸,۵۵۷	۱۹۶,۹۶۲	۶۸,۴۰۴	-۶۸,۴۰۴	-۱۹۶,۹۶۲	-۱۲۸,۵۵۷
Z(mm)	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰	۱۲۰۰

هریک از پایه‌ها به دست می‌آید و با استفاده از رابطه ۱۱، سفتی سازوکار حاصل می‌شود. با توجه به این که اجزا به صورت سری قرار گرفته‌اند محاسبه سفتی هر یک از پایه‌ها از رابطه‌ی مربوط به فنرهای سری تبعیت می‌کند. در نهایت با اعمال سفتی سکوها به ماتریس حاصل، ماتریس سفتی کل به دست می‌آید.

سفتی پایه، به نوبه‌ی خود نیز همانند ضریب فنریت فنرهای سری است و تغییر شکل آن شامل تغییر شکل اجزای آن - نگه‌دارنده‌ی بال اسکرو، پاناقان‌های غلتشی، محور بال اسکرو، ساچمه‌ها، مهره، غلاف عملگر، مفصل کروی، مفصل یونیورسال و... - است. بیشترین تغییر شکل‌ها (به صورت تجربی) شامل تغییر شکل‌های محوری بال اسکرو، مهره و اجزاء آن، غلاف عملگر، مفصل کروی و مفصل یونیورسال است. [۱۵،۳]

در برخی از مراجع ضمن مدل‌سازی و تحلیل سفتی مفصل‌های کروی و یونیورسال نشان داده شده که از اثر سفتی موارد ذکر شده می‌توان در سفتی مجموعه‌ی پایه صرف نظر کرد. [۱۵] همچنین سفتی پاناقان‌های غلتشی‌یی که ساچمه‌های دوار دارند مورد بررسی قرار گرفته است. [۱۶] در مرجعی دیگر نیز مفصل کروی انتخاب شده



شکل ۲. مدل در نظر گرفته شده به صورت اجزای جدا از هم برای تحلیل سفتی. [۳]

داده می‌شود که همان میزان سفتی پایه‌ی نام است. برای تبدیل مقدار جابه‌جایی در راستای محور پایه‌ها، به جابه‌جایی در مختصات اصلی نیز رابطه‌ی زیر وجود دارد:

$$\Delta \Theta = J^{-1} \Delta X \quad (۸)$$

که در آن ΔX ماتریس جابه‌جایی در جهت بار اعمالی در دستگاه مختصات اصلی است. از طرفی بین رنج اعمالی بر سکوی متحرک در دستگاه مختصات اصلی و بردار نیروی محوری پایه‌ها، رابطه‌ی ۹ برقرار است:

$$\Delta f = J^{-T} \Delta \Gamma \quad (۹)$$

که با جایگذاری معادلات ۷ و ۸ در معادله‌ی ۹ داریم:

$$\Delta f = J^{-T} K J^{-1} \Delta X \quad (۱۰)$$

با توجه به رابطه‌ی ۱۱ که بیان‌گر ارتباط تغییر رنج اعمالی، ماتریس سفتی و بردار جابه‌جایی است، رابطه‌ی ۱۲ برای سفتی مجری نهایی حاصل می‌شود. رابطه‌ی میان ماتریس سفتی پایه‌ها و سفتی K_X عبارت است از:

$$\Delta f = K_X \Delta X \quad (۱۱)$$

$$K_X = J^{-T} K J^{-1} \quad (۱۲)$$

سفتی کل برابر با سفتی حاصل از ترکیب میز و سفتی K_X است. سفتی پایه‌ها بسته به موقعیت میز و مقدار نیروهای محوری متغیر خواهد بود و در هر موقعیتی باید محاسبه شود. ماتریس سفتی کل سیستم بدون در نظر گرفتن سفتی میز چنین است: [۱۲]

$$K_X = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} & K_{x\alpha} & K_{x\beta} & K_{x\gamma} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} & K_{y\alpha} & K_{y\beta} & K_{y\gamma} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} & K_{z\alpha} & K_{z\beta} & K_{z\gamma} \\ K_{\alpha x} & K_{\alpha y} & K_{\alpha z} & K_{\alpha\alpha} & K_{\alpha\beta} & K_{\alpha\gamma} \\ K_{\beta x} & K_{\beta y} & K_{\beta z} & K_{\beta\alpha} & K_{\beta\beta} & K_{\beta\gamma} \\ K_{\gamma x} & K_{\gamma y} & K_{\gamma z} & K_{\gamma\alpha} & K_{\gamma\beta} & K_{\gamma\gamma} \end{bmatrix}$$

درایه‌ی K_{izj} در ماتریس فوق حاصل تقسیم درایه‌ی سطر نام از رنج اعمالی به درایه‌ی سطر نام از بردار جابه‌جایی مجری است. با در نظر گرفتن سفتی اجزای تشکیل‌دهنده (مانند شکل ۲)، به صورت مجزا و سرهم‌سازی آنها ماتریس سفتی

به صورت تحلیلی و تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. [۱۷] نتایج این مراجع نیز مؤید امکان صرف نظر از سفتی این اجزا در محاسبه‌ی سفتی پایه است.

۱.۳. سفتی المان‌های تشکیل‌دهنده‌ی پایه

المان‌های تشکیل‌دهنده‌ی پایه از مفصل یونیورسال، موتور، کوپلینگ، یاتاقان‌های غلتشی، پیچ بال اسکرو، مهره‌ی با قابلیت پیش‌بار، غلاف عملگر خطی و مفصل کروی تشکیل یافته است. به دلیل سفتی زیاد موتور، کوپلینگ و گیربکس نسبت به سایر اجزای تشکیل‌دهنده، از تأثیر سفتی آنها در محاسبه‌ی سفتی پایه‌ها صرف نظر می‌شود.

۱.۱.۳. سفتی محوری پیچ بال اسکروی عملگر

بال اسکروی عملگر انتخاب شده در این سیستم از یک طرف به طور کامل مهار شده و از طرف دیگر آزاد است. [۱۴] بنابراین، بال اسکرو به صورت یک تیر یک سرگیردار در نظر گرفته می‌شود. برای سفتی تیر یک سرگیردار با مدول کشسانی E ، سطح مقطع A و طول L رابطه‌ی ۱۳ برقرار است:

$$k_{BS} = \frac{AE}{\lambda_{000}l} \quad (13)$$

با در نظر گرفتن جنس $42CrMo4$ برای پیچ بال اسکرو [۱۳] و نیز $\lambda_{000} = 10^5 \frac{N}{mm}$ ، $E = 210 \times 10^3 \frac{N}{mm^2}$ ، قطر داخلی $d_i = 30 \text{ mm}$ ، بار مجاز استاتیکی $C_a = 5272 \text{ kN}$ و بار مجاز دینامیکی $C_{0a} = 6573 \text{ kN}$ ، در بدترین وضعیت - زمانی که مهره در انتهای کورس قرار دارد و طول زیر بار معادل 450 میلی‌متر است [۱۵] - سفتی محوری پیچ برابر $32358 \text{ N}/\mu\text{m}$ خواهد بود. [۱۳]

باتوجه به این نکته که سفتی محوری پیچ بال اسکرو تابعی از محل اعمال نیرو (یا محل قرارگیری مهره) است، لازم است در هر لحظه باتوجه به موقعیت سکوی متحرک، محل قرارگیری مهره در هر عملگر مشخص شده و برای هر یک با توجه به رابطه‌ی ۱۲، سفتی پیچ محاسبه شود.

۲.۱.۳. سفتی محوری در مهره‌ی بال اسکروی عملگر

باتوجه به این نکته که ضریب فنزیت مهره‌ی بال اسکرو غیرخطی است، [۱۳] سازنده با معرفی سفتی مهره تحت وارد آمدن نیرویی برابر $F_a = 0.3 C_a$ (تحت عنوان مقدار k_{thk})، مطابق رابطه‌ی ۱۴ طراح را برای به دست آوردن سفتی مهره تحت بار F هدایت می‌کند؛ یعنی مقدار نیروی وارد به مهره در موقعیت‌های مختلف میزان بیشترین مقدار نیروی کششی تا بیشترین مقدار نیروی فشاری متفاوت است. بنابراین سفتی مهره نیز در موقعیت‌های مختلف متفاوت بوده و تابعی از ماتریس ژاکوبین محسوب می‌شود.

$$k_N = k_{thk} \left(\frac{F}{0.3 C_a} \right)^{\frac{1}{3}} * 0.8 \quad (14)$$

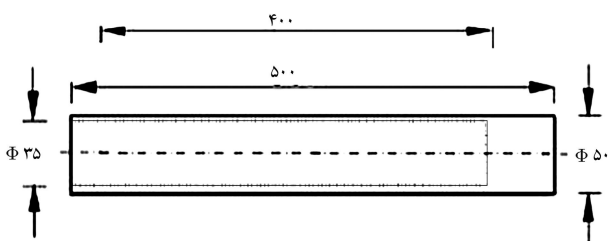
در منابع موجود مقدار k_{thk} معادل $670 \frac{N}{\mu\text{m}}$ ذکر شده است. [۱۳]

۳.۱.۳. سفتی غلاف عملگر

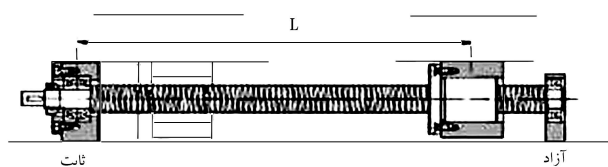
باتوجه به شکل ۳ و ابعاد غلاف می‌توان سفتی غلاف را با محاسبات ساده‌ی مقاومت مصالح بررسی کرد، یعنی:

$$k_1 = \frac{EA}{\lambda_{000}l} = 40448 \frac{N}{\mu\text{m}}, \quad k_2 = \frac{EA}{\lambda_{000}l} = 51571 \frac{N}{\mu\text{m}},$$

$$k_j = 45739 \frac{N}{\mu\text{m}}$$



شکل ۳. شکل ظاهری و ابعاد غلاف عملگر. [۱۳]



شکل ۴. یاتاقان بندی در عملگر خطی. [۱۳]

۴.۱.۳. سفتی یاتاقان‌های غلتشی عملگر

یاتاقان بندی عملگر به گونه‌ی است که یاتاقان‌های غلتشی با تماس زاویه‌ی، نیروهای محوری را تحمل می‌کنند (شکل ۴). به همین دلیل محاسبه‌ی سفتی در یاتاقان‌های با تماس زاویه‌ی از اهمیت بیشتری برخوردار است. روابط حاکم بر سفتی یاتاقان‌های غلتشی عبارت است از: [۱۳]

$$Q = \frac{F a_0}{Z \text{Sina}} \quad (15)$$

که در آن $F a_0$ نیروی پیش‌بار وارد بر یاتاقان غلتشی بر حسب kgf ، Z تعداد ساچمه‌هایی که بار محوری را تحمل می‌کنند و α زاویه‌ی تماس است. میزان جابه‌جایی از رابطه‌ی ۱۶ به دست می‌آید: [۱۳]

$$\delta a_0 = \frac{0.002}{\text{Sina}} \left(\frac{Q}{D a} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (16)$$

که در آن $D a$ بیانگر اندازه‌ی قطر ساچمه‌ها بر حسب میلی‌متر است. مقدار سفتی یاتاقان غلتشی نیز بر حسب $\frac{\text{kgf}}{\text{mm}}$ برابر خواهد بود با:

$$k_B = \frac{3 F a_0}{\delta a_0} \quad (17)$$

در نتیجه برای یاتاقان غلتشی عملگر انتخاب شده که در آن زاویه‌ی تماس 30° است، [۱۵] ۱۵ ساچمه به قطر 5.556 میلی‌متر دارد و نیروی پیش‌بار آن 300 kgf است، مقدار سفتی برابر $3396 \text{ N}/\mu\text{m}$ خواهد بود.

چنان که اشاره شد، در بدترین شرایط سفتی مفصل کروی و یونیورسال و غلاف عملگر محاسبه شد. به طور تقریبی می‌توان در موقعیت‌های مختلف، برای تعیین سفتی پایه‌ها از این مقادیر استفاده کرد. ولی سفتی کششی و فشاری مهره و پیچ بال اسکرو وابسته به نیروی محوری وارد شده به پایه است که آن هم تابعی است از نیروی ماشین‌کاری و موقعیت میز. در محاسبه‌ی سفتی پایه، از سفتی پیچشی بال اسکرو، محور گیربکس و دیسک چرخنده‌ها به دلیل مقدار سفتی زیاد (مانند مفصل کروی و یونیورسال) که تأثیر کمی در سفتی کل پایه دارند، صرف‌نظر شده است. [۲]

سکوی متحرک به اندازهای ۳۰- و ۲۰- درجه حول هر یک از محورهای مختصات در شکل‌های (۵ الف تا ۷ د) نشان داده شده است.

شکل ۷ تغییرات سفتی مجری نهایی را با دوران‌های ۳۰- درجه‌ی سکو در ارتفاع بالایی فضای مکعبی را نشان می‌دهد. در شکل‌های ۵، ۶، ۷ الف، د و ه مسیری در صفحه‌ی x-y وجود دارد که در آن سفتی سازه به‌طور ناگهانی افت زیادی خواهد داشت. این مسیر موقعیت‌های تکیه را برای سفتی سازه نشان می‌دهد. مسیرهای تکیه در زوایا و ارتفاع‌های مختلف متفاوت است. در یک طرح مناسب لازم است مسیر نقاط تکیه از فضای کاری دور باشد. همچنین فضای کاری که در آن حد کمینه‌ی سفتی مورد نظر طراح ارضا می‌شود به‌عنوان فضای کاری با دقت مناسب معرفی می‌شود.

۵. آزمایش با مدل ساخته‌شده

بعد از طراحی شماتیک اولیه از میز اصلی، با توجه به ابعاد و اندازه‌های سازه‌ی ماشین، مدل فیزیکی با مقیاس ۱/۲ از سازه‌ی میز استوارت - گوف، و از جنس پلی اتیلن ساخته شد (مختصات مفاصل مدل در جدول‌های ۳ و ۴ آمده است). به‌منظور محاسبه و بررسی سفتی مجری نهایی در راستای Z، میزان جابه‌جایی مجری نهایی در موقعیت‌های مختلف میز متحرک، تحت بارگذاری با رنج $f^T = [0, 0, -400, 0, 0, 0]$ به‌دست آمد. خروجی عملیات شبیه‌سازی با نیروی محوری و طول پایه‌ها در شرایط بارگذاری فیزیکی مورد نظر به‌دست آمد.

سفتی مجری نهایی و پایه‌ها از تقسیم بار اعمال‌شده بر جابه‌جایی کشسان سازه

۲.۳. سفتی و مقدار کلی جابه‌جایی کشسان

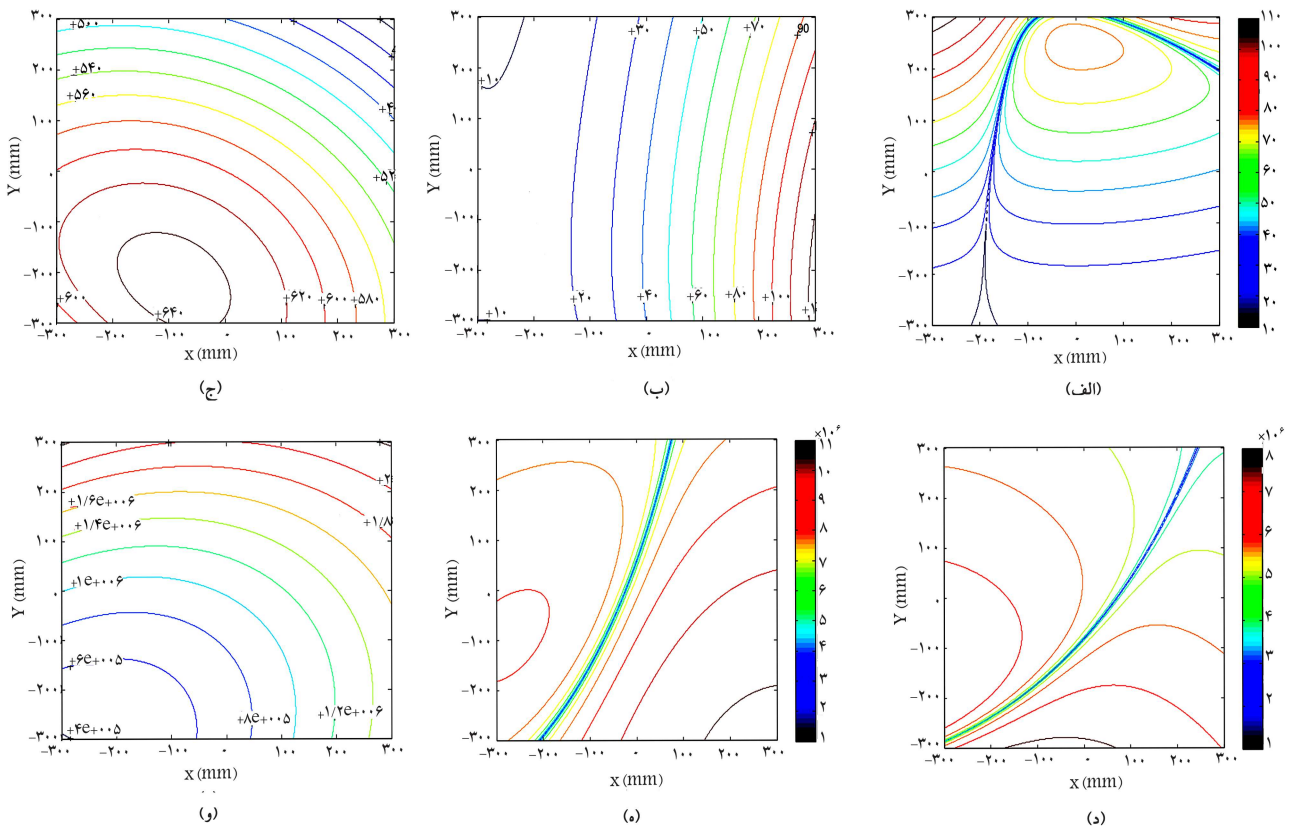
۱.۲.۳. سفتی و مقدار تغییر شکل سازه بدون در نظر گرفتن سفتی و جابه‌جایی میز

ماتریس سفتی سیستم در موقعیت‌های مختلف متفاوت است. درایه‌های روی قطر اصلی بیان‌گر سفتی در راستا و حول محورهای مختصات x, y, z هستند. در راستای محورهای x, y, z کمترین مقادیر سفتی وجود دارد، بنابراین بیشترین جابه‌جایی کشسان نیز در این راستا رخ می‌دهد.^[۱۵] هنگام به‌کارگیری این سازوکار در ماشین‌ابزار با محدودکردن نیرو و گشتاورهای ماشین‌کاری، دسترسی به جابه‌جایی کشسان کمتر و متعاقب آن دقت بالاتر امکان‌پذیر خواهد بود.

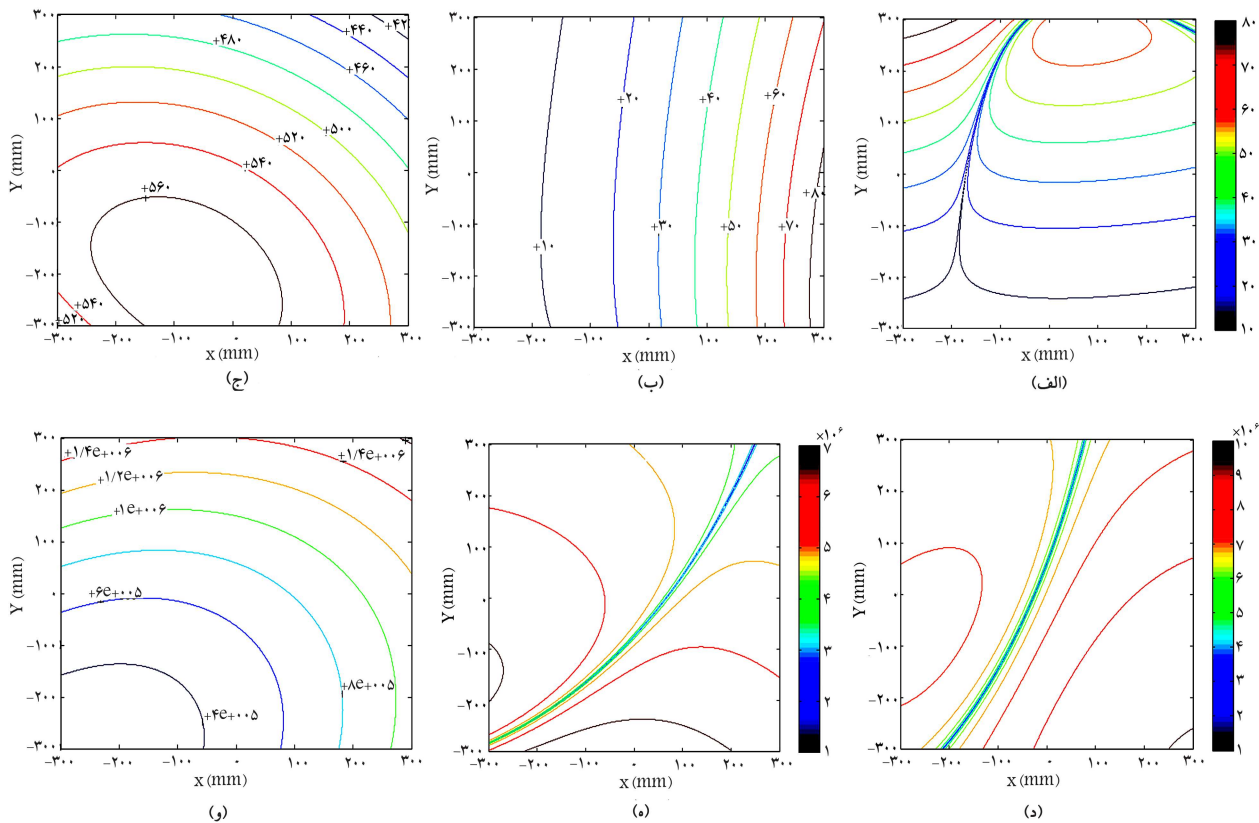
ماتریس سفتی یک ماتریس متقارن به دست نیامده است.^[۱۵] دلیل این امر نیز غیرخطی بودن سفتی برخی از المان‌ها مانند یاتاقان‌های غلتشی و بال‌اسکرو نسبت به تغییرات طول و نیرو است. جابه‌جایی کشسان مجری نهایی با اعمال جابه‌جایی کشسان میز سازوکار حاصل می‌شود. میزان سفتی میز با استفاده از نرم‌افزار NASTRAN به‌دست آمده^[۱۵] و در موقعیتی که بیشترین نیروی محوری در یکی از پایه‌ها به‌صورت فشاری وارد می‌آید نشان داده شده است. برای افزایش سفتی از تقویت‌کننده در سطح زیرین میز استفاده شده است.

۴. تغییرات سفتی در فضای کاری سازوکار

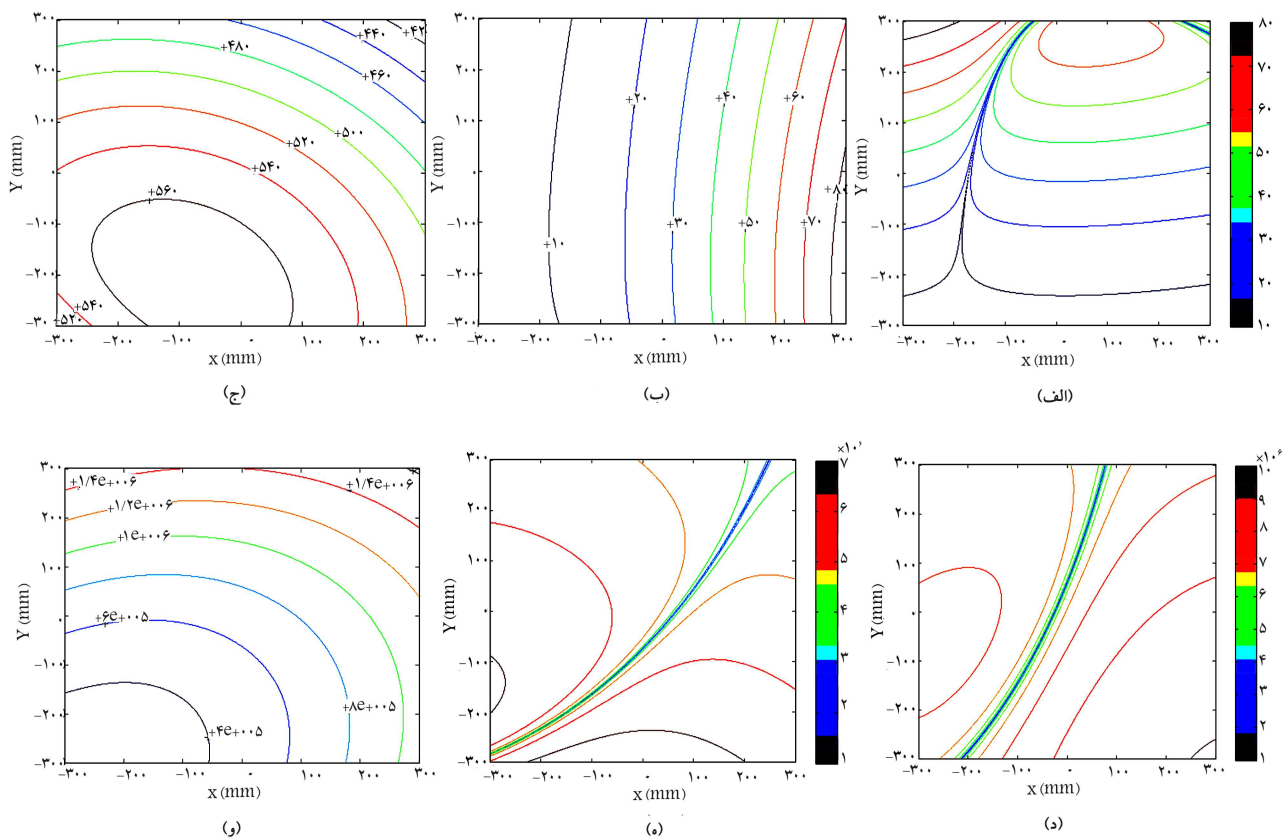
تغییرات سفتی سازوکار در یک فضای مکعبی $600 \times 600 \times 200$ mm در دو ارتفاع ۱۲۰۰ و ۱۴۰۰ میلی‌متری (سطوح پایینی و بالایی مکعب) با زوایای دوران



شکل ۵. تغییرات سفتی مجری نهایی (در ارتفاع ۱۲۰۰ میلی‌متر) با زوایای دوران ۳۰- درجه - سفتی خطی (N/Micrometer) و سفتی دورانی (N.mm/Degree).



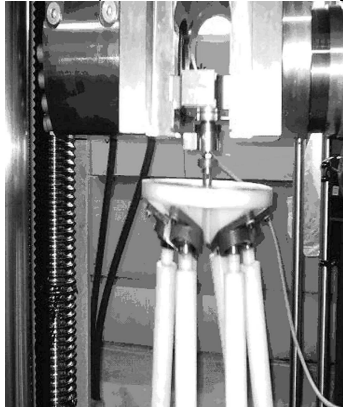
شکل ۶. تغییرات سفتی مجری نهایی (در ارتفاع ۱۴۰° میلی متر) با زوایای دوران ۲۰- درجه - سفتی خطی (N/Micrometer) و سفتی دورانی (N.mm/Degree).



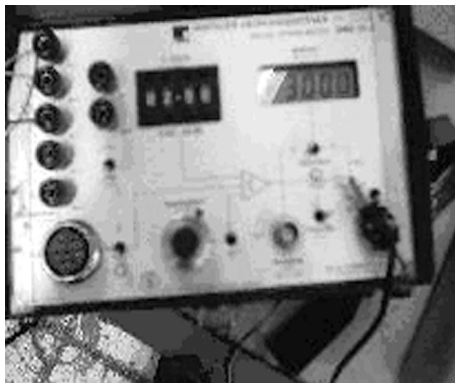
شکل ۷. تغییرات سفتی مجری نهایی (در ارتفاع ۱۴۰° میلی متر) با زوایای دوران ۳۰- درجه - سفتی خطی (N/Micrometer) و سفتی دورانی (N.mm/Degree).

۶. نتیجه‌گیری

در این تحقیق نشان داده شد که یکی از عوامل مهم محدودکننده در حجم فضای کاری ربات موازی استوارت - گوف با کاربرد ماشین‌ابزاری، سفتی و جابه‌جایی کشسان مجری نهایی در شرایط اعمال رنج برسکوی متحرک است. بررسی تغییرات سفتی و به‌دنبال آن جابه‌جایی‌های کشسان در یک فضای از پیش تعریف شده، مشخص شدن



شکل ۹. قرارگیری میز در مختصات (۰،۰،۰) (۰،۰،۰) (۰،۰،۰).



شکل ۱۰. میزان کرنش در یکی از پایه‌ها و اعمال بار ۴۰۰ نیوتن.

فضایی برای دسترسی مجری نهایی به هدف با دقت مناسب را ممکن می‌سازد. کمترین میزان سفتی در راستای محورهای X و Y دیده می‌شود. ماتریس سفتی ربات به دلیل استفاده از المانهای با قابلیت پیش‌بارک سفتی هر پایه به‌طور غیرخطی تابعی از نیروی اعمال‌شده و طول پایه است از شکل متقارن خارج شده است. سفتی به‌طور ناگهانی در اطراف نقاط تکین کاهش می‌یابد. برای بیشینه‌سازی حجم فضای کاری می‌توان هندسه‌ی سازه را بهینه کرد. مقادیر عددی جابه‌جایی کشسان پایه‌ها برای مدل ساخته‌شده از جنس پلی‌اتیلن با مقیاس ۱/۲ نمونه‌ی اصلی، با مقادیر تجربی مقایسه و تأیید شد.

پانویس

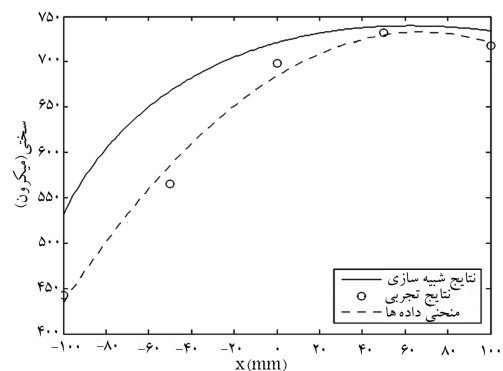
1. kinetostatics analysis
2. wrench

جدول ۳. موقعیت مفاصل یونیورسال روی سکوی ثابت مدل.

	b _۱	b _۲	b _۳	b _۴	b _۵	b _۶
X						
(mm)	۱۶۴,۴۴۷	-۳۰,۳۸۸	-۱۳۴,۰۵۸	-۱۳۴,۰۵۸	-۳۰,۳۸۸	۱۶۴,۴۴۷
Y						
(mm)	۵۹,۸۵۳	۱۷۲,۳۴۱	۱۱۲,۴۸۸	-۱۱۲,۴۸۸	-۱۷۲,۳۴۱	-۵۹,۸۵۳
Z						
(mm)	۰	۰	۰	۰	۰	۰

جدول ۴. موقعیت مفاصل کروی متصل به میز متحرک مدل (قبل از جابه‌جایی و دوران میز).

	m _۱	m _۲	m _۳	m _۴	m _۵	m _۶
ZX						
X(mm)	۷۹,۳۳۵	۱۳,۰۵۳	-۹۲,۳۸۸	-۹۲,۳۸۸	۱۳,۰۵۳	۷۹,۳۳۵
Y						
Y(mm)	۶۰,۸۷۶	۹۹,۱۴۴	۳۸,۲۶۸	-۳۸,۲۶۸	-۹۹,۱۴۴	-۶۰,۸۷۶
Z						
Z(mm)	۶۰۰	۶۰۰	۶۰۰	۶۰۰	۶۰۰	۶۰۰



شکل ۸. تغییرات سفتی مجری نهایی در راستای Z در آزمایش روی مدل پلی‌اتیلنی.

به‌دست آمده است. اندازه‌گیری جابه‌جایی کشسان به‌کمک کرنش‌سنج و دستگاه کرنش‌خوان صورت گرفت.^[۱۶] شکل ۸ نتایج تغییرات سفتی مجری نهایی را هنگام آزمایش، خطی‌سازی نتایج و بعد از شبیه‌سازی در محیط MATLAB نشان می‌دهد. مقدار ۱۷٪ خطای متوسط در محاسبه‌ی سفتی در شکل ۸ مشاهده می‌شود. شکل‌های ۹ و ۱۰ مراحل گوناگون آزمایش را نشان می‌دهند.

منابع

1. Gough, V.E. "Contribution to discussion of papers on research in automobile stability, control and tire perfor-

- mance”, *Proc. Auto Div. Inst. Mech. Eng.*, pp.392-394 (1956-1957).
2. Stewart, D. “A platform with six degree of freedom”, *Proc. Inst. Mech. Eng.*, **180**,(15), pt.1, pp. 371-386 (1965).
 3. El-Khasawneh, B.S., and Placid M.F. “Computation of stiffness and stiffness bound for parallel links manipulators”, Article in press, Accepted in *ASME journal*.
 4. Gasselin, C. “Stiffness mapping for parallel manipulators”, *IEEE Transactions of Robotic and, Automation*, **6**(3), pp. 377-382 (1990).
 5. Chakarov, D. “Study of the passive compliance of parallel manipulators”, *Mechanism and Machine Theory*, **34**, pp. 373-389 (1999).
 6. Chakarov, D. “Study of the antagonistic stiffness of parallel manipulators with actuation redundancy”, *Mechanism and Machine Theory*, **39**, pp.583-601 (2004).
 7. Ceccarelli, M., and Carbone, G. “A stiffness analysis for CaPaMan (cassino parallel manipulator)”, *Mechanism and Machine Theory*, **37**, (5), pp.427-439 (2002).
 8. Ceccarelli M., “A stiffness analysis for CaPaMan”, *Proceedings of Conference on New Machine Concepts for Handling and Manufacturing Devices on the Basis of Parallel Structures*, VDI 1427, Braunschweig, , pp.67-80 (1998).
 9. Carbone G., “Stiffness evaluation of multibody robotic systems”, PhD Dissertation, LARM, University of Cassino, Cassino, (2003).
 10. Carbone G., and Ceccarelli M., “A procedure for experimental evaluation of cartesian stiffness matrix”, 15th CISM-IFTOMM Symposium on Robot Design, Dynamics and Control ROMANSY, Montreal, *CD Proceedings*, paper Rom04-24, (2004).
 11. Majou, F.; Gosselin, C.; Wenger, P. D., and Chablat, V., “Parametric stiffness analysis of the orthoglide”, *Mechanism and Machine Theory*, **42**, pp.296-311 (2007).
 12. Merlet, J-P.; Parallel robots, First Edition, Kluwer Academic Publishers, (2000).
 13. WWW.THK.com
 14. Farkhondehal, H. “Kinematic design of hexapod machine tool,” M.SC. Thesis, dept. of Mech. Eng., Tarbiat Modares University (2005).
 15. Hosseini, M.A., “Design and Manufacturing of 3-axis CNC hexapod milling machine tool”, M.SC. Thesis, Dept of Mech. Eng., Tarbiat Modares University (2005).
 16. Hosseini, M.A., Nategh, M.J., Farkhondehal, H., “Statistical analysis of force in the hexapod table of a CNC milling machin, Amirkabir Int. J. of Science and Technology, **18** (66-B), pp. 1-7, (2007).
 17. Przemysław, S. , “Determination of the stiffness of rolling kinematic pairs of manipulators”, *Mechanism and Machine Theory*, Article in press, Received on 2006.

ضمیمه

ماتریس دوران R حول محورهای (X,Y,Z) از شکل ۱ به اندازهی (α, β, γ) عبارت است از:

$$R = \begin{bmatrix} C\beta C\gamma & -C\beta S\gamma & S\beta \\ S\alpha S\beta C\gamma + C\alpha S\gamma & -S\alpha S\beta S\gamma + C\alpha C\gamma & -S\alpha C\beta \\ -C\alpha S\beta C\gamma + S\alpha S\gamma & C\alpha S\beta S\gamma + S\alpha C\gamma & C\alpha C\beta \end{bmatrix}$$

که در آن C و S به ترتیب به کسینوس و سینوس اشاره دارند.