

# شناسایی و طراحی یک ربات شش‌پای شش‌درجه آزادی

حسن صیادی (استادیار)

بهروز یزدان‌شناس‌شاد (دانشجوی کارشناسی ارشد)  
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

در این پژوهش ربات شش‌پایی با شش‌درجه آزادی فعال و شش‌درجه آزادی غیرفعال طراحی شده است که پاهای آن سازوکاری چهارمیله‌یی دارند. این سازوکار باعث شده است که هر یک از پاهای ربات به‌جای حرکت دورانی، حرکتی رفت و برگشتی - مانند پاهای حشرات شش‌پا - انجام دهند. اگرچه هر پا دارای یک درجه آزادی است، به‌واسطه‌ی مفصل‌بندی‌های آن، رفتاری شبیه به حرکت پاهای یک حشره‌ی شش‌پا ایجاد می‌شود که این موضوع یکی از برتری‌ها و وجوه تمایز این ربات با سایر ربات‌های شش‌پای شش‌درجه آزادی است که تاکنون ساخته شده است. در این پژوهش ابتدا به ویژگی‌های حرکتی یک حشره‌ی شش‌پا مانند سوسک حمام پرداخته شده و سپس نسبت به طراحی پای ربات، بررسی سینماتیک ربات، پایداری استاتیکی، استخراج معادلات مربوط به دینامیک آن و تعیین گشتاورهای ورودی به لینک فعال از هر پا اقدام شده است. در انتها معادلات مربوط به گشتاور اعمال شده از طرف محرک‌ها به‌دست آمده است.

واژگان کلیدی: شبیه‌سازی، دینامیک، مکانیزم چهارمیله‌یی، سینماتیک، ربات شش‌پا.

sayyaadi@sharif.edu

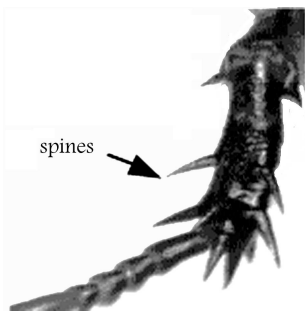
## مقدمه

می‌کند. در حال حاضر به‌خاطر کندبودن حرکت ربات‌های شش‌پا بیشتر کارهای انجام شده بر روی آنها جنبه‌ی تحقیقاتی دارد تا جنبه‌ی کاربردی. هدف این پژوهش تحلیل سینماتیکی، دینامیکی و شبیه‌سازی یک ربات شش‌پای شش‌درجه آزادی است. ویژگی منحصر به فرد طرح موجود این است که هر پا با یک درجه آزادی فعال و استفاده از ویژگی‌های حرکتی سازوکارهای چهارمیله‌یی مانور حرکتی مناسب را که در تحقیقات دیگر با درجات آزادی فعال زیاد تأمین کرده‌اند، ایجاد می‌کند.

## ویژگی‌های زیست‌شناختی سوسک حمام در حرکت

بدن پهن حشرات شش‌پا، نزدیک به سطح بودن مرکز جرم آنها، پاهای باز شده به اطراف، وجود سه پای در تماس با زمین در هر فاز حرکتی، و در نتیجه وجود پایداری بیشتر و توانایی عبور از انواع مسیرهای هموار و ناهموار بدون آن که در استراتژی راه‌رفتن حشره تغییر محسوس‌ی ایجاد شود باعث توجه بیش از پیش بیورباتیست‌ها به این موجودات شده است. سوسک‌ها همواره بر سه پا راه می‌روند و یا می‌دوند<sup>[۱]</sup> به‌طوری که همواره پای جلو و عقب از یک طرف بدن، و پای وسط از طرف دیگر با زمین در تماس است و این حالت همواره بدن او را بر روی یک سه‌پایه قرار داده که باعث پایداری و حفظ تعادل آن می‌شود. پاهای جلویی در بالا نگه‌داشتن قسمت جلویی بدن نقش دارند<sup>[۵]</sup> به‌طوری که حشره می‌تواند بدون تنظیم، یا تغییر در شکل حرکتی خود از موانع کوچک بگذرد. همچنین این پاها با توجه به آن که در هنگام حرکت بیشتر رو به جلو متمایل‌اند می‌توانند نقش ترمز را در مواقع لازم ایفا کنند.

ایده‌هایی که بیورباتیست‌ها از بررسی سازوکار و عملکرد موجودات زنده می‌گیرند به آنها در حل گروهی از مسائل پیچیده‌ی مهندسی کمک می‌کند. توجه به ربات‌های پادار از زمان آشکار شدن مزیت‌های زیست‌شناختی آنها، بیشتر شد. مواردی از این مزیت‌ها عبارت‌اند از: ۱. این ربات‌ها قادرند در هر نوع زمینی (هموار، ناهموار، سنگلاخ) تقریباً بدون مشکل حرکت کنند؛ ۲. توانایی عبور از مسیرهای ناپیوسته را دارند؛ ۳. ربات‌های شش‌پا این ویژگی را دارند که اگر یک یا حتی دو پای آنها دچار آسیب شود همچنان به حرکت خود ادامه دهند. در طراحی ربات شش‌پا محققین و طراحان بیشتر از سوسک حمام الهام گرفته‌اند.<sup>[۱]</sup> این حشره علاوه بر ویژگی‌های مذکور تقریباً سریع‌ترین حشره‌ی شش‌پا است، به‌طوری که برخی از گونه‌های آن می‌توانند با سرعتی حدود ۵۰ برابر طول بدن خود در هر ثانیه بدوند. اصلی‌ترین علت این ویژگی آن است که در این حشره، هرکدام از پاها که به‌صورت کاملاً تخصصی شکل گرفته‌اند<sup>[۲]</sup> وظیفه‌ی خاص خود را انجام می‌دهند. اگرچه هر شش‌پا از اجزایی یکسان تشکیل شده‌اند، اما از نظر ابعاد، نحوه‌ی قرارگیری و قدرت، متناسب با وظیفه‌ی بی که به‌عهده دارند با یکدیگر متفاوت‌اند. هر گروه از محققین و مهندسی‌ن از بخشی از ویژگی‌های این حشره الهام گرفته‌اند. برخی با تأکید بر سرعت آن<sup>[۳]</sup>، برخی با تأکید بر توانایی عبور این حشره از موانع<sup>[۴]</sup>، و در جایی دیگر توانایی عبور از زمین‌های ناهموار ملاک طراحی قرار گرفته است؛<sup>[۱]</sup> اما با تأمل بر هر طرح فارغ از مزیت‌های آن، ضعف‌هایی نیز مشخص می‌شود که گاهی از کاربردی شدن طرح جلوگیری



شکل ۳. اسپین‌ها در اعمال حرکت بدون لغزش نقش مهمی دارند.

ناحیه‌ی تارس (مچ پا) قرار دارند که به وسیله‌ی یک ماهیچه عمل می‌کنند. اما آنچه در حرکت و دویدن سوسک نقش اساسی دارد سه قطعه‌ی اول (Femur, Tibia, Coax) با مجموعاً پنج درجه آزادی هستند.

۱. اتصال Body-Coax: در محل اتصال Coax به بدن سه درجه آزادی (Roll, Pitch, Yaw) دیده می‌شود و مانند یک مفصل کروی عمل می‌کند.

۲. اتصال Coxa-Femur (CTr): این اتصال دارای یک درجه آزادی است و مانند یک مفصل لولایی عمل می‌کند.

۳. اتصال Femur-Tibia: این اتصال نیز دارای یک درجه آزادی است و مانند یک مفصل لولایی عمل می‌کند.

اسپین‌ها زائده‌های خارمانندی هستند که به خصوص روی قطعه‌ی Tibia از هر پا به تعداد زیاد وجود دارند و در جلوگیری از لغزش - هنگامی که سوسک برای حرکت رویه جلو پاها را به عقب می‌راند - نقش بسیار مؤثری دارند. [۶] شکل ۳ اسپین‌های پای یک سوسک را نشان می‌دهد. (به جهت‌گیری اسپین‌ها دقت کنید.)

### بررسی مزیت‌های طرح حاضر

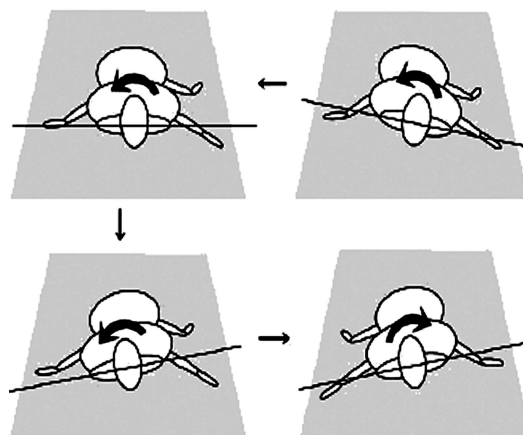
از مشکلات ربات‌های شش‌پای یک‌درجه آزادی [۷، ۲] می‌توان به عدم توانایی انجام رژیم‌های مختلف حرکتی، عدم توانایی در دور زدن ربات و از کار افتادن آن در صورت گیرکردن یکی از پاها اشاره کرد. یکی دیگر از مشکلات آنها و برخی از ربات‌های شش‌درجه آزادی [۴] حرکت دورانی پاها آنهاست که هیچ تشابهی با حرکت پای حشرات شش‌پا ندارد. به علاوه، در شروع هر گام که لحظه‌ی تماس پا با زمین است بیش از آنکه نیروی مؤثر از طرف زمین در راستای حرکت باشد در خلاف جهت حرکت ربات است. وضعیت پاها ربات‌های مورد بحث نیز از نظر باز شدن به اطراف و ایجاد پایداری استاتیکی بیشتر و همچنین مفصل‌بندی آنها شباهتی با پای حشره‌ی شش‌پا ندارد.

در نمونه طراحی شده در تحقیق حاضر، اگرچه ربات مذکور فقط دارای شش‌درجه آزادی است ولی به علت نوع سازوکاری که در پاها آن به کار رفته دارای مفصل‌بندی‌هایی است که آن را بیش از سایر ربات‌های مشابه (با تعداد درجات آزادی یکسان) به حشرات شش‌پا شبیه ساخته است. این سازوکار اجازه می‌دهد که پاها ربات به اطراف باز شده و تعادل استاتیکی بهتری را تأمین کنند. همچنین پاها حرکت رفت و برگشتی دارند، نه دورانی. از دیگر مزیت‌های این طرح آن است که به خاطر مفصل‌بندی‌های موجود، علاوه بر آن‌که هر پا به‌طور قابل ملاحظه‌ی سبک است، از استحکام قابل توجهی نیز برخوردار است. یکی دیگر از ویژگی‌های این طرح آن

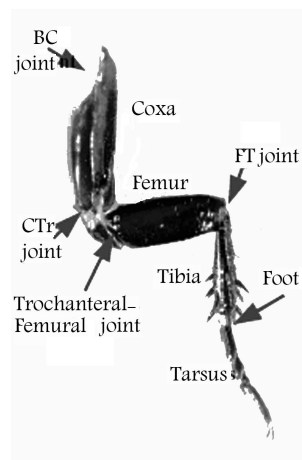
پاهای میانی بیشترین نقش را در تحمل وزن جانور و همچنین توانایی ایجاد شتاب مثبت و منفی و دورزدن و چرخیدن به اطراف دارند. [۵] این پاها به‌خصوص در هنگام عبور از موانع بلندتر از قد حشره نقش اساسی دارند. پاها عقب که بسیار قدرتمندتر از بقیه‌ی پاها هستند در حرکت خطی به سمت جلو نقش اساسی دارند و مانند پیستون عمل می‌کنند. تخصصی‌تر شدن هر پای این جانور باعث شده که در بین سایر حشرات از چالاکی و توانایی‌های ویژه‌ی برخوردار باشد. انتظار می‌رود با به‌کار بستن این ویژگی‌ها در طراحی و ساخت ربات‌های شش‌پا، رباتیست‌ها به قابلیت‌های حرکتی خوب با استحکام بالا برسند.

داده‌ها نشان می‌دهند که در حین راه رفتن سوسک حرکت رول با زاویه‌ی که بیشینه‌ی آن  $\pm 7^\circ$  درجه است انجام می‌شود. جهت این حرکت همواره از دو پای درگیر با زمین در یک طرف بدن به سمت تک پای درگیر با زمین در طرف دیگر است. در شکل ۱ نحوه‌ی این حرکت به خوبی نمایش داده شده است. همچنین حین راه رفتن حول محور عرضی بدن، پیش‌مختصری وجود دارد. در آغاز ضربه قدرت پاها در جلوی بدن به سمت پایین متمایل می‌شود و در انتها به سمت بالا. زاویه‌ی پیچ بین  $\pm 5^\circ$  درجه متغیر است.

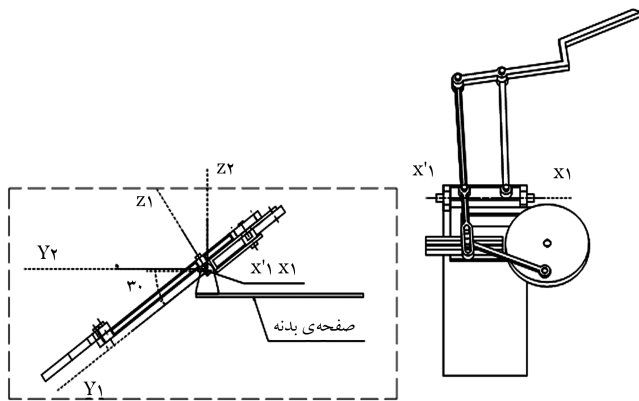
مرکز جرم بدن سوسک که نزدیک به پای عقب آن است، در حین حرکت در امتداد قائم نوسانی دارد که برابر با  $\pm 10^\circ$  ارتفاع اسمی آن است. هر پا از ده قطعه با ۷ درجه آزادی تشکیل شده است (شکل ۲). شش قطعه از این قطعات در



شکل ۱. حرکت رول حول محور طولی بدن.



شکل ۲. اجزای پای جلوی سوسک حمام.



شکل ۶. پاهای ربات می‌توانند حول محور طولی واقع در لینک ۱ دوران کنند.

چنان‌که در شکل ۶ نشان داده شده، لینک ۱ بر بدنه و بر روی صفحه‌ی زیرین بدنه‌ی ربات سوار است. موتور محرکه‌ی پای ربات و چرخ‌دنده‌ی گردانی که حرکت دورانی موتور را به حرکت رفت و برگشتی تبدیل می‌کند، همگی بر این لینک سوار می‌شوند. چارچوب ۱، چارچوبی محلی است و بر روی هر پای ربات چارچوبی مانند آن در نظر گرفته می‌شود. مطابق شکل ۵ محور  $X_1$  در امتداد لینک ۱ بوده و جهت مثبت آن از لولای  $a$  به سمت لولای  $b$  است. مبدأ آن مطابق شکل ۶ منطبق است بر فصل مشترک محل تقاطع محورهایی که از لولای  $a$  و لولایی که لینک ۱ حول آن دوران می‌کند، و محور  $Y_1$  عمود بر  $X_1$  و در صفحه‌ی موازی با صفحه‌ی محلی است که پای ربات در آن قرار می‌گیرد. محور  $Z_1$  نیز با استفاده از قاعده‌ی دستگاه راست‌گرد به دست می‌آید. چارچوب ۲ چارچوبی است که مبدأ و محور  $X$  آن منطبق بر مبدأ و محور  $X$  از چارچوب محلی ۱ واقع بر پای شماره ۱ است و فقط نسبت به آن حول محور  $X$  دوران می‌کند. عضو ۱ از هر پا قابلیت دوران حول محور  $X_1$  را دارد به طوری‌که در هنگام برگشت پا حداکثر به اندازه‌ی  $30^\circ$  در دوران کرده و باعث عدم تماس پای برگشتی با زمین می‌شود.

علاوه بر مزیت‌هایی که ذکر شد، مزیت‌های دیگری در طراحی پاهای ربات به صورت سازوکار چهار میله‌یی وجود دارد که عبارت‌اند از:

۱. حرکت هر پا به صورت صفحه‌یی است و در نتیجه باعث سادگی در تحلیل حرکت ربات می‌شود.
۲. ایجاد صلایت کافی در پاها.
۳. امکان انتقال نیرو در امتداد کاپلر.
۴. امکان ایجاد حرکت نقطه‌ی تماس کاپلر با زمین تا حد امکان در امتداد یک خط راست با انتخاب مناسب ابعاد سازوکار.
۵. حرکت کاپلر در محدوده‌یی که زاویه‌ی فشار تا حد امکان در اندازه‌ی مطلوب باقی بماند و در نتیجه توان مصرفی بهینه شود.

### گام اول در طراحی سازوکار پاهای ربات

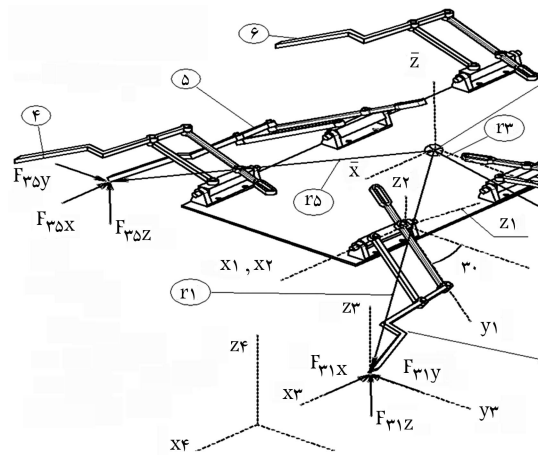
مبدأ محور مختصات چارچوب ۱ که متصل به سازوکار پا است، در محل لولای  $a$  در نظر گرفته می‌شود. سپس محل لولای  $b$  را به دلخواه انتخاب کرده و سه مختصات دلخواه برای نقطه‌ی  $P$  که به یک خط راست نزدیک‌اند به صورت فرضی اختیار می‌شود. زاویه‌ی دوران کاپلر را نیز بین گذر از مختصات اول به دوم و مختصات

است که در شروع هر گام نیروی وارد در امتداد حرکت ربات، در جهت حرکت آن عمل می‌کند، نه در خلاف جهت حرکت.

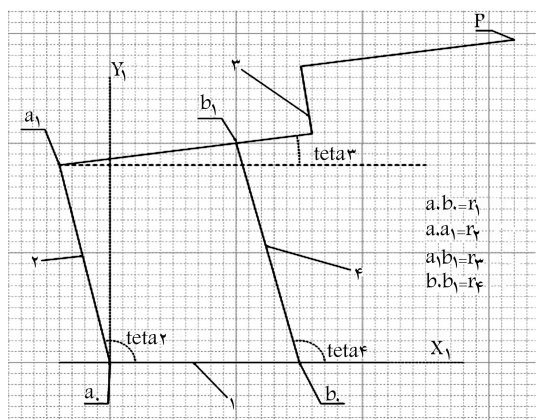
### طراحی سازوکار پاهای ربات

شکل ۴ طرح ساده‌یی از ربات را در لحظه‌یی نشان می‌دهد که پاهای مشخص شده با شماره‌ی فرد با زمین در تماس‌اند. در این طرح هنگام راه رفتن و دویدن و عبور از موانع کوتاه نیز سه پای ربات (پاهای شماره‌ی ۱، ۳، و ۵) هم‌فاز بوده و با سه پای دیگر (پاهای شماره‌ی ۲، ۴، و ۶) به اندازه‌ی  $180^\circ$  درجه اختلاف فاز دارند. از این پس به دسته پاهایی که به زمین اعمال نیرو می‌کنند، پاهای محرک و پاهای در حال برگشت بدون تماس با زمین، پاهای مزدوج گفته خواهد شد. طرح ساده‌یی از یک پا در شکل ۵ آمده است. به طوری‌که نقطه‌ی  $P$  از انتهای کاپلر با زمین مبادله‌ی نیرو می‌کند و باعث حرکت ربات به سمت جلو می‌شود.

در این شکل لینک ۲ از هر پا نقش Coax و لینک ۳ نقش Femur را در پای سوسک حمام ایفا می‌کنند. مطابق شکل ۶ لینک ۲ به همراه لینک ۱ قابلیت چرخش حول محورهای  $X_1$  و  $Z_1$  و لینک ۳ قابلیت دوران در امتداد محور  $Z_1$  را دارد. چرخش در امتداد محور  $X_1$  به صورت غیرفعال است و به واسطه‌ی وجود زائده‌ی بادامکی که در زیر چرخ‌دنده‌ی دوار سوار بر لینک ۱ واقع است، رخ می‌دهد.



شکل ۴. نمایشی ساده از ربات در لحظه تماس پاهای ۱، ۳ و ۵ با زمین.



شکل ۵. نمایش هر پا به صورت یک سازوکار چهار میله‌یی.

کورس  $AB$  جهت اعمال ورودی به  $crank$ ،  $2l_1$  است. لذا مختصات نقاط  $A$  و  $B$  در چارچوب ۱ عبارت است از:

$$x_A = -x_B = l_1 \tan(135^\circ - 90^\circ) = l_1', \quad y_A = y_B = -l_1'$$

اگر بسامد نوسان محور لغزنده  $\nu$  فرض شود (پس از تحلیل سینماتیک ربات، بسامدهای مختلفی برای حرکت پاها در نظر گرفته شد و پس از بررسی، در بسامد  $1/5$  هرتز مقادیر قابل قبولی برای شتاب حرکت ربات به دست آمد. لذا کلیه نتایجی که از این پس به آنها اشاره می‌شود به‌ازای بسامد فوق به دست آمده‌اند). معادله حرکت میله لغزنده به صورت رابطه ۳ خواهد بود:

$$x = A \sin(2\pi\nu.t + \frac{\pi}{4}) = l_1' \sin(2\pi\nu.t + \frac{\pi}{4}) \quad (3)$$

که در آن  $A = l_1'$  دامنه نوسان لغزنده است. نقطه  $B$  که یک انتهای کورس  $AB$  است، نقطه‌ی آغاز حرکت لغزنده فرض شده است.  $x$  جابه‌جایی لغزنده در لحظه  $t$  از نقطه  $H$  یا مرکز نوسان است. با توجه به هندسه مسئله و رابطه ۳، زاویه ورودی به لینک ۲ مطابق رابطه ۴ به دست می‌آید.

$$\theta_2 = \tan^{-1}[\sin(2\pi\nu.t + \frac{\pi}{4})] + \frac{\pi}{4} \quad (4)$$

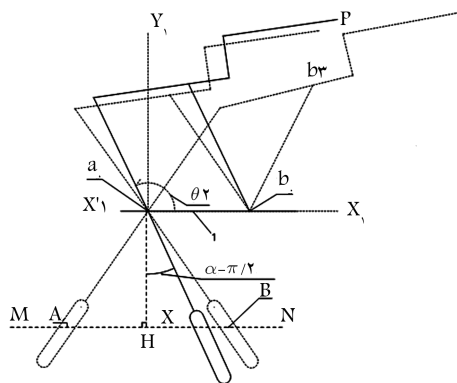
با گرفتن مشتق اول و دوم از رابطه ۴ نسبت به زمان، معادلات سرعت و شتاب زاویه‌ی ورودی به دست می‌آید. با داشتن بسامد لغزنده مقادیر  $\dot{\theta}_2$ ،  $\ddot{\theta}_2$ ،  $\theta_2$  معلوم خواهند بود و با داشتن این مقادیر می‌توان به موقعیت، سرعت و شتاب نقطه‌ی  $P$  (محل تعامل سازوکار پا با زمین) در چارچوب ۱ دست یافت. برای محاسبه‌ی این ویژگی‌ها از نقطه‌ی  $P$  ابتدا باید موقعیت، سرعت و شتاب زاویه‌ی هر یک از لینک‌های ۳ و ۴ را محاسبه کرد. (این کمیت‌ها قابل استخراج هستند.<sup>[۹]</sup>)

### محاسبه‌ی موقعیت، سرعت و شتاب نقطه‌ی $P$ از لینک ۳

با داشتن زاویه‌ها، سرعت‌ها و شتاب‌های زاویه‌ی لینک‌های ۲ و ۳، موقعیت، سرعت و شتاب هر نقطه‌ی دلخواه از کاپلر مانند نقطه‌ی  $P$  قابل استخراج است. با توجه به شکل ۸ بردار مکان نقطه‌ی  $P$  در چارچوب ۱ به دست می‌آید:

$${}^1 \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_2 \cos \theta_2 + r_{P2} \cos(\theta_2 + \alpha) \\ r_2 \sin \theta_2 + r_{P2} \sin(\theta_2 + \alpha) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

با توجه به ضخامت لینک‌ها،  $Z_P$  به اندازه‌ی  $0.7 \times 1$  متر بالاتر از صفحه‌ی  $X_1Y_1$  واقع است. مشتق اول و دوم از رابطه ۵ نسبت به زمان، ما را موفق به دست‌یابی به معادلات سرعت و شتاب نقطه‌ی  $P$  در چارچوب ۱ می‌کند.



شکل ۷. زاویه‌ی ورودی  $crank$  به صورت یک تابع نوسانی اعمال می‌شود.

اول به سوم کوچک فرض کرده و بدیهی است با این فرضیات پس از چندین بار سعی و خطا جواب قابل قبولی برای مختصات لولاهای  $a_1$ ،  $b_1$  به دست خواهد آمد. این مقادیر فرضی عبارت‌اند از:

$$P_1 = [10\text{ cm}, 13\text{ cm}] \quad , \quad P_2 = [14\text{ cm}, 13.5\text{ cm}] \quad , \quad \theta_{12} = 0^\circ$$

$$P_2 = [18\text{ cm}, 13\text{ cm}] \quad , \quad \theta_{12} = \frac{\pi}{12} \text{ rad}$$

$$a_0 = [0\text{ cm}, 0\text{ cm}] \quad , \quad b_0 = [3\text{ cm}, 0\text{ cm}]$$

پس از به دست آوردن جواب مطلوب و پیاده‌سازی سازوکار در محیط Animation CATIA<sup>[۹]</sup> و تغییر مینیوم و ماکزیمم زاویه‌ی  $\theta_2$  (به‌ازای  $45^\circ \leq \theta_2 \leq 135^\circ$ ) که زاویه‌ی ورودی لینک ۲ است، کورسی معادل با  $11\text{ cm}$  به دست آمد. در طول این کورس انحراف نقطه‌ی  $P$  از خط راست در حدود  $0.75\text{ cm}$  است. در فرض ابتدایی  $P_1$  نقطه‌ی شروع،  $P_2$  نقطه‌ی میانی، و  $P_3$  نقطه‌ی انتهایی مسیر کاپلر و  $\theta_{12}$  و  $\theta_{13}$  به ترتیب زاویه‌ی چرخش کاپلر در حرکت از نقطه‌ی شروع به نقطه‌ی میانی، و نقطه‌ی شروع تا نقطه‌ی انتهایی است. در این قسمت هدف یافتن محل لولاهای  $a_1$ ،  $b_1$  با طول ابعاد سازوکار است.

### اعمال معادلات قید طول ثابت

با توجه به ثابت بودن طول لینک ۲ ( $crank$ ) در طی حرکت، روابط زیر بین نقطه‌ی شروع، میانی و انتهایی لولاهای  $a_1$ ،  $b_1$  در گذر از موقعیت‌های ۲ و ۳ برقرار است.<sup>[۹]</sup>

$$(\vec{k}_i - \vec{a}_i)^T (\vec{k}_i - \vec{a}_i) = (\vec{a}_1 - \vec{a}_i)^T (\vec{a}_1 - \vec{a}_i) \quad , \quad i = 2, 3 \quad , \quad k = a, b \quad (1)$$

### اعمال معادلات مربوط به قید جابه‌جایی

با توجه به دوران کاپلر بین وضعیت شروع ( $P_1$ )، میانی ( $P_2$ ) و انتهایی ( $P_3$ )، خواهیم داشت:

$$(\vec{k}_i) = [D_{1i}] (\vec{k}_1) \quad , \quad i = 2, 3 \quad , \quad k = a, b \quad (2)$$

که در آن  $[D_{1i}]$  ماتریس جابه‌جایی<sup>[۹]</sup> از وضعیت ۱ (شروع) به وضعیت  $i$  ام است. با جایگزینی معادله ۲ در معادله ۱ و حل آن، موقعیت لولاهای  $a_1$  و  $b_1$  به دست می‌آید که عبارت‌اند از:

$$a_1 = [-3\text{ cm}, 7.6\text{ cm}] \quad , \quad b_1 = [-0.75\text{ cm}, 8.7\text{ cm}]$$

### تحلیل سینماتیک ربات

سینماتیک پارامتر ورودی سازوکار چهارمیله‌ی (زاویه‌ی  $\theta_2$ ) برای اعمال زاویه‌ی ورودی  $\theta_2$  به لینک ۲ توسط لغزنده، دنباله‌ی شیاردار برای آن در نظر گرفته شد (شکل ۷) و فاصله‌ی محور  $MN$  (خطی که از دو انتهای کورس رفت و برگشت می‌گذرد) از اتصال مفصلی  $a_0$  به صورت پارامتر  $l_1'$  فرض شد ( $a_0 H = l_1'$ ). با توجه به محدوده‌ی زاویه‌ی  $\theta_2$  ( $45^\circ \leq \theta_2 \leq 135^\circ$ ) طول

جلو شروع می‌شود که در این حالت به جز چند لحظه‌ی اولیه، پای ربات با زمین تماس ندارد.

زیربخش دوم) پای ربات در شروع گام برگشت به تدریج حول محور  $X_2$  از چارچوب ۲ به اندازه‌ی  $3^\circ$  می‌چرخد و صفحه‌ی که موازی پای ربات است در انتهای این زیربخش با صفحه‌ی  $X_2Y_2$  از چارچوب ۲ زاویه‌ی صفر درجه می‌سازد. زمان لازم برای این حرکت نیز به اندازه‌ی  $2\%$  زمان گام برگشت در نظر گرفته شده که برابر با  $66$  هزارم ثانیه است. در  $45$  هزارم ثانیه‌ی اول از گام برگشت پای ربات هنوز با زمین در تماس است و نقش مؤثری در حرکت آن دارد؛ اما بلافاصله بعد از این زمان پاهای محرک با زمین تماس یافته و تماس این پا با زمین قطع می‌شود.

$\alpha$  زاویه‌ی دوران چارچوب ۱ نسبت به چارچوب ۲ است که در اینجا تابع درجه‌ی ۳ از زمان فرض شده و طبق فرضیات گفته شده از رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید. در این رابطه  $T$  دوره‌ی تناوب کامل هر پا است.

$$\begin{cases} \alpha(t) = -\frac{50 \cdot \pi}{T^2} t^2 & 0 < t \leq \frac{T}{10} \\ \alpha(t) = -\frac{\pi}{6} & \frac{T}{10} < t \leq \frac{T}{5} \\ \alpha(t) = -\frac{\pi}{6} + \frac{50 \cdot \pi}{T^2} (t - \frac{T}{5})^2 & \frac{T}{5} < t \leq \frac{2T}{5} \\ \alpha(t) = 0 & \frac{2T}{5} < t \leq T \end{cases} \quad (6)$$

### مرکز جرم پای شماره $i$ در چارچوب ۲

مرکز جرم پای شماره  $i$  در چارچوب ۲ از رابطه‌ی ۷ به دست می‌آید:

$${}^2\vec{r}_i = {}^2[x_i \ y_i \ z_i]^T = {}^1T_{Feet-i} [x_i \ y_i \ z_i]^T \quad (7)$$

که در آن، عبارت  $k_i^j$  مربوط به مؤلفه‌ی  $k$  (که در آن  $k = x, y, z$ ) از پای شماره  $i$  در چارچوب  $j$ ، و  ${}^1T_{Feet-i}$  ماتریس تبدیل همگن پای شماره‌ی  $i$  است [۱۰] و از آنجا مرکز جرم ربات در چارچوب ۲ برابر است با:

$${}^2\vec{r}_{mc} = \frac{m_V \cdot {}^2\vec{r}_V + m \sum_{i=1}^v {}^1T_{Foot-i} \cdot {}^1\vec{r}_i(\theta_i)}{\sum_{i=1}^v m_i} \quad (8)$$

در رابطه‌ی ۸ حرف  $i$  بیان‌گر شماره پا، و اندیس  $V$  متعلق به بدنه‌ی ربات است.

### محاسبه‌ی مرکز جرم ربات نسبت به چارچوب ۳

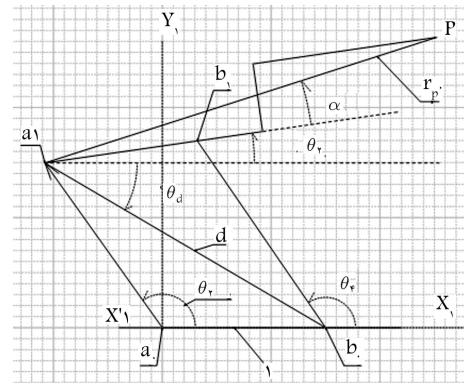
چارچوب ۲ بر ربات سوار است. لذا مختصات مرکز جرم نسبت به یک چارچوب ساکن مطلوب است. مطابق شکل ۹ فرض شده است که پاهای شماره فرد با زمین در تماس اند و نقطه‌ی  $P$  از انتهای لینک ۳ از پای شماره ۱ در هنگام حرکت ربات با زمین در تماس است و حرکت بدون لغزش است.

چارچوب ۳ فقط از انتقال چارچوب ۲ به این نقطه به دست می‌آید. بردار انتقال [۱۱] عبارت است از  $[x_P \ y_P \ z_P]^T$  که در چارچوب ۲ محاسبه می‌شود.

$${}^1\vec{r}_P = {}^1R_{Feet-1} [x_P \ y_P \ z_P]^T \quad (9)$$

لذا مختصات مرکز جرم ربات در چارچوب ۳ عبارت است از:

$${}^3\vec{r}_{mc} = {}^2\vec{r}_{mc} - {}^2\vec{r}_P \quad (10)$$



شکل ۸. بردارهای نقاط کلیدی جهت نوشتن معادلات.

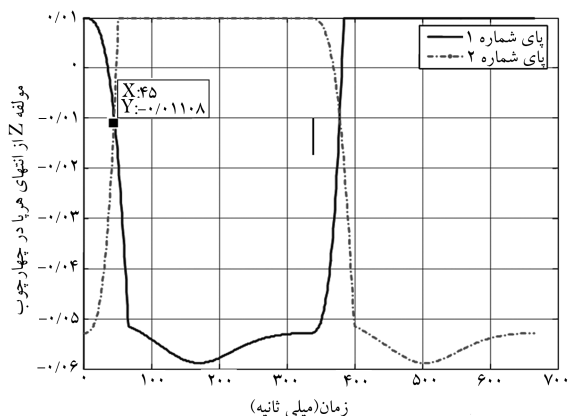
### محاسبه‌ی مرکز جرم ربات نسبت به چارچوب ۲

یک دوره‌ی کامل هر پای ربات به ۲ بخش و دو زیربخش تقسیم شده است که عبارت‌اند از:

بخش اول) حرکت پا به طرف عقب (پاهای محرک) و اعمال نیرو با زمین که به جز چند لحظه‌ی اولیه که این پاها هنوز با زمین تماس برقرار نکرده‌اند، باعث حرکت ربات به سوی جلو می‌شود.

زیربخش اول) در این مرحله که مربوط به لحظات آغازین بخش اول است پای ربات حول محور  $X_1$  از چارچوب ۱ به تدریج تا  $3^\circ$  درجه به سمت پایین دوران می‌کند و پای از حالت موازی با صفحه‌ی  $X_2Y_2$  به حالتی می‌رسد که با این صفحه زاویه‌ی  $3^\circ$  درجه می‌سازد. زمان لازم برای این حرکت  $2\%$  زمان بخش اول یا زمان گام رفت در نظر گرفته شده است. زمان هر گام  $333$  هزارم ثانیه و زمان حرکت زیربخش اول  $66$  هزارم ثانیه در نظر گرفته شده است. مطابق نمودار ۱ که مربوط به مؤلفه‌ی  $Z$  از نقطه‌ی  $P$  از هر پا، و در چارچوب ۲ است در  $45$  هزارم ثانیه‌ی اول از این زیربخش پای مذکور هنوز با زمین مبادله‌ی نیرو نمی‌کند، زیرا پاهای مزدوج با آنها که زیربخش دوم را (که در ادامه درباره‌ی آن بحث می‌شود) طی می‌کنند در موقعیت پایین‌تری قرار دارند و مانع تماس این پاها با زمین هستند. درست بعد از این لحظه، پاهای محرک با زمین تماس برقرار می‌کند و پاهای مزدوج از زمین جدا می‌شوند.

بخش دوم) بعد از آن‌که پای ربات به انتهای گام رفت خود رسید، برگشت پا به سمت



نمودار ۱. مؤلفه‌ی  $Z$  از انتهای کاپلر از هر پا در چارچوب ۲.

در رابطه‌ی ۱۳،  $mc$  بیان‌گر مرکز جرم،  $\vec{V}_P$  بیان‌گر سرعت نقطه‌ی  $P$  از انتهای کابل در چارچوب ۲ و همچنین  $\dot{R}$  و  $\dot{R}$  ماتریس و مشتق ماتریس دوران چارچوب ۱ نسبت به ۲ هستند. چون چارچوب ۴ نسبت به چارچوب ۳ فقط دارای انتقال است (با این فرض که حرکت بر صفحه‌ی افقی رخ می‌دهد)، لذا سرعت مرکز جرم ربات در چارچوب ۳ و ۴ یکسان است.

$${}^2V_{\varphi mc} = {}^2V_{\varphi mc} \quad (14)$$

با گرفتن مشتق از رابطه‌ی ۱۲ معادله‌ی شتاب در چارچوب ۲ به دست می‌آید. شتاب مرکز جرم ربات در چارچوب ۳ برابر است با شتاب مرکز جرم در چارچوب ۲ منهای شتاب انتهای کابل در چارچوب ۲.

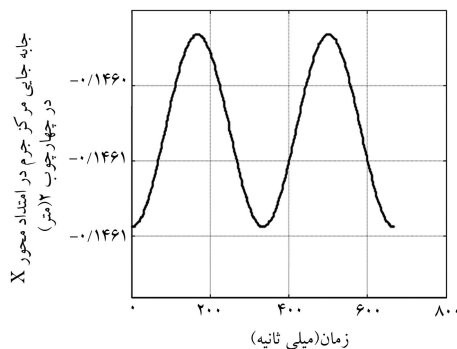
$${}^2\vec{a}_{mc} = {}^2\vec{a}_{mc} - {}^2\vec{a}_P = {}^2\vec{a}_{mc} - (\dot{R}^T \vec{r}_P + \dot{R} \times \dot{R}^T \vec{r}_P + \dot{R}^T \ddot{r}_P) \quad (15)$$

و از آنجا شتاب مرکز جرم در چارچوب ۴ برابر است با:

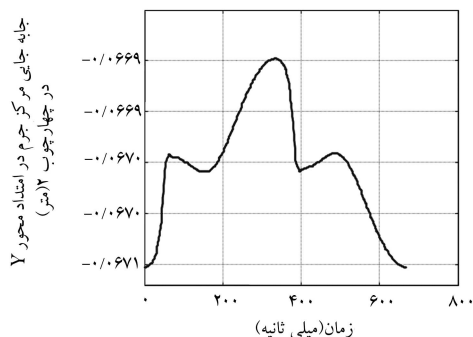
$${}^2\vec{a}_{mc} = {}^2\vec{a}_{mc} \quad (16)$$

### شبیه‌سازی‌های سینماتیکی ربات

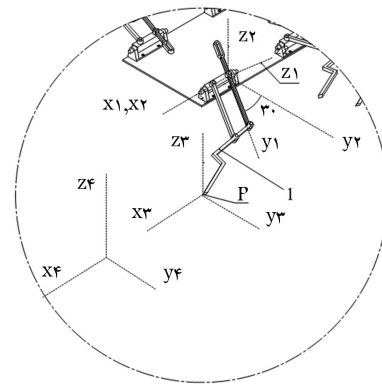
نمودارهای ۲، ۳ و ۴ مربوط به جابه‌جایی مرکز جرم ربات در امتداد محورهای  $Z_2, Y_2, X_2$  در چارچوب ۲ هستند. با توجه به این نمودارها بیشینه و کمینه‌ی مکان مرکز جرم ربات در امتداد محور  $X, Y, Z$  و در هر دوره برحسب متر



نمودار ۲. مکان مرکز جرم ربات در چارچوب ۲ در امتداد محور X.



نمودار ۳. مکان مرکز جرم ربات در چارچوب ۲ در امتداد محور Y.



شکل ۹. نمایش چارچوب‌های تعریف شده.

### محاسبه‌ی مرکز جرم ربات نسبت به چارچوب مرجع

اگر  $P$  نقطه‌ی تماس پای شماره ۱ با زمین در شروع حرکت و چارچوب مرجع ۴ چارچوب متصل به زمین در این نقطه و درست منطبق با چارچوب ۳ در لحظه‌ی شروع حرکت فرض شود (که بعد از آن این چارچوب نسبت به صفحه‌ی حرکت ربات ثابت می‌ماند)، مختصات مرکز جرم ربات در چارچوب مرجع برابر خواهد بود با:

$$x = 0;$$

$${}^2x_{mc}(1) = {}^2x_{mc}(1); {}^2y_{mc}(1) = {}^2y_{mc}(1); {}^2z_{mc}(1) = {}^2z_{mc}(1);$$

$$\text{for } i = 1 : n$$

⋮

$$\text{if } {}^2x_{mc}(i+1) < {}^2x_{mc}(i)$$

$$\theta_r = \pi - \theta_r$$

$$x = \text{abs}({}^2x_{mc}(i+1) - {}^2x_{mc}(i))$$

end

$${}^2x_{mc}(i+1) = {}^2x_{mc}(i) - x$$

$${}^2y_{mc}(i+1) = {}^2y_{mc}(i+1)$$

$${}^2z_{mc}(i+1) = {}^2z_{mc}(i+1)$$

end

(11)

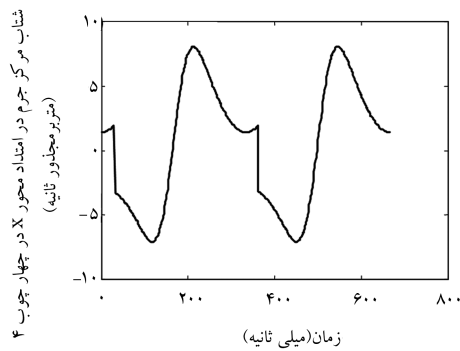
### محاسبه‌ی سرعت مرکز جرم ربات

با مشتق‌گیری از رابطه‌ی ۸، سرعت مرکز جرم ربات در چارچوب ۲ به دست می‌آید:

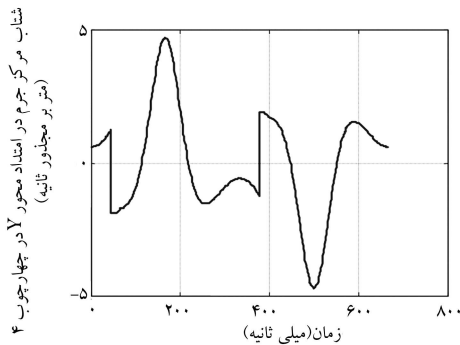
$${}^2\vec{V}_{mc} = \frac{\sum_{i=1}^6 [{}^i\dot{R}_{Foot-i}^T \vec{r}_i(\theta) + {}^iR_{Foot-i}^T \dot{\vec{r}}_i(\theta)]}{\sum_{i=1}^6 m_i} \quad (12)$$

و مشتق رابطه‌ی ۱۰ نسبت به زمان سرعت مرکز جرم نسبت به چارچوب ۳ را می‌دهد.

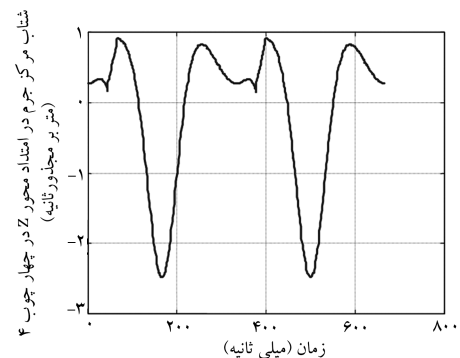
$${}^2\vec{V}_{mc} = {}^2\vec{V}_{mc} - {}^2\vec{V}_P = {}^2\vec{V}_{mc} - (\dot{R}^T \vec{V}_P + \dot{R} \times \dot{R}^T \vec{r}_P) \quad (13)$$



نمودار ۶. شتاب مرکز جرم ربات در امتداد محور طولی در چارچوب ۴.



نمودار ۷. شتاب مرکز جرم ربات در امتداد محور عرضی Y در چارچوب ۴.



نمودار ۸. شتاب مرکز جرم ربات در امتداد محور عمودی در چارچوب ۴.

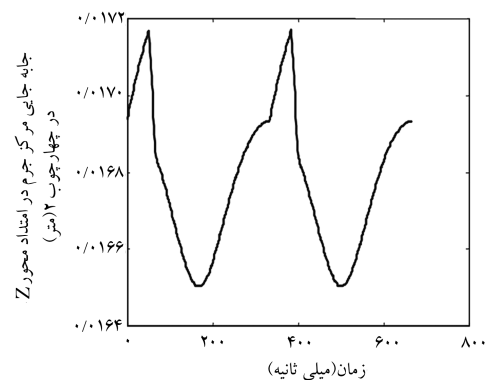
به ترتیب برابر با  $\{-0.1461, -0.1460\}$ ،  $\{-0.0669, -0.0671\}$  و  $\{0.0178, 0.0168\}$  است و جابه‌جایی بیشینه در این سه امتداد به ترتیب برابر  $0.0001, 0.0002, 0.0001$  متر است. در نتیجه جابه‌جایی مرکز جرم ربات نسبت به ابعاد آن بسیار ناچیز است، به طوری که می‌توان با تقریب خوب مرکز جرم ربات را در چارچوب ۲ ساکن فرض کرد. این موضوع می‌تواند کمک به سزایی باشد برای ساده‌تر شدن معادلات مربوط به سینماتیک و دینامیک ربات و حل آنها.

نمودار ۵ مربوط به مؤلفه‌ی مکان مرکز جرم در چارچوب ۴، برای مدت یک دوره است. با توجه به این نمودار، بیشینه و کمینه‌ی مکان مرکز جرم ربات در امتداد محور  $X_2$  و برحسب متر برابر با  $\{-0.4408$  و  $0.2164\}$  و بیشترین جابه‌جایی در این امتداد  $0.2244$  متر است، که برای رباط سرعت متوسطی معادل  $0.3366$  متر بر ثانیه، در امتداد حرکت‌اش به وجود می‌آورد.

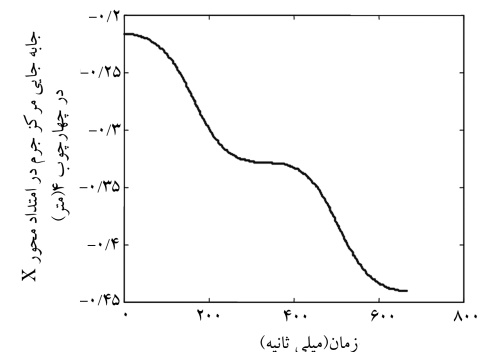
نمودارهای ۶، ۷ و ۸ مربوط به شتاب مرکز جرم در چارچوب ۴ هستند. بیشینه و کمینه‌ی شتاب در امتداد محورهای  $X, Y, Z$  از چارچوب ۴ به ترتیب برابر است با  $(7.929, -7.1403, 4.7102)$ ،  $(4.7101, -4.7101)$  و  $(0.9120, -2.4918)$  متر بر مجذور ثانیه که در محدوده‌ی قابل قبولی قرار دارند. چنان که در نمودارهای مربوط به شتاب در چارچوب ۴ نیز دیده می‌شود گسستگی‌هایی در شروع هرگام دیده می‌شود که به دو عامل بستگی دارد:

۱. شروع هرگام هم‌زمان با پایان گام بعد و به صورت لحظه‌یی در نظر گرفته شده است.

۲. در معادلات زمین به صورت صلب در نظر گرفته شده است.



نمودار ۹. مکان مرکز جرم ربات در چارچوب ۲ در امتداد محور Z.



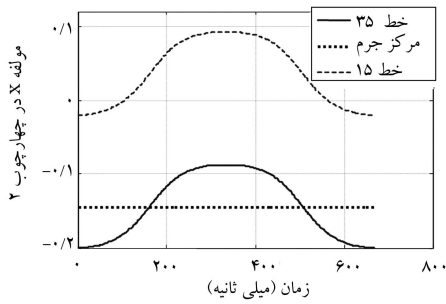
نمودار ۱۰. مکان مرکز جرم ربات در چارچوب ۴ در امتداد محور X.

### بررسی پایداری استاتیکی ربات

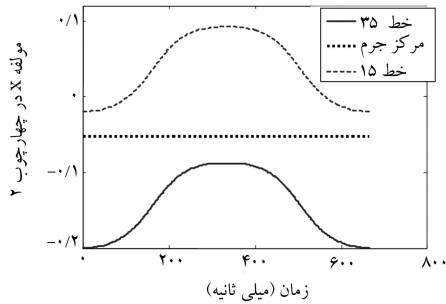
با توجه به شکل ۱۰ که در لحظه‌ی نشان داده شده پاهای ۳، ۱ و ۵ در نقاط  $P_5, P_3, P_1$  با زمین در تماس‌اند، برای حفظ تعادل استاتیکی، مرکز جرم ربات در تمام لحظه‌ها باید درون مثلث  $P_5 P_3 P_1$  واقع باشد. اگر مختصات این نقاط در چارچوب ۲ به ترتیب با  $[x_{P_i}, y_{P_i}, z_{P_i}]$ ،  $i = 1, 3, 5$  نشان داده شوند. معادله‌ی خطوط  $L_{15}$  و  $L_{35}$  در صفحه‌ی  $xy$  از چارچوب ۲ به ترتیب برابر است با:

$$L_{15}: \quad x = \frac{x_{P_5} - x_{P_1}}{y_{P_5} - y_{P_1}} (y - y_{P_1}) + x_{P_1} \quad (17)$$

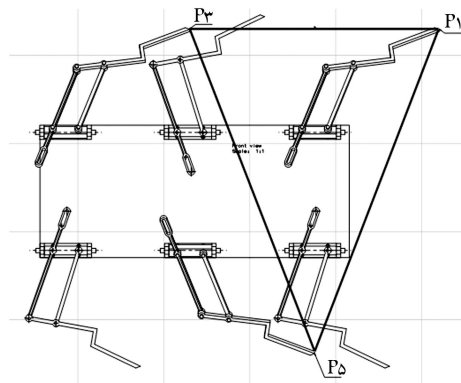
$$L_{35}: \quad x = \frac{x_{P_5} - x_{P_3}}{y_{P_5} - y_{P_3}} (y - y_{P_3}) + x_{P_3} \quad (18)$$



نمودار ۹. در بازه‌ی  $160ms < t < 506ms$  ربات فاقد پایداری استاتیکی است.



نمودار ۱۰. مرکز جرم ربات در تمام لحظه‌ها در مثلث پایداری قرار می‌گیرد.



شکل ۱۰. مثلث  $P_5P_2P_1$  سه ضلعی پایداری استاتیکی ربات.

اگر مختصات مرکز جرم ربات در لحظه‌ی  $t$  و در این چارچوب برابر با  $[x_{mc}, y_{mc}, z_{mc}]^T$  باشد، شرط تعادل استاتیکی ربات آن است که در هر لحظه رابطه‌ی ۱۹ برقرار باشد.

$$\begin{aligned} & \frac{x_{P5} - x_{P2}}{y_{P5} - y_{P2}} + x_{mc} < \frac{x_{P5} - x_{P1}}{y_{P5} - y_{P1}} \\ & (y_{mc} - y_{P1}) + x_{P1} \end{aligned} \quad (19)$$

با توجه به آن‌که بدنه‌ی ربات به صورت یک مکعب مستطیل متقارن و مرکز جرم این جزء درست در وسط آن فرض شده است، نمودارهای مربوط به مؤلفه‌ی  $x$  خطوط  $L15, L35$  و مؤلفه‌ی  $y$  مرکز جرم در چارچوب ۲ به‌ازای  $y = z_{mc}$  در طول یک دوره از حرکت ربات در نمودار ۹ آمده است. چنان‌که مشاهده می‌شود ربات در فاصله‌ی زمانی  $160ms < t < 506ms$  پایداری استاتیکی ندارد. برای رفع این مشکل، توزیع جرم بر روی بدنه‌ی ربات را باید به‌گونه‌ی تغییر داد که مرکز جرم ربات بین دو خط توپر و خط چین از نمودار ۹ قرار گیرد.

مرکز جرم بدنه‌ی ربات در جایی انتخاب می‌شود که نتیجه‌ی آن باعث شود مرکز جرم ربات در وسط محدوده‌ی بین  $x_{Min} = -0.198m$  از خط  $L15$  و  $x_{Max} = -0.1876m$  از خط  $L35$  به‌ازای  $y = z_{mc}$  قرار گیرد. این نقطه دارای طولی برابر با  $x_{mc} = \frac{-0.1876 - 0.198}{2} = -0.1928m$  است. به این ترتیب مختصات مرکز جرم بدنه برای رسیدن به وضعیت مطابقت برابر است با:

$$x_{Body} = \frac{-0.1928 \times M_{tot} + 6 \times M_{foot} \cdot \sum x_i}{M_{Body}} = 0.28m \approx 0.3m \quad (20)$$

که در آن  $M_{tot}$  جرم کل،  $M_{foot}$  جرم هر پا،  $x_i$  موقعیت طولی مرکز جرم پای شماره  $i$  در چارچوب ۲ و  $M_{Body}$  جرم بدنه‌ی ربات است. با اعمال تغییر فوق، نمودار ۱۰ موقعیت طولی مرکز جرم ربات را نشان می‌دهد و بیان‌گر آن است که ربات دارای پایداری استاتیکی است. به‌همین دلیل است که به نظر می‌رسد در سوسک حمام عرض و ضخامت ناحیه‌ی سر و سینه‌ی جانور از عرض و ضخامت ناحیه‌ی شکم‌اش کم‌تر است و به‌همین دلیل مرکز جرم جانور بین پاهای میانی و عقبی آن قرار می‌گیرد تا پایداری استاتیکی بهینه شود.

## معادلات دینامیکی

بردار مکان اعمال نیروهایی که از طرف زمین به پاهای ربات وارد می‌شود نسبت به مرکز جرم ربات در چارچوبی که فقط از انتقال چارچوب ۳ به این نقطه ایجاد می‌شود و مبدأ آن بر مرکز جرم قرار می‌گیرد برای پای شماره  $i$  برابر است با  $\vec{r}_i^C$  و مبدأ چارچوب فوق  $^C$  است (شکل ۴). اگر  $\vec{H}^C$  بردار مجموع گشتاور زاویه‌ی [۱۱] اجزای ربات حول مرکز جرم فرض شود، روابط زیر برقرار است:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^3 {}^r F_{(i-1)\varphi} = M_{tot} \cdot \ddot{\alpha}_{\varphi mc} \\ \sum_{i=1}^3 {}^r \vec{r}_i \times {}^r \vec{F}_i = \frac{d}{dt} ({}^C \vec{H}) = {}^C \dot{\vec{H}} & i = 1, 2, 3 \\ \sqrt{{}^r F_{(i-1)x}^2 + {}^r F_{(i-1)y}^2} \leq \mu_s \cdot {}^r F_{(i-1)z} \end{cases} \quad (21)$$

نامعادلات قیدی در رابطه‌ی ۲۱ شرط عدم، یا آستانه‌ی لغزش را ارضاء می‌کنند. از حل دسته معادلات ۲۱ و اعمال معادلات قید، مقادیر نیروهای تماسی پاهای ربات با زمین در چارچوب ۳ به‌دست می‌آیند. سپس از ضرب ماتریس دوران چارچوب ۱ نسبت به ۳ در ماتریس نیروها، این نیروها در چارچوب ۱ به‌دست می‌آیند. فرض شده که این نیروها در چارچوب ۱ عبارت‌اند از:  $({}^1 F_{i\varphi}, \varphi = x, y, z)$ ؛ لذا نیروهای مؤثر بر هر پا در چارچوب ۱ از رابطه‌ی ۲۲ به‌دست می‌آید.

$${}^1 \vec{F}_i = {}^1 R^T {}^3 \vec{F}_i \quad (22)$$

ماتریس نیروها در هر لحظه یک ماتریس  $3 \times 6$  است. برای محاسبه‌ی گشتاور راه‌انداز لازم در هر پا فقط داشتن مقادیر  ${}^1 F_{xi}, {}^1 F_{yi}$  از هر پای ربات در چارچوب ۱ ضروری است، زیرا نیروهای  ${}^1 F_{zi}$  در امتداد عمود بر صفحه‌ی دوران پا در چارچوب ۱ است و با نیروهای داخلی لینک‌ها خنثی می‌شوند.



برابر با مقادیر واقعی خواهند بود. دستگاه معادلاتی که بدین ترتیب به دست می‌آید، یک دستگاه معادلات غیرخطی است. از حل این دستگاه نیروهای مؤثر بر هر پای ربات در چارچوب ۳ به دست می‌آیند و با استفاده از رابطه‌ی ۲۲ نیروهای مؤثر بر هر پا در چارچوب ۱ استخراج می‌شوند.

## محاسبه‌ی گشتاور زاویه‌ی ربات حول مرکز جرم آن

اگر شتاب عضو  $i$ ام نسبت به دستگاه مرجع ثابت باشد، دسته معادلات مربوط به گشتاورها در معادله‌ی ۲۱ به صورت رابطه‌ی ۲۳ درمی‌آید.

$$\sum_{i=1}^r \vec{r}_i \times {}^r \vec{F}_i = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^4 (\vec{\rho}_{ji} \times m_{ij} \vec{a}_{ji}) + \vec{\rho}_{Body} \times m_{Body} \vec{a}_{Body} \quad (23)$$

که در آن کمیت  $\vec{\rho}_{ji}$  بردار موقعیت لینک  $j$ ام از پای شماره  $i$  نسبت به مرکز جرم،  $m_{ji}$  جرم لینک  $j$ ام، و  $\vec{a}_{ji}$  شتاب مطلق لینک  $j$  از پای شماره  $i$  است.

## تحلیل دینامیکی هر پای ربات و محاسبه‌ی گشتاور

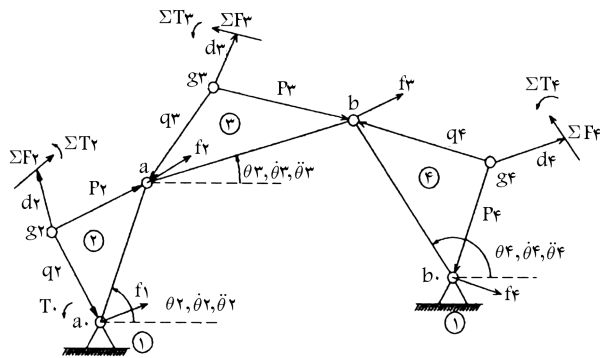
### راه‌انداز

باتوجه به سازوکار چهارمیله‌ی شکل ۱۱، ویژگی‌های فیزیکی لینک  $i$ ام به وسیله‌ی جرم  $m_i$  و ممان اینرسی  $I_i$  حول مرکز جرم نشان داده می‌شود. همچنین موقعیت، سرعت و شتاب زاویه‌ی  $(\dot{\theta}, \ddot{\theta}, \theta)$  هر لینک معلوم است.

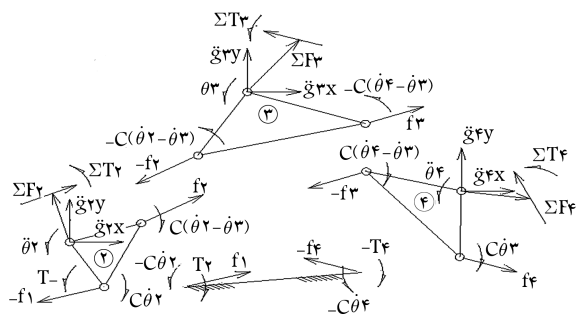
گشتاور راه‌انداز  $(T_0)$ ، نیروهای داخلی مؤثر در مفاصل مورد نظرند. مجموع نیروهای خارجی مؤثر و مجموع گشتاورهای خارجی مؤثر بر لینک  $i$ ام به ترتیب با  $\sum \vec{T}_i$  و  $\sum \vec{F}_i$  نمایش داده می‌شوند. در شکل ۱۲ نیروهای مؤثر بر هر جسم به صورت نمودار جسم آزاد نشان داده شده‌اند.  $\vec{g}_i$  بردار موقعیت مرکز جرم لینک  $i$ ام، و  $\vec{d}_i$  برداری است که از این موقعیت به هر نقطه‌ی دلخواه از خط اثر  $\sum \vec{F}_i$  وصل می‌شود. معادلات مربوط به حرکت عضو  $i$ ام عبارت است از<sup>[۸]</sup>:

$$\vec{f}_i - \vec{f}_{i-1} + \sum \vec{F}_i = m_i \cdot \vec{a}_i \quad (28)$$

$$(\vec{p}_i \times \vec{f}_i) - (\vec{q}_i \times \vec{f}_{i-1}) + (\vec{d}_i \times \sum \vec{F}_i) + \sum \vec{T}_i = \vec{M}^{C_i} \pm C(\dot{\theta}_{i-1} - \dot{\theta}_i) \pm C(\dot{\theta}_{i-1} - \dot{\theta}_{i+1}) \quad (29)$$



شکل ۱۱. شمایی از نیروها و گشتاورهای مؤثر بر یک سازوکار چهار میله‌ی.



شکل ۱۲. نمودار جسم آزاد مربوط به هر لینک از یک سازوکار چهار میله‌ی.

## محاسبه‌ی شتاب اجزاء ربات در چارچوب ۴

از آنجا که چارچوب ۴ نسبت به چارچوب ۳ فقط دارای یک انتقال است، لذا مؤلفه‌های شتاب در چارچوب ۳ و ۴ باهم برابرند. مکان اجزای پای شماره  $i$  در چارچوب ۲ برابر است با:

$${}^2 \vec{r}_{ji} = {}^2 \vec{T}_i \cdot {}^1 \vec{r}_j \quad (24)$$

که در آن:  ${}^1 \vec{r}_j$  موقعیت لینک  $j$ ام در چارچوب ۱ است. لذا موقعیت مکانی اجزای پای مذکور در چارچوب ۳ برابر است با:

$${}^3 \vec{r}_{ji} = {}^2 \vec{r}_{ji} - {}^2 \vec{r}_{P_1} = {}^2 \vec{T}_i \cdot {}^1 \vec{r}_j - {}^2 \vec{T}_1 \cdot {}^1 \vec{r}_P \quad (25)$$

که در آن بردار موقعیت نقطه‌ی  $P$  از پای شماره ۱ در چارچوب ۲ است. لذا این رابطه چنین ساده می‌شود:

$${}^3 \vec{r}_{ji} = {}^2 \vec{r}_{ji} - {}^2 \vec{r}_{P_1} = {}^2 \vec{T}_i \cdot {}^1 \vec{r}_j - {}^2 \vec{T}_1 \cdot {}^1 \vec{r}_P \quad (26)$$

مشق اول و دوم رابطه‌ی ۲۶ نسبت به زمان، به ترتیب بردار سرعت و شتاب اجزای پای شماره  $i$  در چارچوب ۳ و ۴ را به دست می‌دهند.

## حل معادلات دینامیکی ربات

با جایگزینی شتاب اجزای ربات در رابطه‌ی ۲۳ و سپس رابطه‌ی ۲۱ معادلات و نامعادلات مربوط به گشتاورها به صورت رابطه‌ی ۲۷ درمی‌آیند.

$$\left\{ \begin{aligned} \sum_{i=1}^r F_{(i-1)\varphi} &= M_{tot} \cdot {}^r \vec{a}_{\varphi mc} \\ \sum_{i=1}^r {}^r \vec{r}_{(i-1)} \times {}^r \vec{F}_{(i-1)} &= \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^4 [{}^C \vec{\rho}_{ji} \times m_{ji} ({}^1 \ddot{T}_i \cdot {}^1 \vec{r}_j + {}^2 \ddot{T}_i \cdot {}^1 \vec{r}_j - {}^1 \dot{T}_j + {}^1 \dot{T}_i \cdot {}^1 \vec{r}_j - {}^1 \dot{T}_j \cdot {}^1 \vec{r}_P - {}^2 \dot{T}_1 \cdot {}^1 \vec{r}_P - \\ &\quad {}^1 \dot{T}_1 \cdot {}^1 \vec{r}_P)] + m_{Body} ({}^C \vec{\rho}_{Body} \times \vec{a}_{Body}) \\ {}^r F_{(i-1)x} + {}^r F_{(i-1)y} &= \mu_s \cdot {}^r F_{(i-1)z} \end{aligned} \right. \quad (27)$$

برای حل معادلات فرض می‌شود که ربات در حین حرکت در مرز لغزش قرار می‌گیرد. بدیهی است که مقادیر به دست آمده برای نیروها با این فرض بیشتر و یا

که در آن:  $\vec{p}_i$  برداری است که از انتهای بردار  $\vec{g}_i$  به مفصلی که توسط عضو نام هدایت می‌شود متصل است؛

$\vec{q}_i$  برداری است که از انتهای بردار  $\vec{g}_i$  به مفصلی که توسط عضو ۱-  $i$  کشیده می‌شود متصل است؛

$\vec{d}_i$  برداری است که از انتهای بردار  $\vec{g}_i$  به هر نقطه‌ی دلخواه از خط اثر  $\sum \vec{F}_i$  وصل می‌شود؛

$\sum \vec{F}_i$  مجموع نیروهای خارجی مؤثر بر لینک نام به جز نیروهای مفصلی  $f_{i-1}$ ،  $f_i$  است؛

$\sum \vec{T}_i$  مجموع گشتاورهای مؤثر بر عضو نام به جز گشتاور ناشناخته‌ی  $\vec{T}_0$  است که بر عضو ۲ اثر می‌کند؛

$\vec{a}_i$  شتاب لینک نام نسبت به چارچوب مرجع است؛

$\vec{M}^{Ci}$  برآیند گشتاورها حول مرکز جرم لینک نام است؛

$m_i$  جرم لینک نام است؛

$C(\theta_{i-1} - \theta_i)$  گشتاور اصطکاکی گران‌رو بین مفصل اتصال لینک ۱-  $i$  و لینک  $i$ ؛

$C(\theta_i - \theta_{i+1})$  گشتاور اصطکاکی گران‌رو بین مفصل اتصال لینک ۱+  $i$  و لینک  $i$  است. با توجه به آن که چارچوب ۱ خود دارای شتاب و دوران است، لذا  $\vec{a}_i$  از رابطه‌ی ۳۰ به دست می‌آید.

$$\vec{a}_i = \vec{a}_{O_1} + \vec{g}_i + \vec{a} \times \vec{g}_i + 2\vec{\dot{a}} \times \vec{g}_i + \vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{g}_i) \quad (30)$$

که در آن،  $\vec{\alpha}$  و  $\vec{\dot{a}}$  به ترتیب سرعت و شتاب زاویه‌ی چارچوب ۱ نسبت به چارچوب مرجع هستند ( $\alpha_x = \dot{\alpha}_x = 0$  و  $\alpha_y = \dot{\alpha}_y = 0$ ). همچنین  $\vec{g}_i$ ،  $\vec{q}_i$  و  $\vec{d}_i$  به ترتیب مکان، سرعت و شتاب مرکز جرم لینک نام نسبت به مبدأ چارچوب ۱ هستند و  $\vec{a}_{O_1}$  شتاب مبدأ چارچوب ۱ نسبت به چارچوب مرجع تبدیل یافته در چارچوب ۱ است. بردار گشتاور مؤثر بر لینک نام حول مرکز جرم آن  $\vec{M}^{Ci}$  برابر است با:

$$\vec{M}^{Ci} = \vec{H}^{Ci} + \vec{a} \times \vec{H}^{Ci} \quad (31)$$

با توجه به آن که در چارچوب ۱ دوران لینک‌ها حول محور  $Z$ ، و دوران چارچوب ۱ حول محور  $X$  انجام می‌شود جمله‌ی دوم از سمت راست رابطه‌ی ۳۱ چنین خواهد شد:

$$\dot{\alpha} \times \vec{H}^{Ci} = -\dot{\alpha}_x \cdot \theta_{Z_1} \cdot \vec{j} \quad (32)$$

لذا در رابطه‌ی ۳۲ برای محاسبه‌ی  $M_{Z_1}^{Ci}$  داریم:

$$M_{Z_1}^{Ci} = I^{Ci} \cdot \dot{\theta}_i \quad (32)$$

با به کار بردن معادلات ۲۸ و ۲۹ برای هر لینک به معادلات برداری آن لینک می‌رسیم که حاصل آن تعداد ۹ معادله و ۹ مجهول است ( $f_{1x}$ ،  $f_{1y}$ ،  $f_{2x}$ ،  $f_{2y}$ ،  $f_{3x}$ ،  $f_{3y}$ ،

$f_{Tx}$ ،  $f_{Ty}$ ،  $T_0$ ).

$$\left\{ \begin{aligned} -f_{1x} + f_{Tx} &= m_{T_1} a_{T_1x} - \sum F_{T_1x} \\ -f_{1y} + f_{Ty} &= m_{T_1} a_{T_1y} - \sum F_{T_1y} \\ q_{Ty} f_{1x} - q_{Tx} f_{1y} - p_{Ty} f_{Tx} + p_{Tx} f_{Ty} + T_0 &= I^{C^*} \ddot{\theta}_T - \sum T_T \\ &\quad - d_{Tx} \sum F_{T_1y} + d_{Ty} \sum F_{T_1x} \\ -f_{Tx} + f_{Tx} + \sum F_{T_1x} &= m_{T_2} a_{T_2x} \\ -f_{Ty} + f_{Ty} + \sum F_{T_1y} &= m_{T_2} a_{T_2y} \\ q_{Ty} f_{Tx} - q_{Tx} f_{Ty} - p_{Ty} f_{Tx} + p_{Tx} f_{Ty} + d_{Tx} \sum F_{T_2y} \\ &\quad - d_{Ty} \sum F_{T_2x} = I^{C^*} \ddot{\theta}_T - \sum T_T \\ -f_{Tx} + f_{Tx} &= m_{T_3} a_{T_3x} - \sum F_{T_3x} \\ -f_{Ty} + f_{Ty} &= m_{T_3} a_{T_3y} - \sum F_{T_3y} \\ q_{Ty} f_{Tx} - q_{Tx} f_{Ty} - p_{Ty} f_{Tx} + p_{Tx} f_{Ty} &= I^{C^*} \ddot{\theta}_T - \sum T_T \\ &\quad - d_{Tx} \sum F_{T_3y} + d_{Ty} \sum F_{T_3x} \end{aligned} \right. \quad (33)$$

پارامترهای رابطه‌ی ۳۳ عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} \vec{p}_T &= \vec{a} - \vec{g}_T & \vec{q}_T &= \vec{b} - \vec{g}_T & \vec{d}_T &= \vec{c} - \vec{g}_T \\ \vec{q}_T &= \vec{a}_0 - \vec{g}_T & \vec{q}_T &= \vec{a} - \vec{g}_T & \vec{q}_T &= \vec{b} - \vec{g}_T \end{aligned} \quad (34)$$

## حل معادلات مربوط به هر پا و محاسبه‌ی گشتاور ورودی آن پا

با توجه به آن که به جز گشتاور  $\vec{T}_0$  و نیروی  $\vec{F}_T$ ، گشتاور و نیروی خارجی دیگری به سیستم اثر نمی‌کند حل معادلات ۳۳ منجر به محاسبه‌ی گشتاور راه‌انداز ( $T_0$ ) برای هر پا می‌شود، لذا بعد از حل این معادلات، معادله‌ی ۳۵ برای گشتاور راه‌انداز به دست می‌آید.

$$T_0 = C_1 - A_1 \frac{B_T C_T - B_T C_T}{B_T A_T - B_T A_T} - B_1 \frac{A_T C_T - A_T C_T}{A_T B_T - A_T B_T} \quad (35)$$

که ضرایب به کار رفته در آن عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} A_i &= q_{(i+1)y} - p_{(i+1)y} \\ B_i &= -q_{(i+1)x} + p_{(i+1)x} \\ C_1 &= I^{C^*} \ddot{\theta}_T + m_{T_1} a_{T_1x} p_{T_1y} - m_{T_1} a_{T_1y} p_{T_1x} \\ C_T &= I^{C^*} \ddot{\theta}_T + m_{T_1} a_{T_1x} (p_{T_1y} - q_{T_1y}) + m_{T_1} a_{T_1y} (q_{T_1x} - p_{T_1x}) \\ &\quad + p_{T_1y} m_{T_2} a_{T_2x} - p_{T_1x} m_{T_2} a_{T_2y} + (d_{T_1y} - p_{T_1y}) F_{T_1x} + (p_{T_1x} - d_{T_1x}) F_{T_1y} \\ C_T &= I^{C^*} \ddot{\theta}_T + (m_{T_1} a_{T_1x} + m_{T_2} a_{T_2x} - F_{T_1x})(p_{T_1y} - q_{T_1y}) + \\ &\quad (m_{T_1} a_{T_1y} + m_{T_2} a_{T_2y} - F_{T_1y})(q_{T_1x} - p_{T_1x}) + p_{T_1y} m_{T_2} a_{T_2x} - p_{T_1x} m_{T_2} a_{T_2y} \end{aligned} \quad (36)$$

$T_0$  گشتاوری است که در محل لولای  $a_0$  از هر پا اثر می‌کند و در نتیجه گشتاوری نوسان‌کننده است.

هستند. از حل دستگاه ۳۷ به رابطه‌ی ۳۸ دست می‌یابیم:

$$\begin{cases} L_r = \frac{2L_r + h(\cot \theta_{r \min} + \cot \theta_{r \max})}{2} \\ r_o = \frac{h(\cot \theta_{r \min} - \cot \theta_{r \max})}{2} \end{cases} \quad (38)$$

با توجه به آن که  $\theta_{r \min} = \frac{\pi}{4} rad$  و  $\theta_{r \max} = \frac{3\pi}{4} rad$  است، لذا با جایگذاری این مقادیر در دستگاه ۳۸ رابطه‌ی بین اجزا به صورت رابطه‌ی ۳۹ درمی‌آید.

$$\begin{cases} L_r = L_r \\ r_o = h \end{cases} \quad (39)$$

با توجه به شکل ۱۳ رابطه‌ی هندسی  $40^\circ$  بین اجزای فوق برقرار است.

$$\phi = \cos^{-1} \left\{ \frac{b + (L_r + h \cdot \cot \theta_r)^2}{2L_r \cdot (L_r + h \cdot \cot \theta_r)} \right\} \quad (40)$$

که در آن  $L_r - r_o = b$  است. و از آنجا با گرفتن مشتق اول و دوم از رابطه‌ی  $40^\circ$  به ترتیب  $\dot{\phi}$ ،  $\ddot{\phi}$  به دست می‌آیند. همچنین رابطه‌ی ۴۱ بین زاویه‌های  $\psi$ ،  $\phi$  برقرار است.

$$r_o \cdot \sin \psi = L_r \sin \phi \quad (41)$$

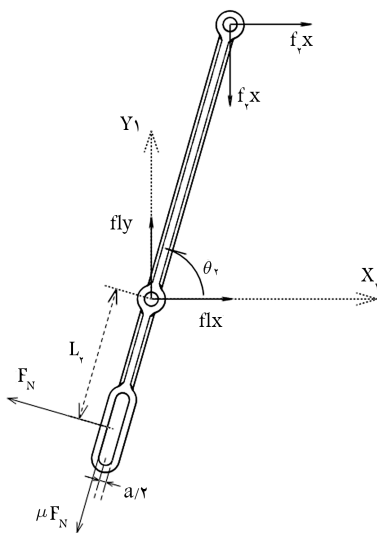
با گرفتن مشتق اول و دوم زمانی از رابطه‌ی ۴۱،  $\dot{\psi}$ ،  $\ddot{\psi}$  به دست می‌آید.

شکل ۱۴ نیروهای مؤثر بر لینک ۲ را نمایش می‌دهد. از نیروی وزن این لینک که در مقابل سایر نیروها ناچیز است صرف‌نظر شده است. نیروهای مؤثر ورودی به لینک ۲ نیروهای  $F_N$ ،  $F_N \cdot \mu$  هستند که گشتاور ورودی  $T_o$  را تأمین می‌کنند. لذا رابطه‌ی ۴۲ بین این کمیت‌ها برقرار است.

$$T_o = F_N \cdot L_r - \frac{\mu \cdot F_N \cdot a}{2} \quad (42)$$

و از آنجا  $F_N$  برابر است با:

$$F_N = \frac{2T_o \cdot \sin \theta_r}{2h - \mu \cdot a \cdot \sin \theta_r} \quad (43)$$



شکل ۱۴. نمایی از لینک ۲ و نیروهای مؤثر بر آن.

## محاسبه‌ی رابطه‌ی گشتاور اعمال‌شده توسط موتور محرک هر پا

شکل ۱۳ نمایی از برخی از قطعات متصل به لینک ۱ از یک پا را نشان می‌دهد. این قطعات که برای محاسبه‌ی گشتاور اعمال‌شده به چرخ‌دنده  $G$  ضروری‌اند، عبارت‌اند از: لینک ۲، کشویی  $P$ ، پین اتصال  $R$ ، میله‌ی رابط  $C$  و چرخ‌دنده  $G$ . چنان‌که در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود:

$r_2$  فاصله‌ی لولای  $a_1$  از  $O_1$  (مبدأ چارچوب ۱) است که برابر با طول مؤثر لینک ۲ است.

$L_r$  فاصله‌ی  $O_1$  از محور پین اتصال  $R$  است که طولی متغیر با زمان است.

$h$  فاصله‌ی مرکز چرخ‌دنده و محور کشویی از محور  $X_1$  از چارچوب ۱ است.  $L_r$  طول مؤثر میله‌ی رابط بین لینک ۲ و چرخ‌دنده  $G$  است.

$L_r$  فاصله‌ی مرکز چرخ‌دنده  $G$  از محور  $Y_1$  است.

$r_o$  فاصله‌ی مرکز لولای مشترک چرخ‌دنده  $G$  و میله‌ی رابط از مرکز چرخ‌دنده است.  $\phi$  زاویه‌ی امتداد میله‌ی رابط با محور کشویی در هر لحظه است.

$\psi$  زاویه‌ی شعاع  $r_o$  با جهت مثبت محور  $X_1$  است.

$\Delta$  فاصله‌ی مرکز پین اتصال  $R$  از محور  $Y_1$  است.

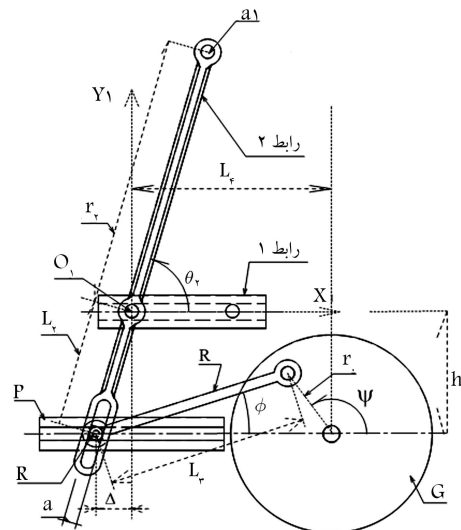
$a$  پهنای شیار انتهای لینک ۲ است.

## تعیین رابطه‌ی هندسی بین اجزا

با توجه به شکل ۱۳ و در شرایطی که زاویه‌ی  $\psi$  صفر یا  $180^\circ$  درجه است، رابطه‌ی هندسی ۳۷ بین اجزاء برقرار است.

$$\begin{cases} L_r + h \cdot \cot \theta_{r \min} = L_r + r_o \\ L_r + h \cdot \cot \theta_{r \max} = L_r - r_o \end{cases} \quad (37)$$

در دستگاه معادلات ۳۷ دو مقدار انتهایی  $\theta_{r \max}$ ،  $\theta_{r \min}$  در طول گام رفت



شکل ۱۳. نمایی از قطعات متصل به لینک ۱ از هر پا.

در حل مسائل این بخش ضریب اصطکاک بین اجزا ۰/۱ فرض شده است. شکل ۱۵ بین اتصال لینک ۲، میل رابط و کشویی را نشان می‌دهد.  $\mu.Ff_N, Ff_N, F_T, \mu.F_N, F_N$  به ترتیب نیروهای وارده از طرف لینک ۲، میل رابط و کشویی بر این پین هستند. با توجه به شکل ۱۵ بردار مکان مرکز جرم پین اتصال  $R$  نسبت به چارچوب ۱ در لحظه‌ی که زاویه‌ی دوران لینک ۲ نسبت به محور  $X_1$  برابر با  $\theta_2$  است، از رابطه‌ی ۴۴ به دست می‌آید.

$$\vec{r}_{R/O_1} = -\frac{h}{\tan \theta_2} \vec{i} - h \vec{j} \quad (44)$$

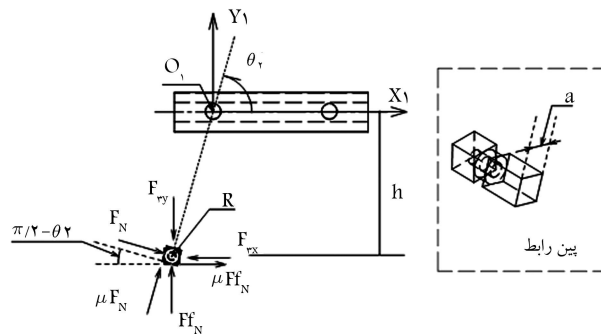
با گرفتن مشتق اول و دوم از رابطه‌ی ۴۴ نسبت به زمان، سرعت و شتاب مرکز جرم پین اتصال  $R$  در چارچوب ۱ به دست می‌آید. لذا شتاب مرکز جرم پین اتصال  $R$  در چارچوب مرجع برابر است با:

$$\vec{a}_R = \vec{a}_{O_1} + \vec{a}_{R/O_1} + \ddot{\alpha} \times \vec{r}_{R/O_1} + 2\dot{\alpha} \times \dot{\vec{r}}_{R/O_1} + \dot{\alpha} \times (\dot{\alpha} \times \vec{r}_{R/O_1}) \quad (45)$$

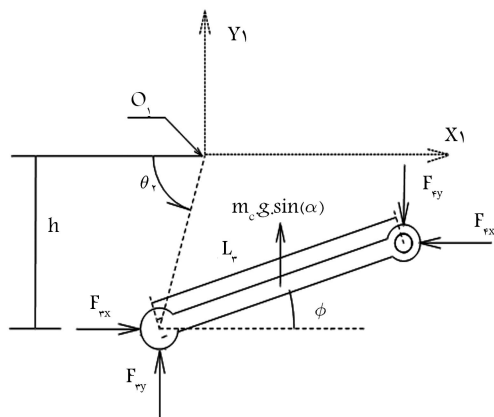
با توجه به شکل ۱۵ و حل معادلات دینامیک این بین نیروهای مجهول  $F_{Ty}, F_{Tx}$  چنین محاسبه می‌شوند:

$$\begin{cases} F_{Tx} = F_N [\mu (\cos \theta_2 + 1) + \sin \theta_2] - m_R \cdot a_{Rx} \\ F_{Ty} = F_N [\mu \sin \theta_2 + 1 - \cos \theta_2] - m_R \cdot a_{Ry} \end{cases} \quad (46)$$

شکل ۱۶ نمایی از میله‌ی رابط  $C$  در چارچوب ۱ است. با توجه به تقارن این میله و همگن بودن آن مرکز هندسی و مرکز جرم آن بر هم منطبق‌اند و در وسط میله قرار



شکل ۱۵. نمایی از پین اتصال  $R$  و نیروهای وارد بر این پین.



شکل ۱۶. نمایی از میله‌ی رابط بین چرخ دنده  $G$  و پین اتصال  $R$ .

دارند. لذا بردار مرکز جرم آن در چارچوب ۱ برابر است با:

$$\vec{r}_{C/O_1} = \left(-\frac{h}{\tan \theta_2} + \frac{L_T \cos \phi}{\gamma}\right) \vec{i} + \left(-h + \frac{L_T \sin \phi}{\gamma}\right) \vec{j} \quad (47)$$

از رابطه‌ی ۴۷ به ترتیب سرعت و شتاب مرکز جرم میله‌ی رابط در چارچوب ۱ استخراج می‌شوند. و از آنجا شتاب مرکز جرم میله‌ی رابط  $C$  نسبت به چارچوب مرجع محاسبه می‌شود. نیروهای  $F_{Tx}, F_{Ty}$  به کمک رابطه‌ی ۴۸ به دست می‌آیند که در آن  $m_C.g.\sin \alpha$  مؤلفه‌ی از وزن میله است که در چارچوب ۱ و در صفحه‌ی  $X_1Y_1$  قرار می‌گیرد.

$$\begin{cases} F_{Tx} = F_{Tx} - m_C \cdot a_{Cx} \\ F_{Ty} = m_C.g.\sin \alpha + F_{Ty} - m_C \cdot a_{Cy} \end{cases} \quad (48)$$

شکل ۱۷ نمایی از چرخ دنده‌ی  $G$  است و می‌توان گشتاور اعمال شده به آن را محاسبه کرد. با توجه به این شکل می‌توان نوشت:

$$T = F_{Tx} \cdot r \cdot \sin \psi - F_{Ty} \cdot r \cdot \cos \psi - I^{CG} \cdot \ddot{\psi} - (\dot{\alpha} \times I^{CG} \cdot \dot{\psi})_{Z_1} \quad (49)$$

با توجه به آن که جمله‌ی  $(\dot{\alpha} \times I^{CG} \cdot \dot{\psi})_{Z_1}$  مؤلفه‌ی در امتداد محور  $Z_1$  ندارد، لذا معادله‌ی ۴۹ به رابطه‌ی ۵۰ تبدیل می‌شود و در نهایت گشتاور ورودی به چرخ دنده‌ی  $G$  محاسبه می‌شود.

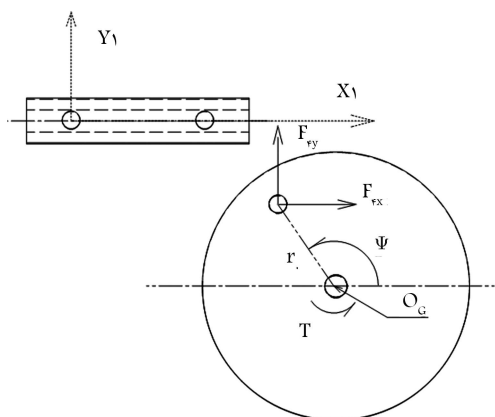
$$T = F_{Tx} \cdot r \cdot \sin \psi - F_{Ty} \cdot r \cdot \cos \psi - I^{CG} \cdot \ddot{\psi} \quad (50)$$

### شبیه‌سازی‌های دینامیکی ربات

برای شبیه‌سازی اسپین‌های واقع بر پاهای سوسک حمام و اثر آنها در بالابردن ضریب اصطکاک، مقدار ضریب اصطکاک استاتیکی هر پا با زمین ۰/۹ فرض شده است. همچنین ضریب اصطکاک گران‌رو بین مفاصل ۱۲۵/۰ در نظر گرفته شد.

### نیروهای مؤثر از طرف زمین بر پاهای ربات

نمودار ۱۱ مربوط به مؤلفه‌ی نیروها در امتداد محور  $X$  بر حسب زمان است. در این نمودار هر سه نیرو در طول یک گام ابتدا در جهت منفی هستند (محرک) و سپس به سوی مثبت (ترمز) تغییر جهت می‌دهند.

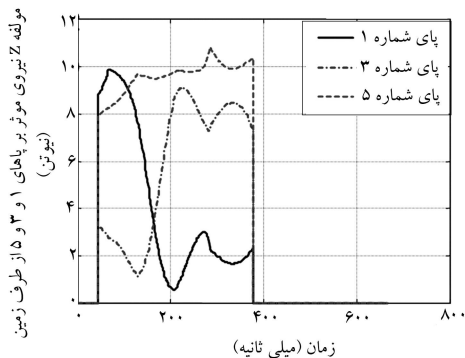


شکل ۱۷. نمایی از چرخ دنده‌ی  $G$  و نیروهای وارد بر آن.

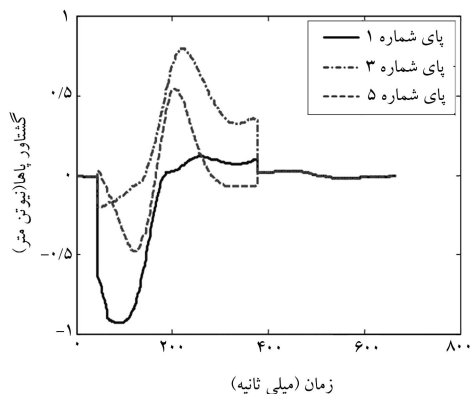
در طول اعمال نیرو با زمین مثبت است و بیانگر آن است که ربات در طول حرکت از نظر دینامیکی پایدار است.

این تغییر در میزان بازشدن بیشتر پاهای ربات به اطراف برای رسیدن به تعادل دینامیکی خود بیانگر آن است که چرا پاهای یک حشره‌ی شش‌پا مانند سوسک حمام تا این حد به اطراف باز می‌شوند. نتیجه‌ی دیگری که از نمودار ۱۳ می‌توان گرفت آن است که بیشترین میانگین نیروی عمودی بر پای شماره ۵ اثر می‌کند و در صورتی که پاهای ربات به صورت صلب بر صفحه‌ی زیرین مستقر نباشند و از فنر - دمپر برای اتصال این اجزا استفاده شود تا از انتقال نیروهای ضربه به بدنه‌ی ربات جلوگیری شود، این انتظار می‌رود که ربات حرکت رول‌مانندی، مثل سوسک حمام، در جهت چرخش آن - از دو پای درگیر با زمین در یک طرف بدن به سوی تک پای درگیر در طرف دیگر - انجام دهد. همچنین نمودار ۱۳ نشان می‌دهد در هر گام و در نیمه‌ی نخست شروع گام، نیروی عمودی پای شماره ۱ یا پای عقب ربات بسیار بیشتر از نیروی عمودی پای شماره ۳ یا پای جلویی آن است. اما در نیمه‌ی دوم همان گام نیروی عمودی پای شماره ۳ بسیار بیشتر از پای شماره ۱ می‌شود و این نشان می‌دهد که اگر اتصال بین هر پا با صفحه‌ی زیرین صلب نباشد ربات حرکت پیچ‌مانندی مثل حرکت پیچ در سوسک حمام را انجام خواهد داد، به طوری که در شروع گام قسمت عقب بدن به سمت بالا می‌چرخد و در انتهای گام قسمت جلوی بدن به سمت بالا خواهد چرخید.

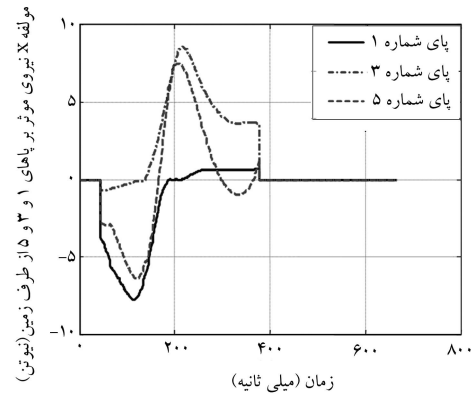
نمودار ۱۴ مربوط به گشتاورهای ورودی اعمال شده به لولای  $a$  از پاهای شماره



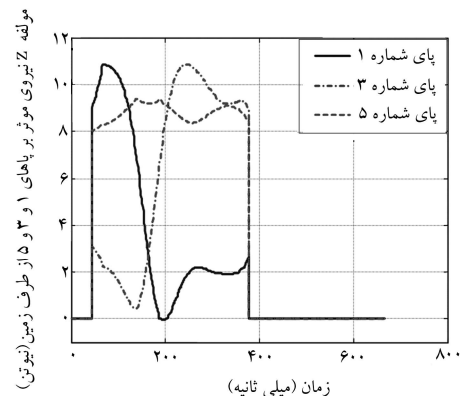
نمودار ۱۳. نیروهای مؤثر از طرف زمین در امتداد محور  $Z$  به‌ازای زاویه‌ی دوران پاها معادل  $20^\circ$  درجه.



نمودار ۱۴. گشتاور اعمال شده به لینک ۲ از پاهای شماره ۱ و ۳ و ۵.



نمودار ۱۱. نیروهای مؤثر بر سه پای شماره ۱ و ۳ و ۵ در امتداد حرکت.



نمودار ۱۲. نیروهای مؤثر از طرف زمین در امتداد محور  $Z$  به‌ازای زاویه‌ی دوران پاها معادل  $30^\circ$  درجه.

در نیمه‌ی اول گام رفت بیشترین نیروی محرک توسط پای شماره ۱ یا پای عقب اعمال می‌شود، و در نیمه‌ی دوم گام رفت که نقش ترمز را دارد، کم‌ترین نیروی ترمز را نیز همین پا اعمال می‌کند. برعکس، پای شماره ۳ یا پای جلویی ربات در نیمه‌ی اول گام رفت کم‌ترین نیروی محرک و در نیمه‌ی دوم گام رفت بیشترین نیروی ترمز را اعمال می‌کند. پای شماره ۵ یا پای وسط نیروی محرک و ترمزی بینابینی دارد. یعنی هم نقش محرک و هم نقش ترمزی قابل توجه دارد. با این که این سه پا مشابه‌اند و مانند پاهای سوسک حمام تخصصی نیستند، از نقطه‌نظر دینامیکی تشابه درخور توجهی بین هر سه پای ربات با پاهای سوسک حمام وجود دارد. شاید بتوان از این مقایسه نتیجه گرفت که در پاهای سوسک حمام که البته به صورت خیلی تخصصی درآمده‌اند، جایگاه مکانی این پاها نیز در عملکرد آنها نقش به‌سزایی ایفا می‌کند.

نمودار ۱۲ نمایشی از نیروهای مؤثر بر پاها در امتداد محور  $Z$  است. بررسی این نیروها از نظر تعیین پایداری دینامیکی ربات حائز اهمیت است. نیروی اعمال شده به پای شماره ۱ در مدت بسیار کوتاهی (در بازه زمانی  $203ms < t < 188ms$ ) یعنی به مدت  $15^\circ$  (ثانیه) منفی می‌شود؛ یعنی این پا از زمین جدا می‌شود. لذا برای رفع این مشکل و ایجاد پایداری دینامیکی دائمی، بیشینه‌ی زاویه‌ی دوران پاهای ربات را نسبت به صفحه‌ی زیرین تغییر می‌دهیم. با انتخاب زاویه‌ی دوران پاها از  $30^\circ$  به  $20^\circ$  درجه، نمودار ۱۳ مربوط به نیروهایی است که در امتداد قائم از طرف سطح به پاهای ربات وارد می‌شوند. چنان که مشاهده می‌شود مقادیر تمام این نیروها

آن می‌دهد که پاهای آن تا حد زیادی شبیه به پاهای یک جانور شش پا عمل کنند، و در هنگام برگشت بدون تماس با زمین و ایجاد نیروهای مزاحم در برابر حرکت، عمل کنند. جابه‌جایی طولی ربات در طول هر دوره از حرکت معادل  $0.2244$  متر و سرعت متوسط آن برابر با  $0.3366$  متر بر ثانیه خواهد شد. ناچیز بودن تغییر مکان، سرعت و شتاب مرکز جرم در چارچوب ۲ و ثابت انگاشتن آن در ساده شدن معادلات حرکت تأثیر به‌سزایی دارد.

نتیجه‌ی جالبی که از مبحث مربوط به پایداری استاتیکی ربات استخراج شد آن است که به نظر می‌رسد علت کوچک بودن سر و سینه و بزرگ بودن ناحیه‌ی شکمی حشرات شش پا آن است که حشره با این ویژگی در تمام لحظه‌ها پایداری استاتیکی خود را حفظ می‌کند.

یکی از نتایج بسیار جالب آن کشف این موضوع است که با وجود یکسان بودن تمام پاهای ربات که با موضوع تخصصی بودن پاها در حشره شش پایی مانند سوسک حمام متفاوت است، در عمل پاهای ربات از نقطه نظر دینامیکی تا حدود نسبتاً قابل توجهی مانند پاهای این حشره شش پا عمل می‌کردند.

۱ و ۳ و ۵ است. چنان که مشاهده می‌شود به علت حرکت نوسانی لینک ۲ از هر پا این گشتاورها نیز خاصیت نوسانی دارند و در نیمه‌ی اول گام رفت منفی (محرک) و در نیمه دوم این گام مثبت (ترمز) هستند. چنان که در نمودار ۱۴ مشاهده می‌شود بعد از قطع تماس پاهای ربات با زمین هر سه پا از نظر گشتاور ورودی رفتار مشابه دارند و مقدار گشتاور ورودی در این لحظات بسیار ناچیز است.

## نتیجه‌گیری

از ویژگی‌های ربات طراحی شده، که آن را از سایر ربات‌های شش پای شش‌درجه آزادی متمایز می‌کند، استفاده از سازوکارهای چهارمیله‌یی به‌عنوان پا است که به دلیل وجود مفصل بندهای کافی در آن و همچنین به علت وجود یک درجه آزادی منفی که باعث دوران پاهای ربات حول محور طولی حرکت آن می‌شود، این قابلیت را به

## منابع

1. Quinn Roger, D., and Ritzmann Roy, E. "Construction of a hexapod robot with cockroach kinematics benefits both robotics and biology", *Connection Science*, **10**, pp. 239-254 (1998).
2. Clark Jonathan, E.; Cham Jorge, G.; Bailey Sean, A.; Froehlich Edward, M.; Nahata Pratik, K.; Full Robert, J., and Cutkosky Mark, R. "Biomimetic design fabrication of a hexapedal running robot" IEEE International conference on Robotics and Automation (2001).
3. Allen Thomas, J.; Quinn Roger, D.; Bachmann Richard, J., and Ritzmann Roy, E. "Abstracted biological principles applied with reduced actuation improve mobility of legged vehicles", Case Western Reserve University, Ohio, U.S.A. (2003).
4. Moore, E.Z., and Buehler, M. "Reliable stair climbing in the simple hexapod (RHEX)", IEEE Int. conference on Robotics and Automation, U.S.A. (May 2002).
5. Choi, J.; Watson, J.; Nelson, G.; Ritzmann, R., and Quinn, R. "Virtual versus real locomotion over obstacles", Case Western Reserve University, (8), U.S.A. (2002).
6. Boggess Matthew, J.; Schroer Robert, T.; Quinn Roger, D., and Ritzmann Roy, E. "Mechanized cockroach foot-paths enable cockroach-like mobility", Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio, (6) U.S.A. (2003).
7. Vakili Mahdi, Norian Morteza. Modeling in CATIA, Dibagaran Press; Tehran, 1<sup>st</sup>, 2nd edition (2005).
8. Radcliffe, C.W.; Suh, C.H. Kinematics and mechanisms design. U.S.A., John Wiley, (1978).
9. Craig, J. Mechanic and Control in Robotic, Translated by Meghdari Ali and Mirfakhraei Faeze, Sharif University of Technology Pres; Tehran, 2nd edition (1998).
10. Ginsberg, Jerry H. Advanced Engineering Dynamics, Second Edition, Cambridge University Press (1995).