

# ارزیابی روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه به همراه مدل‌سازی دنباله‌ی آزاد جهت محاسبات آئرو دینامیکی روتور بالگرد در پرواز ایستایی

کاظم هجران‌فر (استادیار)

مهدی هاشم‌آبادی (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

در تحقیق حاضر، ارزیابی روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه به همراه مدل‌سازی دنباله‌ی آزاد در تحلیل آئرو دینامیکی روتور بالگرد در پرواز ایستایی مد نظر بوده و با مقایسه‌ی نتایج حاصل از این دو روش، اثرات ضخامت تیغه‌ها روی نتایج آئرو دینامیکی روتور مورد بررسی قرار گرفته است. مزیت اساسی روش پانل نسبت به روش شبکه‌ی گردابه در تحلیل آئرو دینامیکی روتور بالگرد، در نظر گرفتن اثرات ضخامت تیغه‌ها و در نتیجه افزایش دقت نتایج توزیع فشار سطح و بارگذاری تیغه‌ها است. در روش پانل، تیغه‌ها با ضخامت واقعی مدل می‌شود و ضمن توزیع پانل‌های چهارضلعی چشمه/مزدوج روی سطح تیغه‌ها، از پانل‌های چهارضلعی مزدوج برای مدل‌سازی دنباله استفاده می‌شود. در مدل‌سازی دنباله‌ی آزاد و با هر چرخش تیغه‌ها، یک ردیف پانل به دنباله ریزش کرده که با سرعت محلی القا شده توسط پانل‌های چشمه/مزدوج روی تیغه‌ها و پانل‌های مزدوج روی دنباله جابه‌جا می‌شوند. در نتیجه، دنباله آزادانه تغییر شکل یافته و ساختار طبیعی خود را پیدا می‌کند. با استفاده از روش پانل و مدل‌سازی دنباله‌ی آزاد، محاسبات آئرو دینامیکی بال ۱۲° NACA صورت گرفته تا دقت و صحت روش در تحلیل جریان سه‌بعدی ارزیابی شود. سپس تحلیل آئرو دینامیکی یک روتور در پرواز ایستایی برای ماخ نوک تیغه برابر ۰/۴۴ توسط روش پانل انجام شده و نتایج با داده‌های تجربی و نظری موجود مقایسه شده‌اند. همچنین با مقایسه‌ی نتایج حل پانل با روش شبکه‌ی گردابه، تأثیر ضخامت تیغه‌ها بر مشخصات آئرو دینامیکی روتور مورد نظر - شامل توزیع اختلاف فشار سطح تیغه‌ها، بارگذاری تیغه‌ها و ساختار دنباله‌ی روتور - بررسی شده است. در ادامه، تأثیر پارامترهای مختلف نظیر تعداد پانل‌ها و اندازه‌ی گام زمانی بر دقت نتایج آئرو دینامیکی و ساختار دنباله‌ی روتور مورد مطالعه قرار گرفته است. در نهایت، قابلیت تحلیل حاضر به منظور محاسبات آئرو دینامیکی روتور با تیغه‌های دارای پیچش نشان داده شده و نتایج روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه ارزیابی و با هم مقایسه شده‌اند.

khejran@sharif.edu  
m.hashem\_abadi@yahoo.com

واژگان کلیدی: روش پانل، روش شبکه گردابه، دنباله‌ی آزاد، روتور بالگرد.

## مقدمه

به دلیل وجود پیچیدگی‌ها و مشکلات زیاد در اندازه‌گیری، مدل‌سازی و پیش‌بینی آئرو دینامیک بالگرد، رقابت علمی شدیدی در این زمینه در دهه‌ی اخیر ایجاد شده است. یکی از موارد مهم در تحلیل آئرو دینامیک بالگرد، پیش‌بینی دقیق ساختار دنباله‌ی روتور است. فهم جزئیات ساختار دنباله برای پیش‌بینی دقیق بارگذاری روتور، محاسبه‌ی عملکرد، ارتعاشات و اکوستیک بسیار مهم است. از سوی دیگر، به دلیل وجود گردابه‌های قوی نوک<sup>۱</sup> و صفحه‌ی گردابه‌ی<sup>۲</sup> جدا شده از تیغه‌ها، و در نتیجه ساختار پیچیده‌ی دنباله، حل میدان جریان حول روتور از طریق شبیه‌سازی عددی با مشکلات خاصی مواجه است. با وجود پیشرفت‌های به دست آمده در مطالعات اخیر،

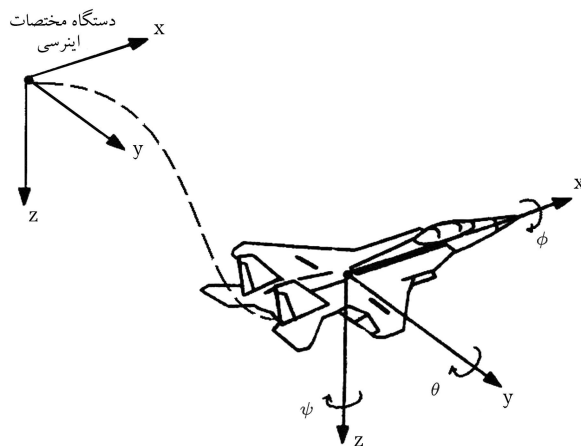
حل دقیق جریان حول روتور و تعیین ساختار حقیقی دنباله‌ی آن هنوز به عنوان یک مسئله‌ی پیچیده مطرح است. روش‌های مختلفی برای حل جریان حول روتور و تعیین ساختار دنباله‌ی آن وجود دارد که از آن جمله می‌توان به روش‌های پتانسیل، روش‌های اویلر/ناویر-استوکس<sup>۳</sup> قادر به محاسبه‌ی دقیق میدان جریان تراکم‌پذیر مادون صوت/گذر صوتی حول یک روتور هستند و نیز تعیین نواحی چرخش جریان و دنباله روتور با استفاده از این روش‌ها امکان‌پذیر است. با این وجود، روش‌های اویلر/ناویر-استوکس با استفاده از الگوریتم‌های عددی و شبکه‌های متداول قادر به محاسبه‌ی دقیق ساختار دنباله و

آزاد<sup>[۸-۱۲]</sup> به دلیل کارایی و دقت این روش‌ها در تحلیل جریان حول روتور مورد توجه قرار گرفته است.

در این نوشتار، ضمن ارزیابی روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه به‌همراه مدل‌سازی دنباله‌ی آزاد در تحلیل آئرودینامیکی روتور بالگرد در پرواز ایستایی، نتایج حاصل از این دو روش مقایسه شده و اثرات ضخامت تیغه‌ها روی نتایج آئرودینامیکی روتور نیز مورد بررسی قرار گرفته است. در ابتدا، تحلیل آئرودینامیکی بال NACA ۰۰۱۲ انجام شده و سپس تحلیل آئرودینامیکی یک روتور در پرواز ایستایی برای ماخ نوک تیغه برابر ۰/۴۴ صورت گرفته و نتایج حاصل با اطلاعات تجربی و نظری موجود مقایسه و مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ادامه، ارزیابی نتایج روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه به‌منظور بررسی اثرات ضخامت تیغه‌ها روی نتایج آئرودینامیکی روتور شامل توزیع اختلاف فشار سطح تیغه‌ها، بارگذاری تیغه‌ها و ساختار دنباله‌ی روتور انجام شده است. همچنین، اثر پارامترهای مختلف نظیر ابعاد پانل و اندازهی گام زمانی بر دقت نتایج آئرودینامیکی و ساختار دنباله‌ی روتور بررسی می‌شود. در نهایت، قابلیت تحلیل حاضر به‌منظور محاسبات آئرودینامیکی روتور با تیغه‌های دارای پیچش ارائه شده و نتایج روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه با هم مقایسه و مورد ارزیابی قرار گرفته است.

## نظریه و انتخاب سیستم مختصات

برای جریان‌های ناپایا، از معادله‌ی پتانسیل جریان به‌منظور به‌دست آوردن میدان سرعت برای یک سیال تراکم‌ناپذیر غیرچرخشی استفاده می‌شود. عبارت «زمان» به‌طور مستقیم در معادله‌ی پیوستگی وارد نشده و وابستگی به زمان از طریق شرایط مرزی اعمال می‌شود. هنگام بررسی حرکت اجسام وابسته به زمان، انتخاب سیستم مختصات از اهمیت خاصی برخوردار است. در حالت ناپایا، مناسب‌ترین راه برای تعریف شرط مرزی جریان بدون مؤلفه‌ی عمودی سرعت روی سطح جامد، تعریف شرط مرزی در سیستم مختصات متصل به بدنه  $(x, y, z)$  است. حال آن‌که حرکت مبدأ مختصات متصل به بدنه  $(X, Y, Z)$  در مختصات اینرسی  $(x, y, z)$  تعریف می‌شود. این دو دستگاه مختصات در شکل ۱ نشان داده شده‌اند. در زمان  $t = 0$ ، دو دستگاه مختصات بر هم منطبق‌اند و در زمان  $t > 0$  حرکت نسبی دستگاه مختصات متصل به بدنه نسبت به مختصات مرجع توسط موقعیت آن  $\mathbf{R}^0(t)$  و زوایای لحظه‌یی



شکل ۱. تعریف دستگاه اینرسی و دستگاه متصل به بدنه برای حرکت جسم.

در نتیجه توزیع میدان جریان القایی<sup>۴</sup> حول روتور نخواهند بود. دلیل این امر، مقدار زیاد لزجت مصنوعی روش‌های عددی مرسوم، به‌ویژه در شبکه‌های درشت در نواحی دور از صفحه‌ی روتور است که سبب از بین رفتن ساختار دنباله روتور در این نواحی می‌شود. برای حل این مشکل، راهکارهای متعددی ارائه شده که از آن جمله می‌توان به استفاده از الگوریتم‌های عددی با دقت بسیار بالا به‌همراه شبکه‌های نسبتاً ریز<sup>[۵-۱۱]</sup> یا روش‌هایی با حل‌های تطبیقی<sup>[۶،۷]</sup> نام برد که قادرند نواحی با گردایان‌های زیاد، نظیر گردابه‌های نوک تیغه یا ساختار کلی دنباله‌ی روتور را حتی در نواحی دور از صفحه‌ی روتور حفظ کنند. با این حال، این تمهیدات مستلزم زمان محاسباتی و حافظه‌ی رایانه‌یی بسیار بالا خواهد بود.

روش‌های جریان پتانسیل سبب ساده‌سازی تحلیل مسئله می‌شود و استفاده از آن‌ها، تحلیل آئرودینامیکی مؤثر و نسبتاً دقیق روتور را میسر می‌سازد.<sup>[۸-۱۲]</sup> کاهش ابعاد حل مسئله امتیاز مهم روش‌های پتانسیلی است و در نتیجه، تحلیل جریان حول روتور تنها با در نظر گرفتن المان‌هایی روی مرز جسم و مرز دنباله صورت می‌گیرد و شبکه‌بندی‌های سه‌بعدی پیچیده شبیه آنچه در روش‌های اویلر/ناویراستوکس استفاده می‌شود، ضرورتی نخواهند داشت. ویژگی منحصر به فرد روش‌های پتانسیل، تعیین دقیق ساختار دنباله‌ی روتور است که در تعیین جریان القایی حول روتور و در نتیجه در محاسبات آئرودینامیکی و عملکرد آن نقش اساسی خواهد داشت. مشکل اصلی روش‌های پتانسیل، ضعف در تخمین میدان جریان تراکم‌پذیر است و به همین دلیل در حالات پروازی رو به جلوی بالگرد که تیغه‌ی پیش‌رو معمولاً در حالت جریان گذر صوتی قرار دارد، این روش‌ها از دقت کمی برخوردارند. با این وجود، در پرواز ایستایی معمولاً ماخ نوک تیغه در جریان مادون‌صوت قرار می‌گیرد و استفاده از روش‌های پتانسیل برای تحلیل جریان حول روتور در این حالت پروازی بسیار کارآمد است. پرواز ایستایی از لحاظ محاسبات عملکرد از اهمیت ویژه‌یی برخوردار است. در حقیقت، در این حالت پروازی، بیشترین توان مصرفی روتور نسبت به حالت پرواز رو به جلو مورد نیاز است. سهم بیشتر توان مصرفی روتور در پرواز ایستایی ناشی از توان القایی است و روش‌های پتانسیل در تعیین میدان جریان القایی و در نتیجه، توان القایی بسیار مؤثر و دقیق‌اند.

روش‌های پتانسیل به دو دسته‌ی کلی «شبکه‌ی گردابه»<sup>۵</sup> و «پانل»<sup>۶</sup> تقسیم می‌شوند. در روش شبکه‌ی گردابه، که از توزیع گردابه‌های حلقوی روی جسم و دنباله بهره می‌گیرد، از اثرات ضخامت جسم صرف‌نظر می‌شود. در روش پانل از توزیع چشمه/مزدوج<sup>۷</sup> روی جسم، و توزیع مزدوج در دنباله استفاده می‌شود و اثرات ضخامت قابل محاسبه است. در تحقیقات اخیر به دلیل مزایای جالب روش‌های پتانسیل، استفاده از روش‌های ترکیبی (استفاده از روش اویلر/ناویراستوکس در مجاورت تیغه‌ها و روش پتانسیل در نواحی دور از تیغه‌ها) به‌منظور تحلیل آئرودینامیکی دقیق و مؤثر روتور بالگرد مورد توجه خاص قرار گرفته است.<sup>[۱۳-۱۵]</sup>

دو روش اصلی مدل‌سازی دنباله در روش‌های پتانسیل عبارت‌اند از: روش دنباله‌ی از پیش تعیین‌شده<sup>۸</sup> و روش دنباله‌ی آزاد<sup>۹</sup>. در روش دنباله‌ی از پیش تعیین‌شده، موقعیت دنباله‌ی جسم با استفاده از روابطی بر پایه‌ی داده‌های تجربی مشخص می‌شود.<sup>[۱۶-۱۹]</sup> در روش دنباله‌ی آزاد، با حرکت جسم در گام‌های زمانی مختلف، پانل‌ها به درون دنباله ریزش کرده و توسط سرعت‌های القایی دیگر پانل‌های جسم و دنباله جابه‌جا می‌شوند. به این ترتیب، دنباله‌ی جسم به تدریج شکل واقعی خود را می‌گیرد. در حقیقت در این روش، قدرت و موقعیت دنباله به‌طور مستقیم در هر گام زمانی تعیین می‌شود. دقت نتایج آئرودینامیکی روش دنباله‌ی آزاد بهتر بوده و ساختار حقیقی و دقیق دنباله‌ی روتور به‌دست خواهد آمد، اگرچه به زمان بیشتری نیز نیاز دارد. در دهه‌ی اخیر، استفاده از روش‌های پتانسیل به‌همراه مدل‌سازی دنباله‌ی

$\Theta(t)$  تعریف می شود:

$$(X_s, Y_s, Z_s) = \mathbf{R}_s(t) \quad (1)$$

$$(\phi, \theta, \psi) = \Theta(t) \quad (2)$$

که در آن  $\psi, \theta, \phi$  زوایای اوپلر هستند. برای تحلیل فرض بر آن است که سیال احاطه کننده جسم پرنده روی تمامی میدان جریان (به غیر از سطح جسم و دنباله آن)، تراکم ناپذیر، غیرلزج و غیرچرخشی باشد. بنابراین، پتانسیل سرعت  $\Phi$  قابل تعریف است و معادله پیوستگی در دستگاه مختصات اینرسی به شکل رابطه ۳ بیان می شود:

$$\nabla^2 \Phi = 0, \quad \text{in } (X, Y, Z) \text{ coordinates} \quad (3)$$

در روش پتانسیل برای اعمال شرط مرزی روی سطح جسم، سرعت نسبی جریان در جهت عمود به سطح برابر صفر است:

$$(\nabla \Phi - V_f) \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \text{in } (X, Y, Z) \text{ coordinates} \quad (4)$$

که در آن  $V_f$  معرف بردار سرعت سینماتیکی مربوط به حرکت جسم نسبت به دستگاه مختصات اینرسی  $(X, Y, Z)$  است. دومین شرط مرزی بیان کننده این نکته است که اغتشاشات ناشی از حرکت جسم باید در فواصل دور از جسم از بین برود:

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \nabla \Phi = 0 \quad (5)$$

در این رابطه  $R = (X, Y, Z)$  معرف بردار موقعیت است. حل چنین مسئله ناپایایی، به علت وجود شرط مرزی وابسته به زمان، در دستگاه مختصات متصل به بدنه آسان تر است. در نتیجه، با کمک یک تابع انتقال  $(f)$  بر پایه اطلاعات مسیر پرواز بین دو دستگاه مختصات موجود، می توان معادلات را در دستگاه مختصات متصل به بدنه نوشت:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = f(X_s, Y_s, Z_s, \phi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (6)$$

در نتیجه، انتقال سرعت ها طبق رابطه ۷ صورت می گیرد:

$$v_f = V_s + v_{rel} + \Omega \times r \quad (7)$$

$V_s$  سرعت مبدأ دستگاه متصل به بدنه،  $r = (x, y, z)$  بردار موقعیت هر نقطه از جسم نسبت به مبدأ دستگاه مختصات متصل به بدنه،  $\Omega$  نرخ دوران دستگاه متصل به بدنه، و  $v_{rel} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  سرعت در صورت وجود حرکت اضافی نسبی است. با در نظر گرفتن قانون انتقال فوق به راحتی می توان تمامی معادلات حاکم بر جریان ناپایا را از سیستم اینرسی به دستگاه متصل به بدنه انتقال داد. این انتقال با کمک قانون زنجیره ای مشتق انجام می شود. در نتیجه معادله حاکم به صورت معادله ۸ نوشته می شود:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad \text{in } (x, y, z) \text{ coordinates} \quad (8)$$

با استفاده از سرعت انتقالی طبق رابطه ۷، شرط مرزی مطابق رابطه ۴ نیز در دستگاه مختصات متصل به بدنه  $(x, y, z)$  به صورت رابطه ۹ بیان می شود:

$$\nabla \Phi \cdot \mathbf{n} = v_f \cdot \mathbf{n} \quad (9)$$

این نوع شرط مرزی، شرط مرزی نیومن<sup>۱۰</sup> است. برای مدل سازی صحیح سرعت های غیرصفر جانبی به مرز، سرعت نفوذی  $v_N$  به فرمول اضافه می شود که این سرعت را می توان برای مدل کردن جریان های خروجی و ورودی جت یا برای مدل سازی اثرات لزجت و ضخامت جابه جایی لایه مرزی مورد استفاده قرار داد:

$$\nabla \Phi \cdot \mathbf{n} = v_f \cdot \mathbf{n} + v_N \quad (10)$$

نوع دیگر شرط مرزی با در نظر گرفتن معادله پیوستگی در فرم انتگرالی زیر که مبین عدم تغییر جرم درون یک ناحیه دارای مرز بسته  $(S_B)$  است، قابل بیان است:

$$\int_{S_B} \rho \nabla \Phi \cdot \mathbf{n} dS = 0 \quad (11)$$

این نوع شرط مرزی معرف شرط مرزی دیریشله<sup>۱۱</sup> است. در صورتی که مرز مورد نظر، مرز جسم باشد و هیچ جریان جرمی از آن عبور نکند آنگاه مقدار جرم داخل مرز ثابت است و خود حکایت از ثابت بودن تابع پتانسیل درون جسم  $(\Phi_{in} = Const.)$  دارد. برای راحتی محاسبات، مقدار آن را می توان برابر با صفر در نظر گرفت:

$$\Phi_{in} = 0 \quad (12)$$

استفاده از این نوع شرط مرزی نسبت به شرط مرزی نیومن از نظر محاسباتی بسیار مؤثرتر است. مدل سازی دنباله و تعیین قدرت گردابه های ریزش شده به دنباله، نیازمند ارضاء بعضی شرایط دیگر است. در جریان پتانسیل، که جریان غیرچرخشی فرض می شود، محاسبه مقدار گردش ایجاد شده حول جسم برآزا توسط اعمال شرط کوتا (صفر بودن مقدار قدرت گردابه) در لبه ای فرار جسم صورت می گیرد:

$$\gamma_{TE} = 0 \quad \text{at trailing edge} \quad (13)$$

شکل گیری دنباله و چرخش رو به بالای آن در مجاورت نواحی نوک جسم، با استفاده از این حقیقت که دنباله قادر به تحمل نیرو نیست و با توجه به قرارگیری دنباله در راستای میدان سرعت، صورت می گیرد. استفاده از شرط کلون در حالت جریان غیردائم نیز سبب مشخص شدن قدرت گردابه های ریزش شده به دنباله خواهد شد. شرط کلون برای ناحیه ای جریان پتانسیل معرف عدم تغییر گشتاور زاویه ای است. بنابراین، گردش  $\Gamma$  حول ناحیه ای شامل جسم و دنباله ای آن، در هر زمان ثابت خواهد ماند:

$$d\Gamma/dt = 0, \quad \text{for any time} \quad (14)$$

## معادلات اساسی و حل مسئله

### روش پانل

با استفاده از نظریه ای گرین می توان نشان داد که حل معادله ی لاپلاس (معادله ۳) با ترکیبی از توزیع سطحی حل های اساسی چشمه و مزدوج روی سطح بدنه و دنباله ای آن قابل بیان است:

$$\Phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{\text{body+wake}} \left[ \mu \mathbf{n} \cdot \nabla \left( \frac{1}{r} \right) - \sigma \left( \frac{1}{r} \right) \right] dS \quad (15)$$

در این معادله،  $\sigma$  و  $\mu$  به ترتیب معرف قدرت های چشمه و مزدوج بوده و با افزایش فاصله از المان های تکین، قدرت هر یک از المان های چشمه یا مزدوج به سمت صفر

ترتیب روی جسم نظیر نقطه‌ی  $P$ ، معادله‌ی ۱۷ چنین بیان می‌شود:

$$\sum_{k=1}^N \frac{1}{4\pi} \int_{body-panel} \mu \mathbf{n} \cdot \nabla \left( \frac{1}{r} \right) dS + \sum_{l=1}^{N_W} \frac{1}{4\pi} \int_{wake-panel} \mu \mathbf{n} \cdot \nabla \left( \frac{1}{r} \right) dS - \sum_{k=1}^N \frac{1}{4\pi} \int_{body-panel} \sigma \left( \frac{1}{r} \right) dS = 0 \quad (20)$$

که در آن، مجموع اثرات  $k$  پانل روی جسم و  $l$  پانل روی دنباله برای نقطه ترتیب  $P$  روی جسم در نظر گرفته شده است؛ در نتیجه:

$$\sum_{k=1}^N C_k \mu_k + \sum_{l=1}^{N_W} C_l \mu_l + \sum_{k=1}^N B_k \sigma_k = 0 \quad (21)$$

زیرنویس  $k$  (اشاره به شماره پانل‌های روی بدنه داشته و زیرنویس  $l$ ) معرف شماره پانل‌های دنباله است که با افزایش تعداد گام زمانی افزایش می‌یابد. همچنین،  $C_k$  معرف ضریب تأثیر  $k$  امین المان مزدوج با قدرت ثابت  $\mu_k$  و  $B_k$  معرف ضریب تأثیر  $k$  امین المان چشمه با قدرت ثابت  $\sigma_k$  روی نقطه‌ی ترتیب  $P$  است. ضرایب تأثیر در معادله‌ی ۲۱، شامل روابط هندسی نسبتاً پیچیده‌ی است.<sup>[۹،۱۰]</sup> ضرایب تأثیر  $C_k$  و  $B_k$  در طول برنامه فقط یک مرتبه محاسبه می‌شوند، اما ضرایب تأثیر  $C_l$  در هر گام زمانی تغییر می‌کنند و باید حساب شوند. با استفاده از رابطه‌ی ۱۹ عبارت سوم معادله‌ی ۲۱ مشخص، و به سمت راست معادله منتقل می‌شود. با استفاده از شرط کوتاه نیز می‌توان قدرت مزدوج‌های دنباله را برحسب عبارات مزدوج‌های مجهول روی سطح بیان کرد. درحقیقت، با توجه به صفر بودن قدرت گردابه در لبه‌ی فرار، قدرت پانل دنباله‌ی مجاور لبه‌ی فرار باید برابر با اختلاف قدرت پانل‌های بالا و پایین سطح مجاور لبه‌ی فرار باشد:

$$\mu_l = \mu_r - \mu_s \quad (22)$$

که در آن،  $\mu_r$  و  $\mu_s$  به ترتیب قدرت مزدوج‌های پانل‌های بالا و پایین سطح مجاور لبه‌ی فرار هستند. در نتیجه، با استفاده از معادله‌ی ۲۱ برای  $N$  نقطه ترتیب روی سطح و ارضاء شرط کوتاه، یک دستگاه معادلات  $(N \times N)$  به دست می‌آید که با حل آن، مقادیر قدرت مزدوج‌های مجهول روی سطح تعیین می‌شود.<sup>[۹،۱۰]</sup>

## روش شبکه‌ی گردابه

در روش شبکه‌ی گردابه، هر تیغه با صفحه‌ی تخت مدل شده و در نتیجه، اثرات ضخامت تیغه‌ها در نظر گرفته نمی‌شود. هر تیغه به پانل‌هایی تقسیم می‌شود و یک گردابه‌ی حلقوی در هر پانل جایگزین می‌شود. با حرکت تیغه، گردابه‌های لبه‌ی فرار تیغه به دنباله ریزش می‌کنند. قدرت گردابه‌های ریزش شده به دنباله در هر زمان معادل قدرت گردابه‌ی لبه‌ی فرار در زمان قبل است. قدرت گردابه‌های روی تیغه را می‌توان در هر گام زمانی و با اعمال شرط مرزی «جریان عمود به تیغه مساوی صفر» به دست آورد. سرعت عمودی روی هر گردابه‌ی حلقوی تیغه متشکل از مؤلفه‌های عمودی سرعت جریان آزاد تیغه، سرعت القایی دیگر گردابه‌های روی تیغه، و سرعت القایی گردابه‌های موجود در دنباله است. هر گردابه‌ی حلقوی روی تیغه و دنباله، سرعتی روی دیگر گردابه‌ها در میدان القا کرده که این سرعت القایی توسط قانون

کاهش می‌یابد. دنباله‌ی جسم ضخامت ندارد و نیرویی تحمل نمی‌کند، در نتیجه می‌توان آن را با المان‌های تکین مزدوج مدل‌سازی کرد. بنابراین، معادله‌ی ۱۵ را می‌توان چنین بیان کرد:

$$\Phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \int_{body+wake} \mu \mathbf{n} \cdot \nabla \left( \frac{1}{r} \right) dS - \frac{1}{4\pi} \int_{body} \sigma \left( \frac{1}{r} \right) dS \quad (16)$$

حل فشرده‌ی معادله‌ی پتانسیل (معادله‌ی ۳) در سیستم مختصات فراگیر یا جایگزینی معادله‌ی ۱۶ به شرط مرزی دیریشله (معادله‌ی ۱۲) به صورت معادله‌ی ۱۷ قابل بیان است:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{body+wake} \mu \mathbf{n} \cdot \nabla \left( \frac{1}{r} \right) dS - \frac{1}{4\pi} \int_{body} \sigma \left( \frac{1}{r} \right) dS = 0 \quad (17)$$

این نتیجه معرف یک حل یکتا نبوده و توزیع‌های مختلف چشمه و چاه می‌توانند معادله‌ی فوق را ارضاء کنند. برای تعیین قدرت توزیع سطحی چشمه با توجه به این که چشمه معرف یک ناپیوستگی در میدان سرعت است، خواهیم داشت:

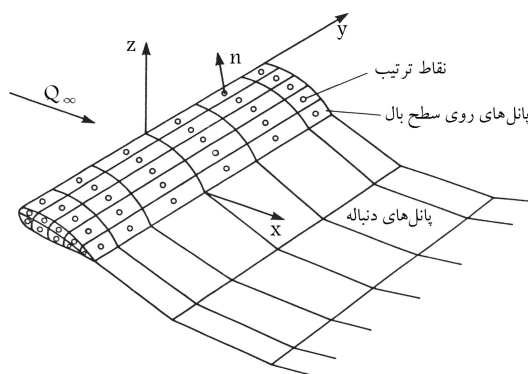
$$-\sigma = \frac{\partial \Phi}{\partial n} - \frac{\partial \Phi_{in}}{\partial n} = \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \nabla \Phi \cdot \mathbf{n} \quad (18)$$

که در آن،  $\frac{\partial \Phi_{in}}{\partial n} = 0$ ، معرف پتانسیل سرعت بیرون مرز جسم است. در نتیجه، با جایگزینی معادلات ۷ و ۹ در معادله‌ی ۱۸ خواهیم داشت:

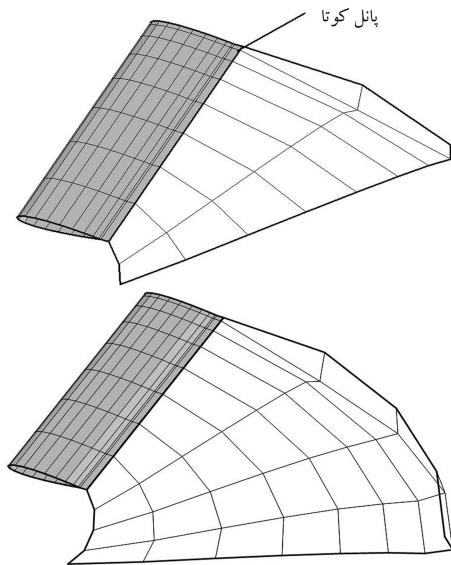
$$\sigma = -\mathbf{n} \cdot (V_\infty + v_{rel} + \Omega \times r) \quad (19)$$

با استفاده از قدرت چشمه مطابق با این رابطه و استفاده از شرط کوتاه<sup>۱۲</sup> (که در ادامه بحث خواهد شد)، حل یکتا خواهد شد.

برای تحلیل مسئله، هندسه‌ی جسم به  $N$  پانل و دنباله نیز به  $N_W$  پانل تقسیم می‌شود. برای پانل‌های روی سطح جسم از ترکیب چشمه/مزدوج  $(\sigma_k, \mu_k)$  و برای پانل‌های روی دنباله از مزدوج  $\mu_l$  استفاده می‌شود (شکل ۲). برای هر پانل، قدرت‌های چشمه یا مزدوج ثابت در نظر گرفته شده است. در نتیجه برای هر نقطه



شکل ۲. نمایی از چیدمان پانل‌های روی سطح جسم و دنباله‌ی آن به همراه نقاط ترتیب روی جسم.



شکل ۳. مدل‌سازی دنباله‌ی آزاد حول روتور و پانل‌های ریزش شده به دنباله در گام‌های زمانی مختلف.

در شکل ۳ روند ریزش ردیف پانل به دنباله‌ی بعد از دو گام زمانی  $(2\Delta t)$  و چهارگام زمانی  $(4\Delta t)$  برای تیغه‌ی روتور نشان داده شده است. پانل‌های دنباله قادر به تحمل بار آئرودینامیکی نیستند و لذا نقاط گوشه‌ی هر پانل دنباله با سرعت القایی ناشی از دیگر پانل‌های روی سطح تیغه و پانل‌های روی دنباله‌ی آن جابه‌جا می‌شود. با محاسبه‌ی سرعت‌های القایی، جابه‌جایی پانل‌های دنباله به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}_i \cdot \Delta t \quad (27)$$

لازم به ذکر است در مدل‌سازی دنباله‌ی آزاد روتور، در مراحل اولیه‌ی حل، چون هنوز دنباله‌ی چندانی شکل نگرفته و جریان القایی قابل توجهی روی تیغه‌ها ایجاد نشده، لایه‌های دنباله‌ی جدانشده از لبه‌ی فرار تیغه با هم تداخل پیدا خواهند کرد. برای رفع این مشکل، در مراحل اولیه‌ی تشکیل ساختار دنباله، یک سرعت القایی کم روی صفحه‌ی روتور در نظر گرفته شده تا با تشکیل ساختار دنباله، لایه‌های آن به پایین ریزش کرده و از پیچش رو به بالای لایه‌های انتهایی دنباله و تداخل آن‌ها جلوگیری شود.<sup>[۲۲]</sup>

## نتایج و بحث

در مطالعه‌ی حاضر، هدف ارزیابی روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه به همراه مدل‌سازی دنباله‌ی آزاد در تحلیل آئرودینامیکی روتور بالگرد در پرواز ایستایی، و مقایسه‌ی نتایج حاصل از این دو روش برای تعیین اثرات ضخامت تیغه‌ها روی نتایج آئرودینامیکی روتور -- شامل توزیع اختلاف فشار سطح تیغه‌ها، بارگذاری تیغه‌ها و ساختار دنباله‌ی روتور -- است. در ابتدا، تحلیل آئرودینامیکی بال  $NACA \ 0012$  انجام شده تا دقت و صحت نتایج حاضر در تحلیل جریان سه‌بعدی بررسی شود. سپس، تحلیل آئرودینامیکی یک روتور در پرواز ایستایی برای ماخ نوک تیغه برابر با  $0.44$  صورت گرفته و نتایج حاصل با اطلاعات تجربی و نظری موجود مقایسه و ارزیابی شده

بیوساوارت<sup>۱۳</sup> به دست می‌آید. با توجه به مشخص بودن سرعت ناشی از جریان آزاد و نیز سرعت القایی ناشی از گردابه‌های دنباله (با توجه به معلوم بودن قدرت آن‌ها) و با حل دستگاه معادلات به دست آمده، قدرت گردابه‌های روی تیغه در هر گام زمانی محاسبه می‌شود. در هر گام زمانی، با جداشدن گردابه‌ها از لبه‌ی فرار هر تیغه و تعیین قدرت گردابه‌های روی تیغه‌ها، سرعت‌های القایی در موقعیت گوشه‌های هر پانل روی ناحیه‌ی دنباله محاسبه می‌شود و با توجه به بازه زمانی، دنباله آزادانه تغییر شکل می‌یابد.<sup>[۱۱،۱۲،۲۱]</sup>

## مشخصات آئرودینامیکی

برای تعیین مشخصات آئرودینامیکی روتور، محاسبه‌ی مقادیر فشار روی سطح تیغه‌ها الزامی است. مقدار فشار با استفاده از معادله‌ی برنولی در حالت ناپایا و در دستگاه مختصات اینرسی  $(X, Y, Z)$  به صورت رابطه‌ی ۲۳ تعیین می‌شود:

$$\frac{p_\infty - p}{\rho} = \frac{(\nabla\Phi)^2}{2} + \frac{\partial\Phi}{\partial t} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial\Phi}{\partial X} \right)^2 + \left( \frac{\partial\Phi}{\partial Y} \right)^2 + \left( \frac{\partial\Phi}{\partial Z} \right)^2 \right] + \frac{\partial\Phi}{\partial t} \Big|_{in(X,Y,Z)} \quad (23)$$

با توجه به این‌که معادلات در مختصات متصل به بدنه حل می‌شوند، لازم است توزیع فشار در دستگاه متصل به بدنه را به دست آوریم. بنابراین، معادله‌ی ۲۳ به دستگاه متصل به بدنه انتقال داده می‌شود:

$$\frac{p_\infty - p}{\rho} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial\Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial\Phi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial\Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + (V_\infty + \Omega \times r) \cdot \nabla\Phi + \frac{\partial\Phi}{\partial t} \Big|_{in(x,y,z)} \quad (24)$$

با محاسبه‌ی میدان پتانسیل و در نتیجه میدان سرعت، توزیع فشار سطح مشخص شده و سایر مشخصات آئرودینامیکی نظیر توزیع نیروها روی سطح جسم نیز تعیین می‌شوند. به طور معمول، به منظور تعیین بارگذاری تیغه‌ها از توزیع ضریب برای مقطعی تیغه در راستای شعاع  $r$  از مرکز روتور به شکل زیر استفاده می‌شود:

$$C_{l_j} = \frac{2L_j}{\rho V_{tip}^2 S_j} \quad (25)$$

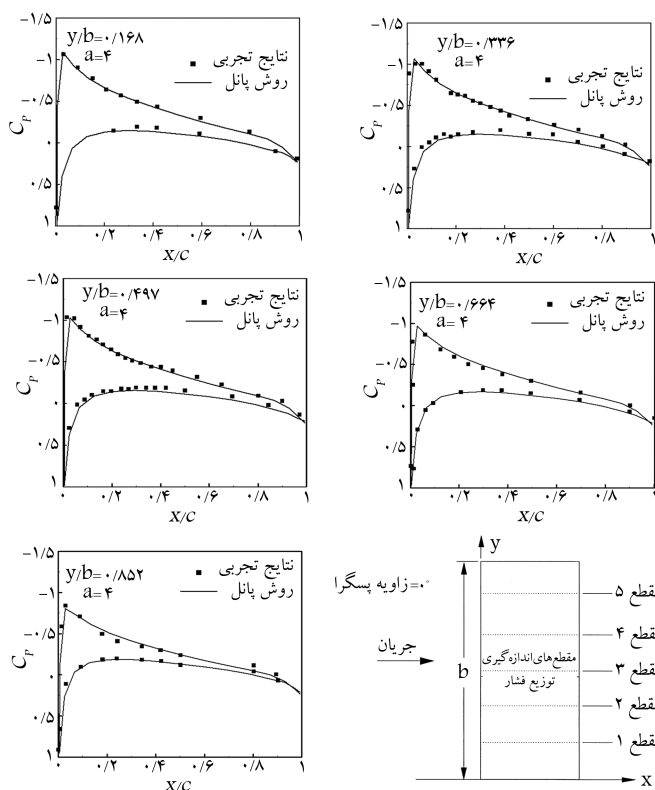
در این رابطه  $L_j$  معرف نیروی برآ در مقطع  $j$  و  $S_j = c\Delta r_j$  معرف مساحت آن مقطع (وتر ثابت) و  $V_{tip}$  معرف سرعت نوک تیغه است. ضریب تراست روتور نیز طبق معادله‌ی ۲۶ محاسبه می‌شود:

$$C_T = \frac{T}{\rho \pi R^2 V_{tip}^2} \quad (26)$$

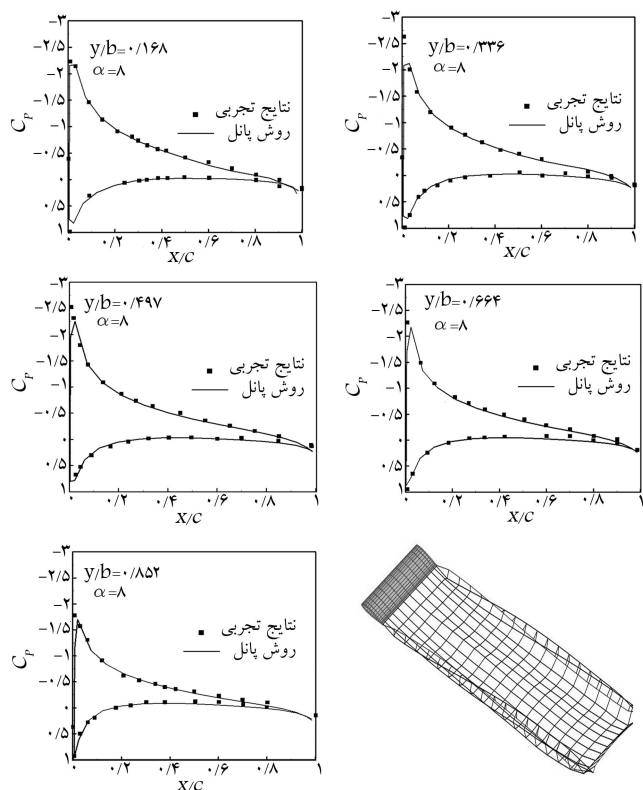
که در آن،  $T$  معادل با کل نیروی برای تولیدی توسط تمامی تیغه‌ها و  $R$  شعاع روتور است.

## مدل‌سازی دنباله‌ی آزاد

مدل‌کردن دنباله‌ی که از لبه‌ی فرار بال یا تیغه ریزش می‌کند با اضافه کردن یک ردیف پانل دنباله کوچک در هر بازه‌ی زمانی  $(\Delta t)$  در انتهای لبه‌ی فرار بال یا تیغه امکان‌پذیر است. در هر بازه‌ی زمانی یک ردیف پانل به درون دنباله ریزش می‌کند.



شکل ۵. نمایی از بال NACA ۰۰۱۲ به‌همراه مقایسه توزیع ضریب فشار در مقاطع مختلف بال در زاویه حمله ۴ درجه.



شکل ۶. نمایی از دنباله بال NACA ۰۰۱۲ به‌همراه مقایسه توزیع ضریب فشار در مقاطع مختلف بال در زاویه حمله ۸ درجه.

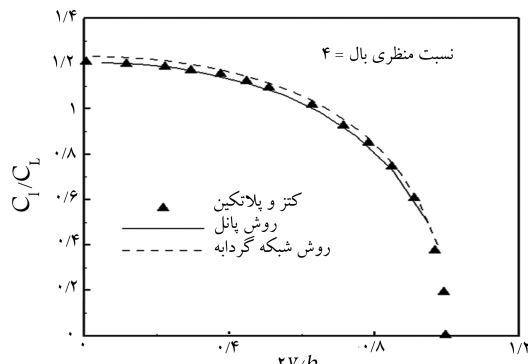
است. در ادامه، اثر پارامترهای مختلف (نظیر ابعاد پانل و اندازه‌ی گام زمانی) روی دقت نتایج آنرودینامیکی و ساختار دنباله‌ی تیغه‌های روتور بررسی می‌شود. در پایان، قابلیت تحلیل حاضر برای محاسبات آنرودینامیکی روتور با تیغه‌های دارای پیچش ارائه شده و نتایج روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه با هم مقایسه و مورد ارزیابی قرار گرفته است.

## محاسبات بال NACA ۰۰۱۲ در جریان تراکم‌ناپذیر مقایسه‌ی توزیع بارگذاری

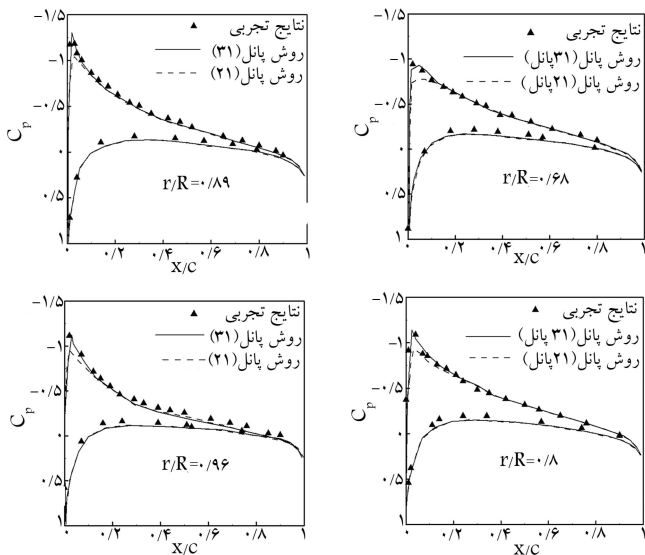
بال مورد نظر دارای مقطع NACA ۰۰۱۲ با نسبت منطری  $AR = 4^4$  و بدون زاویه‌ی پس‌گرا است. در شکل ۴ نتایج حاضر توسط روش پانل برای توزیع بارگذاری در راستای دهانه‌ی بال به‌ازاء زاویه‌ی حمله‌ی ۵ درجه با نتایج موجود روش شبکه‌ی گردابه<sup>[۱۱، ۱۲]</sup> مقایسه شده که از دقت مناسبی برخوردار است. برای تحلیل این بال در حالت ناپایا، بازه زمانی  $\Delta t = 0.05^\circ$  بوده و تعداد پانل‌ها در جهت‌های وتر و دهانه‌ی تیغه به‌ترتیب برابر ۱۰ و ۱۵ در نظر گرفته شده است. دقت روش پانل در مقایسه با روش شبکه‌ی گردابه به‌دلیل در نظر گرفتن اثرات ضخامت کمی بهتر است. با این وجود، مطابق شکل ۴، در این شرایط جریان و برای بال مورد نظر تأثیر ضخامت روی توزیع بارگذاری بال نسبتاً ناچیز است.

## مقایسه‌ی توزیع فشار در مقاطع مختلف

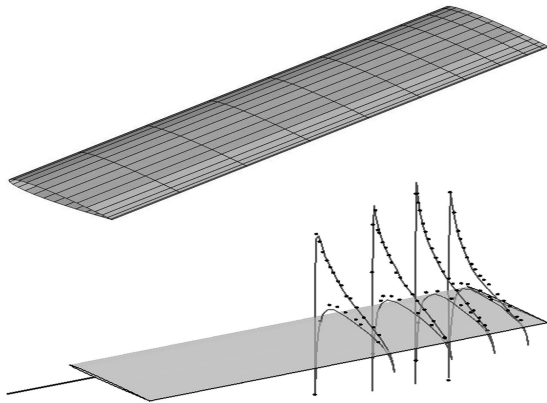
به‌منظور اعتبارسنجی نتایج توزیع فشار در حالت سه‌بعدی، تحلیل آنرودینامیکی بال دارای مقطع NACA ۰۰۱۲ با دهانه‌ی ۱/۹ متر و وتر ۰/۳۸ متر و بدون زاویه‌ی پس‌گرا توسط روش پانل صورت گرفته و نتایج حاضر برای ضریب فشار سطح در مقاطع مختلف در راستای دهانه‌ی بال و در زوایای حمله‌ی مختلف با نتایج تجربی<sup>[۱۳]</sup> مقایسه و ارزیابی شده است. در شکل‌های ۵ و ۶، نتایج ضرایب فشار محاسبه‌شده در مقاطع مختلف بال به‌ترتیب در زوایای حمله‌ی ۴ و ۸ درجه همراه با داده‌های تجربی نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج حاصله در مقایسه با نتایج تجربی از دقت بسیار خوبی برخوردار است. همچنین، چرخش رو به بالای ۱۵ دنباله‌ی این بال (شکل ۶) در نواحی مجاور نوک بال و گردابه شروع در قسمت انتهایی دنباله به‌خوبی دیده می‌شود.



شکل ۴. مقایسه توزیع ضریب نیروی برآ در راستای دهانه بال NACA ۰۰۱۲.



شکل ۷. مقایسه توزیع ضریب فشار در مقاطع مختلف تیغه روتور.



شکل ۸. نمایی از توزیع پانل‌های روی تیغه به همراه توزیع ضریب فشار سطح در مقاطع مختلف تیغه روتور.

پایین تیغه امکان‌پذیر است. با توجه به تدوین هر دو نرم‌افزار پانل و شبکه‌ی گردابه، امکان بررسی اثرات ضخامت تیغه‌ها روی مشخصات آئرودینامیکی روتور وجود خواهد داشت. در این بخش، توزیع اختلاف ضریب فشار در مقاطع مختلف، و نیز بارگذاری تیغه‌ها در راستای دهانه‌ی تیغه‌ها برای روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه مقایسه شده و اثرات ضخامت تیغه‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرند. در شکل ۹، مقایسه‌ی توزیع اختلاف ضریب فشار سطوح بالا و پایین تیغه با استفاده از روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه برای سه مقطع  $0.96$ ،  $0.80$  و  $0.50$  برای روتور کارادونا و تانگ صورت گرفته است. مطابق شکل، نتایج روش شبکه‌ی گردابه در لبه‌ی حمله‌ی تیغه‌ی روتور در مقاطع مختلف، با نتایج روش پانل و نتایج تجربی دارای اختلاف است. روش شبکه‌ی گردابه برای یک صفحه‌ی تخت در لبه‌ی حمله تکیه است؛ زیرا در این قسمت، تغییرات شدید سرعت و فشار وجود دارد و نتایج روش شبکه‌ی گردابه در مقایسه با نتایج تجربی دارای اختلاف است. در نواحی دیگر، نتایج روش شبکه‌ی گردابه از دقت نسبی برخوردار است. روش پانل به دلیل مدل‌سازی واقعی تیغه‌های روتور و در نظر گرفتن ضخامت تیغه‌ها، دارای نتایج بسیار خوبی برای توزیع فشار سطح تیغه‌ها در مقاطع مختلف و در مقایسه با نتایج تجربی است. نتایج توزیع فشار دقیق سطح تیغه‌ها در راستای وتر و در تمامی مقاطع حاصل از حل پانل در

## محاسبات روتور در پرواز ایستایی

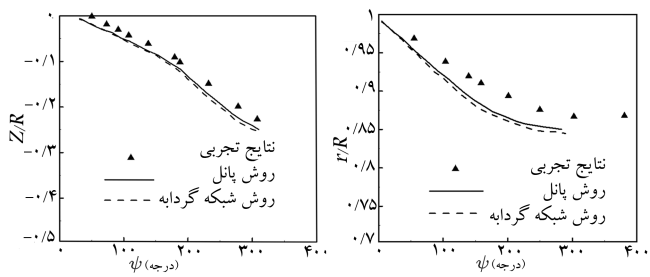
مطابق با نتایج به دست آمده، هم‌خوانی بسیار خوبی میان نتایج حل حاضر در حالت سه‌بعدی با استفاده از روش پانل، در مقایسه با نتایج تجربی برقرار است. در این بخش، تحلیل آئرودینامیکی روتور در پرواز ایستایی با استفاده از روش پانل و مدل‌سازی دنباله‌آزاد انجام شده و نتایج حاضر با نتایج تجربی موجود [۲۴] مقایسه و مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. در تحلیل حاضر، به منظور بررسی تأثیر ضخامت تیغه‌ها روی مشخصات آئرودینامیکی روتور، نتایج روش پانل با نتایج روش شبکه‌ی گردابه [۱۱] مقایسه شده است. روتور مورد نظر دارای ۲ تیغه است و تیغه‌های آن ایرفویل‌ی با مقطع  $NACA\ 0012$  دارند. در تیغه‌ها، پیچش و باریک‌شوندگی وجود ندارد. شعاع هر تیغه برابر  $3.75\text{ ft}$  ( $1.143\text{ m}$ ) و نسبت منطری آن نیز  $R/c = 6$  است. فاصله‌ی شروع تیغه از هاب روتور به اندازه‌ی وتر تیغه است. تیغه‌ها دارای سرعت دورانی  $1250\text{ rpm}$  بوده که معادل ماخ نوک تیغه برابر با  $M_{tip} = 0.44$  است. زاویه‌ی گام تیغه‌ها نیز ثابت و برابر  $\theta_c = 8^\circ$  است.

## مقایسه‌ی توزیع فشار در مقاطع مختلف

در شکل ۷ نتایج توزیع ضریب فشار سطح در مقاطع مختلف تیغه‌ی روتور به‌ازاء ماخ  $M_{tip} = 0.44$  در مقایسه با نتایج تجربی ارائه شده است. نتایج حل حاضر به‌ازاء ابعاد پانل ۲۱ و ۳۱ در راستای وتر و ۱۰ پانل در راستای دهانه‌ی تیغه به دست آمده‌اند. نتایج حل حاضر توسط روش پانل با نتایج تجربی ناشی از مدل‌سازی خوب ساختار دنباله‌ی روتور به‌خوبی مطابقت دارد و در نتیجه، تعیین دقیق میدان جریان القایی حول تیغه‌های روتور توسط روش پانل صورت می‌گیرد. چنان که مشاهده می‌شود با انتخاب ۲۱ پانل، توزیع فشار سطح در لبه‌ی حمله و در مقاطع مختلف با نتایج تجربی اختلاف دارد. در نتیجه، برای کسب نتایج بهتر باید ابعاد پانل‌ها به‌طور مناسب انتخاب شوند که نتایج به‌ازاء ابعاد پانل برابر با ۳۱ از دقت مناسب برخوردار است. در شکل ۸، نمایی از تیغه و توزیع پانل‌های انتخابی روی تیغه‌ی مورد نظر ارائه شده است. مطابق شکل، مجاور نوک تیغه و در نواحی لبه‌ی حمله و لبه‌ی فرار تیغه، پانل‌ها فشرده‌تر انتخاب می‌شوند تا به دلیل وجود گرداب‌های بیشتر در این نواحی، دقت نتایج افزایش یابد. فشردگی پانل‌ها در مجاورت نوک تیغه سبب می‌شود تا چرخش رو به بالای گردابه‌های نوک به‌خوبی گرفته شود. در شکل ۸ نیز نتایج توزیع فشار سطح در مقاطع مختلف تیغه‌ی روتور در مقایسه با یکدیگر نشان داده شده است. شایان ذکر است نتایج توزیع فشار در هر مقطع با سرعت شعاعی آن مقطع بی‌بعد شده است. در نتیجه، نمودارهای توزیع فشار تقریباً یکسان در مقاطع مختلف معرف یکنواخت بودن تقریبی ضریب نیروی برای مقطعی در مقاطع مختلف است. در روش پانل، اثرات تراکم‌پذیری مدل‌سازی نمی‌شود. بنابراین، نتایج حل حاضر توسط روش پانل که با نتایج تجربی به‌خوبی تطابق دارد معرف کم‌بودن اثرات تراکم‌پذیری در این شرایط جریان است. به‌طور معمول، ماخ نوک تیغه‌های روتور بالگرد در پرواز ایستایی و در شرایط عملکردی، در محدوده‌ی جریان گذر صوتی قرار نمی‌گیرند. در نتیجه، روش پانل به‌عنوان روشی مؤثر و دقیق در تعیین مشخصات آئرودینامیکی روتور در پرواز ایستایی مطرح است.

## مقایسه‌ی بارگذاری تیغه‌ها

در روش شبکه‌ی گردابه، هر تیغه‌ی روتور با صفحه‌ی تخت مدل شده و از ضخامت تیغه‌ها صرف‌نظر می‌شود. در این روش فقط محاسبه‌ی اختلاف فشار سطوح بالا و



شکل ۱۱. مقایسه موقعیت‌های شعاعی و عمودی مرز لغزش گردابه برای روش‌های پانل و شبکه‌های گردابه.

تیغه‌های روتور توسط روش شبکه‌های گردابه به دلیل استفاده از المان تکین حلقه‌ای گردابه روی سطح، نسبت به روش پانل که در آن از المان‌های تکین چشمه/مزدوج استفاده می‌شود از پیچیدگی کم‌تری برخوردار است و بنابراین، از نظر تلاش محاسباتی مؤثرتر است.

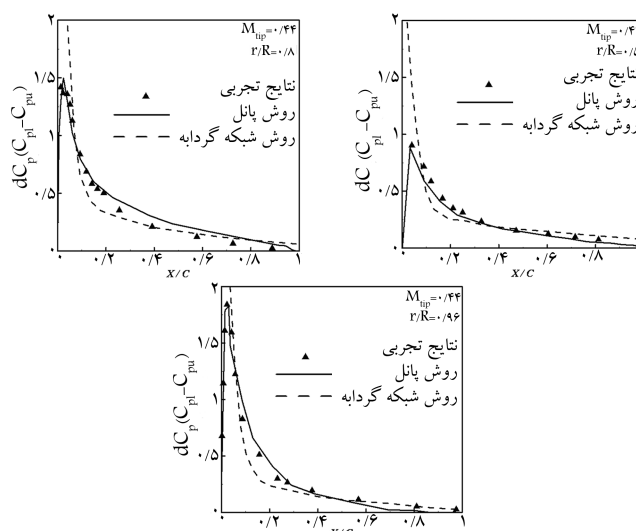
### مقایسه‌ی مرز لغزش دنباله (مسیر گردابه‌ی نوک)

در شکل ۱۱، نتایج حاضر برای موقعیت‌های شعاعی و عمودی مرز لغزش گردابه (مسیر گردابه‌ی نوک تیغه) حاصل از روش‌های پانل و شبکه‌های گردابه با نتایج تجربی مقایسه شده است. مطابق شکل، نتایج روش پانل نسبت به روش شبکه‌های گردابه از دقت بیشتری برخوردار است و هر دو با نتایج تجربی اندکی اختلاف دارند. مرز لغزش بزرگ‌تر در نتایج تجربی ناشی از اثرات لزجت و در نتیجه کاهش تکانه محوری است. در این شکل، انقباض<sup>۱۶</sup> مرز لغزش دنباله برای هر دو روش پانل و شبکه‌های گردابه به خوبی دیده می‌شود. نکته‌ی مهم دیگر این که ضخامت تیغه‌ها تأثیر چشم‌گیری بر نتایج مرز لغزش دنباله‌ی روتور نداشته و روش شبکه‌های گردابه برای موقعیت‌های شعاعی و عمودی مرز لغزش دنباله واجد نتایج قابل قبول است.

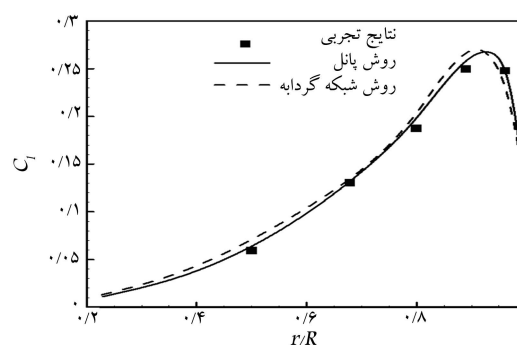
### تأثیر پیش تیغه

اغلب تیغه‌های به‌کار رفته در روتور بالگرد دارای پیش است و در نتیجه، تحلیل آنرودینامیکی تیغه‌های دارای پیش از دیدگاه کاربردی بسیار با اهمیت است. در این بخش، قابلیت تحلیل حاضر در مدل‌سازی و در نظر گرفتن اثرات پیش تیغه‌های روتور بالگرد ارائه شده و نتایج دو روش پانل و شبکه‌های گردابه با هم مقایسه و ارزیابی شده‌اند. در این بررسی، برای تیغه‌های روتور مربوط به آزمایش کارادونا و تانگ ( $M_{tip} = 0/44$ ,  $\theta_c = 8^\circ$ )، به‌طور فرضی از تیغه‌هایی با پیش خطی  $\theta_{tw} = -10^\circ$  استفاده شده است. نکته‌ی بسیار مهم این که مقدار پیش مناسب برای بهبود عملکرد تیغه‌های روتور از حیث ایجاد جریان القایی یکنواخت روی سطح تیغه‌های روتور در حدود  $8^\circ$  تا  $12^\circ$  درجه بوده و پیش خطی در نظر گرفته شده  $(\theta_{tw} = -10^\circ)$  نیز در این محدوده است. توزیع زاویه‌ی گام تیغه‌های دارای پیش در راستای دهانه  $\theta(r)$  به‌گونه‌ی تعیین می‌شود که ضریب تراست روتور در این حالت با مقدار ضریب تراست محاسبه شده برای روتور با تیغه‌های بدون پیش ( $CT \approx 0/0455$ ) یکسان باشد. برای این منظور، با تغییر توزیع خطی زاویه‌ی گام تیغه‌ها در راستای دهانه  $\theta(r)$  و ثابت نگه داشتن پیش تیغه‌ها برابر با  $\theta_{tw} = -10^\circ$ ، محاسبات (توسط روش پانل و یا روش شبکه‌های گردابه) به صورت تکراری انجام می‌شود تا ضریب تراست مورد نظر حاصل شود و در نتیجه، توزیع خطی زاویه‌ی گام صحیح تیغه‌ها در راستای دهانه  $\theta(r)$  مشخص شود. به‌طور معمول،

تعیین دقیق بارگذاری تیغه و در نتیجه طراحی سازه‌ی تیغه مؤثر و مفید خواهد بود. در شکل ۱۰، توزیع ضریب نیروی برآ در راستای دهانه‌ی تیغه برای روش‌های پانل و شبکه‌های گردابه به‌همراه نتایج تجربی مقایسه شده است. توزیع ضریب نیروی برآ در این شکل، معرف بارگذاری سطح در راستای دهانه‌ی تیغه بوده و مطابق شکل، بیشترین بارگذاری مربوط به نواحی بیرونی تیغه و مجاور نواحی نوک تیغه‌ها ناشی از سرعت دورانی بیشتر در این نواحی است و حداقل بارگذاری در نواحی داخلی و در مجاورت ریشه تیغه‌ها خواهد بود. این روند تغییرات با در نظر گرفتن سرعت نوک تیغه به‌عنوان سرعت مرجع حاصل خواهد شد. نتایج بارگذاری در تمامی نواحی تیغه حاصل از روش پانل، در مقایسه با نتایج تجربی نسبت به روش شبکه‌های گردابه از دقت بیشتری برخوردار است. با این وجود، اختلاف نتایج روش شبکه‌های گردابه و نتایج روش پانل چندان چشم‌گیر نیست و بنابراین، اثرات ضخامت تیغه‌های روتور روی بارگذاری تیغه‌ها ناچیز است. علت این موضوع کم بودن سطح مؤثر در نواحی لبه‌ی حمله‌ی تیغه‌ها است و در نتیجه، هر چند اختلاف نتایج (توزیع اختلاف فشار) حاصل از روش‌های پانل و شبکه‌های گردابه در این نواحی محسوس است، این نواحی نقشی تعیین‌کننده در بارگذاری تیغه‌ها ندارند. بنابراین، توزیع فشار دقیق در تمامی نواحی سطح تیغه‌ها توسط روش پانل حاصل خواهد شد و روش شبکه‌های گردابه -- در مقایسه با روش پانل -- دارای نتایج قابل قبول برای بارگذاری تیغه‌ها است. شایان ذکر است تحلیل آنرودینامیکی به‌منظور تعیین میدان جریان القایی و همچنین بارگذاری



شکل ۹. مقایسه توزیع اختلاف فشار در مقاطع مختلف تیغه روتور برای روش‌های پانل و شبکه‌های گردابه.



شکل ۱۰. مقایسه توزیع ضریب نیروی برآ در راستای دهانه تیغه.



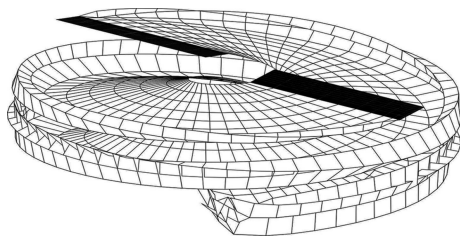
### مقایسه‌ی ساختار دنباله

در شکل‌های ۱۳ تا ۱۷، نماهایی از ساختار دنباله‌ی پشت تیغه‌های روتور ارائه شده‌اند. شکل ۱۳ دنباله‌ی محاسبه شده با روش شبکه‌ی گردابه، و شکل ۱۴ دنباله‌ی حاصل از روش پانل بعد از حدود یک دور چرخش تیغه‌ی روتور را نشان می‌دهد. در این شکل‌ها، گردابه‌ی نوک هر تیغه و چرخش رو به بالای آن و صفحه‌ی گردابه‌ی جدا شده از هر تیغه، به وضوح قابل مشاهده است. همچنین الگوی مارپیچی دنباله‌ی روتور و نیز انقباض مرز لغزش دنباله در زیر صفحه‌ی روتور دیده می‌شود. حرکت رو به پایین بیشتر در نواحی بیرونی تیغه برای صفحه‌ی گردابه به دلیل وجود سرعت القایی بیشتر در این نواحی است. مطابق شکل‌های ۱۳ و ۱۴، روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه برای ساختار دنباله‌ی روتور دارای نتایج تقریباً یکسانی هستند و در نتیجه، ضخامت تیغه‌ها تأثیر چندانی بر شکل و ساختار دنباله‌ی روتور نخواهد داشت.

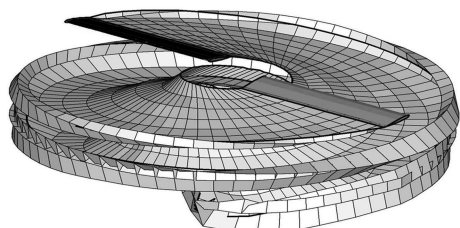
در شکل‌های ۱۵ تا ۱۷، نتایج ساختار دنباله‌ی روتور توسط روش پانل به‌ازاء پنج دور چرخش تیغه‌های روتور و به‌ازاء گام‌های زمانی مختلف ارائه شده است. در قسمت‌های پایینی، دنباله دارای اعوجاج است و براساس نتایج حاصل، کاهش بازه زمانی تأثیر کمی بر میزان اعوجاج دنباله دارد و به نظر این اعوجاج، ناشی از چرخش رو به بالای بسیار زیاد گردابه‌های نوک تیغه و در نتیجه، دقت کم روش پانل در مدل‌سازی این نواحی از دنباله است. نتایج مشابهی نیز برای روش شبکه‌ی گردابه اخذ شده است.<sup>[۱۱][۱۲]</sup> در محاسبات حاضر، اثر زمان با توجه به سرعت دورانی معلوم تیغه‌های روتور و با انتخاب اندازه‌ی زاویه‌ی چرخش تیغه‌ها و قرارگیری پانل‌های جدا شده از لایه‌ی فرار هر تیغه در ناحیه‌ی دنباله لحاظ شده است. نتایج حاضر نشان می‌دهد ناحیه‌ی شامل اعوجاج دنباله در پایین‌دست صفحه‌ی روتور (بعد از حدود ۴ یا ۵ دور چرخش تیغه‌های روتور) و به دلیل فاصله‌ی زیاد از صفحه‌ی روتور، تأثیر چندانی بر مشخصات آنرودینامیکی تیغه‌های روتور نخواهد داشت.

### بحث و نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر، ارزیابی روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه به‌همراه مدل‌سازی دنباله آزاد در تحلیل آنرودینامیکی روتور بالگرد در پرواز ایستایی صورت گرفته است. با



شکل ۱۳. ساختار دنباله تیغه‌های روتور توسط روش شبکه‌ی گردابه.



شکل ۱۴. ساختار دنباله تیغه‌های روتور توسط روش پانل.

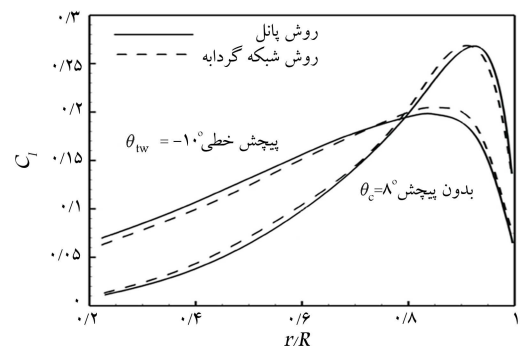
محاسبات به صورت تکراری صورت گرفته و برای شروع، توزیع اولیه‌ی مناسب برای زاویه‌ی گام تیغه‌ها در راستای دهانه  $\theta(r)$  مورد نیاز است. برای این منظور، می‌توان  $\theta_{v5}$  را که معرف زاویه‌ی گام اولیه‌ی هر تیغه روتور در شعاع  $r = 0.75$  است، با استفاده از نظریه‌ی المان تیغه<sup>۱۷</sup> (BET) محاسبه کرد:

$$\theta_{v5} = \frac{6C_T}{\sigma C_{l\alpha}} + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{C_T}{2}}$$

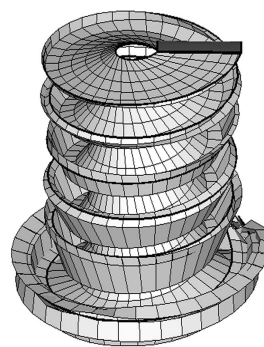
که برای مسئله‌ی مورد نظر و به‌ازاء ضریب تراست  $C_T = 0.455$ ، تعداد تیغه‌ها  $N_b = 2$  و ضریب روتور  $\sigma = N_b c / \pi R = 0.106$ ، زاویه‌ی گام اولیه‌ی هر تیغه‌ی روتور در شعاع  $r = 0.75$  برابر با  $6.45$  درجه (رادیان  $0.113$ ) ( $\theta_{v5} = 0.113$ ) به دست خواهد آمد. در نتیجه، با محاسبه‌ی  $\theta_{v5}$ ، توزیع خطی زاویه‌ی گام اولیه‌ی تیغه‌های روتور در راستای دهانه برای شروع فرایند تکرار، با استفاده از رابطه‌ی زیر قابل تعیین است:

$$\theta(r) = \theta_{v5} + (r - 0.75)\theta_{tw} \quad (28)$$

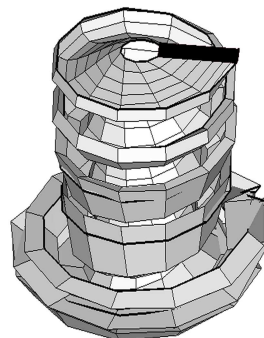
در عمل، محاسبات تکراری برای تعیین زاویه‌ی گام صحیح  $\theta_{v5}$  و در نتیجه، توزیع خطی زاویه‌ی گام صحیح تیغه‌ها در راستای دهانه  $\theta(r)$  برای رسیدن به ضریب تراست مورد نظر ( $C_T = 0.455$ ) انجام می‌شود. در شکل ۱۲، نتایج توزیع ضریب نیروی برآ در راستای دهانه‌ی تیغه برای روتور با تیغه‌های دارای پیچش خطی  $\theta_{tw} = -10^\circ$  در مقایسه با تیغه‌های بدون پیچش ( $\theta_c = 8^\circ, \theta_{tw} = 0^\circ$ ) برای روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه ارائه شده است. شایان ذکر است ابتدا، محاسبات تکراری برای روش شبکه‌ی گردابه انجام شده، سپس توزیع خطی زاویه‌ی گام صحیح تیغه‌ها در راستای دهانه به دست آمده و در ادامه برای یکسان بودن شرایط، محاسبات توسط روش پانل با همین توزیع زاویه‌ی گام صورت گرفته است. مطابق شکل، نتایج آنرودینامیکی حاصل از روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه برای تیغه‌های دارای پیچش و به‌ازاء توزیع یکسان زاویه‌ی گام، اختلاف چندانی ندارند و در نتیجه، ضخامت تیغه‌ها تأثیر چندانی بر مشخصات آنرودینامیکی روتور با تیغه‌های دارای پیچش نخواهد داشت. پیچش تیغه‌ها سبب یکنواخت شدن سرعت القایی (افزایش سرعت القایی در نواحی داخلی و کاهش سرعت القایی در نواحی خارجی تیغه) در صفحه‌ی روتور می‌شود و مطابق شکل، بارگذاری نواحی داخلی افزایش می‌یابد و از بارگذاری نواحی خارجی تیغه کاسته می‌شود. این امر منجر به کاهش توان القایی، و در نتیجه افزایش عملکرد روتور به‌ازاء تراست ثابت می‌شود.



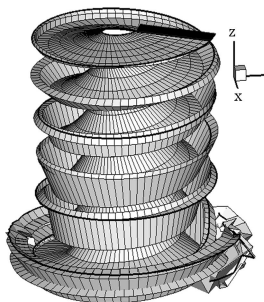
شکل ۱۲. تأثیر پیچش تیغه‌های روتور روی توزیع ضریب نیروی برآ در راستای دهانه تیغه حاصل از روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه.



شکل ۱۵. ساختار دنباله تیغه روتور توسط روش پانل در گام‌های زمانی ۱۰ درجه.



شکل ۱۶. ساختار دنباله پشت تیغه روتور توسط روش پانل در گام‌های زمانی ۳۰ درجه.



شکل ۱۷. ساختار دنباله پشت تیغه روتور توسط روش پانل در گام‌های زمانی ۵ درجه.

پانل و حل لایه‌ی مرزی، نرم‌افزاری مؤثر و دقیق برای تحلیل آئرودینامیکی جریان لرج حول روتور در پرواز ایستایی حاصل خواهد شد.

در ادامه‌ی تحقیق حاضر، قابلیت تحلیل آئرودینامیکی روتور با تیغه‌های دارای پیچش نشان داده شده و نتایج روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه با هم مقایسه و ارزیابی شده‌اند. در حقیقت، اغلب تیغه‌های به‌کار رفته در روتور بالگرد دارای پیچش است، و تحلیل آئرودینامیکی تیغه‌های دارای پیچش از دیدگاه کاربردی بسیار با اهمیت است. پیچش تیغه سبب یکنواخت شدن سرعت القایی در صفحه‌ی روتور شده و بارگذاری نواحی داخلی افزایش می‌یابد و از بارگذاری نواحی خارجی تیغه کاسته می‌شود. این امر موجب کاهش توان القایی و در نتیجه افزایش عملکرد روتور به‌ازاء تراست ثابت می‌شود. مشابه نتایج اخذشده برای تیغه‌های بدون پیچش، بررسی نشان می‌دهد نتایج آئرودینامیکی حاصل از روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه برای تیغه‌های دارای پیچش نیز اختلاف چندانی نداشته و در نتیجه، ضخامت تیغه‌ها تأثیر چندانی بر مشخصات آئرودینامیکی روتور با تیغه‌های دارای پیچش نخواهد داشت.

در این مطالعه، از مدل‌سازی دنباله آزاد استفاده شده است. استفاده از روش مدل‌سازی دنباله آزاد سبب ایجاد ساختار حقیقی دنباله شده و انقباض دنباله و یا چرخش رو به بالای گردابه‌های نوک تیغه‌ها با دقت خوبی محاسبه شده است. در نتیجه، دقت نتایج این روش نسبت به روش دنباله‌ی از پیش تعیین شده بیشتر خواهد بود.

نتایج حاضر نشان می‌دهد استفاده از روش‌های پتانسیل (شامل روش‌های پانل و شبکه‌ی گردابه) به‌همراه مدل‌سازی دنباله آزاد به‌منظور تعیین ساختار حقیقی دنباله‌ی روتور و در نتیجه، محاسبه‌ی دقیق میدان جریان القایی حول روتور بسیار مناسب است. تحلیل آئرودینامیکی و بارگذاری تیغه‌های روتور در پرواز ایستایی نیز با دقت مناسب حاصل می‌شود. شایان ذکر است به‌دلیل نتایج دقیق میدان جریان القایی و توزیع فشار سطح تیغه‌ها حاصل از روش‌های پانل، نتایج این روش برای ارزیابی و صحت عملکرد نتایج روش‌های اولپر/ناویر-استوکس در تحلیل جریان حول روتور در پرواز ایستایی قابل استفاده خواهد بود.

### فهرست علائم

$B_k, C_k, C_l$ : ماتریس‌های ضرایب تأثیر

$C_L$ : ضریب برای بال

$C_l$ : ضریب برای مقطعی بال

$C_p$ : ضریب فشار

$M_{tip}$ : عدد ماخ نوک تیغه‌ی روتور

$n$ : بردار عمود بر سطح پانل

$p$ : فشار استاتیکی

$R_0(t)$ : بردار انتقال مبدأ

$S$ : مساحت مرجع

$t$ : زمان

$(U, V, W)$ : مؤلفه‌های سرعت در دستگاه اینرسی

$V_f$ : سرعت محلی لحظه‌ی در دستگاه اینرسی

$v_f$ : سرعت محلی لحظه‌ی در دستگاه متصل به بدنه

$v_{rel}$ : سرعت نسبی در مختصات متصل به بدنه

$(X, Y, Z)$ : دستگاه مختصات اینرسی

مقایسه‌ی نتایج حاصل از این دو روش، اثرات ضخامت تیغه‌ها روی نتایج آئرودینامیکی روتور شامل توزیع اختلاف فشار سطح تیغه‌ها، بارگذاری تیغه‌ها و ساختار دنباله‌ی روتور نیز ارزیابی شده است. مزیت اساسی روش پانل نسبت به روش شبکه‌ی گردابه، در نظر گرفتن اثرات ضخامت جسم و در نتیجه محاسبه‌ی دقیق توزیع فشار سطح تیغه‌ها است. نتایج نشان می‌دهد اگرچه دقت نتایج آئرودینامیکی حاصل از روش پانل نسبت به روش شبکه‌ی گردابه (که در آن هر تیغه‌ی روتور با صفحه‌ی تخت مدل می‌شود) بیشتر است، نتایج بارگذاری سطح تیغه‌ها و ساختار نسبتاً پیچیده‌ی دنباله‌ی روتور، و در نتیجه میدان جریان القایی حول روتور چندان متأثر از اثرات ضخامت تیغه‌ها نیست و نتایج روش شبکه‌ی گردابه به‌عنوان نتایج قابل قبول به‌منظور محاسبات بارگذاری تیغه‌های روتور مطرح است. شایان ذکر است تحلیل آئرودینامیکی برای تعیین میدان جریان القایی، و نیز بارگذاری تیغه‌ها به‌روش شبکه‌ی گردابه نسبت به روش پانل از پیچیدگی کم‌تری برخوردار است و بنابراین از نظر تلاش محاسباتی مؤثرتر است. ویژگی اساسی روش پانل نسبت به روش شبکه‌ی گردابه، قابلیت توسعه و ادغام این روش با یک حلال جریان لرج است و در نتیجه، با حل ترکیبی روش

$\sigma$ : قدرت چشمه  
 $\Phi$ : پتانسیل سرعت  
 $(\phi, \theta, \psi)$ : دوران حول محورهای  $(x, y, z)$   
 $\Omega$ : نرخ دوران مختصات بدنه  
 زیر نویس/بالانویس  
 $O$ : مبدأ  
 $w$ : دنباله  
 $\infty$ : شرایط جریان آزاد

$(x, y, z)$ : دستگاه مختصات متصل به بدنه  
 $\alpha$ : زاویه حمل  
 $\Gamma$ : گردش  
 $\theta_c$ : زاویه گام تیغه  
 $\theta_{tw}$ : مقدار زاویه پیچش تیغه  
 $\Theta(t)$ : دوران مبدأ  
 $\mu$ : قدرت مزدوج  
 $\rho$ : چگالی

### پانویس

1. tip vortex
2. vortex sheet
3. euler/navier stokes schemes
4. induced flow
5. vortex lattic method
6. panel method
7. doublet
8. prescribed wake
9. free wake
10. neumann boundary condition
11. dirichlet boundary condition
12. kutta condition
13. biot-savart law
14. aspect ratio (AR)
15. roll up
16. contraction
17. blade element theory (BET)

### منابع

1. Hariharan, N. "Evaluation of high order upwind schemes for rotors in hover," AIAA Paper 2003-49, (2003).
2. Hariharan, N. and Sankar, L.N. "Higher order numerical simulation of rotor flow field," *AHS Forum and Technology Display*, Washington, DC, (1994).
3. Hariharan, N. and Sankar, L.N. "First-principles based high order methodologies for rotorcraft flowfield studies," *AHS 55th Annual Forum*, Montreal, Canada, (1999).
4. Hall, C.M. and Long, L.N. "High-order accurate simulations of wake and tip vortex flowfields," *AHS 55th Annual Forum*, Montreal, Canada, (1999).
5. Tang, L. and Baeder, J.D. "Improved euler simulation of hovering rotor tip vortices with validation," *AHS 55th Annual Forum*, Montreal, Canada, (1999).
6. Kang H. J. and Kwon O.J. "Effect of wake adaptation on rotor hover simulation using unstructured meshes," *Journal of Aircraft*, **38**(5), pp. 868-877 (2001).
7. Kang H.J. and Kwon O.J. "Unstructured mesh navier-stoks calculation of the flow field of a helicopter rotor in hover," *Journal of the American Helicopter Society*, pp. 90-99 (2002).
8. Ahmed, S.R. and Vidjaja, V.T. "Unsteady panel method calculation of pressure distribution on BO 105 model rotor blades," *Journal of the American Helicopter Society*, (January 1998).
9. Richason T.F. and Katz J. "Unsteady panel method for flows with multiple bodies moving along various paths," *AIAA Journal*. **32**(1), pp. 62-68 (1994).
10. Szymendera C.J. "Computational free wake analysis of a helicopter rotor," The Pennsylvania State University, Msc Thesis, (2002).
11. Hejranfar, K. and Hashemabadi, M. "Aerodynamic analysis of helicopter rotor using free wake vortex lattice method", *Proceedings of the 14th Mechanical Eng. Conference*, Iran, Isfahan, (2006) and also in *Journal of University College of Eng.*, University of Tehran, **40**(6), (Jan. 2007).
12. Hashemabadi, M. "Aerodynamic analysis of helicopter rotor using free wake modeling", *M.Sc. Thesis*, The Sharif University of Technology, Aerospace Eng. Department, (Dec. 2004).
13. Berkman, M.E.; Sankar, L.N.; Berezin, C.R. and Torok, M.S. "A navier-stokes/full potential/free wake method for advancing multi-blade rotors." *Proceedings of the 53th Annual Forum of the American Helicopter Society*, Virginia Beach, VA, (May 1997).
14. Moulton, M.A.; Wenren, Y. and Caradonna, F.X. "Free-wake hover flow prediction with a hybrid potential/navier-stokes solver." *AHS 55th Annual Forum*, Montreal, Canada, (1999).
15. Hariharan, N. and Sankar, L.N. "A review of computational techniques for rotor wake modeling." AIAA Paper 2000-0114, (2002).
16. Landgrebe, A.J. "An analytical method for predicting rotor wake geometry," *Journal of the American Helicopter Society*. **14**(4), pp. 20-32 (Oct. 1969).
17. Landgrebe, A.J. "The wake geometry of a hovering helicopter rotor and its influence on rotor performance," *Journal of the American Helicopter Society*, **17**(4), pp. 3-15 (Oct. 1972).
18. Egolf, T.A. and Landgrebe, A.J. "Generalized wake geometry for a helicopter rotor in forward flight and effect of wake deformation on airloads." *Proceedings of the 40th Annual Forum of the American Helicopter Society*. Arlington, VA, (May 1984).
19. Beddoes, T.S. "A wake model for high resolution airloads." *Proceedings of the 2nd International Conference on Basic Rotorcraft Research*, Triangle Park, NC, (1985).

20. Hess, J.L. and Smith, A.M.O. "Calculations of potential flow about arbitrary bodies," *Prog. Aeronaut. Sci.* **8**, pp. 1-139 (1966).
21. Katz, J. and Plotkin, A. *Low-speed aerodynamics*, 2nd Ed., Cambridge University Press, (2000).
22. Katz, J. and Maskew, B. "Unsteady low-speed aerodynamic model for complete aircraft configurations," *Journal of Aircraft*, **25**(4), pp. 302-310 (1988).
23. Khodadoust. A. "An experimental study of the flowfield on a semispan rectangular wing with a simulated glaze ice accretion," Ph.D. Thesis, The University of Illinois, (1993).
24. Caradonna, F.X. and Tung, C. "Experimental and analytical studies of a model helicopter rotor in hover," NASA TM-81232, (1981).