مهندسی مکانیک شریف
دوره‌ی ۳ - ۲۶، شماره‌ی ۱، ص. ۹۳-۱۰۲

مدل‌سازی انرژی ضربه‌ی فولادهای مرتبه‌یی در حالت تقسیم کننده‌ی ترک

جمشید آقازاده مهندسی (استاد)
دانشکده مهندسی معدن و متالوژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر
علی نظری (استادیار)
دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساوه

فولادهای مرتبه‌یی با استفاده از چیدمان و ضخامت‌های مختلف فولادهای ساده‌ی کربنی و زنگ‌نزن آستنیتی، به‌عنوان الکترود فرایند ذوب سرباره‌یی الکتریکی، تولید شدند. انرژی ضربه‌ی چارپی نمونه‌های فولاد مرتبه‌یی در حالت تقسیم‌کننده‌ی ترک بررسی شد. نتایج به دست آمده حاکی از آن است که انرژی ضربه‌یی نمونه‌ها به نوع و کسر حجمی فازهای تشکیل‌دهنده بستگی دارد. با استفاده از نیم‌رخ توزیع سختی و هم‌چنین مساحت زیر منحنی نمودار تنش-کرنش حاصل از آزمایش کشش تک‌فازهای تشکیل‌دهنده‌ی کامپوزیت‌ها، دو مدل ریاضی به‌منظور پیش‌بینی انرژی ضربه‌ی نمونه‌ها به‌کمک قانون مخلوط فازها ارائه شده است. بین نتایج عملی و نتایج حاصل از دو مدل ارائه‌شده، توافق خوبی برقرار است.

واژگان کلیدی: فولادهای مرتبه‌یی، انرژی ضربه، حالت تقسیم‌کننده‌ی ترک، مدل ریاضی.

agazad@yahoo.com
alinazari84@aut.ac.ir

مقدمه

مواد مرتبه‌یی (FGMs)[1] سیستم‌هایی چندفازی‌اند و ترکیب آنها به‌طور تدریجی در یک (یا چند) جهت به‌گونه‌یی تغییر می‌کند که خواص مکانیکی، حرارتی و الکتریکی یگانه‌یی از آنها حاصل شود. وجه تمایز آنها با کامپوزیت‌های سنتی که ناپیوسته‌اند و فصل‌مشترک‌هایی تیز دارند نیز در همین نکته است.[1-4] کارهای عملی بسیار اندکی درمورد شکست مواد مرتبه‌یی، مخصوصاً تحت بارهای دینامیکی صورت گرفته است.

در طول ۵۰ سال گذشته، دانشمندان و مهندسان تلاش‌های بسیاری برای حل مسائل مربوط به انرژی ضربه‌یی مواد انجام داده‌اند. تحلیل این مسائل، بیشتر به موادی با هندسه‌ی ساده و انرژی ضربه‌یی کم، به‌همراه تغییر شکل موم‌سان محدود بوده است. رفتار مکانیکی مواد در برابر بارهای ضربه‌یِ دارای سرعت تغییر شکل زیاد، به‌دلیل ماهیت پیچیده‌ی آن و مشکل‌بودن حل معادلات ریاضیِ تشکیل‌دهنده‌ی آن، کم‌تر مورد توجه قرارگرفته است.[5]

تغییر شکل نوک ترک و تاریخچه‌ی پارامترهای شکست درکامپوزیت‌های مرتبه‌یی اپوکسی ـ شیشه تحت بار ضربه‌یی با سرعت کم، پیش از این بررسی شده است.[6] در بررسی مذکور نشان داده شد که تَرَکی که به سمت افزایش کسر حجمی شیشه رشد می‌کند، با افزایش مداوم «ضریب شدت تنش دینامیکی[2]» همراه است، در حالی که در جهت مخالف، کاهش آن دیده می‌شود. در بررسی‌های بعدی محققین به بررسی رفتارِ دینامیکیِ یک ساختار لایه‌یی مرتبه‌یی دارای ترک پرداختند، که تحت بار ضربه‌یی درون‌صفحه‌یی[3] ترک آن در فصل مشترک لایه‌ها رشد می‌کند.[7] در ادامه‌ی این تحقیقات ترک‌های نیمه‌نامحدودی درون‌ماده‌ی مرتبه‌یی ارتوتروپیکی در شرایط کرنش صفحه‌یی و در حالت‌های مختلف مورد بررسی قرارگرفت.[8] در این بررسی‌ها مشاهده شد که ضریب شدت تنش همواره مطابق انتظار، با ریشه‌ی دوم زمان متناسب نیست.

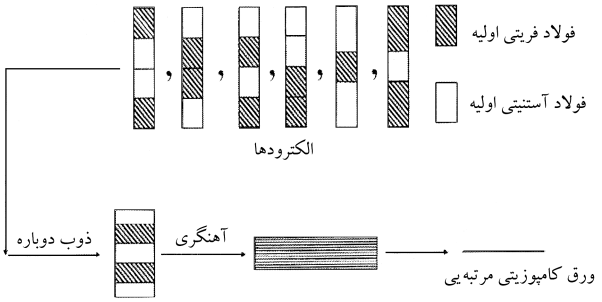
آزمایش ضربه‌ی چارپی روی فولادهای مرتبه‌یی[4]، به‌ویژه اتصالات جوشکاری شده نیز صورت گرفته است. آزمایش ضربه‌ی چارپی با شیار V شکل و درموقعیت‌های مختلف قرارگیری نوک شیار درون «منطقه متأثر از جوش» انجام گرفت.[9] در گزارش این آزمایش ذکر شده است که انرژی ضربه‌یی با موقعیت نوک شیار و با توجه به تغییرات ریزساختار حاصل از جابه‌جایی نوک شیار، هرچه به سمت فلز پایه نزدیک‌تر می‌شود کاهش می‌یابد.

اثر موقعیت شیار روی رفتار شکست و انرژی جذب‌شده توسط آزمایش ضربه‌ی چارپی، به‌صورت تجربی و عددی در دمای $-1^{\circ}C$ مورد بررسی قرارگرفت.[10] در این بررسی، پس از مشاهده‌ی اثر تغییر رفتار ضربه‌یی با موقعیت نوک ترک، چندین تحلیل سه‌بعدی به روش اجزای محدود برای پیش‌بینی این تغییر رفتار ارائه شد.

محققین چقرمگی یک فولاد کم‌آلیاژ را که توسط لیزر جوشکاری شده است در مود I و مود مخلوط بررسی کرده و آزمایش ضربه‌ی چارپی را نیز روی آن انجام دادند.[11] آنها نشان دادند که در آزمایش ضربه‌ی چارپی، ترک به سمت فلز پایه‌ی نرم‌تر منحرف می‌شود.

اخیراً نیز فولادهای مرتبه‌یی با استفاده از فولادهای ساده‌ی کربنی و زنگ‌نزن

تاریخ: دریافت ۱۳۸۷/۸/۲۸، داوری ۱۳۸۸/۷/۲۹، پذیرش ۱۳۸۸/۱۲/۱۰.



شکل ۱. نمایش چگونگی تولید ورق کامپوزیتی.

آستنیتی توسط ذوب سرباره‌یی الکتریکی[5] تولید شده‌اند.[۱۲و۱۳] با انتخاب ضخامت و چیدمان مناسب فولادهای فریتی و آستنیتی به‌عنوان الکترود، می‌توان کامپوزیت‌هایی متشکل از چندین لایه شامل فریت، آستنیت، بینیت و مارتنزیت به دست آورد (شکل ۱). اگر الکترود اولیه شامل دو قطعه‌ی فریتی ($\dot{\alpha}$) و آستنیتی ($\dot{\gamma}$) باشد، کامپوزیت حاصل چنین است:

$$(\dot{\alpha}\dot{\gamma})_{el} \xrightarrow{R} (\alpha\beta\gamma)_{com}$$

که در آن α، β و γ به‌ترتیب فریت، بینیت و آستنیت درکامپوزیت حاصل، elالکترود، comکامپوزیت، R ذوب دوباره می‌باشند. همچنین، وقتی الکترودهای اولیه با توجه به تغییر ضخامت $\dot{\alpha}$ و $\dot{\gamma}$ دارای ۳ یا ۴ قطعه هستند، فولادهای مرتبه‌یی تولیدشده عبارت خواهند بود از:

$$(\dot{\gamma}\dot{\alpha}\dot{\gamma})_{el} \xrightarrow{R} (\gamma M\gamma)_{com}$$
$$(\dot{\alpha}\dot{\gamma}\dot{\alpha})_{el} \xrightarrow{R} (\alpha\beta\gamma\beta\alpha)_{com}$$
$$(\dot{\alpha}\dot{\gamma}\dot{\alpha}\dot{\gamma})_{el} \xrightarrow{R} (\alpha\beta\gamma M\gamma)_{com}$$
$$(\dot{\gamma}\dot{\alpha}\dot{\alpha}\dot{\gamma})_{el} \xrightarrow{R} (\gamma\beta\alpha\beta\gamma)_{com}$$

که در آن M مارتنزیت است. نفوذ اتم‌های کروم، نیکل و کربن در فاز مایع و به‌هنگام ذوب دوباره، نحوه‌ی توزیع اتم‌های کروم، نیکل و کربن درکامپوزیت حاصل را کنترل می‌کند. به‌هنگام نفوذ عناصر آلیاژی، نواحی متفاوتی طی دگرگونی‌های مختلف ایجاد می‌شوند. نفوذ اتم‌ها ــ خواه از یک نوع باشند، خواه با هم نفوذ کنند ــ سبب ایجاد فازهایی مانند بینیت و مارتنزیت می‌شود. ضخامت لایه‌های بینیت و مارتنزیت به ضخامت الکترود اولیه و متغیرهای فرایند (مانند ولتاژ، شدت جریان و سرعت کشش محصول) بستگی دارد. مشخصات دگرگونی و استحکام کششی این فولادها قبلاً بررسی شده است.[۱۲و۱۳]

در بررسی حاضر، انرژی ضربه‌یی فولادهای مرتبه‌یی در حالت تقسیم‌کننده‌ی ترک[6] بررسی شده است. دو مدل ریاضی نیز ارائه شده است. انرژی ضربه‌ی چارپی هر لایه در مدل اول به نیم‌رخ سختی و در مدل دوم به سطح زیر نمودار تنش-کرنش لایه‌ها نسبت داده شده است. در نهایت در هر دو مدل با استفاده از قانون مخلوط فازها[7]، انرژی ضربه‌ی چارپی کامپوزیت‌ها به دست آمده است.

مواد و روش‌های آزمایش

برای تولید فولادهای مرتبه‌یی، از تجهیزات ذوب دوباره در مقیاس آزمایشگاهی استفاده شد. سرباره‌ی مصرفی مخلوطی از ٪۲۰ CaO، ٪۲۰ Al_2O_3 و ٪۶۰ CaF_2 بود. فولادهای فریتی و آستنیتی اولیه که به‌عنوان الکترودهای ذوب دوباره به کار رفتند، به‌ترتیب از نوع تجاری AISI ۱۰۲۰ و AISI ۳۱۶بود که ترکیب شیمیایی آنها در جدول ۱ داده شده است.

برای ذوب دوباره، الکترودهای مختلفی با ترتیب چیدمان متفاوت، از برش‌های فولادهای فریتی و آستنیتی که توسط جوش نقطه‌یی به یکدیگر متصل شدند، استفاده شد. ضخامت کمینه‌ی هر برش در الکترود اولیه برابر ۲۵ میلی‌متر در نظر گرفته شد. در الکترودهای حاوی ۳ قطعه، قطعه‌ی میانی ۲۵ و دو قطعه‌ی کناری ۳۷٫۵ میلی‌متر در نظر گرفته شدند. بدین ترتیب پنج نوع الکترود با ترتیب چیدمان ذکر شده در کارهای قبلی[۱۲و۱۳] تهیه و توسط ذوب دوباره‌ی سرباره‌ی الکتریکی به شمش‌های کامپوزیتی تبدیل شدند.

فرایند ذوب با توان ثابت ۱۶ KVA انجام شد. با اعمال ولتاژ بالا، سرباره ذوب می‌شود و به‌دلیل مقاومت الکتریکی بالای خود، حرارت را درون خود نگه می‌دارد و باعث ذوب‌شدن الکترودها می‌شود. الکترودها به‌صورت قطره‌یی ذوب، و در انتهای قالب به‌صورت قطره‌یی جمع می‌شوند تا محصول کامپوزیتی نهایی تشکیل شود. پس از ذوب دوباره، شمش‌های کامپوزیتی آهنگری و سپس نورد گرم می‌شوند تا به ضخامت حدود ۱۱ میلی‌متر برسند (شکل ۱). عملیات آهنگری و نورد گرم در دمای ۹۸۰ درجه‌ی سانتی‌گراد صورت گرفت. عملیات آهنگری برای جلوگیری از ترک‌خوردن قطعات در چندین مرحله صورت گرفت و پس از هر بار حرارت‌دادن در ۹۸۰ درجه‌ی سانتی‌گراد، یک ضربه به نمونه وارد آمد و پس از آن نمونه دوباره درکوره قرارگرفت تا دما مجدداً به ۹۸۰ درجه‌ی سانتی‌گراد برسد و ضربه‌ی بعدی وارد شود. برای کنترل کرنش نهایی، یک پاس عملیات نورد صورت گرفت تا ارتفاع نهایی الکترودها به ۱۱ میلی‌متر برسد. در نهایت با استفاده از سنگ مغناطیسی از دو سمت شمش‌ها لایه‌برداری صورت گرفت تا ضخامت نهایی به ۱۰ میلی‌متر برسد. برای بررسی تغییرات سختی درکامپوزیت‌ها، آزمون ریزسختی ویکرز با وزن ۱۰۰ گرم روی نمونه‌ها انجام شد.

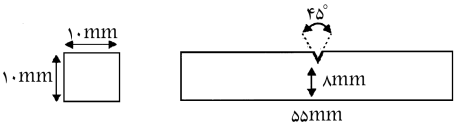
برای بررسی مقاومت به شکست هرکامپوزیت، آزمایش ضربه‌ی چارپی روی نمونه‌ها انجام شد. ابعاد نمونه‌ها با توجه به استاندارد ASTM E ۲۳ انتخاب شد (شکل ۲). انرژی ضربه‌ی نمونه‌های فولادی مرتبه‌یی، در موقعیت تقسیم‌کننده‌ی ترک اندازه گرفته شد.

نتایج و بحث

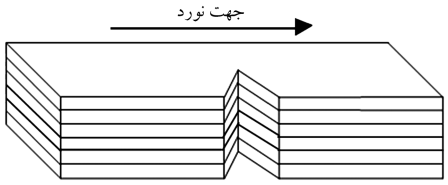
در شکل‌های ۳الف تا ۳ه، نیم‌رخ ریزسختی کامپوزیت‌های $\alpha\beta\gamma$، $\gamma M\gamma$، $\alpha\beta\gamma\beta\alpha$، $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ و $\alpha\beta\gamma M\gamma$ نشان داده شده است. مطالعات فلزنگاری در مقطع عرضی کامپوزیت‌های حاصل نشان می‌دهد که در کلیه‌ی کامپوزیت‌ها فازهایی جدید تولید شده و همگی دارای ویژگی‌های مشابهی هستند. ضخامت لایه‌های بینیتی و مارتنزیتی به‌ترتیب ۰٫۶ و ۱٫۵ میلی‌متر است که با آزمایش ریزسختی ویکرز تأیید شدند (شکل ۳). ریزساختار بینیتی تشکیل‌شده بین لایه‌های آلفا و گاما و لایه‌ی مارتنزیتی تشکیل‌شده بین دو لایه‌ی گاما نیز در شکل ۴ نشان داده شده است.

جدول ۱. ترکیب شیمیایی فولادهای فریتی و آستنیتی اولیه.

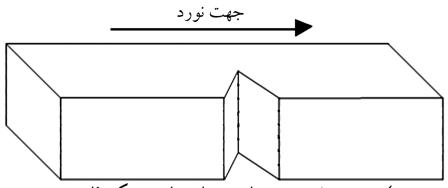
	٪C	٪Si	٪Mn	٪P	٪S	٪Cr	٪Ni
$\dot{\gamma}$	۰٫۰۷	۱	۲	۰٫۰۴۵	۰٫۰۳	۱۸٫۱۵	۹٫۱۱
$\dot{\alpha}$	۰٫۲	۰٫۳	۰٫۲	۰٫۰۵	۰٫۰۵	-	-



الف) ابعاد نمونه ی ضربه ی چارپی؛



ب) نمونه ی ضربه‌ی چارپی در حالت تقسیم کننده‌ی ترک؛



ج) نمونه‌ی ضر به‌ی چارپی برای ماده‌ی تک فاز.

شکل ۲. ابعاد و نحوه استفاده از نمونه ی ضربه ی چارپی.

جدول ۲. انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌های حاصل.

کامپوزیت	$\alpha\beta\gamma$	$\gamma M\gamma$	$\alpha\beta\gamma\beta\alpha$	$\gamma\beta\alpha\beta\gamma$	$\alpha\beta\gamma M\gamma$
انرژی ضربه (ژول)	۸۸	۵۶	۸۰	۸۹	۴۲

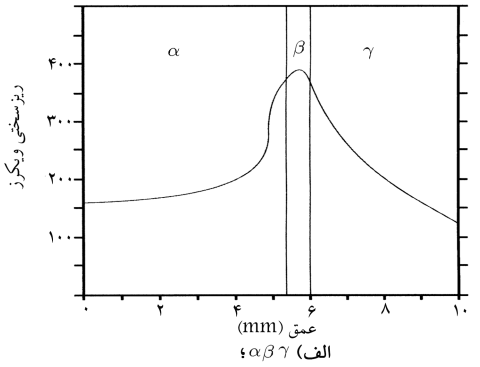
انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌ها در جدول ۲ ارائه شده است. چنان که دیده می‌شود، انرژی ضربه‌ی کامپوزیت در $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ بیشترین و در $\alpha\beta\gamma M\gamma$ کم‌ترین است. مشاهده می‌شود که با افزایش ضخامت فاز گاما، انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌های حاصل افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، لایه‌ی مارتنزیتی تأثیر زیادی درکاهش انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌های حاصل دارد.

مدل‌سازی

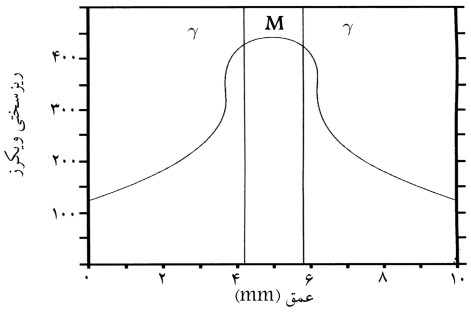
در مدل‌سازی مواد مرتبه‌یی معمولاً فرض می‌شود که خواص مکانیکی به‌صورت تابعی از موقعیت تغییر کند. این تابع می‌تواند نمایی،[۱۳و۱۴] توانی،[۱۵] خطی،[۱۶] یا از نوع دیگر باشد.

برای مدل‌کردن کامپوزیت $\alpha\beta\gamma$ باید نمودار تنش-کرنش و انرژی ضربه‌ی چارپی فازهای تشکیل‌دهنده (فریت اولیه، تک‌فاز بینیت و آستنیت اولیه) به‌عنوان شرایط مرزی تعیین شوند. مطالعات میکروسکوپ الکترونی نشان داد که ترکیب لبه‌ی α دارای ۰٫۲٪ کربن و بدون کروم و نیکل است؛ در لبه‌ی γ نیز ۰٫۰۷٪ کربن، ۱۸٫۱ درصد کروم و ۹٫۱ درصد نیکل وجود دارد. این ترکیب‌ها همانند فولادهای فریتی و آستنیتی اولیه است و با نتایج قبلی[۱۲و۱۳] مطابقت دارد. بنابراین انرژی ضربه‌ی لایه‌های موجود در لبه‌ی کامپوزیت‌ها برابر انرژی ضربه‌ی چارپی فولادهای فریتی و آستنیتی اولیه در نظر گرفته شد.

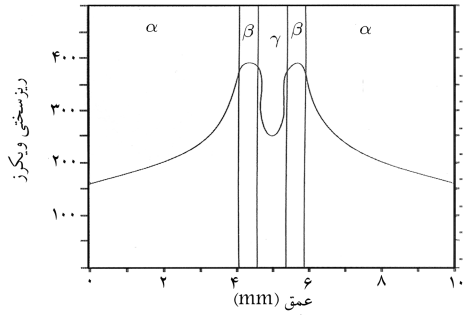
برای به دست آوردن شرایط لایه‌ی بینیتی، انرژی ضربه‌ی چارپی نمونه‌ی بینیتی تهیه‌شده با ترکیب و خواص مشابه لایه‌ی بینیتی تعیین شد. برای این منظور، نمونه‌های کشش و ضربه با ترکیب و خواص مکانیکی مشابه تک‌فاز بینیت مطابق کارهای قبلی[۱۲و۱۳] تهیه شد. ابتدا ترکیب شیمیایی میانگین لایه‌ی بینیتی به دست آمد



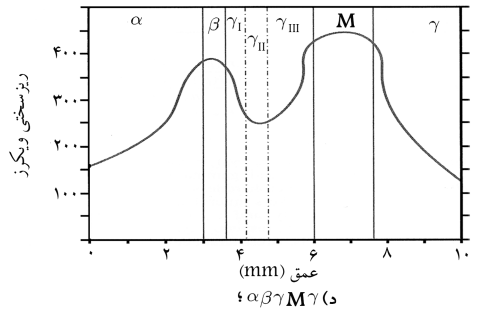
الف) $\alpha\beta\gamma$؛



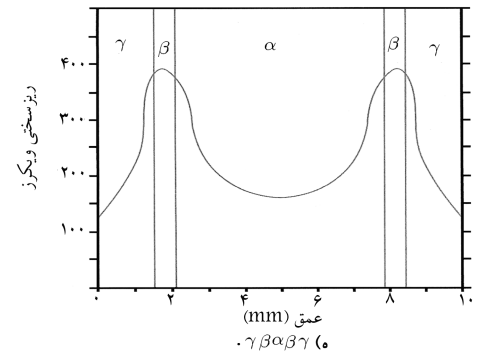
ب) $\gamma M\gamma$؛



ج) $\alpha\beta\gamma\beta\alpha$؛

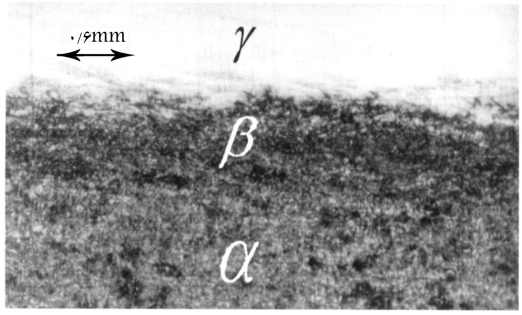


د) $\alpha\beta\gamma M\gamma$؛

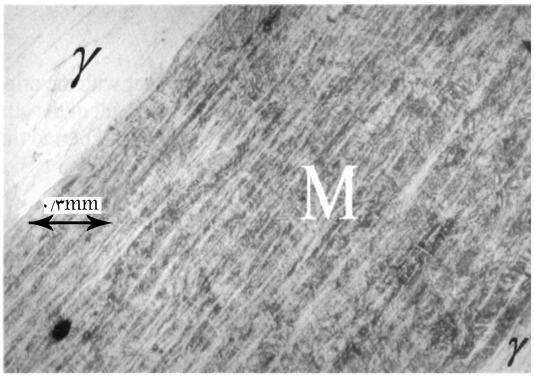


ه) $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$.

شکل ۳. نیم‌رخ سختی براساس فاصله برای کامپوزیت‌ها.



الف) ریزساختار لایه ی بینیتی تشکیل شده بین دو فاز آلفا و گاما؛



ب) ریزساختار لایه ی مارتنزیتی تشکیل شده بین دو فاز گاما.

شکل ۴. ریزساختارهای تشکیل شده در فولادهای مرتبه‌یی.

(جدول ۳)؛ سپس نمونه‌های بینیتی توسط کوره‌ی القایی تحت خلاء با ترکیب میانگین لایه‌ی بینیتی موجود درکامپوزیت ریخته‌گری شدند. همانند کامپوزیت‌ها، نورد گرم در ۹۸۰ درجه‌ی سانتی‌گراد انجام شد و نمونه‌ها در هوا سرد شدند. با استفاده از سعی و خطا، یعنی تغییر سرعت سردکردن و ثابت نگه‌داشتن ترکیب شیمیایی، نمونه‌هایی که نزدیک‌ترین مقدار سختی به نمونه‌های تک‌فاز بینیتی تهیه‌شده از کامپوزیت را داشتند انتخاب شدند. از نمونه‌ی ریخته‌گری شده، نمونه‌هایی برای آزمایش ضربه‌ی چارپی وکشش تهیه شد و آزمایش بر روی آنها انجام شد. نتایج حاصل در جدول ۴ ارائه شده است.

برای مدل‌کردن کامپوزیت، فرض شد که کامپوزیتِ شامل ناحیه‌ی مرتبه‌یی α با m_α لایه، تک‌فاز بینیت و ناحیه‌ی مرتبه‌یی γ با n_γ لایه باشد. باتوجه به بررسی انجام شده در سال ۱۹۸۵،[۱۷] انرژی ضربه‌ی کامپوزیت (CV) در حالت تقسیم‌کننده‌ی ترک برابر مجموع انرژی ضربه‌ی لایه‌های تشکیل‌دهنده به‌همراه تک‌فاز بینیت با استفاده از قانون مخلوط فازها فرض شد. انرژی ضربه‌ی هر لایه‌ی کامپوزیت $\alpha\beta\gamma$ از دو روش تعیین شد.

الف) مدل‌سازی با استفاده از نیم‌رخ سختی

با توجه به جدول ۴ مشاهده می‌شود که انرژی ضربه‌ی آستنیت اولیه از بینیت بیشتر است. بنابراین فرض شد که در ناحیه‌ی آستنیتی با حرکت از آستنیت اولیه به سمت بینیت، انرژی ضربه به‌تدریج کم می‌شود، این در حالی است که سختی افزایش می‌یابد. با توجه به مطالعات صورت‌گرفته درمورد آلیاژهای غیرآهنی[۱۸] و دیگر مطالعات انجام‌شده،[۱۹] بین انرژی ضربه‌ی چارپی (CV) و سختی برینل (HB) رابطه‌یی هموگرافیکی، همانند معادله‌ی ۱، در نظرگرفته شد:

$$CV = \frac{B(HB)}{HB - A} \quad \text{یا} \quad CV = A\frac{CV}{HB} + B \qquad (۱)$$

که در آن A و B ثابت‌های معادله‌اند. برای به‌کاربردن این معادله به‌منظور مدل‌سازی انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌های فولادی مورد مطالعه، می‌توان چنین رابطه‌یی را بین انرژی ضربه و ریزسختی ویکرز کلیه‌ی لایه‌های موجود در نواحی مرتبه‌یی α و γ فرض کرد. با توجه به این که انرژی ضربه‌ی فولاد آستنیتی از لایه‌ی بینیت بیشتر و ریزسختی آن کم‌تر است، می‌توان فرض کرد که در ناحیه‌ی γ، از سمت لایه‌ی فولاد آستنیتی (لبه‌ی نمونه در سمت ناحیه‌ی γ) به سمت لایه‌ی بینیت، انرژی ضربه‌ی کلیه‌ی لایه‌ها کاهش و ریزسختی آنها افزایش می‌یابد. با این فرض و با داشتن دو شرط مرزی زیر در ناحیه‌ی γ؛

$$X = X_\gamma \quad \text{در} \quad HB = HB_\gamma \quad \text{و} \quad CV = CV_\gamma$$
$$X = X_\beta \quad \text{در} \quad HB = HB_\beta \quad \text{و} \quad CV = CV_\beta$$

که در آن CV_γ و CV_β به‌ترتیب انرژی ضربه‌ی چارپی آستنیت اولیه و تک‌فاز بینیت، HB_γ و HB_β به‌ترتیب سختی برینل آستنیت اولیه و تک‌فاز بینیت، و X_γ

جدول ۳. ترکیب شیمیایی لایه‌ی بینیتی موجود درکامپوزیت به‌همراه نمونه‌ی بینیتی ریخته‌گری شده.

نمونه	٪C	٪Si	٪Mn	٪P	٪S	٪Cr	٪Ni
تک‌فاز بینیت	۰/۱۲	۰/۸	۱/۸	۰/۰۴	۰/۰۳	۱۴/۵	۷/۲
بینیت ریخته‌گری شده	۰/۱۳	۰/۸۵	۱/۹	۰/۰۴۵	۰/۰۳۲	۱۴/۷	۷/۱۵

جدول ۴. نتایج آزمایش ضربه‌ی چارپی وکشش نمونه‌های فریت اولیه، آستنیت اولیه و بینیت ریخته‌گری شده.

نمونه	تنش تسلیم (Mpa)	استحکام کششی (Mpa)	انرژی ضربه‌ی چارپی (B) (ژول)	سطح زیر نمودار تنش-کرنش (Mpa) (A)	A/B
فریت اولیه ($\dot{\alpha}$)	۲۴۵	۴۲۵	۶۴	۷۱/۴	۱/۱۲
آستنیت اولیه ($\dot{\gamma}$)	۲۰۰	۴۸۰	۱۴۰	۱۵۵/۶	۱/۱۱
بینیت ریخته گری شده	۱۰۲۵	۱۱۲۵	۱۰۸	۱۲۰/۲	۱/۱۱

و X_β به‌ترتیب فاصله‌ی‌آستنیت اولیه و تک‌فاز بینیت هستند. می‌توان ثابت‌های معادله‌ی ۱ را به‌صورت معادلات ۲ و ۳ به دست آورد:

$$A = \frac{CV_\beta - CV_\gamma}{\frac{CV_\beta}{HV_\beta} - \frac{CV_\gamma}{HV_\gamma}} \quad (۲)$$

$$B = CV_\beta \left(۱ - \frac{CV_\beta - CV_\gamma}{\frac{CV_\beta}{HV_\beta} - \frac{CV_\gamma}{HV_\gamma}} . \frac{۱}{HV_\beta} \right) \quad (۳)$$

با قرار دادن این دو مقدار در رابطه‌ی ۱ و ساده‌کردن رابطه، مقدار انرژی ضربه‌ی هر لایه براساس سختی همان لایه در ناحیه‌ی مرتبه‌یی γ به‌صورت معادله‌ی ۴ به دست می‌آید:

$$CV(\gamma_i) = \frac{\frac{CV_\beta}{HV_\beta}\left[HV_\beta\left(\frac{CV_\beta}{HV_\beta} - \frac{CV_\gamma}{HV_\gamma}\right) + CV_\gamma - CV_\beta\right].HV(\gamma_i)}{HV(\gamma_i).\left(\frac{CV_\beta}{HV_\beta} - \frac{CV_\gamma}{HV_\gamma}\right) + CV_\gamma - CV_\beta} \quad (۴)$$

در ناحیه‌ی α، از آنجا که انرژی ضربه و ریزسختی لایه‌ی فولاد ساده‌ی کربنی (لایه‌ی موجود در لبه‌ی کامپوزیت در سمت α) کم‌تر از لایه‌ی بینیتی هستند، می‌توان فرض کرد که انرژی ضربه و ریزسختی کلیه‌ی لایه‌ها از سمت لایه‌ی فولاد ساده‌ی کربنی به سمت لایه‌ی بینیتی افزایش می‌یابد. باز هم می‌توان از رابطه‌ی ۱ استفاده کرد، ولی باید توجه داشت که برای صعودی بودن نمودار حاصل (یعنی افزایش انرژی ضربه براثر افزایش ریزسختی)، باید مشتق اول معادله بزرگ‌تر از صفر باشد. با مشتق‌گیری از معادله‌ی ۱ این شرط به‌صورت $AB < ۰$ حاصل خواهد شد. برای به دست آوردن ثوابت معادله در ناحیه‌ی α از شرایط مرزی زیر استفاده شد:

$$X = X_\alpha \quad \text{در} \quad HB = HB_\alpha \quad \text{و} \quad CV = CV_\alpha$$
$$X = X_\beta \quad \text{در} \quad HB = HB_\beta \quad \text{و} \quad CV = CV_\beta$$

که در آن CV_α انرژی ضربه‌ی چارپی فریت اولیه، HB_α سختی برینل فریت اولیه، و X_α فاصله‌ی‌فریت اولیه است. درنتیجه ثوابت معادله از معادلات ۵ و ۶ به دست آمدند:

$$A = \frac{CV_\beta - CV_\alpha}{\frac{CV_\beta}{HV_\beta} - \frac{CV_\alpha}{HV_\alpha}} \quad (۵)$$

$$B = CV_\beta \left(۱ - \frac{CV_\beta - CV_\alpha}{\frac{CV_\beta}{HV_\beta} - \frac{CV_\alpha}{HV_\alpha}} . \frac{۱}{HV_\beta} \right) \quad (۶)$$

با قرار دادن این ثوابت در معادله‌ی ۱، و پس از ساده‌کردن خواهیم داشت:

$$CV(\alpha_i) = \frac{\frac{CV_\beta}{HV_\beta}\left[HV_\beta\left(\frac{CV_\beta}{HV_\beta} - \frac{CV_\alpha}{HV_\alpha}\right) + CV_\alpha - CV_\beta\right].HV}{HV\left(\frac{CV_\beta}{HV_\beta} - \frac{CV_\alpha}{HV_\alpha}\right) + CV_\alpha - CV_\beta} \quad (۷)$$

در نهایت با استفاده از قانون مخلوط فازها، انرژی ضربه‌ی کامپوزیت ($CV_{\alpha\beta\gamma}$) از معادله‌ی ۸ به دست خواهد آمد:

$$CV_{\alpha\beta\gamma} = \sum_{i=۱}^{m_\alpha} \frac{\frac{CV_\beta}{HV_\beta}\left[HV_\beta\left(\frac{CV_\beta}{HV_\beta} - \frac{CV_\alpha}{HV_\alpha}\right) + CV_\alpha - CV_\beta\right].HV}{HV\left(\frac{CV_\beta}{HV_\beta} - \frac{CV_\alpha}{HV_\alpha}\right) + CV_\alpha - CV_\beta} . V_\alpha + CV_\beta . V_\beta + \sum_{i=۱}^{n_\gamma} \frac{\frac{CV_\beta}{HV_\beta}\left[HV_\beta\left(\frac{CV_\beta}{HV_\beta} - \frac{CV_\gamma}{HV_\gamma}\right) + CV_\gamma - CV_\beta\right].HV(\gamma_i)}{HV(\gamma_i).\left(\frac{CV_\beta}{HV_\beta} - \frac{CV_\gamma}{HV_\gamma}\right) + CV_\gamma - CV_\beta} . V_\gamma \quad (۸)$$

که در آن V_α، V_β و V_γ به‌ترتیب نشان‌گر کسر حجمی فریت اولیه، لایه‌ی بینیتی و آستنیت اولیه هستند. نتیجه‌ی حاصل از مدل در جدول ۵ ارائه شده است. مشاهده می‌شود که نتیجه‌ی عملی و نظری به‌خوبی با یکدیگر مطابقت دارند.

برای مدل کردن کامپوزیت‌های $\gamma M\gamma$، $\alpha\beta\gamma\beta\alpha$ ، $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ و $\alpha\beta\gamma M\gamma$، انرژی ضربه‌ی چارپی و نمودار تنش-کرنش لایه‌ی مارتنزیتی همانند لایه‌ی بینیت به دست آمد. درمورد کامپوزیت $\alpha\beta\gamma M\gamma$ (شکل ۳د)، سختی لایه‌ی γ با γ اولیه یکسان نیست؛ بنابراین انرژی ضربه‌ی آن نیز متفاوت است. این ناحیه به ۳ قسمت γ_I، γ_{II} و γ_{III} تقسیم شد. با توجه به ثابت‌بودن تقریبی ریزسختی γ_{II}، این ناحیه به‌صورت تک‌فاز در نظرگرفته شد و همانند بینیت و مارتنزیت، انرژی ضربه‌ی چارپی و نمودار تنش-کرنش آن به دست آمد. انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌های $\gamma M\gamma$، $\alpha\beta\gamma\beta\alpha$، $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ و $\alpha\beta\gamma M\gamma$ در جدول ۵ ارائه شده است. بین نتایج عملی و نظری، به غیر ازکامپوزیت‌های دارای لایه‌ی مارتنزیت (یعنی $\gamma M\gamma$ و $\alpha\beta\gamma M\gamma$) تطابق خوبی برقرار است. به نظر می‌رسد که وجود لایه‌ی مارتنزیتی به‌دلیل تردی زیاد، اثر شدیدی درکاهش انرژی ضربه‌ی کامپوزیت دارد. حضور این لایه سبب می‌شود که قانون مخلوط فازها که درمورد انرژی ضربه در حالت تقسیم‌کننده‌ی ترک به کار رفته است،[۱۷] در اینجا برقرار نباشد. برای بررسی این‌که آیا نوع تابع در

جدول ۵. مقادیر انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌ها (برحسب ژول) با فرض روابط مختلف بین سختی برینل و انرژی ضربه‌ی چارپی.

		$\alpha\beta\gamma$	$\gamma M\gamma$	$\alpha\beta\gamma\beta\alpha$	$\gamma\beta\alpha\beta\gamma$	$\alpha\beta\gamma M\gamma$
تابع هموگرافیک	نتایج تحلیلی	۹۴/۱	۲۸/۹	۸۳/۲	۹۲/۶	۵۶/۹
	درصد انحراف از نتایج عملی	+۶/۹	-۴۸/۴	+۴	+۴	+۳۵/۵
تابع نمایی	نتایج تحلیلی	۹۵/۷	۷۴/۱	۸۰/۱	۹۳/۲	۷۰/۸
	درصد انحراف از نتایج عملی	+۸/۸	+۳۲/۳	+۰/۱	+۴/۷	+۶۸/۶
تابع توانی	نتایج تحلیلی	۹۵/۳	۶۰/۵	۸۲/۲	۹۳/۴	۶۷/۲
	درصد انحراف از نتایج عملی	+۸/۳	+۸	+۲/۸	+۴/۹	+۶۰
نتایج آزمایش در حالت تقسیم‌کننده‌ی ترک		۸۸	۵۶	۸۰	۸۹	۴۲

نظر گرفته شده (هموگرافیک) بین انرژی ضربه‌ی چارپی و سختی برینل، تأثیری در نتایج حاصل دارد یا خیر، دو نوع تابع نمایی (معادلات ۹الف و ۹ب) و توانی (معادلات ۱۰الف و ۱۰ب) بین این دو پارامتر در نظر گرفته شد. معادلات نمایی و توانی برای نواحی فریتی و آستنیتی با اعمال شرایط مرزی مشابه قبل، به‌ترتیب عبارت‌اند از:

$$CV(\alpha) = CV_\beta . \exp\left(\frac{HB - HB_\beta}{HB_\beta - HB_\alpha} . \ln\left(\frac{CV_\beta}{CV_\alpha}\right)\right) \qquad (۹ \text{ الف})$$

$$CV(\gamma) = CV_\beta \exp\left(\frac{HB - HB_\beta}{HB_\beta - HB_\gamma} . \ln\left(\frac{CV_\beta}{CV_\gamma}\right)\right) \qquad (۹ \text{ ب})$$

$$CV\,(\alpha) = CV_\beta . \left(\frac{HB}{HB_\beta}\right)^{\frac{\ln\left(\frac{CV_\beta}{CV_\alpha}\right)}{\ln\left(\frac{HB_\beta}{HB_\alpha}\right)}} \qquad (۱۰ \text{ الف})$$

$$CV\,(\gamma) = CV_\beta . \left(\frac{HB}{HB_\beta}\right)^{\frac{\ln\left(\frac{CV_\beta}{CV_\gamma}\right)}{\ln\left(\frac{HB_\beta}{HB_\gamma}\right)}} \qquad (۱۰ \text{ ب})$$

نتایج حاصل از به‌کارگیری دو معادله‌ی اخیر در مدل‌سازی انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌ها نیز در جدول ۵ ارائه شده است. چنان که مشاهده می‌شود، کاربرد دو تابع اخیر (توانی و نمایی) درمورد پیش‌بینی انرژی ضربه‌ی کامپوزیت $\alpha\beta\gamma$ باعث بروز اختلاف بیشتر در نتایج تحلیلی و آزمایشی شده است، در حالی که اختلاف کامپوزیت $\alpha\beta\gamma\beta\alpha$ کم‌تر شده است و اثر نسبتاً کمی بر نتایج نظری‌قبلی (با به‌کارگیری تابع هموگرافیک) روی کامپوزیت $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ داشته است. به‌طور کلی به نظر می‌رسد که تشکیل فاز بینیت باعث انحراف مشهودی در انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌ها، حاصل از قانون مخلوط فازها، نمی‌شود.

از طرف دیگر مشاهده می‌شود که به‌کارگیری تابع نمایی در مدل‌سازی انرژی ضربه‌ی کامپوزیت $\gamma M\gamma$ اختلاف نتایج تحلیلی و آزمایشی را نسبت به تابع هموگرافیک، در حدود ۱۶ درصد بهبود بخشیده است. هم‌چنین به‌کار بردن تابع توانی، بین نتایج تحلیلی و عملی انرژی ضربه‌ی این کامپوزیت تطابق خوبی ایجاد کرده است. این امر شاید به‌دلیل ماهیت توابع در نظر گرفته شده باشد. در واقع تابع توانی شیب مناسب‌تری نسبت به تابع نمایی دارد و لذا به نظر می‌رسد تخمین آن برای انرژی ضربه‌ی لایه‌های نزدیک به لایه‌ی مارتنزیت صحیح‌تر باشد. از سوی دیگر، به‌کارگیری این دو تابع، اختلاف در نتایج تحلیلی و عملی در کامپوزیت $\alpha\beta\gamma M\gamma$ را بیشتر کرده است. البته اختلاف نتایج با به‌کارگیری تابع هموگرافیک نیز آن‌قدر زیاد است که به نظر نمی‌رسد بتوان درمورد پیش‌بینی این مدل از انرژی ضربه‌ی کامپوزیت $\alpha\beta\gamma M\gamma$ بحثی منطقی ارائه کرد. طبیعت پیچیده‌ی این کامپوزیت و تشکیل ۵ ناحیه‌ی مجزا، باعث اختلاف قابل ملاحظه‌ی نتایج نظری و عملی می‌شود. یکی از نکات جالب توجه، نتایج تحلیلی به دست آمده درمورد دو کامپوزیت مارتنزیت‌دار $\gamma M\gamma$ و $\alpha\beta\gamma M\gamma$ با استفاده از تابع نمایی است. مقدار این دو عدد تقریباً نزدیک به هم است، در حالی که این دو کامپوزیت به‌لحاظ ماهوی کاملاً متفاوت‌اند. این در حالی است که پیش‌بینی مدل از انرژی ضربه‌ی این دو کامپوزیت با به‌کارگیری دو تابع دیگر (هموگرافیک و توانی) کاملاً متفاوت است. دلیل این امر شاید به ماهیت تابع نمایی برگردد که پیش‌بینی آن از انرژی ضربه‌ی لایه‌ها به‌دلیل تخمین نامناسب شیب انرژی ضربه به‌درستی صورت نمی‌گیرد و در نزدیک لایه‌ی میانی مارتنزیت، انرژی ضربه‌ی نادرستی از لایه‌های مجاور تخمین می‌زند.

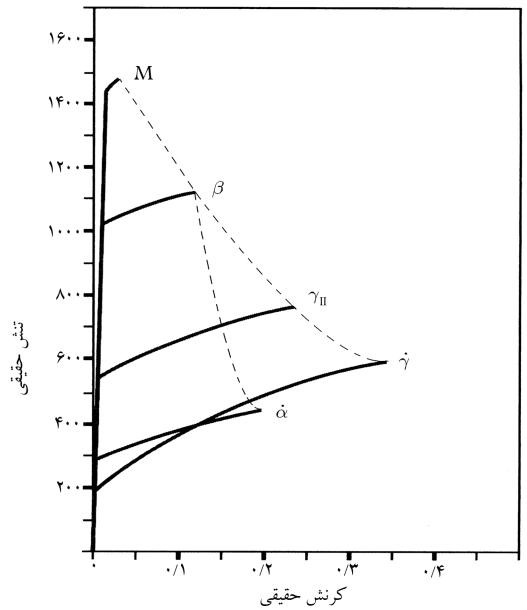
از طرفی، قانون مخلوط فازها بدواً برای حالت کشسانی ارائه شده است. لذا به‌منظور تعمیم آن به کامپوزیت‌های حاضر که از فازهای مختلف با میزان تغییر فرم خمیری متفاوت تشکیل شده‌اند، شاید یکی از دلایل انحراف نتایج تحلیلی انرژی ضربه با نتایج عملی باشد. خصوصاً این‌که در کامپوزیت‌های مارتنزیت‌دار اختلاف انرژی ضربه بین مارتنزیت و سایر لایه‌ها بسیار زیاد است. لذا شیب تندی از انرژی ضربه در نزدیکی لایه‌ی مارتنزیت ایجاد می‌شود که تخمین آن فقط توسط ارتباط با ریزسختی به‌درستی صورت نمی‌گیرد. به‌همین دلیل برای تصحیح این قانون، باید ضرایب کارسختی و رفتار خمیری را نیز در قانون لحاظ کرد. در ادامه، مدلی ارائه خواهد شد که انرژی ضربه را به سطح زیر نمودار مربوط می‌سازد؛ به‌عبارت دیگر تغییر فرم خمیری هم در نظر گرفته خواهد شد.

ب) مدل‌سازی با استفاده از سطح زیر نمودار تنش-کرنش

سطح زیر نمودار تنش-کرنش فازهای فریت اولیه، بینیت و آستنیت اولیه (شکل ۵) در جدول ۴ داده شده است. با تقسیم‌کردن مقدار عددی سطح زیر نمودار تنش-کرنش به انرژی ضربه‌ی چارپی برای هر یک از این سه فاز (نسبت A/B)، به عدد تقریباً ثابتی (۱٫۱۱ یا ۱٫۱۲) دست می‌یابیم. بنابراین رابطه‌یی بین سطح زیر نمودار تنش-کرنش و انرژی ضربه‌ی چارپی فرض شد. با توجه به این‌که انرژی ضربه و سطح زیر نمودار تنش ـ کرنش آستنیت اولیه از بینیت بیشتر است، فرض شد که در ناحیه‌ی آستنیتی با حرکت از سمت آستنیت اولیه به سمت بینیت، انرژی ضربه و سطح زیر نمودار تنش ـ کرنش به‌تدریج کم می‌شوند. برای به دست آوردن سطح زیر نمودار تنش ـ کرنش هر لایه، تنش تسلیم هر لایه با ریزسختی ویکرز آن لایه متناسب فرض شد. این رابطه با در نظر گرفتن یک تابع خطی و اعمال شرایط مرزی مناسب، برای نواحی α و γ به‌ترتیب عبارت است از:

$$\sigma_y(\alpha_i) = \frac{\sigma_y(\beta) - \sigma_y(\alpha)}{VH_\beta - VH_\alpha} VH(\alpha_i) + \frac{\sigma_y(\alpha).VH_\beta - \sigma_y(\beta).VH_\alpha}{VH_\beta - VH_\alpha} \qquad (۱۱)$$

$$\sigma_y(\gamma_i) = \frac{\sigma_y(\beta) - \sigma_y(\gamma)}{VH_\beta - VH_\gamma} VH(\gamma_i) + \frac{\sigma_y(\gamma).VH_\beta - \sigma_y(\beta).VH_\gamma}{VH_\beta - VH_\gamma} \qquad (۱۲)$$



شکل ۵. نمودار تنش-کرنش فازهای تشکیل‌دهنده‌ی کامپوزیت.

که در آن، $\sigma_y(\beta)$، $\sigma_y(\alpha)$ و $\sigma_y(\gamma)$ به‌ترتیب تنش تسلیم لایه‌ی بینیتی، فریت اولیه و آستنیت اولیه، VH_β، VH_α و VH_γ به‌ترتیب ریزسختی ویکرز لایه‌ی بینیتی، فریت اولیه و آستنیت اولیه، و $VH(\alpha_i)$ و $VH(\gamma_i)$ به‌ترتیب ریزسختی هر لایه در نواحی فریتی و آستنیتی هستند.

اگر به‌فرض منحنی تنش-کرنش هر لایه از رابطه‌ی هولمان پیروی کند، تنش مربوط به هر لایه در نواحی α و γ در کرنش تسلیم لایه‌ی بینیتی به‌ترتیب عبارت است از:

$$\sigma_i' = \sigma_y(\alpha_i)\left[\frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon(\alpha_i)}\right]^{n(\alpha_i)} \quad (۱۳)$$

$$\sigma_i'' = \sigma_y(\gamma_i)\left[\frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon(\gamma_i)}\right]^{n(\gamma_i)} \quad (۱۴)$$

که در آن σ_i' و σ_i'' به‌ترتیب تنش مربوط به هر لایه در نواحی α وγ در کرنش تسلیم لایه‌ی بینیتی، ε_β کرنش تسلیم لایه بینیتی، و $n(\alpha_i)$ و $n(\gamma_i)$ به‌ترتیب توان کارسختی هر لایه در نواحی α و γ، و $\varepsilon(\alpha_i)$ و $\varepsilon(\gamma_i)$ در معادلات به‌ترتیب کرنش هر لایه در نواحی α و γ هستند.

اگر چنین فرض کنیم که توان کارسختی هر لایه از رابطه‌یی نمایی پیروی می‌کند، با اعمال شرایط مرزی مناسب، رابطه‌ی توان کارسختی برحسب فاصله در نواحی α و γ به‌ترتیب عبارت خواهند بود از:

$$n(\alpha_i) = n_\beta \exp\left(\frac{X - X_\beta}{X_\beta - X_\alpha}.\ln\left(\frac{n_\beta}{n_\alpha}\right)\right) \quad (۱۵)$$

$$n(\gamma_i) = n_\beta \exp\left(\frac{X - X_\beta}{X_\beta - X_\gamma}.\ln\left(\frac{n_\beta}{n_\gamma}\right)\right) \quad (۱۶)$$

که در آن، n_β، n_α و n_γ به‌ترتیب توان کارسختی لایه‌ی بینیتی، فریت و آستنیت اولیه هستند. با اعمال شرایط مرزی زیر:

$$\varepsilon(\alpha_i) = \varepsilon_\alpha, \qquad i = ۱ \text{ در}$$
$$\varepsilon(\alpha_i) = \varepsilon_\beta, \qquad i = m_\alpha \text{ در}$$

و همچنین:

$$\varepsilon(\gamma_i) = \varepsilon_\gamma, \qquad i = ۱ \text{ در}$$
$$\varepsilon(\gamma_i) = \varepsilon_\beta, \qquad i = n_\gamma \text{ در}$$

که ε_β، ε_α و ε_γ به ترتیب کرنش تسلیم لایه بینیتی، فریت و آستنیت اولیه هستند، خواهیم داشت:

$$\varepsilon_y(\alpha_i) = \frac{۱}{E}\left[\frac{\sigma_y(\beta) - \sigma_y(\alpha)}{VH_\beta - VH_\alpha}VH(\alpha_i) + \frac{\sigma_y(\alpha).VH_\beta - \sigma_y(\beta).VH_\alpha}{VH_\beta - VH_\alpha}\right] \quad (۱۷)$$

$$\varepsilon_y(\gamma_i) = \frac{۱}{E}\left[\frac{\sigma_y(\beta) - \sigma_y(\gamma)}{VH_\beta - VH_\gamma}VH(\gamma_i) + \frac{\sigma_y(\gamma).VH_\beta - \sigma_y(\beta).VH_\gamma}{VH_\beta - VH_\gamma}\right] \quad (۱۸)$$

که در آن E ضریب کشسانی است و برای تمامی فازهای موجود برابر ۲۰۰ مگاپاسکال در نظر گرفته شده است. بدین‌ترتیب نمودار تنش-کرنش هر لایه به دست آمد، و از سوی دیگر با فرض این‌که خط متصل‌کننده‌ی نقاط شکست فاز فریت اولیه به لایه‌ی بینیتی و همچنین فاز آستنیت اولیه به لایه‌ی بینیتی (شکل ۵)، از رابطه‌ی نمایی پیروی می‌کند، خواهیم داشت:

$$\sigma_{ts}(\alpha_i) = \sigma_{ts}(\beta)\exp\left(\frac{\varepsilon_{ts}(\alpha_i) - \varepsilon_{ts}(\beta)}{\varepsilon_{ts}(\beta) - \varepsilon_{ts}(\alpha)}.\ln\left(\frac{\sigma_{ts}(\beta)}{\sigma_{ts}(\alpha)}\right)\right) \quad (۱۹)$$

$$\sigma_{ts}(\gamma_i) = \sigma_{ts}(\beta)\exp\left(\frac{\varepsilon_{ts}(\gamma_i) - \varepsilon_{ts}(\beta)}{\varepsilon_{ts}(\beta) - \varepsilon_{ts}(\gamma)}.\ln\left(\frac{\sigma_{ts}(\beta)}{\sigma_{ts}(\gamma)}\right)\right) \quad (۲۰)$$

که در آن، $\sigma_{ts}(\alpha)$، $\sigma_{ts}(\gamma)$ و $\sigma_{ts}(\beta)$ به‌ترتیب استحکام کششی فریت اولیه، آستنیت اولیه و لایه‌ی بینیتی، و $\varepsilon_{ts}(\dot{\alpha})$، $\varepsilon_{ts}(\dot{\gamma})$ و $\varepsilon_{ts}(\beta)$ به‌ترتیب کرنش نهایی فریت اولیه، آستنیت اولیه و لایه‌ی بینیتی هستند.

با قراردادن رابطه‌ی هولمان برای نمودار تنش-کرنش هر لایه در معادلات ۱۹ و/یا ۲۰، استحکام کششی و کرنش نهایی هر لایه در نواحی فریتی و آستنیتی به دست می‌آید. سپس با انتگرال‌گیری رابطه‌ی هولمان هر لایه در محدوده‌ی کرنش تسلیم و کرنش نهایی، و جمع کردن مقدار حاصل با سطح زیر ناحیه‌ی کشسان مربوط به همان لایه، مساحت زیر منحنی تنش-کرنش هر لایه در نواحی فریتی و آستنیتی به‌ترتیب از روابط ۲۱ و ۲۲ به دست خواهد آمد:

$$S = \frac{\varepsilon_y(\alpha_i).\sigma_y(\alpha_i)}{۲} + \int_{\varepsilon_y(\alpha_i)}^{\varepsilon_{ts}(\alpha_i)} K\varepsilon^{n(\alpha_i)}d\varepsilon \quad (۲۱)$$

$$S = \frac{\varepsilon_y(\gamma_i).\sigma_y(\gamma_i)}{۲} + \int_{\varepsilon_y(\gamma_i)}^{\varepsilon_{ts}(\gamma_i)} K\varepsilon^{n(\gamma_i)}d\varepsilon \quad (۲۲)$$

که در آن S سطح زیر منحنی تنش-کرنش و K ثابت رابطه‌ی هولمان است. سپس با فرض رابطه‌یی نمایی بین سطح زیر نمودار تنش-کرنش و انرژی ضربه‌ی چارپی هر لایه، و با اعمال شرایط مرزی مناسب، به‌ترتیب برای نواحی فریتی و آستنیتی خواهیم داشت:

$$CV(\alpha_i) = CV_\beta \exp\left(\frac{S - S_\beta}{S_\beta - S_\alpha}.\ln\left(\frac{CV_\beta}{CV_\alpha}\right)\right) \quad (۲۳)$$

$$CV(\gamma_i) = CV_\beta \exp\left(\frac{S - S_\beta}{S_\beta - S_\gamma}.\ln\left(\frac{CV_\beta}{CV_\gamma}\right)\right) \quad (۲۴)$$

که S_α، S_γ و S_β به‌ترتیب سطح زیر منحنی تنش-کرنش فریت اولیه، آستنیت اولیه و لایه‌ی بینیتی هستند. در نهایت، با استفاده از قانون مخلوط فازها، انرژی ضربه‌ی کامپوزیت $\alpha\beta\gamma$ به‌صورت رابطه‌ی ۲۵ محاسبه شد:

$$CV(\alpha\beta\gamma) = \sum_{i=۱}^{m_\alpha} CV(\alpha_i)V_i + CV(\beta)V_\beta + \sum_{i=۱}^{n_\gamma} CV(\gamma_i)V_i \quad (۲۵)$$

که در آن V_i کسر حجمی هر لایه و V_β کسر حجمی لایه‌ی بینیتی هستند. نتیجه‌ی حاصل از مدل در جدول ۶ ارائه شده است. نتیجه‌ی عملی و نتیجه‌ی حاصل از مدل به‌خوبی باهم مطابقت دارند.

انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌های $\gamma M\gamma$، $\alpha\beta\gamma\beta\alpha$، $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ و $\alpha\beta\gamma M\gamma$ نیز با روشی مشابه به دست آمد که نتایج حاصل در جدول ۶ ارائه شده است. اگرچه نتایج حاصل درمورد دو کامپوزیت $\alpha\beta\gamma\beta\alpha$ و $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ اندکی بدتر شده‌اند، اما نتایج برای کامپوزیت‌های دارای لایه‌ی مارتنزیت (یعنی کامپوزیت‌های $\gamma M\gamma$ و $\alpha\beta\gamma M\gamma$) تا حدود بسیار زیادی بهتر شده است (در مقایسه با به کارگیری تابع نمایی در مدل اول)؛ هرچند هنوز اختلاف نسبتاً زیاد است.

جدول ۶. مقادیر انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌ها (ژول) با فرض روابط مختلف بین سطح زیر نمودار تنش-کرنش و انرژی ضربه‌ی چارپی.

		$\alpha\beta\gamma$	$\gamma M\gamma$	$\alpha\beta\gamma\beta\alpha$	$\gamma\beta\alpha\beta\gamma$	$\alpha\beta\gamma M\gamma$
تابع نمایی	نتایج تحلیلی	۹۲/۹	۴۵/۲	۸۳/۱	۹۲/۹	۴۹/۷
	درصد انحراف از نتایج عملی	+۵/۶	-۱۹/۳	+۳/۹	+۴/۹	+۱۸/۳
تابع هموگرافیک	نتایج تحلیلی	۹۱/۴	۶۰/۳	۸۴/۶	۹۳/۱	۵۰/۳
	درصد انحراف از نتایج عملی	+۳/۹	+۷/۷	+۵/۸	+۴/۶	+۱۹/۸
تابع توانی	نتایج تحلیلی	+۹۱/۵	۶۲/۱	۸۴/۶	۹۳/۱	۵۰/۴
	درصد انحراف از نتایج عملی	+۴	+۱۰/۹	+۵/۸	+۴/۶	+۲۰
نتایج آزمایش در حالت تقسیم‌کننده‌ی ترک		۸۸	۵۶	۸۰	۸۹	۴۲

نکته‌ی جالب توجه یکسان‌شدن دو مقدار پیش‌بینی شده از مدل برای دو کامپوزیت $\alpha\beta\gamma$ و $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ است. این دو کامپوزیت شاید به‌لحاظ ماهوی اختلاف داشته باشند، اما نتایج عملی حاصله نشان می‌دهد که مقدار انرژی ضربه‌ی این دو کامپوزیت تقریباً یکسان است. می‌توان چنین استنباط کرد که در کامپوزیت $\alpha\beta\gamma$ از یک قطعه فولاد آستنیتی استفاده شده است در حالی که کامپوزیت $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ توسط دو قطعه فولاد آستنیتی شکل گرفته است. ضخامت فولاد آستنیتی به‌کار رفته در ساخت کامپوزیت $\alpha\beta\gamma$ از ضخامت هریک از دو قطعه‌ی فولاد آستنیتی به‌کار رفته در کامپوزیت $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ بیشتر است. تشکیل فاز بینیت در هریک از این کامپوزیت‌ها باعث تشکیل شیب انرژی ضربه از سمت لایه‌ی فولاد آستنیتی به سمت لایه‌ی بینیتی می‌شود. همان‌طور که در مدل‌سازی‌های نیز عنوان شد، این شیب انرژی ضربه را می‌توان با تغییرات ریزسختی و یا تغییر سطح زیر نمودار تنش-کرنش متناسب دانست. چون لایه‌ی بینیت در کامپوزیت $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ به لایه‌ی فولاد آستنیتی نزدیک‌تر است، بنابراین شیب شدیدتری از کاهش انرژی ضربه از سمت لایه‌ی فولاد آستنیتی به سمت لایه‌ی بینیتی نسبت به کامپوزیت $\alpha\beta\gamma$ وجود دارد. بنابراین در مقایسه‌ی لایه‌های موجود دو کامپوزیت، مشاهده می‌شود که انرژی ضربه‌ی لایه‌های موجود در ناحیه‌ی آستنیتی کامپوزیت $\alpha\beta\gamma$ از انرژی ضربه‌ی لایه‌های مشابه در کامپوزیت $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ بیشتر است. برعکس در ناحیه‌ی آلفا، چون با حرکت از لایه‌ی فولاد ساده‌ی کربنی به سمت لایه‌ی بینیتی، با افزایش انرژی ضربه‌ی لایه‌ها مواجهیم، به‌دلیل متفاوت‌بودن شیب تغییر انرژی ضربه‌ی لایه‌ها در دو کامپوزیت، انرژی ضربه‌ی لایه‌های موجود در ناحیه‌ی آلفای کامپوزیت $\alpha\beta\gamma$ از انرژی ضربه‌ی لایه‌های مشابه در کامپوزیت $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ کم‌تر است. در نهایت برآیند انرژی ضربه‌ی لایه‌ها با استفاده از قانون مخلوط فازها، نتایج تقریباً یکسانی برای هر دو کامپوزیت در بر خواهد داشت.

بنابراین به نظر می‌رسد که پیش‌بینی مدل از انرژی ضربه‌ی این دو کامپوزیت درست بوده، و مقدار به دست آمده به مقدار واقعی نزدیک‌تر است. البته خطاهای موجود در آزمایش، آن هم از نوع آزمون ضربه که خود دارای خطای نسبتاً بالایی است، می‌تواند روی انحراف نتایج اثرگذار باشد. پیش‌بینی یکسان مدل از انرژی ضربه‌ی این دو کامپوزیت می‌تواند نشان‌دهنده‌ی صحت مدل درمورد کامپوزیت‌های بدون لایه‌ی مارتنزیت باشد.

از سوی دیگر، تابع نمایی برای دو کامپوزیت مارتنزیت‌دار $\gamma M\gamma$ و $\alpha\beta\gamma M\gamma$، مقادیری بسیار نزدیک به هم را پیش‌بینی کرده است. از آنجا که نتایج حاصل از آزمون دارای اختلاف نسبتاً زیادی درمورد این دو کامپوزیت هستند، به نظر می‌رسد که تابع در نظرگرفته شده برای این دو کامپوزیت نمی‌تواند چندان دقیق باشد. برای این منظور، از دو تابع هموگرافیک (رابطه‌ی ۲۶الف و ۲۶ب) و توانی (رابطه‌ی ۲۷الف و ۲۷ب) برای مرتبط‌کردن سطح زیر نمودار تنش-کرنش هر لایه به انرژی ضربه‌ی چارپی همان لایه در نظرگرفته شد. با اعمال شرایط مرزی مناسب، این روابط برای نواحی فریتی و آستنیتی به‌ترتیب عبارت‌اند از:

$$CV(\alpha_i)=\frac{\frac{CV_\beta}{S_\beta}\left[S_\beta\left(\frac{CV_\beta}{S_\beta}-\frac{CV_\alpha}{S_\alpha}\right)+CV_\alpha-CV_\beta\right].S}{S\left(\frac{CV_\beta}{S_\beta}-\frac{CV_\alpha}{S_\alpha}\right)+CV_\alpha-CV_\beta} \quad (۲۶\ \text{الف})$$

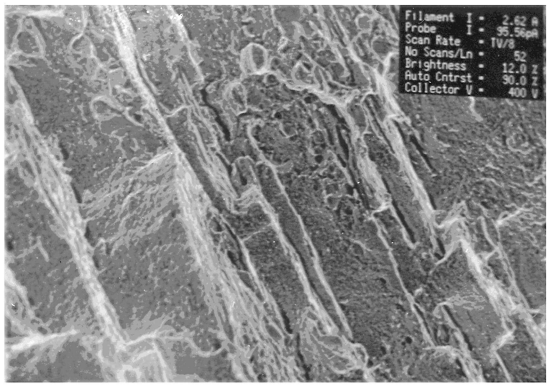
$$CV(\gamma_i)=\frac{\frac{CV_\beta}{S_\beta}\left[S_\beta\left(\frac{CV_\beta}{S_\beta}-\frac{CV_\gamma}{S_\gamma}\right)+CV_\gamma-CV_\beta\right].S}{S\left(\frac{CV_\beta}{S_\beta}-\frac{CV_\gamma}{S_\gamma}\right)+CV_\gamma-CV_\beta} \quad (۲۶\ \text{ب})$$

$$CV(\alpha_i)=CV_\beta.\left(\frac{S}{S_\beta}\right)^{\frac{\ln\left(\frac{CV_\beta}{CV_\alpha}\right)}{\ln\left(\frac{S_\beta}{S_\alpha}\right)}} \quad (۲۷\ \text{الف})$$

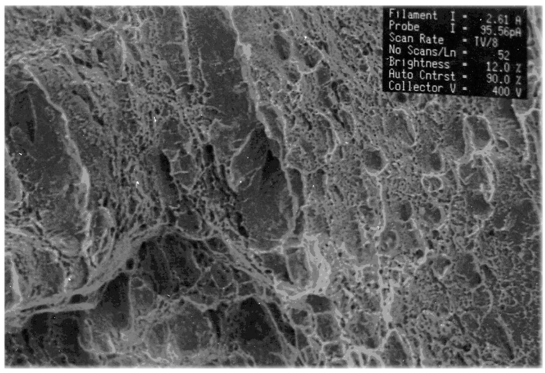
$$CV(\gamma_i)=CV_\beta.\left(\frac{S}{S_\beta}\right)^{\frac{\ln\left(\frac{CV_\beta}{CV_\gamma}\right)}{\ln\left(\frac{S_\beta}{S_\gamma}\right)}} \quad (۲۷\ \text{ب})$$

نتایج حاصل از مدل‌سازی، از طریق به‌کارگیری دو تابع اخیر در جدول ۶ ارائه شده است. باز هم مشاهده می‌شود که نتایج حاصل درمورد کامپوزیت‌های بدون لایه‌ی مارتنزیت مناسب است. هم‌چنین مدل با استفاده از هر دو تابع هموگرافیک و توانی، نتایج یکسانی را درمورد کامپوزیت‌های بدون لایه‌ی مارتنزیت پیش‌بینی کرده است. پیش‌بینی یکسان مدل از انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌های بدون لایه‌ی مارتنزیت با به‌کارگیری دو تابع توانی و هموگرافیک و اختلاف بسیار کم نتایج حاصل از به‌کارگیری تابع نمایی با مقادیر پیش‌بینی شده توسط این دو تابع، می‌تواند بیان‌گر صحت مدل درمورد کامپوزیت‌های بدون مارتنزیت باشد. به‌عبارت دیگر، نوع تابع در نظر گرفته شده در تعیین انرژی ضربه‌ی کامپوزیت اهمیتی ندارد.

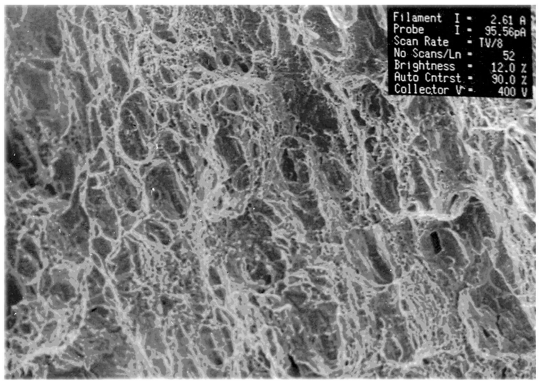
از طرفی نتایج حاصل برای کامپوزیت $\gamma M\gamma$ بهتر است ولی درمورد کامپوزیت $\alpha\beta\gamma M\gamma$ نتایج اندکی بدتر شده‌اند. اگرچه نتایج به‌دست آمده درمورد کامپوزیت‌های مارتنزیت‌دار توسط این مدل، به‌طور کلی بهتر از نتایج حاصل از مدل اول است، باز هم اختلاف قابل توجهی بین نتایج تحلیلی و عملی به چشم می‌خورد. چنان که پیش‌تر گفته شد، فاز مارتنزیت به‌علت تردی زیاد و تفاوت ریزساختاری با لایه‌ی



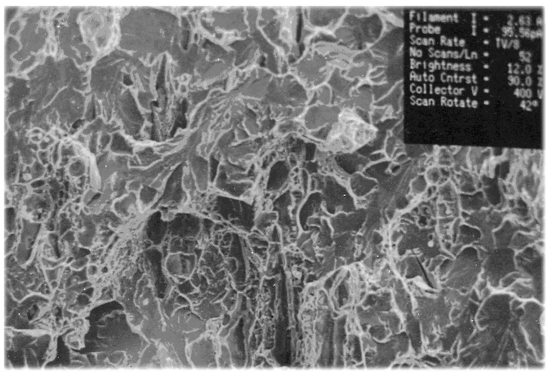
الف) لایه مارتنزیتی؛



ج) ناحیه ی فریتی؛



ب) ناحیه ی آستنیتی؛



د) لایه ی بینیتی.

شکل ۶. شکست‌نگاری سطوح شکست.

آستنیتی مجاور خود، کنترل‌کننده‌ی رشد ترک است و آن را تسریع می‌کند. به‌عبارت دیگر، مدل پیش‌بینی می‌کند که انرژی ضربه‌ی لایه‌های نزدیک به لایه‌ی مارتنزیت دارای انرژی ضربه‌ی نزدیک به لایه‌ی مارتنزیت باشند، اما این لایه‌ها دارای ساختار آستنیتی بوده و انرژی ضربه‌ی آنها به هر حال بالاتر از انرژی ضربه‌ی مارتنزیت است. به‌علاوه تشکیل مارتنزیت به‌صورت یک لایه‌ی مجزا (البته پیوسته) با مرزهای کاملاً مشخص در میان نواحی آستنیتی (شکل ۴) دلیلی بر تفاوت رفتار آن نسبت به لایه‌های آستنیتی مجاور است.

با مقایسه‌ی دو جدول ۵ و ۶، مشاهده می‌شود که درمورد کامپوزیت‌های $\alpha\beta\gamma$ و $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ تابع هموگرافیک و درمورد کامپوزیت $\alpha\beta\gamma\beta\alpha$ تابع نمایی در هر دو مدل بهترین نتایج را داده‌اند (هرچند اختلاف مقادیر پیش‌بینی شده توسط توابع دیگر در هر دو مدل، با این توابع بهینه کم است). بنابراین به نظر می‌رسد که هنگام تشکیل بینیت، تغییرات انرژی ضربه‌ی لایه‌ها به‌قدری ملایم است که کامپوزیت کاملاً پیوستگی خود را حفظ می‌کند. این امر در شکل ۴الف نیز نشان داده شده است و فاز بینیت تشکیل شده بین نواحی آلفا و گاما (مخصوصاً در مرز آلفا ـ بینیت) مرز کاملاً مشخصی ندارد. در کامپوزیت‌های مارتنزیت‌دار تابع بهینه‌یی به دست نمی‌آید و در هر مدل یک تابع خاص بهترین نتیجه را درمورد این دو کامپوزیت ارائه کرده است. تشکیل مارتنزیت با مرزهای مشخص بین دو ناحیه‌ی آستنیتی بدین معناست که در کامپوزیت تغییر فازی اساسی صورت گرفته است و این لایه‌ی مجزا (البته پیوسته) باعث بر هم زدن قانون مخلوط فازها شده است.

«اثرات نرخ کرنش» ممکن است از دیگر دلایل عدم پیش‌بینی صحیح انرژی ضربه درمورد کامپوزیت‌های مارتنزیت‌دار $\gamma M\gamma$ و $\alpha\beta\gamma M\gamma$ باشد. هرچه تنش تسلیم فولادی بالاتر باشد، اثرات نرخ کرنش بر روی آن بیشتر نمایان خواهد شد. هم‌چنین فولادهای ترد در مقایسه با اجسام چقرمه حساسیت بیشتری در مقابل نرخ کرنش دارند. با این توضیحات، اثرات نرخ کرنش بر فولادهای ساده‌ی کربنی، فولاد آستنیتی و بینیت کم‌تر از اثرات نرخ کرنش بر روی لایه‌ی مارتنزیت است. به‌همین دلیل در آزمون ضربه با نرخ کرنش بالا، لایه‌ی مارتنزیت کنترل‌کننده‌ی رشد ترک خواهد شد. به‌بیان دیگر، تصحیحی که باید توسط اثر نرخ کرنش در نظرگرفته شود، شاید بتواند کمی نتایج را بهبود بخشد.

نتایج شکست‌نگاری در سطح شکست کامپوزیت‌ها نشان می‌دهد که سازوکار شکست مارتنزیت به‌صورت رخ‌برگی[8]، ناحیه‌ی آستنیتی به‌صورت رشته‌یی، ناحیه‌ی فریتی به‌صورت نیمه‌رشته‌یی و لایه‌ی بینیتی به‌صورت نیمه‌ترد است (شکل ۶).

نتیجه‌گیری

انرژی ضربه‌ی چارپی کامپوزیت‌های فولادی مرتبه‌یی در حالت تقسیم‌کننده‌ی ترک اندازه‌گیری شد. نشان داده شد که انرژی ضربه‌ی کامپوزیت $\gamma\beta\alpha\beta\gamma$ بیشترین و انرژی ضربه‌ی کامپوزیت $\alpha\beta\gamma M\gamma$ کم‌ترین است. به‌طور کلی افزایش ضخامت ناحیه‌ی آستنیتی باعث افزایش انرژی ضربه‌ی کامپوزیت می‌شود. از طرف دیگر،

حضور لایه‌ی مارتنزیتی تأثیر زیادی در کاهش انرژی ضربه‌ی کامپوزیت حاصل دارد. دو مدل، یکی با استفاده از نیم‌رخ سختی و دیگری با استفاده از سطح زیر نمودار تنش-کرنش، برای پیش‌بینی انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌ها و به کارگیری قانون مخلوط فازها ارائه شد.

نتایج به کارگیری توابع مختلف برای ارتباط انرژی ضربه با سختی (در مدل اول) یا سطح زیر نمودار تنش-کرنش (در مدل دوم) نشان می‌دهند که انرژی ضربه‌ی کامپوزیت‌های بدون لایه‌ی مارتنزیتی مستقل از تابع در نظرگرفته شده و نتایج آنها به نتایج حاصل از آزمایش نزدیک است. حضور مارتنزیت در کامپوزیت به‌دلیل تردی زیاد، سبب انحراف نتایج نظری از عملی با به کارگیری هر نوع تابعی می‌شود، اگرچه برخی از توابع نتایج نسبتاً خوبی حاصل می‌کنند. نتایج به دست آمده با استفاده از مدل دوم (مخصوصاً درمورد کامپوزیت‌های دارای لایه‌ی مارتنزیتی) از نتایج مدل اول نسبتاً بهتر است.

پانوشت

1. functionally graded materials
2. dynamic stress intensity factor
3. in-plane impact loading
4. functionally graded steels
5. electroslag remelting
6. crack divider configuration
7. rule of mixtures
8. cleavage

منابع

1. Anlas, G.; Santare, M.H. and Lambros, J. "Numerical calculation of stress intensity factors in functionally graded materials", *Int. J. Fract.,* **104**, pp. 131-143 (2000).
2. Bahr, H.A.; Balke, H.; Fett, T.; Hofinger, I.; Kirchhoff, G.; Munz, D.; Neubrand, A.; Semenov, A.S.; Weiss, H.J. and Yang, Y.Y. "Cracks in functionally graded materials", *Mat Sci Engng A,* **362**, pp. 2-16 (2003).
3. Erdogan, F. "Fracture mechanics of functionally graded materials", *Mater. Res. Soc. Bull.,* **20**(1), pp. 43-44 (1995).
4. Tohgo, K.; Suzuki, T. and Araki, H. "Evaluation of R-curve behavior of ceramic–metal functionally graded materials by stable crack growth", *Engng Fract Mech,* **72**, pp. 2359-2372 (2005).
5. Goldsmith, W. *Impact, The Theory and Physical Behavior of Colliding Solids*, Edward Arnold Publishers, London (1960).
6. Rouseau, C.E. and Tippur, H.V. "Dynamic fracture of compositionally graded materials with cracks along the elastic gradient: Experiments and analysis", *mech matter*, **33**, pp. 403-421 (2001).
7. Guo, L.C. and Noda, N. "Dynamic investigation of a functionally graded layered structure with a crack crossing the interface", *Int J slo struct*, **45**, pp. 336-357 (2008).
8. Xu, H.; Yao, X.; Feng, X. and Hisen, Y.Y., "Dynamic stress intensity factors of a semi-infinite crack in an orthotropic functionally graded material", *Mech Mater*, **40**, pp. 37-47 (2008).
9. Hong, J.K.; Son, Y.H.; Park, J.H.; Lee, B.H.; Yoon, S.C. and Kang, C.G. *Proceeding of 15th International Conference on Nuclear Engineering*, Japan (2007).
10. Jang, Y.C.; Hong, J.K.; Park, J.H.; Kim, D.W. and Lee, Y. "Effects of notch position of the charpy impact specimen on the failure behavior in heat affected zone", *J. mater proc tech*, **201**, pp. 419-424 (2008).
11. Bezensek, B. and Hancock, J.W. "The toughness of laser welded joints in the ductile-brittle transition", *Engng Fract Mech,* **74**, pp. 2395-2419, (2007).
12. Aghazadeh Mohandesi, J. and Shahosseinie, M.H. "Transformation characteristics of functionally graded steels produced by electroslag remelting", *Met. Trans. A.,* **36A**, pp. 3471-3476 (2005).
13. Aghazadeh Mohandesi, J.; Shahosseinie, M.H. and Parastar Namin, R. "Tensile behavior of functionally graded steels produced by electroslag remelting", *Met. Trans. A.,* **37A**, pp. 2125-2132 (2006).
14. Erdogan, F. "Fracture mechanics of functionally graded materials", *Compos Eng*, **5**(7), pp. 753-770 (1995).
15. Kassir, M.K. "Note on the twisting deformation of a non-homogeneous shaft containing a circular crack", *Int. J. Fract. Mech.,* **8**, pp. 325-334 (1972).
16. Parameswaran, V. and Shukla, A. "Processing and characterisation of a model functionally graded material", *J. Mater. Sci*, **35**, pp. 21-29 (2000).
17. Atkins, A.G. and Mai, Y.W. *Elastic and Plastic Fracture: Metals, Polymers, Ceramics, Composites, Biological Materials*, 1st ed., New York, Ellis Horwood Limited (1985).
18. Gür, C.H. and Yıldız, İ. "Non-destructive investigation on the effect of precipitation hardening on impact toughness of 7020 Al-Zn-Mg alloy", *Mater Sci Engng A,* **382**, pp. 395-400 (2004).
19. Baron, A.A. "A thermodynamic model for fracture toughness prediction", *Enging. Fract. Mech.*, **46**, pp. 245-251 (1993).