فصلنامه‌ی علمی و پژوهشی شریف
زمستان ۱۳۸۶، شماره‌ی چهلم، ص. ۱۲۷-۱۳۶

مدلی تحلیلی برای انبساط و نشست قطرات افشانه ناشی از بار الکتریکی

محمدرضا جهان‌نما (استادیار)
حوزه‌ی معاونت پژوهشی، پژوهشکده‌ی مهندسی، وزارت جهاد کشاورزی

بررسی تغییر غلظت حجمی قطرات حاوی بار الکتریکی در یک افشانه و تعیین رابطه‌ی میان این تغییر و نشست قطرات، امکان دست‌یابی به مدلی تحلیلی را برای پدیده‌ی انبساط و نشست قطرات بر روی یک جسم برحسب تغییر غلظت افشانه فراهم می‌سازد. بهره‌گیری از قانون گوس نیز با ارائه‌ی میدان الکتریکیِ پدیدآمده میان جسم و قطرات باردار، توزیع گذرای غلظت را ارائه می‌دهد. ترکیب نتایج حاصل از این میدان غلظت و میدان الکتریکی در اطراف جسم، به رابطه‌یی نظری برای ثابت زمانیِ نشست قطرات بر روی جسم منتهی می‌شود. وابستگی ریاضی این ثابت به بار الکتریکی قطرات مؤید نقش مثبت باردارسازی افشانه در افزایش کمّی نشست در بازه‌ی زمانی کوتاه‌تر است. هرچند افزایش غلظت قطرات و استفاده از قطرات درشت‌تر نیز از طریق کاهش ثابت زمانی موجب بهبود نشست می‌شوند، این بهبود به‌طور غیرمستقیم از ازدیاد بار الکتریکی قطرات نشأت می‌گیرد. ارزیابی نتایج، حاکی از سازگاری کمّی و کیفی مناسب آنها در مقایسه با داده‌های حاصل از حل تحلیلی مستقیم براساس معادله‌ی پواسون است.

فهرست علایم

A: مساحت $(m^۲)$
E: میدان الکتریکی $(Vm^{-۱})$
E_r: مؤلفه‌ی شعاعی میدان الکتریکی $(Vm^{-۱})$
E_z: مؤلفه‌ی محوری میدان الکتریکی $(Vm^{-۱})$
I: جریان الکتریکی (A)
J_i: تابع بسل نوع اول از مرتبه‌ی i (۲ تا $i=-۱$)
L: نصف طول استوانه (m)
m: جرم کل قطرات در حجم معیار منبسط (kg)
$m_۱$: جرم کل قطرات در حجم معیار اولیه (kg)
m_r: جرم نشست یافته (kg)
n: غلظت لحظه‌یی افشانه $(drops/m^۳)$
$n_۱$: غلظت اولیه‌ی افشانه $(drops/m^۳)$
N: تعداد کل قطرات
q: بار الکتریکی کل قطرات (C)
q_d: بار الکتریکی قطره (C)
q_R: بیشینه‌ی بار الکتریکی ریلی (C)
r: متغیر شعاعی (m)
R: شعاع استوانه (m)
t: زمان (s)
$t_۱$: لحظه‌ی اولیه (s)
u_d: سرعت قطره $(ms^{-۱})$
v: حجم لحظه‌یی ابر افشانه $(m^۳)$
$v_۱$: حجم اولیه‌ی ابر افشانه $(m^۳)$
v_d: حجم قطره $(m^۳)$
V: ولتاژ (V)
z: متغیر محوری (m)
β: کسری از بار الکتریکی ریلی
ε: گذردهی الکتریکی محیط $(Fm^{-۱})$
κ_d: تحرک‌پذیری یونی $(m^۲V^{-۱}s^{-۱})$
λ_n: مقدار مشخصه در معادله‌ی $J_o(\lambda_n R)=۰$
ρ_d: چگالی قطره $(kgm^{-۳})$
ρ_s: چگالی حجمی بار الکتریکی $(Cm^{-۳})$
σ_d: کشش سطحی $(Nm^{-۱})$

مقدمه

باردارسازی الکتریکی افشانه‌ی مایعات به‌منظور تولید قطرات باردار[۱] روشی است مناسب برای کنترل بهتر مسیر حرکت قطرات و وسیله‌یی است مؤثر برای بهبود نشست[۲] و تقویت ذره‌یی کردن[۳] مایع.[۱] مزایای مترتب بر این روش باعث شده است تا افشانه‌ی قطرات باردار در گستره‌ی وسیع و متنوعی از کاربردهای عملی، مانند افشانه‌های کشاورزی، صنایع دارویی، چاپگرهای جوهرافشان و موتورهای درون‌سوز، تا سامانه‌هایی شامل پیش‌رانه‌ی راکت‌ها مورد استفاده قرار گیرد.[۲و۳]

انتقال و نشست بهتر و نیز انبساط بیشتر افشانه‌ی باردار، در مقایسه

با کاربردهای متداول افشانه (حاوی قطرات خنثی و بی‌بار) از مزایایی برخوردار است. از مهم‌ترین این مزایا می‌توان به آلودگی کم‌تر محیط زیست و کاهش اتلاف مواد در اثر انتقال و نشست مؤثرتر قطرات مایع روی اهداف مورد نظر (مانند پوشش‌دهی سطوح در صنایع رنگ و سم‌پاشی گیاهان در کشاورزی) اشاره کرد.[۴] افشانه‌ی باردار همچنین در برخی از کاربردها به فرایند اصلی کمک می‌کند و بازده آن را افزایش می‌دهد. احتراق سوخت نمونه‌یی از این نوع است که طی آن پاشش قطرات باردار به دلیل انبساط بیشتر باعث اختلاط بهتر سوخت و هوا، و درنتیجه احتراق کامل‌تر می‌شود.[۵] پاشش مایعات باردار همچنین به‌دلیل کاهش مایع مصرفی و تقلیل هزینه‌های تولید و انتقال مواد عاملی برای صرفه‌جویی اقتصادی محسوب می‌شود. این موضوع به‌ویژه در استفاده از افشانه‌ی مایعات در یک مقیاس کلان که توأم با کاهش قابل توجه مقدار ماده‌ی مصرفی است از اهمیتی مضاعف برخوردار می‌شود.

مروری بر ادبیات فنی موضوع نشان می‌دهد که بررسی‌های نظری در زمینه‌ی مطالعه‌ی نقش بارداری الکتریکی قطرات مایع غالباً بر روش‌های عددی استوارند. آغاز «سیستماتیک» شبیه‌سازی عددی قطرات باردار مایع به بررسی مشخصه‌های سینماتیکی قطرات باردار در یک رنگ‌پاش الکترواستاتیکی باز می‌گردد.[۶] در این بررسی حرکت قطرات براساس دیدگاه لاگرانژی در شرایط گذرا، و تأثیر رانش الکتریکی قطرات باردار با استفاده از معادله‌ی پواسون[۴] مدل شده‌اند. در پژوهش دیگری از یک مدل دوبعدی در شرایط متقارن محوری و دائمی و بر مبنای دیدگاه اویلری برای حل معادلات پیوستگی و گشتاور قطرات، همزمان با حل معادله‌ی پواسون برای محاسبه‌ی میدان الکتریکی استفاده شده است.[۷]

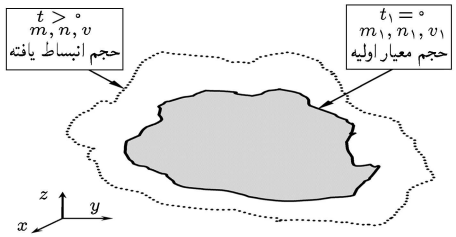
گرایش به بررسی جریان دو فازی، متشکل از فاز پیوسته‌ی[۵] هوا و فاز گسسته‌ی[۶] قطرات مایع، رویکردی است که در بررسی‌های عددی افشانه‌ی قطرات باردار از نیمه‌ی دوم دهه‌ی ۹۰ میلادی مشاهده می‌شود. در این مطالعات هوا در دیدگاه اویلری، قطرات مایع در دیدگاه لاگرانژی، و نقش بارداری الکتریکی با استفاده از معادله‌ی پواسون بررسی می‌شوند. معادلات حاکم به‌طور همزمان حل شده و برهمکنش میان فازهای هوا و قطرات و نیز تأثیر بار الکتریکی در این معادلات از طریق جملات منبع برقرار می‌شود. در این مدل‌ها همچنین تأثیر اغتشاش هوا بر مشخصه‌های سینماتیکی سیال در معادلات حاکم لحاظ شده‌اند.[۸و۹] اگر چه پیشرفت‌های حاصل در معرفی سامانه‌های پرقدرت رایانه‌یی به توسعه‌ی روش‌های عددی در حل معادلات حاکم بر جریان سیال کمک شایانی کرده‌اند، نیاز به حجم بالای حافظه، زمان‌بری حل همزمان معادلات غیرخطی، و نیز دشواری ناشی از هم‌گرایی روند حلِ این معادلات همواره به‌عنوان چالش‌هایی اساسی پیشِ روی محققان قرار داشته‌اند.[۱۰]

نوشتار حاضر با آگاهی از جزئیات و پیچیدگی‌های موجود در روش‌های عددی[۱۱-۱۳]، برای بررسی انبساط و نشست قطرات باردار مایع بر روی جسمی با پتانسیل الکتریکیِ صفر راهکاری تحلیلی ارائه می‌کند. در این روش مدلی ریاضی برای نشست قطرات باردار با بهره‌گیری از تغییر غلظت عددی قطرات در افشانه و نیز اعمال قانون گوس[۷] به‌دست می‌آید. این مدل ضمن ارائه‌ی توزیعی گذرا برای نشست، برای ثابت زمانی[۸] این پدیده عبارتی را معرفی می‌کند که به پارامترهای بار و تحرک‌پذیری یونی[۹] و غلظت اولیه‌ی قطرات در افشانه وابسته است. نتایج حاصل از این مدل حاکی از افزایش درصد نشست و کاهش ثابت زمانی به‌ازای افزایش بار الکتریکی قطرات هستند. این امر مؤید پیدایش میدان جاذبه‌ی الکتریکی میان پاشیدن قطرات باردار و جسم است که تقویت نشست قطرات را بر روی اجسام به دنبال دارد. برای ارزیابی مدل، براساس یک حل تحلیلی برای معادله‌ی پواسون، تغییر غلظت و نشست نسبی قطرات باردار با نتایج حاصل از مدل مقایسه شده‌اند. این مقایسه نشان می‌دهد که روند تغییرات تطابق مناسبی با مقادیر کمّی پارامترها دارد.

تبیین مدل

تغذیه‌ی جریان پیوسته‌یی از مایع به درون یک نازل موجب ذره‌یی کردن آن جریان و تشکیل مجموعه‌یی از قطرات مایع به نام افشانه در خروج از نازل می‌شود. به‌منظور دست‌یابی به افشانه‌یی متشکل از قطرات باردار، معمولاً فرایند باردارسازی الکتریکی همزمان با ذره‌یی کردن در داخل نازل (یا ذره‌پاش[۱۰]) صورت می‌گیرد. وجود قطرات باردار در افشانه به‌رغم کوچک بودن قطرات (در حد چندده میکرون) عموماً موجد نسبت بالایی (در حد چندصد برابر) از نیروی الکتریکی به نیروی ثقلی است. نقش نازل در پاشش قطرات عبارت است از تعیین اندازه‌ی قطرات و گشتاور اولیه‌ی آنها در خروج از نازل و ورود به محیط پیوسته‌ی هوا. در این حالت، هیدرودینامیک افشانه به‌دلیل گسستگی جریان مایع (قطرات) و نفوذ آن در محیط پیوسته‌ی هوا از ماهیتی دوفازی برخوردار است که بررسی آن به‌تنهایی در قالب معادلات حاکم بر جریان‌های پیوسته نمی‌گنجد.

برای بررسی رفتار هیدرودینامیکی افشانه‌ی باردار، مجموعه‌یی از قطرات باردار مایع مطابق شکل ۱ در نظر گرفته می‌شود. در عمل این افشانه پس از خروج از نازل در فضایی محصور توسط سطوح صلب (مانند محفظه‌ی احتراق) واقع می‌شود و یا اساساً برای پوشش‌دهی سطح به‌سوی جسم هدف (مانند بدنه‌ی اتومبیل در رنگ‌پاشی یا برگ گیاه در سم‌پاشی) پاشیده می‌شود. در هر دو حالت انبساط افشانه‌ی قطرات باردار به‌دلیل رانش الکتریکی قطرات و نیز اعمال نیروی جاذبه‌ی الکتریکی از سوی هدف بر افشانه‌ی قطرات اجتناب‌ناپذیر است. رانش قطرات در اثر هم‌نامی بار الکتریکی آنها و ایجاد میدان الکتریکی در اثر اختلاف پتانسیل میان هدف و قطرات باردار به‌وقوع می‌پیوندد. از این‌رو می‌توان حضور افشانه‌ی قطرات در مجاورت یک جسم، و انبساط آن را



شکل ۱. پاشش قطرات باردار، قبل و بعد از انبساط در بازه‌ی زمانی $(0, t)$.

معادل خروج جرم (قطره) از حجم معیار اولیه دانست که در نشست این جرم بر روی هدف متبلور می‌شود. به‌عبارت دیگر، جرم قطرات موجود میان حجم معیار اولیه و حجم انبساط یافته (شکل ۱) معادل جرم نشست‌یافته‌ی این قطرات بر روی هدفی است که سطح آن منطبق با سطح معیار اولیه است. این بدین معناست که افشانه توسط سطح هدف (منطبق بر سطح معیار اولیه) محصور شده و قطرات پس از نشست، بار الکتریکی خود را از طریق هدف متصل به زمین (دارای پتانسیل صفر) از دست می‌دهند. از این‌رو برهمکنش الکتروهیدرودینامیکی، که مترادف با اعمال نیروی الکتریکی متقابل است، میان این قطراتِ نشست‌یافته و قطرات باردار واقع در افشانه وجود نخواهد داشت. استفاده از قطرات باردار همچنین به‌دلیل رانش میان قطرات دارای بار همنام، احتمال وقوع پدیده‌ی ترکیب و درهم‌تنیدگی[11] قطرات را در مقایسه با افشانه‌ی خنثی بسیار کاهش می‌دهد.[13] از این‌رو می‌توان از ترکیب قطرات باردار و شکل‌گیری قطرات بزرگ‌تر صرف‌نظر کرد.

فرمول‌بندی نشست

برای فرمول‌بندی نشست می‌توان تغییر جرم افشانه‌ی قطرات را در یک بازه زمانی، قبل و بعد از انبساط (شکل ۱)، بررسی کرد. افشانه در لحظه‌ی اولیه (t_1) از حجم v_1، مجموعه‌ی قطراتی به جرم کل m_1 و غلظت حجمی n_1 (معادل تعداد قطره در واحد حجم افشانه) برخوردار است. فراوانی عددی اندازه‌ی قطرات در افشانه‌های واقعی (مانند پاشش سوخت در موتور درون‌سوز یا پاشش سموم در کشاورزی) از پراکندگی اندکی برخوردار است.[14] از این‌رو می‌توان با فرض تشکیل افشانه از قطراتی با پراکندگی یکسان[12]، اندازه‌ی میانگین قطرات را به‌عنوان اندازه‌ی شاخص برای قطرات افشانه در نظر گرفت. در این حالت جرم کل افشانه برابر است با:

$$m_1 = v_1 n_1 \rho_d v_d \qquad (1)$$

که ρ_d و v_d به‌ترتیب معرف چگالی و حجم هر قطره هستند. با گذشت زمان و در لحظه‌ی $t > t_1$ افشانه انبساط یافته و حجم آن به v افزایش، و غلظت آن (با خروج قطرات از حجم معیار اولیه) به n کاهش می‌یابد. با توجه به این‌که قطرات در قبل و بعد از انبساط در حجم معیار افشانه باقی می‌مانند، تعداد کل قطرات (N) در حجم معیار اولیه و حجم انبساط یافته برابر است و برحسب حجم افشانه و غلظت حجمی قطرات از رابطه‌ی زیر تبعیت می‌کند:

$$N = v_1 n_1 = v n \qquad (2)$$

در فاصله‌ی زمانی انبساط، جرم قطرات موجود در حجم معیار اولیه نیز به‌اندازه‌ی m_r کاسته می‌شود. این جرم معادل جرم کل قطرات واقع در فضای میان v_1 و v در لحظه‌ی t است که مطابق رابطه‌ی ۳ قابل محاسبه است:

$$m_r = (v - v_1) n \rho_d v_d \qquad (3)$$

چنان که در تبیین مدل بیان شد، انبساط افشانه و خروج قطرات از حجم معیار اولیه به‌صورت نشست این قطرات بر روی سطح هدف بروز می‌یابد. تأثیر این نشست با تغییر غلظت حجمی قطرات افشانه توأم است که این تغییر نیز در غلظت لحظه‌یی قطرات (n) لحاظ شده است. از این‌رو رابطه‌ی ۳ مقدار مطلق نشست را ارائه می‌دهد که خارج قسمت آن به جرم اولیه‌ی کل قطرات (رابطه‌ی ۱)، به رابطه‌یی برای نشست نسبی افشانه (رابطه‌ی ۴) منتهی می‌شود:

$$\frac{m_r}{m_1} = \frac{n}{n_1}\frac{v - v_1}{v_1} \qquad (4)$$

با استفاده از رابطه‌ی ۲ و جایگذاری حجم‌های v و v_1 برحسب غلظت در رابطه‌ی ۴، به رابطه‌ی ۵ برای نشست نسبی افشانه دست می‌یابیم:

$$\frac{m_r}{m_1} = \frac{n_1 - n}{n_1} \qquad (5)$$

طی رابطه‌ی ۵، نشست نسبی به‌صورت تابعی از غلظت اولیه و لحظه‌یی افشانه معرفی می‌شود. همچنین در دست‌یابی به رابطه‌ی ۵ هیچ‌گونه قیدی بر هندسه‌ی افشانه اعمال نشد. لذا این رابطه برای انبساط سه‌بعدی پاشش در فضا و نشست آن بر سطح جسمی با هندسه‌ی دلخواه صادق است.

فرمول‌بندی بار الکتریکی افشانه

کاربرد رابطه‌ی ۵ مستلزم تعیین تغییر تدریجی غلظت افشانه است. این تغییر غلظت ناشی از انبساط افشانه است که منشأ آن بار الکتریکی قطرات است. از این‌رو باید تأثیر نیروهای الکترواستاتیکی بر حرکت قطرات موجود در یک افشانه با غلظت اولیه‌ی مشخص، بررسی شود.

نشست قطرات باردار روی سطح یک جسم با انتقال بار الکتریکی قطرات به آن جسم همراه است. از سوی دیگر، اتصال جسم به زمین (پتانسیل صفر) موجب انتقال بار الکتریکی قطرات به زمین از طریق

جسم می‌شود که به‌صورت جریان الکتریکی ظاهر می‌شود. در حالت کلی و با توجه به انطباق سطح جسم بر سطح معیار اولیه (شکل ۱)، جریان الکتریکی ناشی از نشست قطرات بر روی یک جزء دیفرانسیلی از این سطح برابر است با حاصل‌ضرب چگالی حجمی بار الکتریکی، (nq_d) در دبی حجمی قطرات؛ یعنی:

$$dI = nq_d\left(\vec{u}_d \cdot d\vec{A}\right) \qquad (۶)$$

$\vec{u}_d$ و $d\vec{A}$ به‌ترتیب عبارت‌اند از بردار سرعت قطرات باردار و بردار مساحت دیفرانسیلی واقع بر سطح جسم. از سوی دیگر سرعت قطره‌ی باردار در یک میدان الکتریکی برابر است با:[۱۵]

$$\vec{u}_d = \kappa_d \vec{E} \qquad (۷)$$

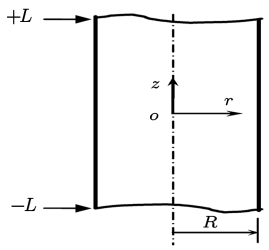
که در آن κ_d و $\vec{E}$ به‌ترتیب میزان تحرک‌پذیری یونی قطره و شدت میدان الکتریکی وارد بر آن را مشخص می‌کنند. مقدار κ_d بسته به بستر (محیط) باردارسازی متفاوت است و برای محیط هوا معادل $۱ \times ۱۰^{-۴} m^۲V^{-۱}s^{-۱}$ است.[۱۵] با جایگذاری رابطه‌ی ۷ در رابطه‌ی ۶ و سپس با انتگرال‌گیری داریم:

$$I = \int_A nq_d\kappa_d\left(\vec{E} \cdot d\vec{A}\right) \qquad (۸)$$

معادله‌ی ۸ یک رابطه‌ی عمومی برای جریان الکتریکی قطرات در حال نشست بر روی سطح جسم را ارائه می‌دهد. چنان که در رابطه‌ی ۸ مشهود است، حل این معادله مستلزم معلوم بودن هندسه‌ی جسم و میدان الکتریکی موجود بر روی سطح آن است. لذا برای کاربرد رابطه‌ی ۸ می‌توان ترکیب‌های هندسی مختلفی را در نظر گرفت و به حل انتگرال پرداخت.

در این بررسی حالتی در نظر گرفته می‌شود که طی آن افشانه‌ی قطرات باردار در داخل استوانه‌یی به شعاع R و با طول زیاد محصور است (شکل ۲). طویل بودن استوانه، صرف‌نظر کردن از تأثیر سطوح ابتدایی و انتهایی استوانه بر افشانه را مقدور می‌سازد. شکل استوانه همچنین امکان اِعمالِ شرایط تقارن محوری را میسر می‌سازد. در این حالت انبساط افشانه‌ی قطرات فقط در راستای شعاعی صورت گرفته و میدان الکتریکی فقط تابعی از متغیر شعاعی (r) و نیز متغیر زمانی (t) است. با این هندسه‌ی مفروض امکان دست‌یابی به پاسخی تحلیلی برای میدان الکتریکی فراهم می‌شود.

اگر میدان الکتریکی بر روی سطح محیطی استوانه با E_R نمایش داده شود، مقدار این میدان در هر لحظه‌ی دلخواه t بر روی تمامی نقاط سطح داخلی استوانه (دارای شعاع مساوی) یکسان بوده و فقط با زمان تغییر می‌کند. با توجه به این موضوع می‌توان رابطه‌ی ۸ را که بر



شکل ۲. استوانه‌یی با طول زیاد (هندسه‌ی مفروض) حاوی قطرات باردار مایع.

روی سطح داخلی استوانه انتگرال‌گیری می‌شود چنین نوشت:

$$I = n\,q_d\,\kappa_d E_R \int_{-L}^{+L} ۲\pi R\,dz \qquad (۹)$$

رابطه‌ی ۹ جریان الکتریکی ناشی از نشست قطرات را بر روی طول معینی از استوانه (از $-L$ تا $+L$) ارائه می‌دهد. برای سادگی می‌توان سطح استوانه (عبارت انتگرال در رابطه‌ی ۹) را به‌ازای این طول معین برابر ۱ فرض کرد و رابطه‌ی ۹ را چنین بازنویسی کرد:

$$I = n\,q_d\,\kappa_d\,E_R \qquad (۱۰)$$

برای تعیین میدان الکتریکی در سطح استوانه می‌توان از قانون گوس استفاده کرد. طبق این قانون، میدان الکتریکی در سطح محیطی استوانه توسط رابطه‌ی ۱۱ به توزیع حجمی بار الکتریکی در داخل استوانه مربوط می‌شود:[۱۶]

$$\int_A \varepsilon E_R dA = \int_v \rho_s dv \qquad (۱۱)$$

که در آن ρ_s چگالی حجمی بار الکتریکی در حجم v، ε ضریب گذردهی[۱۳] محیط $(۸{,}۸۵ \times ۱۰^{-۱۲} Fm^{-۱})$ برای محیط هوا[۱۶] است. با توجه به عدم وابستگی E_R و ρ_s به متغیر موقعیت z می‌توان رابطه‌ی ۱۱ را برای واحد سطح نشست $(A = ۱)$ که حجم $v_۱$ از استوانه را در بر می‌گیرد، چنین نوشت:

$$E_R = \frac{\rho_s v_۱}{\varepsilon} \qquad (۱۲)$$

از سوی دیگر در لحظه‌ی t بار الکتریکی کل قطرات افشانه در حجم $v_۱$ برابر است با:

$$q(t) = n\,q_d\,v_۱ = \rho_s\,v_۱ \qquad (۱۳)$$

با استفاده از روابط ۱۲ و ۱۳ و جایگذاری آنها در رابطه‌ی ۱۰ خواهیم داشت:

$$I = \frac{\kappa_d}{\varepsilon v_۱} q^۲ \qquad (۱۴)$$

بنا به تعریف جریان الکتریکی (برابر با نرخ تغییر بار الکتریکی) داریم:

$$I = -\frac{dq}{dt} = \frac{\kappa_d}{\varepsilon v_۱} q^۲ \qquad (۱۵)$$

رابطه‌ی ۱۵ معادله‌ی دیفرانسیل بار الکتریکی در حجم $v_۱$ است. حل این معادله مستلزم اعمال شرط اولیه‌ی زیر است (با توجه به حجم اولیه در شکل ۱):

$$q(۰) = q_۱ = n_۱ q_d v_۱ \qquad (۱۶)$$

با جدا کردن متغیرها و انتگرال‌گیری از معادله‌ی ۱۵، و سپس استفاده از رابطه‌ی ۱۶ داریم:

$$q = \frac{۱}{\frac{۱}{n_۱ q_d v_۱} + \frac{\kappa_d}{\varepsilon v_۱} t} \qquad (۱۷)$$

رابطه‌ی ۱۷ تغییر تدریجی بار الکتریکی کل قطرات افشانه را مشخص می‌کند. استفاده از رابطه‌ی ۱۲ و جایگذاری q برحسب $v_۱$ در رابطه‌ی ۱۷ به رابطه‌ی ۱۸ منجر می‌شود:

$$n = \frac{n_۱}{۱ + \frac{n_۱ \kappa_d q_d}{\varepsilon} t} \qquad (۱۸)$$

رابطه‌ی ۱۸ توزیع تدریجی غلظت حجمی قطرات افشانه را در اثر نشست روی واحدی از سطح استوانه به‌دست می‌دهد. با استفاده از رابطه‌ی ۱۸ و جایگذاری آن در رابطه‌ی ۵ می‌توان نشست نسبی قطرات باردار را به‌صورت معادله‌ی ۱۹ نوشت:

$$\frac{m_r}{m_۱} = ۱ - \frac{۱}{۱ + \frac{n_۱ k_d q_d}{\varepsilon} t} \qquad (۱۹)$$

ضریب متغیر t در رابطه‌ی ۱۹ عبارتی است وابسته به غلظت اولیه‌ی افشانه و بار الکتریکی هر قطره، که اگر معکوس این ضریب به‌صورت رابطه‌ی ۲۰ نمایش داده شود:

$$t_c = \frac{\varepsilon}{n_۱ \kappa_d q_d} \qquad (۲۰)$$

به‌ازای $t = t_c$ در رابطه‌ی ۱۹، $m_r = ۰/۵ m_۱$ به‌دست می‌آید که بیان‌گر نشست نیمی از قطرات باردار روی سطح استوانه است. از این‌رو پارامتر t_c شاخصی از نشست قطرات است که تأثیر خود را در شیب زمانی این فرایند نشان می‌دهد. به‌عبارت دیگر، t_c به‌عنوان «ثابت زمانی»، بیان‌گر مدت زمانی است که طی آن ۵۰٪ از نشست قطرات بر روی سطح استوانه حادث شده باشد. این ثابت زمانی با توجه به تشریح قبلی مدل علاوه بر شاخصی برای نشست، معیاری برای انبساط افشانه نیز محسوب می‌شود، به طوری که طی زمان t_c معادل ۵۰٪ از قطرات از حجم معیار اولیه خارج شده و در فضای میان حجم اولیه و حجم انبساط‌یافته واقع می‌شوند.

بیشینه‌ی بار الکتریکی برای یک قطره‌ی مایع محدود به مقداری است که بیش از آن به شکست قطره و تشکیل قطره‌های کوچک‌تر منجر می‌شود. این بار الکتریکی بیشینه که تحت عنوان حد ریلی[۱۴] شناخته می‌شود از رابطه‌ی ۲۱ پیروی می‌کند:[۱۷]

$$q_R = ۸\pi \left(\varepsilon\, \sigma_d\, r_d^۳\right)^{۰/۵} \qquad (۲۱)$$

که در آن r_d و σ_d به‌ترتیب عبارت‌اند از شعاع و کشش سطحی قطره. طی فرایند باردارسازی، بار هر قطره برابر است با کسری از بار الکتریکی بیشینه (رابطه‌ی ۲۱).[۱۸] اگر این کسر را با β نشان دهیم:

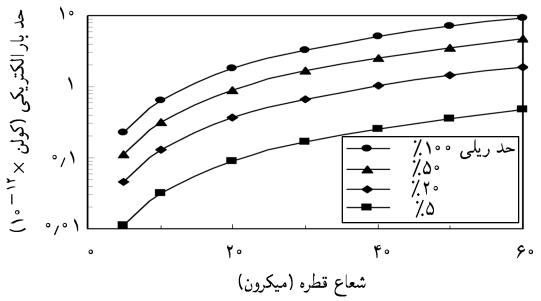
$$q_d = \beta q_R \quad ; ۰ < \beta < ۱ \qquad (۲۲)$$

تغییرات بار الکتریکی برحسب شعاع قطره به‌ازای درصدهای مختلفی از حد ریلی و برای مایع آب ($\sigma_d = ۰/۷۳\ Nm^{-۱}$) در شکل ۳ نشان داده شده است. مطابق این شکل، بار الکتریکی قطره در شعاع‌های کوچک‌تر از تغییر بیشتری برخوردار است، که میزان این تغییرات با افزایش شعاع کاهش می‌یابد. این موضوع بیان‌گر شیب نزولی q_R نسبت به r_d است که از تناسب $\frac{dq_R}{dr}$ با $r_d^{۰/۵}$ (با توجه به رابطه‌ی ۲۱) ناشی می‌شود. بدین‌ترتیب با تعیین بار الکتریکی قطره از رابطه‌ی ۲۱، و معلوم بودن غلظت اولیه‌ی افشانه ($n_۱$) می‌توان تغییر تدریجی غلظت (رابطه‌ی ۱۸) و نشست نسبی (رابطه‌ی ۱۹) را تعیین کرد.

شاخص ارزیابی مدل

برای ارزیابی مدل ارائه شده باید نتایج حاصل از آن را با نتایج حاصل از روشی دیگر مقایسه کرد. بدین منظور می‌توان با استفاده از معادله‌ی پواسون و از طریق تعیین مستقیم میدان الکتریکی به محاسبه‌ی میدان غلظت و نشست قطرات در استوانه‌ی مفروض (شکل ۲) پرداخت. فرمول‌بندی مدل (چنان که اشاره شد) برای یک استوانه‌ی با طول زیاد، و بدون در نظرگرفتن تأثیر دو سطح انتهایی بر نشست قطرات باردار صورت گرفت. در اینجا با فرض طول محدود برای استوانه، و در حالت تقارن محوری می‌توان معادله‌ی پواسون را در مختصات استوانه‌یی و به‌صورت معادله‌ی ۲۳ نوشت:[۱۹]

$$\frac{۱}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial V}{\partial r}\right) + \frac{\partial^۲ V}{\partial V^۲} = -\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = -\frac{\rho_s}{\varepsilon_۰} \qquad (۲۳)$$



شکل ۳. تغییر بار الکتریکی برحسب شعاع قطره (آب) به‌ازای درصدهای مختلفی از حد ریلی.

این معادله باید بر روی استوانه‌ی شکل ۲ تحت شرایط مرزی زیر حل شود:

$$\begin{cases} \frac{\partial V(0,z)}{\partial r} = 0 & ; \quad V(R,z) = 0 \\ V(r,-L) = 0 & ; \quad V(r,+L) = 0 \end{cases} \qquad (۲۴)$$

با استفاده از روش جدا کردن متغیرها و ضمن بهره‌گیری از بسط فوریه-بسل، و سپس اِعمال شرایط مرزی رابطه‌ی ۲۴، پاسخ معادله‌ی ۲۳ چنین به‌دست می‌آید:

$$V(r,z) = \frac{\rho_s}{4\varepsilon} R^2 \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] - \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{\rho_s}{\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} C_1 \frac{\cosh(\lambda_n z)}{\lambda_n^2 \cosh(\lambda_n L)} J_o(\lambda_n r) \qquad (۲۵)$$

که در آن λ_n مقدار مشخصه‌یی[15] است که از محاسبه‌ی ریشه‌های معادله‌ی $J_o(\lambda_n R) = 0$ به‌دست می‌آید و C_1 برابر است با:

$$C_1 = \frac{J_2(\lambda_n R)}{\left[\left(\frac{J_{-1}(\lambda_n R) - J_1(\lambda_n R)}{2}\right)^2 + J_o^2(\lambda_n R)\right]} \qquad (۲۶)$$

با توجه به معادله‌ی ۲۳ و ارتباط میان $\vec{E}$ و V (برابری گرادیان ولتاژ با واگرایی میدان الکتریکی) می‌توان مؤلفه‌های میدان الکتریکی را با مشتق‌گیری از توزیع ولتاژ (رابطه‌ی ۲۵) مطابق رابطه‌های ۲۷ و ۲۸ به‌دست آورد:

$$E_r = \frac{\rho_s}{2\varepsilon} \left(\begin{array}{l} r - \sum_{n=1}^{\infty} C_1 \frac{\cosh(\lambda_n z)}{\lambda_n \cosh(\lambda_n L)} \cdot \rightarrow \\ \rightarrow \left[J_{-1}(\lambda_n r) - J_1(\lambda_n r)\right] \end{array} \right) \qquad (۲۷)$$

$$E_z = \frac{\rho_s}{\varepsilon} \sum_{n=1}^{\infty} C_1 \frac{\sinh(\lambda_n z)}{\lambda_n \sinh(\lambda_n L)} J_o(\lambda_n r) \qquad (۲۸)$$

با معلوم بودن مؤلفه‌های میدان الکتریکی می‌توان جریان الکتریکی ناشی از این میدان را با توجه به رابطه‌ی ۸ بر روی سطوح جانبی (A_R) و انتهایی (A_L) استوانه محاسبه کرد، یعنی:

$$I = n q_d \kappa_d \left(\int_{A_R} E_R dA_R + 2 \int_{A_L} E_L dA_L \right) \qquad (۲۹)$$

جریان الکتریکی در سطح کل استوانه با استفاده از رابطه‌های ۲۷ و ۲۸ در رابطه‌ی اخیر چنین حاصل می‌شود:

$$I = (C_2 + C_3) q^2 \qquad (۳۰)$$

که در آن،

$$C_2 = \frac{2R\kappa_d}{\varepsilon v_1^2} \left(\begin{array}{l} \frac{L}{2} - \rightarrow \\ \rightarrow \pi \sum_{n=1}^{\infty} C_1 \frac{\sinh(\lambda_n L)}{\lambda_n \cosh(\lambda_n L)} \cdot \rightarrow \\ \rightarrow \left[J_{-1}(\lambda_n R) - J_1(\lambda_n R)\right] \end{array} \right) \qquad (۳۱)$$

$$C_3 = \frac{4\pi\kappa_d}{\varepsilon v_1^2} \sum C_1 \frac{\sinh(\lambda_n L)}{\lambda_n^2 \cosh(\lambda_n L)} J_1(\lambda_n R) \qquad (۳۲)$$

حال با استفاده از رابطه‌ی ۳۰ در تعریف جریان الکتریکی (رابطه‌ی ۱۵) می‌توان تغییر تدریجی بار الکتریکی کل را به دست آورد، یعنی:

$$q = \frac{1}{\frac{1}{n_1 q_d v_1} + (C_2 + C_3) t} \qquad (۳۳)$$

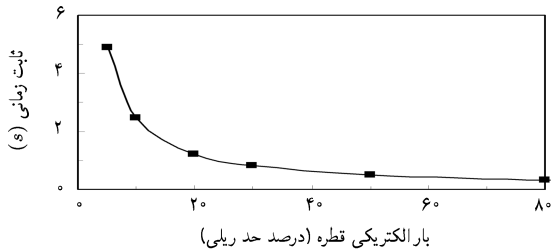
تغییرات زمانی بار الکتریکی کل موجود در استوانه مطابق رابطه‌ی ۳۳، محاسبه‌ی مقدار بار الکتریکی انتقال یافته به سطوح استوانه را از طریق انتخاب گام زمانی ممکن می‌سازد. بدین ترتیب با تعیین کاهش بار الکتریکی کل در استوانه طی یک گام زمانی معین، می‌توان تعداد قطرات باردار را که بر روی سطوح استوانه نشسته است محاسبه کرد. ایجاد ارتباط میان کاهش تعداد قطرات با غلظت اولیه‌ی افشانه (به‌عنوان شرط اولیه‌ی معلوم)، علاوه بر محاسبه‌ی نرخ کاهش غلظت افشانه امکان تعیین نرخ نشست قطرات میسر می‌شود.

اگر چه میدان الکتریکی از طریق معادله‌ی پواسون در حالت دائمی (مستقل از زمان) تعیین می‌شود، ضروری است که با تعیین تغییرات تدریجی بار الکتریکی و انتخاب گام زمانی جدید عبارت اصلی در آن معادله مجدداً محاسبه شود. به‌عبارت دیگر، تغییر غلظت افشانه نسبت به زمان (مستتر در ρ_s) موجب تغییر لحظه‌یی توزیع پتانسیل و میدان الکتریکی می‌شود که به تغییر جریان و بار الکتریکی کل برحسب زمان می‌انجامد. لذا حل مجدد معادله‌ی پواسون در هرگام زمانی برای تعیین توزیع ولتاژ و میدان الکتریکی در آن گام اجتناب‌ناپذیر است.

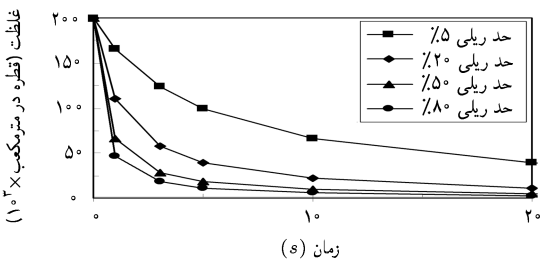
نتایج و بحث

برای بررسی فیزیکی مدل ریاضی ارائه شده و دست‌یابی به نتایج کمی، رفتار الکتروهیدرودینامیکی افشانه تحت تأثیر مجموعه‌یی از پارامترهای متغیر مورد مطالعه قرار می‌گیرد. با استفاده از روابط ریاضی حاصله، بار الکتریکی قطره برحسب درصدی از حد ریلی (رابطه‌ی ۲۱)، غلظت اولیه‌ی قطرات باردار (n_1) و اندازه‌ی (شعاع) قطره (r_d) به‌عنوان پارامترهای متغیر انتخاب می‌شوند. رفتار افشانه نیز در قالب ثابت زمانی نشست (رابطه‌ی ۲۰) و تغییرات تدریجی غلظت (رابطه‌ی ۱۸) و نشست نسبی افشانه (رابطه‌ی ۱۹) مورد بررسی قرار می‌گیرد. بر این اساس، نتایج حاصل از مدل‌سازی تحلیلی برای پاشش قطرات باردار در شکل‌های ۴ الی ۱۲ ارائه شده‌اند.

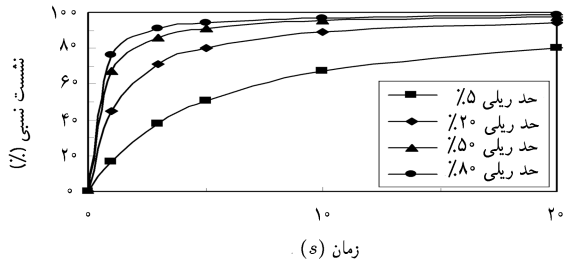
تأثیر بار الکتریکی قطره بر رفتار افشانه در شکل‌های ۴ تا ۶ مشاهده می‌شود. مطابق شکل ۴، افزایش بار الکتریکی قطره (مستتر در درصد حد ریلی) موجب کاهش ثابت زمانی نشست می‌شود. این پدیده‌ی فیزیکی را می‌توان با استناد به قانون کولن مبنی بر وابستگی



شکل ۴. تغییر ثابت زمانی نشست برحسب بار الکتریکی قطره به‌ازای $r_d = ۲۰\,\mu m$ و $۲ \times ۱۰^۵ drops/m^۳$.



شکل ۵. تأثیر حد بارالکتریکی ریلی بر تغییر تدریجی غلظت افشانه به‌ازای $r_d = ۲۰\,\mu m$ و $۲ \times ۱۰^۵ drops/m^۳$.



شکل ۶. تأثیر حد ریلی بر تغییر تدریجی نشست نسبی افشانه به‌ازای $r_d = ۲۰\,\mu m$ و $۲ \times ۱۰^۵ drops/m^۳$.

مستقیم نیروی رانش میان قطرات باردار به مقدار بار الکتریکی هر قطره توصیف کرد. بدین ترتیب که افزایش بار الکتریکی موجب تقویت نیروی رانش میان قطرات شده و بر انبساط افشانه می‌افزاید. افزایش بار الکتریکی نیز اختلاف پتانسیل الکتریکی بالاتری را میان پاشش قطرات و سطح جسم ایجاد می‌کند. این دو عامل، یعنی انبساط و اختلاف پتانسیل بالاتر، میدان و نیروی الکتریکی قوی‌تری را میان جسم و افشانه ایجاد می‌کنند. نتیجه‌ی این موضوع در افزایش شتاب قطرات در حرکت به سوی هدف بروز می‌یابد که مترادف با افزایش نشست قطرات بر روی جسم در فاصله‌ی زمانی کوتاه‌تر است.

در شکل‌های ۵ و ۶ تأثیر بار الکتریکی قطرات بر تغییرات زمانی غلظت و نشست نسبی مشاهده می‌شود. شکل‌های ۵ و ۶ نشان می‌دهند که افزایش بارالکتریکی افشانه به ازدیاد شیب تغییرات غلظت و نشست افشانه می‌انجامد. این موضوع حاکی از انبساط بیشتر افشانه در اثر رانش بیشتر قطرات باردار است که موجب افزایش نرخ شار قطرات عبوری از مرز حجم کنترل (سطح استوانه) می‌شود. نتیجه‌ی این امر در افزایش نرخ نشست قطرات بر روی سطح جسم (منطبق بر سطح کنترل) ظاهر می‌شود که براساس نمودارهای شکل ۶، نشست قطرات باردار الکتریکی را سریع‌تر می‌کند.

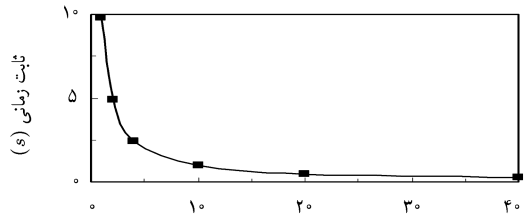
نقش غلظت اولیه‌ی قطرات باردار افشانه در شکل‌های ۷ تا ۹ نشان داده شده است. در شکل ۷ مشاهده می‌شود که افزایش غلظت حجمی، تحت بار الکتریکی و شعاع یکسان قطرات، به کاهش ثابت زمانی نشست منجر می‌شود دلیل این کاهش را می‌توان در ازدیاد بار الکتریکی افشانه یافت که خود نتیجه‌ی افزایش تعداد قطرات موجود در واحد حجم است.

در این حالت، بار الکتریکی بیشتر با تقویت رانش الکتریکی قطرات باعث تشدید شتاب‌گیری و خروج سریع‌تر قطرات از حجم معیار اولیه می‌شود. تسریع در حرکت و خروج قطرات نیز به‌معنای کاهش بازه زمانی نشست است که در شکل ۷ و نیز در روند نزولی ثابت زمانی نسبت به غلظت انعکاس یافته است. حرکت سریع‌تر قطرات در خروج از افشانه توأم با بازه کوتاه‌تر نشست است، و نیز نرخ بالاتری را برای کاهش غلظت لحظه‌یی افشانه و افزایش نشست نسبی (شکل‌های ۸ و ۹) فراهم می‌سازد.

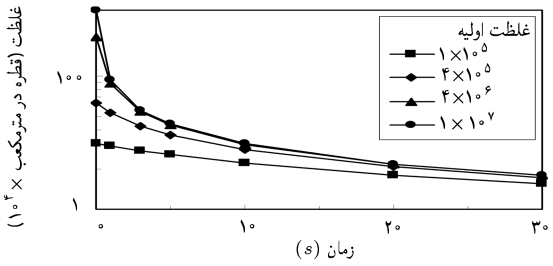
شکل‌های ۱۰ تا ۱۲ تأثیر اندازه‌ی قطرات باردار را بر نشست افشانه نشان می‌دهند. براساس این شکل‌ها پاشش قطراتی با شعاع بزرگ‌تر، ضمن کاهش ثابت زمانی نشست و افزایش نرخ تغییرات غلظت و درصد نسبی نشست، تأثیراتی همچون تأثیرات بار الکتریکی و غلظت اولیه بر رفتار افشانه دارند. این تأثیر ناشی از تناسب مستقیم بار الکتریکی قطره با شعاع آن است (رابطه‌ی ۲۱) که با درشت‌تر شدن قطرات موجب تجمع بار الکتریکی بیشتر در افشانه می‌شود.

لذا با افزایش شعاع قطرات، به‌ازای غلظت اولیه و درصد ریلی ثابت، امکان تقویت نیروی رانش الکترواستاتیکی درون افشانه برای شتاب‌دهی بیشتر به قطرات فراهم می‌شود. درنتیجه همانند آنچه که درمورد تأثیر بار الکتریکی و غلظت اولیه بیان شد، وجود قطرات بزرگ‌تر در افشانه نیز سبب انبساط و خروج سریع‌تر قطرات از حجم معیار می‌شوند. بازتاب این تأثیر را می‌توان درکاهش ثابت زمانی (شکل ۱۰)، و افزایش نرخ تغییرات غلظت لحظه‌یی (شکل ۱۱) و نیز نشست نسبی (شکل ۱۲) مشاهده کرد.

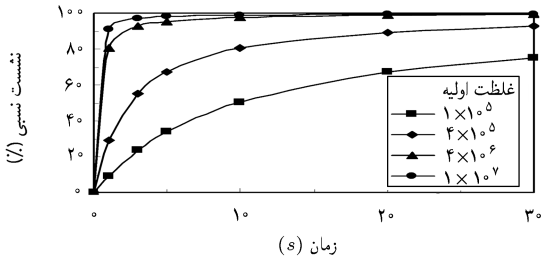
شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نشان‌گر تغییرات تدریجی غلظت و نشست قطرات، براساس مدل پیشنهادی در مقایسه با روش مستقیم (معادله‌ی پواسون) هستند. نتایج حاکی از توانایی مدل برای پیش‌بینی مقادیر و روند تغییرات پارامترهای مربوطه است. تفاوت کمّی میان نتایج حاصل از مدل و روش مستقیم را می‌توان ناشی از تأثیر سطوح انتهایی استوانه دانست. در مدل پیشنهادی از تأثیر سطوح انتهایی استوانه بر نشست



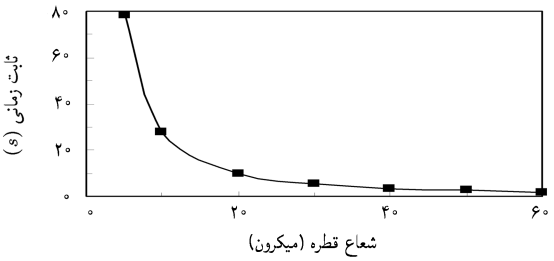
شکل ۷. تغییر ثابت زمانی نشست برحسب غلظت اولیه به‌ازای $r_d = 20\,\mu m$ و ۵٪ حد ریلی.



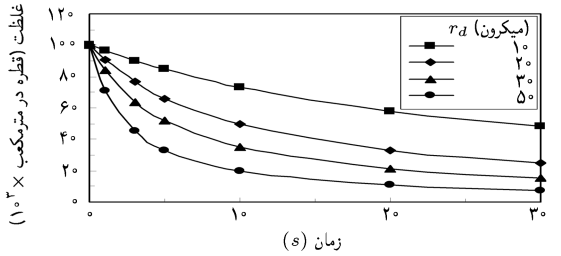
شکل ۸. تأثیر غلظت اولیه بر تغییر تدریجی غلظت افشانه به‌ازای $r_d = 20\,\mu m$ و ۵٪ حد ریلی.



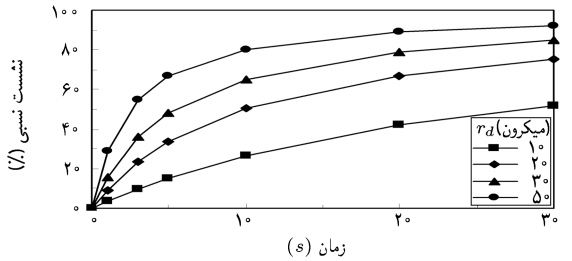
شکل ۹. تأثیر غلظت اولیه بر تغییر تدریجی نشست نسبی افشانه به‌ازای $r_d = 20\,\mu m$ و ۵٪ حد ریلی.



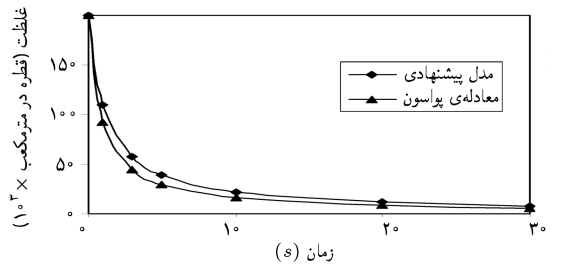
شکل ۱۰. تغییر ثابت زمانی نشست برحسب شعاع قطره به‌ازای ۵٪ حد ریلی و $2\times10^5 drops/m^3$.



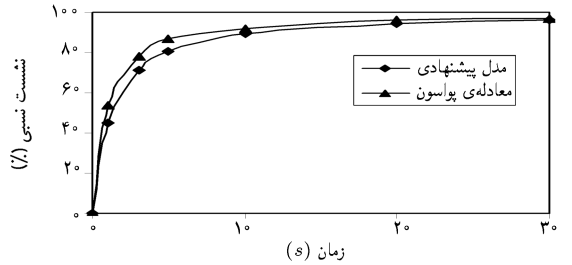
شکل ۱۱. تأثیر شعاع قطره بر تغییر تدریجی غلظت افشانه به‌ازای ۵٪ حد ریلی و $2\times10^5 drops/m^3$.



شکل ۱۲. تأثیر شعاع قطره بر تغییر تدریجی نشست نسبی افشانه به‌ازای ۵٪ حد ریلی و $2\times10^5 drops/m^3$.



شکل ۱۳. تغییر تدریجی غلظت افشانه به‌ازای ۲۰٪ حد ریلی و $r_d = 20\,\mu m$ براساس مدل پیشنهادی و معادله‌ی پواسون.



شکل ۱۴. تغییر تدریجی نشست نسبی به‌ازای ۲۰٪ حد ریلی و $r_d = 20\,\mu m$ براساس مدل پیشنهادی و معادله‌ی پواسون.

قطرات اغماض شده است، در حالی که در روش مستقیم این سطوح علاوه بر سطح جانبی استوانه به‌عنوان مکانی برای نشست قطرات در نظرگرفته شده‌اند. علاوه بر سازگاری مناسب میان نتایج مدل و روش مستقیم، زمان اجرای محاسبات برای مدل معادل کسری از ثانیه، و برای روش مستقیم برابر با ۸۸۸٫۲ ثانیه (۱۴٫۶۲ دقیقه) محاسبه شده است.

این تفاوت زیاد ناشی از ضرورت تکرار حل کامل معادله‌ی پواسون طی هر گام زمانی در روش مستقیم است. این در حالی است که روابط غلظت و نشست در مدل ارائه شده فاقد پیچیدگی ناشی از حل یک معادله‌ی دیفرانسیل جزیی، همانند معادله‌ی پواسون، هستند (به ضرایب و توابع موجود در رابطه‌های ۲۵ تا ۳۳ دقت شود).

نتیجه‌گیری

مدلی تحلیلی به‌همراه فرمول‌بندی ریاضی برای انبساط و نشست قطرات افشانه حامل بار الکتریکی ارائه شد. این مدل مبتنی بر تمایز میان دو حجم معیار برای افشانه، یکی قبل (اولیه) و دیگری پس از انبساط (ثانویه) است. حضور افشانه در درون یک جسم با پتانسیل الکتریکی صفر را می‌توان با انطباق سطح معیار ثانویه بر سطح جسم و هم‌سنگ با نشست قطرات خروجی از حجم معیار اولیه بر روی سطح جسم در نظر گرفت.

ارزیابی جرم قطرات افشانه در حجم معیار اولیه (قبل و بعد از انبساط) دست‌یابی به رابطه‌یی عمومی (مستقل از هندسه) را برای نشست نسبی قطرات برحسب غلظت‌های اولیه و لحظه‌یی میسر می‌سازد. استفاده از قانون گوس نیز تعیین میدان الکتریکی ایجاد شده میان افشانه‌ی باردار و هدف (جسم)، و پیرو آن، توزیع زمانی غلظت را ارائه می‌دهد. بهره‌گیری از این توزیع زمانی در رابطه‌ی نشست به تشکیل یک عبارت ریاضی برای تغییرات زمانی نشست برحسب بار الکتریکی، غلظت اولیه و اندازه‌ی قطرات منتهی می‌شود. در این عبارت ریاضی، معکوس ضریب متغیر زمان معیاری است برای ارزیابی زمانی نشست، که همانند یک ثابت زمانی برای فرایند نشست عمل می‌کند. مقدار این ثابت زمانی، برای جسمی با هندسه‌ی استوانه‌یی، بیان‌گر مدت زمان لازم برای نشست نیمی (۵۰٪) از جرم قطرات افشانه بر روی هدف است.

نتایج کمّی حاصل از مدل تحلیلی نشان می‌دهند که افزایش بار الکتریکی، غلظت اولیه و اندازه‌ی قطرات تأثیری مثبت بر فرایند نشست دارند. نقش این تأثیر مثبت درکاهش ثابت زمانی نشست ظاهر می‌شود که مؤید نشست قطرات بر روی هدف در فاصله‌ی زمانی کوتاه‌تر است. با این حال تأثیر مثبت غلظت اولیه و اندازه‌ی قطرات را می‌توان ناشی از تناسب این دو کمیت با بار الکتریکی دانست که به‌طور غیرمستقیم به تقویت نشست منجر می‌شود.

ارزیابی مدل ارائه شده در مقایسه با حل تحلیلی موضوع به روش مستقیم و با استفاده از معادله‌ی پواسون مؤید قابلیت مدل در پیش‌بینی روند و مقادیر تغییر غلظت و نشست است. کاهش بسیار زیاد زمان محاسبات مزیت دیگری است که مدل پیشنهادی در مقایسه با روش مستقیم به نمایش می‌گذارد. اهمیت عملی این نتایج را می‌توان در مزیت استفاده از افشانه‌ی باردار در کاربردهای متنوعی همچون احتراق و پوشش‌دهی سطوح دنبال کرد، زیرا انبساط و نشست سریع مانع از بادزدگی یا هوابردگی[16] جرم افشانه می‌شود که علاوه بر کاهش اتلاف ماده، بهبود فرایند اصلی و جلوگیری از آلودگی محیط زیست، صرفه‌جویی اقتصادی قابل توجهی را نیز به‌همراه خواهد داشت.

پانوشت

1. charged droplets
2. deposition
3. atomization
4. Poisson's equation
5. continuum phase
6. discrete phase
7. Gauss law
8. time constant
9. ionic mobility
10. atomizer
11. drop coalescence
12. monodisperse
13. permittivity
14. Rayleigh charge limit
15. characteristic value
16. drift

منابع

1. Grace, J.M. and Marijnissen, J.C.M., "A review of liquid atomization by electrical means", *J. Aerosol Science,* **25**(6), pp. 1005-1019 (1994).
2. Leeuwenburgh, S.C., Wolke, J.G., Schoonman, J. and Jansen, J.A., "Influence of precursor solution parameters on chemical properties of calcium phosphate coatings using electrostatic spray deposition", *Biomaterials,* **25**(4), pp. 641-649 (2004).
3. Schmitt, C. and Lebienvenu, M., "Electrostatic painting of conductive composite materials", *J. Materials Processing Technology,* **134**(3), pp. 303-309 (2003).
4. Kirk, I.W., Hoffman, W.C. and Carlton, J.B., "Aerial electrostatic spray system performance", *Trans. ASAE,* **44**(5), pp. 1089-1092 (2002).
5. Kelly, A.J. and Awa, R.K., "Electrostatic atomization boosts combustion efficiency", *Aerospace America,* **36**(2), pp. 22-23 (1998).
6. Elmoursi, A.A., "Laplacian fields of bell-type electrostatic painting systems", *IEEE Trans.* Industrial Applications, **25**(2), pp. 234-240 (1989).
7. Grace, J.M. and Dunn, P.F., "Droplet motion in an electrohydrodynamic fine spray", *Proc.*

ICLASS Conf., Rouen, France, pp. 1002-1009 (1994).

8. Djuric, Z., Balachandran, W. and Wilson, C.W., "Electrical field and space charge modelling in a viscous fluid flow in a nozzle", *J. Physics, D: Applied Physics,* **31**, pp. 2132-2144 (1998).
9. Shrimpton, J.S., "Pulsed charged sprays: application to DISI engines during early injection", *Int. J. for Numerical Methods in Engng.,* **58**(3), pp.513-536 (2003).
10. Bottner, C.U. and Sommerfeld, M., "Euler/lagrange calculations of particle motion in turbulent flow coupled with electric field", *Proc. ECCOMAS CFD2001,* Swansea, UK, CFD in Multiphase Flow, Paper 6 (2001).
11. Jahannama, M.R., Watkins, A.P. and Yule, A.J., "Examination of electrostatically charged sprays for agricultural spraying applications", *Proc. ILASS Conf.,* Toulouse, France, Spraying Applications, Paper XI (1999).
12. Jahannama, M.R., Watkins, A.P. and Yule, A.J., "Numerical modeling of inductively charged sprays", *Proc. ICLASS Conf.,* Pasadena, CA, USA, pp. 720-727 (2000).
13. Jahannama, M.R., Watkins, A.P. and Yule, A.J., "Electrostatic effects on agricultural air-assisted sprays and deposition: part II: a computational study", *Atomization and Sprays,* pp. 629-660 (2005).
14. Jahannama, M.R., Watkins, A.P. and Yule, A.J., "Hydrodynamic characterization of electrostatically-induced conductive sprays: an experimental analysis", *Proc. ILASS-Europe,* Darmstadt, Germany, pp. II.3.1-II3.6 (2000).
15. Tobazeon, R., "Electrical phenomena of dielectric materials", *Handbook of Electrostatic Processes,* J.S. Chang, A.J. Kelly and J.M. Crowley (eds.), pp. 51-82 (1995).
16. Jonassen, N., *Electrostatics,* Chapman & Hall, New York, p. 7 (1998).
17. Gemci, T., Hitron, R. and Chigier, N., "Measuring charge-to-mass ratio of individual droplets using phase doppler interferometry", *Proc. 18th ILASS-Americas Conf.,* Madison, USA, pp. 241-245 (2002).
18. Shrimpton, J.S. and Yule, A.J., "Characterisation of charged hydrocarbon sprays for application in combustion systems", *Experiments in Fluids,* **26**(5), pp. 460-469 (1999).
19. Cross, J., "Electrostatics: principles, problems and applications", Adam Higler, Bristol, p. 433 (1988).