

تبیین خمیدگی محور و نامیزانی در ماشین‌های دوار با استفاده از آنالیز ارتعاشات

مهدی بهزاد (استاد یار)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

مسعود آسایش (کارشناس ارشد)

گروه پژوهشی مکانیک، پژوهشکده‌ی تولید پژوهشگاه نیرو

در این نوشتار رفتار دینامیکی محورهای خمیده که دارای نامیزانی اولیه‌اند، مورد مطالعه قرار گرفته است. به منظور محاسبه‌ی پاسخ یک محور خمیده به مقادیر مختلف نامیزانی در موقعیت‌های مختلف زاویه‌یی و طولی، از روش اجزاء محدود استفاده شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که رفتار ارتعاشی یک محور خمیده نامیزان، کاملاً با محور راست نامیزان متفاوت است. این تفاوت در رفتار، به متغیرهای مختلفی چون زاویه‌ی بین بردار خمیدگی و بردار نامیزانی، نوع و محل تکیه‌گاه، تعداد دیسک‌ها و محل آنها و قطر محور بستگی دارد. نتایج به دست آمده که در نمودارهای متعدد نشان داده شده‌اند، کمک قابل توجهی به عیب‌یابی ماشین به کمک آنالیز ارتعاشات خواهد کرد.

مقدمه

اهمیت استفاده از ارتعاشات در عیب‌یابی افزوده است.

به‌طور عمده روش‌های تعمیر و نگهداری بر پایه‌ی یکی از سه روش ذیل بنا نهاده شده‌اند:

۱. نگاه‌داری پیشگیرانه با توجه به شرایط^۱؛
۲. نگاه‌داری پیشگیرانه‌ی سیستماتیک^۲؛
۳. نگاه‌داری پیش‌بینانه^۳.

تجربه و آمارگیری در صنایع مختلف نشان داده است که با نگاه‌داری پیش‌بینانه می‌توان هزینه‌های تعمیر و نگهداری را به میزان قابل توجهی کاهش داد. در این پروژه‌ی تحقیقاتی علائم ارتعاشی ناشی از نامیزانی، عدم هم‌محوری و خمیدگی مورد بحث قرار می‌گیرند. در ادامه تاریخچه‌ی فعالیت‌های انجام شده در این زمینه در سه قسمت مجزا آمده است:

نامیزانی محورهای دوار

نامیزانی ناشی از عدم تطابق محور اینرسی و محور تقارن در ماشین‌های دوار است. در همه‌ی ماشین‌های دوار نامیزانی اولیه وجود دارد و مقدار مجاز آن را غالباً استانداردها و توصیه‌های شرکت سازنده تعیین می‌کند. نامیزانی به دو دسته‌ی اصلی استاتیکی و دینامیکی تقسیم می‌شود.

اولین مطالعات پیرامون نامیزانی را *Lund* و *Orcutt* انجام دادند^[۲] که در آن پاسخ یک محور انعطاف‌پذیر ناشی از نامیزانی محاسبه شد.

اهداف عیب‌یابی در ماشین‌ها به کمک آنالیز ارتعاشات کاملاً تغییر یافته است. در گذشته منظور از این بحث، ایمن‌سازی ماشین در مقابل خرابی‌های مهم بوده است. با افزایش دامنه‌ی ارتعاشات زنگ خطر به صدا درمی‌آید و ماشین متوقف می‌شود. امروزه نه تنها ایمن‌سازی ماشین، بلکه پیش‌بینی عیب آن جزء اهداف آنالیز ارتعاشات است. در صورت تشخیص صحیح و به‌موقع عیب اولاً می‌توان زمان مناسب برای تعمیرات را از پیش تعیین کرد، که در این صورت خسارت ناشی از عدم تولید به حداقل می‌رسد. ثانیاً از وقوع خرابی ناگهانی و خسارات ناشی از آن می‌توان جلوگیری کرد. ثالثاً زمان کافی برای تهیه و تدارک قطعات، ماشین‌آلات و کارگاه مورد نیاز و نیز نیروی انسانی ماهر وجود خواهد داشت. همدی این عوامل باعث کاهش هزینه‌های تعمیرات و نگاه‌داری می‌شوند. عیب‌یابی ماشین‌ها یک فرضیه نیست، بلکه نتیجه‌ی منطقی است که از تحلیل رفتار مشاهده شده به دست می‌آید.^[۱]

عیب‌یابی را می‌توان به کمک تاریخچه‌ی کارکرد ماشین، تجزیه و تحلیل فشار، درجه حرارت، صدا و ارتعاش و دیگر موارد انجام داد. پیشرفت در ساخت وسایل اندازه‌گیری ارتعاشات و نیز تحلیل‌گرهای متنوع، منجر به «استفاده از ارتعاشات برای تعیین وضعیت ماشین‌های دوار»، به‌عنوان روشی متداول و کارآمد شده است. همچنین پایداری کمیت‌های ارتعاشی در قیاس با متغیرهای فشار و درجه حرارت بر

محور قرار داده می‌شوند. محور به صورت المان‌های تیر با دو گره مدل می‌شود و هر گره محور دارای چهار درجه‌ی آزادی است - دو درجه در جهت چرخش و دو درجه‌ی دیگر در جهت انتقالی است.

دیسک‌ها در این مطالعه صلب فرض شده‌اند و درجات آزادی مشابهی با گره تعریف شده در بالا دارند. مدل یاتاقان‌ها خطی انعطاف پذیر و میرا فرض شده‌اند. معادله‌ی حرکت کلی سیستم عبارت است از: [۸]

$$[M_T + M_R]^s \ddot{q} + [C]^s \dot{q} + [k]^s q = \{Q(t)\} \quad (1)$$

در این معادله M_T و M_R ماتریس‌های چرخش و انتقال برای محورند، و Q نیروی خارجی وارد بر سیستم است. با فرض این که محور دارای خمیدگی اولیه (δ_r) و نامیزانی باشد و زاویه‌ی بین بردار نامیزانی و خمیدگی نیز ϕ_r باشد، مؤلفه‌های Q عبارتند از:

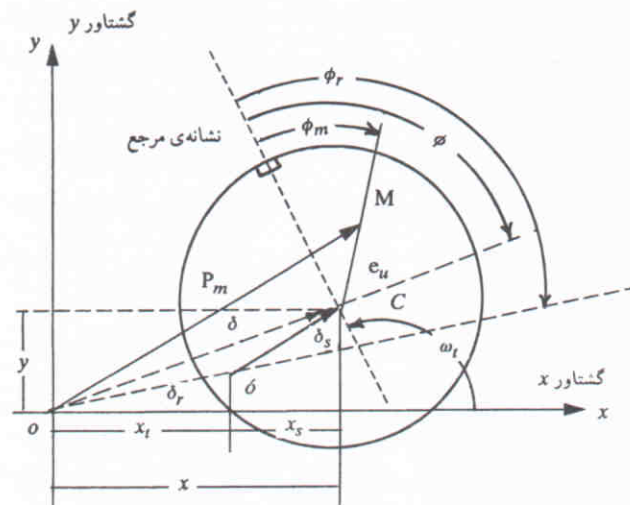
$$\begin{aligned} F_x &= k\delta_r \cos(\omega t - \phi_r) + mr \omega^2 \cos(\omega t) \\ F_y &= k\delta_r \sin(\omega t - \phi_r) + mr \omega^2 \sin(\omega t) \\ F_{\theta x} &= k\theta \delta_r \cos(\omega t - \phi_r) \\ F_{\theta y} &= k\theta \delta_r \sin(\omega t - \phi_r) \end{aligned} \quad (2)$$

در معادلات فوق F_x, F_y نیروهای در امتداد محورهای x و y و $F_{\theta x}$ و $F_{\theta y}$ به ترتیب گشتاورهای حول محورهای x و y یاند و از اثر گشتاورهای ژيروسکوپی به علت کوچک بودن صرف نظر شده است. [۷] شکل ۱ نشان‌دهنده‌ی دستگاه محور مختصات و متغیرهاست.

حل معادلات به دست آمده

به منظور حل معادلات به دست آمده می‌توان نیروهای ناشی از محور خمیده و نامیزان را به صورت جملات سینوسی نوشت. مثلاً:

$$F_x = (mr\omega^2 + k\delta_r \cos\phi_r) \cos(\omega t) + (k\delta_r \sin\phi_r) \sin(\omega t) = Q_c \cos \omega t + Q_s \sin \omega t \quad (3)$$



شکل ۱. دستگاه محورهای مختصات و متغیرها.

در طراحی، نتایج محاسبات آنها به منظور کاهش دامنه‌ی ارتعاشی مورد استفاده قرار گرفت. در تحلیل این محققان روش «ماتریس انتقال» به کار گرفته شد. $Gash$ نیز رفتار نامیزانی در سیستم را به کمک روش اجزاء محدود^۴ بررسی کرد. در مدل وی تأثیر میرایی ژيروسکوپی و اثرات پی (فونداسیون) بررسی شد. [۳]

$Nelson$ و $Mcvaugh$ نیز با در نظر گرفتن المان تیر برای شفت، صلب در نظر گرفتن دیسک‌ها و تعریف متغیرهای خطی میرایی و سختی در یاتاقان‌ها، رفتار سیستم را در اثر نیروی نامیزانی مورد بحث قرار دادند. [۴]

عدم هم‌محوری

نصب نادرست کولپینگ‌ها^۵ سبب بروز نیروی ناشی از خمش و گاهی نیروی اصطکاک در سیستم می‌شود. عدم هم‌محوری می‌تواند زاویه‌ی موازی باشد و تغییرات درجه حرارت و نشست پی نیز از عوامل بروز آن هستند. آخرین تحقیقات انجام شده در این زمینه توسط $Sekhar$ و $Parabhu$ صورت گرفت. [۵] آنها به کمک سوپرالمان‌ها برای مدل محور و دیسک، نیروهای ناشی از عدم هم‌محوری را به صورت مؤلفه‌هایی نشان دادند که با تغییرات دور سیستم، دامنه‌ی متناظر با مؤلفه‌ی دوم افزایش بیشتری می‌یابد.

خمیدگی محور

یکی از نمونه‌های تغییر شکل در سیستم‌های دوار «خمیدگی محور» است. حرارت غیر یکنواخت، نصب نادرست اجزاء داخلی، تماس و سایش سطوح و برخورد در یاتاقان‌ها از عوامل ایجاد آن هستند. شناسایی و رفع این عیب مانع سایر اجزاء می‌شود.

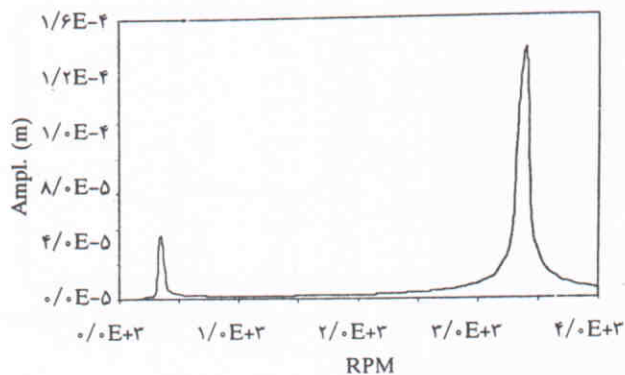
اولین گزارش موجود درباره‌ی خمیدگی در محور بر اثر تماس، سایش و حرارت ناشی از آن، مربوط به سال ۱۹۲۵ است - اگر چه هیچ‌گونه تحلیلی روی سیستم صورت نگرفت. در سال ۱۹۷۶ با استفاده از مدل جرم واحد برای تحلیل رفتار سیستم، نحوه‌ی تغییرات زاویه‌ی فاز و دامنه با سرعت سیستم در یاتاقان‌های صلب بررسی شد. [۶]

Lee و $Shiau$ مدل نسبتاً کاملی از سیستم ارائه دادند و نیروهایی را که در اثر خمیدگی بر سیستم وارد می‌شوند محاسبه کردند. تأثیر زاویه‌ی دیسک نیز در مدل آنها در نظر گرفته شد. [۷]

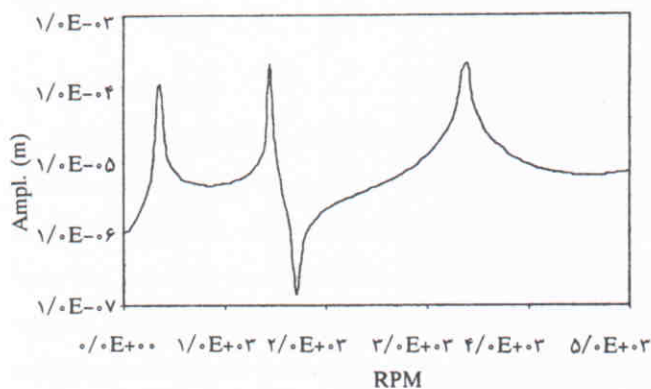
روش اجزاء محدود در محور و یاتاقان‌ها

در سیستم محور و یاتاقان معمولاً از سه جزء محور، دیسک‌های صلب و یاتاقان استفاده می‌شود که در محور جرم و سختی فنر به صورت توزیع شده در نظر گرفته می‌شود. دیسک و یاتاقان‌ها نیز در محل گره

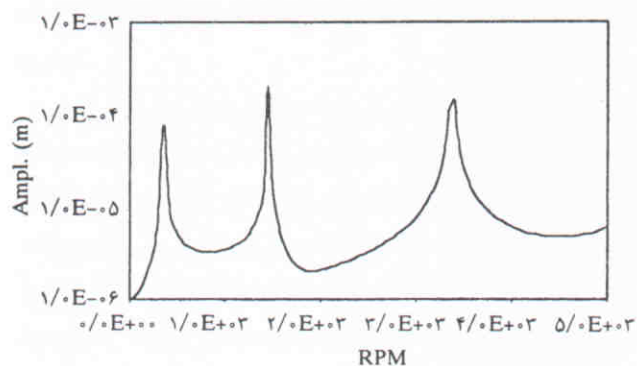
فرکانس طبیعی اول و دوم آن بیشینه (ماکزیمم) است. شکل های ۴ تا ۷ پاسخ سیستم را برای زوایای مختلف خمیدگی و نامیزانی برابر 0° , $\frac{\pi}{4}$, $\frac{2\pi}{4}$, π در گره دوم نشان می دهند. اندازهی نامیزانی در این شکل ها برابر $2 \times 10^{-2} \text{ kg.m}$ روی هر یک از دیسک هاست. همچنین خمش محور در این حالت به شکلی است که در گره های ۱ و ۶ خمیدگی برابر صفر، در گره های ۲ و ۵ برابر $5 \times 10^{-5} \text{ m}$ و در گره های ۳ و ۴ برابر $5 \times 10^{-5} \text{ m}$ است. اگرچه شکل های ۵ و ۶ مشابه به نظر می رسند، اعداد به دست آمده از محاسبات با هم تفاوت ناچیزی دارند که به لحاظ کوچکی این تفاوت



شکل ۳. پاسخ سیستم به نامیزانی در گره دوم.



شکل ۴. پاسخ کلی سیستم به خمیدگی و نامیزانی با زاویهی $\varphi_r = 0^\circ$



شکل ۵. پاسخ کلی سیستم به خمیدگی و نامیزانی با زاویهی $\varphi = 90^\circ$

اکنون می توان معادلهی حرکت سیستم را با در نظر گرفتن $M = M_T + M_R$ به شکل زیر نوشت:

$$[M]^s \ddot{q} + [C]^s \dot{q} + [k]^s q = Q_c \cos \omega t + Q_s \sin \omega t \quad (4)$$

در سرعت چرخش ثابت، با توجه به خطی بودن سیستم می توان پاسخ سیستم را به شکل نیروی اعمالی نوشت:

$$q = q_c \cos \omega t + q_s \sin \omega t \quad (5)$$

با محاسبهی مشتق اول و دوم معادلهی ۵ و جای گذاری آن در معادلهی حرکت سیستم (معادلهی ۴) پاسخ سیستم چنین حاصل می شود:

$$\begin{Bmatrix} q_c \\ q_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k - \omega^2 M & \omega C \\ -\omega C & k - \omega^2 M \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} Q_c \\ Q_s \end{Bmatrix} \quad (6)$$

از حل معادلهی ۶ می توان پاسخ سیستم را در دو جهت x و y محاسبه کرد. برای مثال پاسخ سیستم در جهت x عبارت است از:

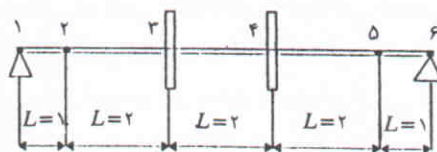
$$x = x_c \cos \omega t + x_s \sin \omega t = x \sin(\omega t + \phi_x) \quad (7)$$

که دامنه و زاویهی فاز از رابطهی زیر قابل محاسبه اند:

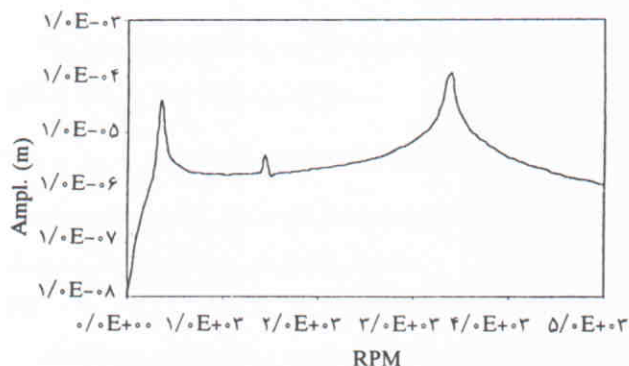
$$x_0 = \sqrt{x_c^2 + x_s^2}, \quad \phi_x = \tan^{-1} \frac{x_c}{x_s} \quad (8)$$

پاسخ یک محور خمیده و نامیزان

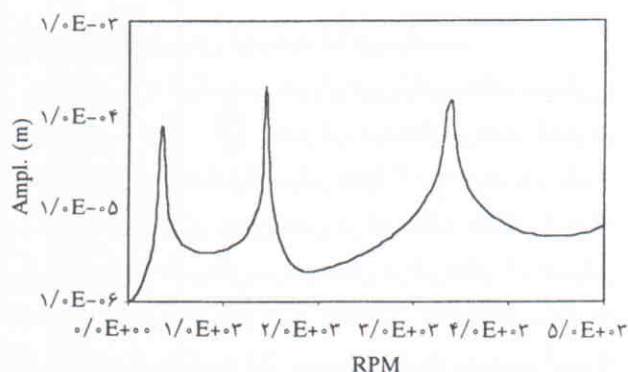
با حل معادلهی ۷ می توان پاسخ سیستم در جهت x را به دست آورد. به همین ترتیب می توان پاسخ سیستم در جهت y را نیز محاسبه کرد. شکل ۲ محوری با قطر 2.0 cm را نشان می دهد که در محاسبات مورد استفاده واقع شده است. این محور روی دو تکیه گاه صلب قرار گرفته و مطابق شکل به پنج قسمت تقسیم شده که دو دیسک به جرم 50 kg و $1/6 \text{ kg.m}^2$ و $I_p = 1/2 \text{ kg.m}^2$ روی آن قرار گرفته اند. به کمک محاسبات انجام شده و با فرض میرائی صفر، فرکانس های طبیعی اول و دوم آن در دو صفحهی تقارن محور برابر 3200 RPM و 3658 RPM است. جنس محور از فولاد استاندارد است و محل گره ها و طول المان ها بر حسب متر روی شکل نشان داده شده است. شکل ۳ نشان دهندهی پاسخ سیستم به نامیزانی در گره دوم است که



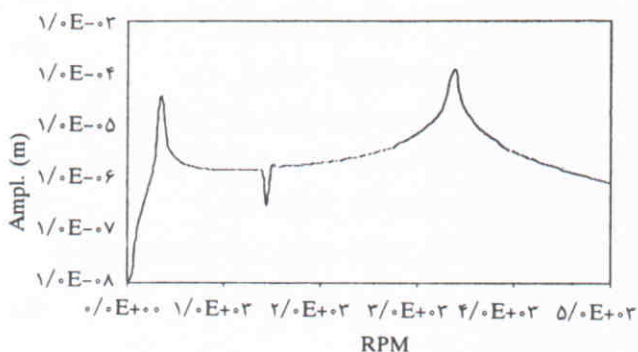
شکل ۲. سیستم محور و یاتاقان استفاده شده در محاسبات.



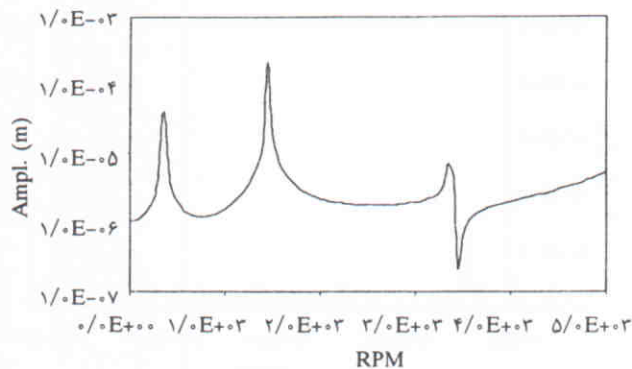
شکل ۸. پاسخ کلی سیستم به خمیدگی و نامیزانی با زاویه $\varphi_r = 0$ و $\frac{1}{100}$ میزان خمیدگی قبلی.



شکل ۶. پاسخ کلی سیستم به خمیدگی و نامیزانی با زاویه $\varphi_r = 135^\circ$



شکل ۹. پاسخ کلی سیستم به خمیدگی و نامیزانی با زاویه $\varphi_r = \pi$



شکل ۷. پاسخ کلی سیستم به خمیدگی و نامیزانی با زاویه $\varphi_r = \pi$ و $\frac{1}{100}$ میزان خمیدگی قبلی.

در این حالت خمیدگی در حوالی 150°RPM به طور قابل ملاحظه‌یی از ارتعاشات ناشی از نامیزانی می‌کاهد، اما دامنه‌ی ارتعاش مجدداً در نزدیکی تشدید دوم بالا رفته است.

نتیجه‌گیری

از روش اجزاء محدود برای بررسی رفتار ارتعاشی محور خمیده و نامیزان استفاده شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که در این حالت رفتار ارتعاشی در دامنه‌ی فرکانسی $1 \times \text{RPM}$ بیشینه است. تغییرات دامنه در دورهای مختلف به وضعیت‌های متفاوت زاویه‌ی بین بردار خمیدگی و نامیزانی بستگی دارد.

نتایج این بررسی نشان می‌دهد در حالتی که ماشین دارای عیب خمیدگی یا نامیزانی باشد، روش‌هایی برای تشخیص آن وجود دارد. اما در وضعیتی که ماشین هر دو عیب را داشته باشد مسئله مشکل‌تر است و باید به طور دقیق‌تری تجزیه و تحلیل شود.^[۹] وجود بیشینه‌های دامنه در محل‌هایی که تابعی از RPM و یا فرکانس طبیعی ماشین نیستند نیز می‌تواند ناشی از تلفیق دو عیب نامیزانی و خمیدگی باشد. منحنی‌های به دست آمده در این تحقیق راهنمای خوبی است برای حالتی که محور به طور همزمان دارای دو عیب نامیزانی و خمیدگی است.

در شکل دیده نمی‌شود.

شکل ۴ نشان می‌دهد که در دور مساوی با فرکانس‌های طبیعی، تشدید (رزونانس) رخ می‌دهد و در 150°RPM نیز وجود خمیدگی در راستای نامیزانی گذار از حالت اول به حالت دوم را به وجود آورده است. تغییر فاز 180° در پاسخ سیستم، در گذار از یک تشدید می‌تواند دلیل تغییرات دامنه در 150°RPM باشد. تشدیدها در شکل‌های ۵ و ۶ قابل مشاهده‌اند و نیز اثر تغییر زاویه‌ی خمیدگی به خوبی در بیشینه‌ی منحنی پاسخ در نزدیکی 140°RPM دیده می‌شود. در شکل ۷ با تغییر محل خمیدگی نسبت به دو شکل قبلی، تأثیر خمیدگی به خوبی در پایین آوردن مقدار دامنه در تشدید دوم دیده می‌شود.

شکل‌های ۸ و ۹ پاسخ سیستم را برای حالتی که همه‌ی مقادیر ارائه‌شده‌ی قبلی ثابت باشد ولی میزان خمیدگی همه‌ی نقاط به $\frac{1}{100}$ خمیدگی ارائه شده در بالا کاهش داده شود نشان می‌دهد. در این دو شکل زوایای بین نامیزانی و خمیدگی برابر 0 ، π رادیان است. در شکل ۸ پاسخ سیستم در 150°RPM مشابه شکل ۴ است ولی با توجه به کم شدن اثر خمیدگی، بیشینه‌ی دامنه به مراتب کوچک‌تر از شکل ۴ شده است. چنان که در شکل ۹ مشاهده می‌شود، با تغییر زاویه‌ی خمیدگی

پانوشتها

1. Conditional Preventive Maintenance
2. Systematic Preventive Maintenance
3. Predictive Maintenance
4. Finite Element
5. couplings

منابع

1. Sawyer, S. "Turbomachinery Maintenance Handbook", Sawyers Publications, 2, pp. 1-16 (1988).
2. Lund, J.W., ORCUTT, F.K. "Calculation and Experiments on the Unbalance Response of a Flexible Rotors", *Journal of Engineering for Industry*, pp. 785-795 (1976).
3. Gash. R. "Vibration of Large Turbo Rotors in Fluid-Film Bearing on an Elastic Foundation", *Journal of Sound & Vibration*, 47(1) pp. 53-73 (1976).
4. Nelson, H.D. and Mcvaugh, J.M., "The Dynamics of Rotor-Bearing System Using Finite Elements", *Journal of Engineering*

for Industry, pp. 593-599 (1976).

5. Sekhar, A.S. and Parabhu, B.S. "Effects of Coupling Misalignment on Vibrations of Rotating Machinery," *Journal of Sound and Vibration*, 185(4), pp. 655-671 (1995).
6. Nicholas, J. & Gunter, E.J. & Allaire, P.E. "Effect of Residual Shaft Bow on Unbalance Response and Balancing of a Single Mass Flexible Rotor, Part 1. *Unbalance Response*", *Journal of Engineering for Power*, pp. 171-181 (April, 1976).
7. Ting Nung Shiau, Enkuan Lee. "The Residual Shaft Bow Effect on Dynamic Response of a Simply Supported Rotor With Disk Skew and Mass Unbalance," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design*, 11, pp. 170-178 (April 1989).
8. Behzad, M. and Asayesh, M. "Finite Element Analysis of a Bent Rotor with Mass Unbalance for Machinery Diagnosis", 14th. *PSC*, pp. 143-154 (1999).

9. مهدی بهزاد، مسعود آسایش، «مشخصه‌های ارتعاشی عیوب مکانیکی در توربین‌ها»، (۱۳۷۸) دهمین سمینار تخصصی مکانیک نیروگاه‌ها، نیروگاه دز، صص. ۸۴-۷۸، ۱۳۷۸.