

مدل سازی استاتیکی تأثیر تکیه گاه های کمکی فیکسچر

بر تختی سطح حاصل از ماشین کاری

بهروز آرزو (استادیار)

محمدرضا بهزادی پور (دکتر)

دانشکده ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

در این مقاله تأثیر متغیرهای تکیه گاه کمکی فیکسچر^۱ (شامل موقعیت، صلبیت و میزان پیش بار تکیه گاه) بر روی تختی سطح حاصل از ماشین کاری به روش استاتیکی و با استفاده از دو مدل دوبعدی و سه بعدی مورد بررسی قرار می گیرد. در مدل دوبعدی قطعه کار به صورت یک تیرکشسان و بر روی دو یا سه تکیه گاه مفصلی و گیردار مدل سازی می شود؛ در مدل سه بعدی قطعه کار به صورت صلب و در تماس با شش جاساز^۲ با آرایش (۱-۲-۳) و سه رو بنده^۳، هر یک در مقابل یک سطح مبنا که جاسازها بر روی آن قرار گرفته اند و سه تکیه گاه کمکی، هر یک بر روی یک سطح مبنا، در نظر گرفته می شود. برای تأیید مدل های ارائه شده، نتایج نظری با نتایج حاصل از آزمایش های ماشین کاری مقایسه می شوند.

مقدمه

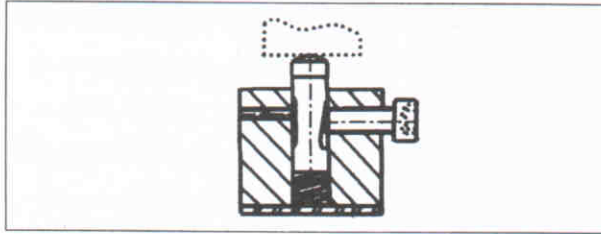
به دلیل اینکه افزایش بیش از حد تعداد جاسازها و یا مساحت سطح تماس قطعه کار با جاسازها باعث کاهش دقت و قابلیت تکرار فیکسچر می شود، در بسیاری از موارد باید از تکیه گاه های کمکی در کنار جاسازها و رو بنده ها استفاده کرد. این موارد به طور عمده به سه گروه تقسیم بندی می شوند:

۱. ضعف صلبیت قطعه کار ممکن است به گونه یی باشد که نتوان از تغییر شکل های کشسان قطعه زیر بار ماشین کاری جلوگیری کرد.
۲. بالا بودن نیروی ماشین کاری به دلیل جنس قطعه کار و یا طبیعت فرایند ماشین کاری حتی در زمان ماشین کاری پرداخت، ممکن است مستلزم تقویت ساختار گیرش قطعه کار باشد.
۳. پیچیدگی هندسی و اصولاً طرح قطعه کار از نظر سطوح مرجع ممکن است به گونه یی باشد که قطعه کار در تماس با جاسازها و رو بنده ها به تنهایی، نتواند تعادل مناسب را در مقابل نیروهای ماشین کاری داشته باشد.

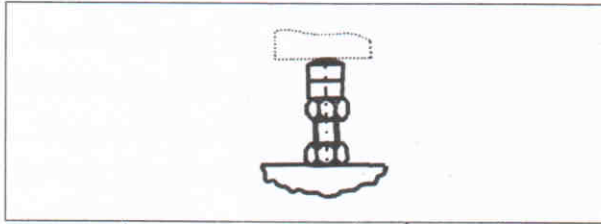
تاریخچه

در سال ۱۹۶۵ شاوکی برای اولین بار اثر صلبیت فیکسچر بر دقت ماشین کاری را با یک مدل دوبعدی ساده مورد بررسی قرار داد.^[۱] در سال ۱۹۸۷ اولین تجزیه ی المان محدود قطعه کار در تماس با جاسازها و تحت نیروی گیرش رو بنده ها توسط لی انجام شد.^[۲] در

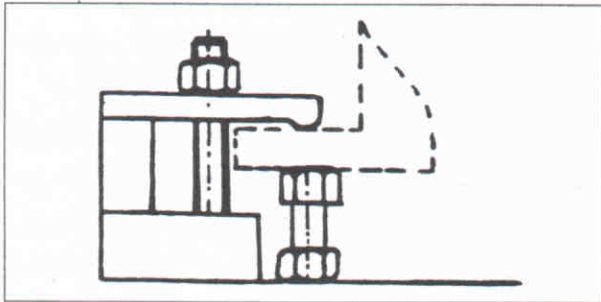
سال ۱۹۹۱ هانگ لی نگره داری قطعه کار تحت بارهای ماشین کاری توسط گیرش های اصطکاکی را مورد بررسی قرار داد.^[۳] در سال ۱۹۹۴ دیمتر روشی برای مدل سازی تماس اصطکاکی قطعه کار با جاسازهای تخت، کروی و استوانه یی ارائه کرد.^[۴] در سال ۱۹۹۵ هوکن برگر با ترتیب دادن آزمایش هایی مسئله ی جداسدن قطعه کار از جاسازها حین ماشین کاری را به عنوان یک عامل ایجاد خطای ماشین کاری مورد آزمایش قرار داد.^[۵] در سال ۱۹۹۶ کای برای طرح فیکسچر ورقه ها و پوسته ها روش ۱-۲-N را پایه گذاری کرد و روشی برای انتخاب محل ۱+۲+N جاساز به کمک روش اجزاء محدود پیشنهاد کرد.^[۶] ورقه ها و پوسته ها به دلیل صلبیت پایین، تحت وزن خود تغییر شکل کشسان می دهند و می توانند به بیش از ۳ جاساز در یک صفحه تکیه کنند، اما برای قطعاتی غیر از ورقه ها و پوسته ها در صورتی که بیش از ۳ جاساز در یک صفحه استفاده شود، امکان افزایش خطا و نامعین شدن سیستم وجود دارد و به جای جاساز از تکیه گاه کمکی استفاده می شود. در سال ۱۹۹۷ کای به روش حساب تغییرات^۴ یک روش جامع و تحلیلی برای انتخاب محل بهینه ی جاسازها ارائه کرد.^[۷] در سال ۱۹۹۹ هورتادو روشی برای تخمین نیروهای عکس العمل در یک فیکسچر ماشین کاری با آرایش ۱-۲-۳ ارائه کرد. این روش عکس العمل ها را قبل از اعمال نیروی ماشین کاری با دقت خوبی محاسبه می کرد، اما با اضافه شدن نیروی ماشین کاری دقت خود را از دست می داد.^[۸] در سال ۲۰۰۰ هایمنالی



شکل ۱. تکیه گاه کمکی متحرک به صورت پین فنری قفل کننده.



شکل ۲. تکیه گاه کمکی متحرک به صورت پیچ تنظیم.



شکل ۳. تکیه گاه کمکی کششی - فشاری.

مرزی فیکسچرها قابل استفاده نیستند. با توجه به این که این بحث بر روی تأثیر تکیه گاه کمکی متمرکز شده است، می توان گفت که به طور عمده تکیه گاه های کمکی بیشتر به دو منظور مورد استفاده قرار می گیرند:

۱. برای تقویت موضعی ضعف قطعه کار در یک دیواره ی نازک یا تقویت کل ساختار یک قطعه طویل.
۲. برای تقویت کلی و بهبود سیستم موقعیت دهی و گیرش یک قطعه کار صلب.

در حالت اول تغییر شکل های کشسان قطعه کار در دیواره ی نازک آن غیر قابل صرف نظراند، که در این حالت این دیواره ی نازک را می توان به صورت تیر دوبعدی مدل سازی کرد و بقیه ی قطعه کار و فیکسچر را نسبت به آن صلب فرض کرد. در حالت دوم می توان از کشسانی کلی قطعه صرف نظر کرد و تنها تغییر شکل های کشسان را منحصر به محل های تماس قطعه کار با اجزاء فیکسچر کرد و یک مدل سه بعدی تحلیلی برای بررسی اثر تکیه گاه کمکی ارائه داد.

مدل دو بعدی

در این مدل فرضیات زیر صورت می گیرد:

یک روش عملی برای تشخیص نقاط ضعف مجموعه قطعه کار و فیکسچر از نقطه نظر صلبیت استاتیکی و جبران این ضعف از طریق تعبیه تکیه گاه های کمکی ارائه کرد.^[۹] در نهایت در سال ۲۰۰۱ دیمیتیر برای تخمین حداقل میزان پیش بار روبنده ها در مواردی که مجموعه ی فیکسچر و قطعه کار دارای ضعف صلبیت ساختاری اند، مدلی ارائه کرد.^[۱۰] در یک جمع بندی می توان گفت مدل استاتیکی مجموعه قطعه کار و فیکسچر شامل جاسازها و روبنده ها تحت بارهای ماشین کاری از جنبه های مختلف و به روش های مختلف مورد تحلیل قرار گرفته است اما به تکیه گاه های کمکی خصوصاً به صورت تحلیلی و با توجه به متغیرهای مختلف آن توجه کافی نشده است.

تکیه گاه های کمکی

از تکیه گاه های کمکی برای جلوگیری از انحراف غیر مجاز قطعه کار حین ماشین کاری و برای کاهش بار وارده به جاسازها استفاده می کنند. حتی در بعضی از مواقع استفاده از تکیه گاه های کمکی به روبنده ها این اجازه را می دهد تا بتوانند با نیروی بیشتری تماس قطعه با جاسازها را حفظ کنند. تکیه گاه کمکی را باید به گونه یی طراحی کرد که بعد از تماس قطعه کار با جاسازها و بسته شدن روبنده ها یا بعد از این که قطعه کار داخل فیکسچر تحت بارهای ماشین کاری به حد کرنش مجاز رسیده باشد، با قطعه کار تماس پیدا کند. تکیه گاه کمکی در مورد اول از نوع متحرک و قابل تنظیم، و در مورد دوم از نوع ثابت است. تکیه گاه های کمکی متحرک می توانند به صورت پین های فنری قفل کننده (شکل ۱)، یا به صورت پیچ های تنظیم (شکل ۲) باشند. تکیه گاه های کمکی ثابت دارای همان طرح جاسازهای ثابت اند و تنها ارتفاع آنها کوتاه تر از جاسازهای همسطح خود طراحی می شوند. تکیه گاه های فوق تنها می توانند به قطعه کار عکس العمل فشاری اعمال کنند. اگر روی قطعه کار و بالای یک تکیه گاه کمکی متحرک بعد از تماس با قطعه کار یک روبنده جدا از روبنده های اصلی فیکسچر بسته شود (شکل ۳)، مجموع تکیه گاه کمکی و روبنده نقش یک تکیه گاه کمکی کششی - فشاری را ایفا می کنند.

روش تحلیلی برای مدل سازی استاتیک تأثیر تکیه گاه های کمکی

در صورتی که قطعه کار کشسان فرض شود، تنها با مدل سازی دوبعدی قطعه به صورت یک تیر کشسان بر روی دو یا سه تکیه گاه کشسان (به منزله ی اجزاء فیکسچر) می توان برای مسئله روش تحلیلی ارائه کرد. زیرا در حالت سه بعدی تنها فرمول هایی برای حل مسئله ی ورق ها ارائه شده است که این فرمول ها نیز برای شرایط

۴الف) به صورت یک تیر کشسان یکسر گیر دار مدل می شود که تکیه گاه کمکی به صورت یک فنر فشاری آن را حمایت می کند. در این حالت روابط زیر برقرارند:

$$Y_{sm1} = \begin{cases} \frac{R_y X_m^3 (3X_s - X_m)}{6EI} & X_m < X_s \\ \frac{R_y X_s^3 (3X_m - X_s)}{6EI} & X_s < X_m \end{cases} \quad (1)$$

$$Y_{ss1} = \frac{F_s X_s^3}{3EI} \quad (2)$$

در حالت قطعه کار صلب و فیکسچر کشسان، قسمت درگیر قطعه کار مطابق شکل (۴ب) به صورت دو فنر فشاری و پیچشی مدل سازی می شود. در این حالت روابط زیر برقرارند:

$$Y_{sm2} = R_y \left[\frac{1}{K_f} + \frac{X_m X_s}{K_t} \right] \quad (3)$$

$$Y_{ss2} = F_s \left[\frac{1}{K_f} + \frac{X_s}{K_t} \right] \quad (4)$$

پیش بار اعمالی از سوی تکیه گاه کمکی به قطعه کار قبل از شروع ماشین کاری در محل تماس تکیه گاه، کرنش Y_{pl} را به سمت بالا ایجاد می کند:

$$Y_{pl} = \frac{K_s \Delta_s}{K_{beam}} = \frac{K_s \Delta_s (Y_{ss1} + Y_{ss2})}{F_s} \quad (5)$$

بنابراین رابطه ی بین نیروی اعمالی به تکیه گاه کمکی پس از اعمال نیروی ماشین کاری و تغییر شکل آن چنین نوشته می شود:

$$F_s = -K_s (Y_{sm1} + Y_{ss1} + Y_{sm2} + Y_{ss2} - Y_{pl} - \Delta_s) \quad (6)$$

با استفاده از روابط ۱ تا ۶ می توان عکس العمل تکیه گاه کمکی را تعیین کرد. با مشخص بودن عکس العمل تکیه گاه کمکی، جابه جایی قطعه زیر بار ماشین کاری، با فرض قطعه ی صلب در اثر دو نیروی ماشین کاری و عکس العمل تکیه گاه کمکی برابر است با:

$$\delta_{y2} = Y_{mm2} + Y_{ms2} \quad (7)$$

و جابه جایی قطعه زیر بار ماشین کاری با فرض قطعه ی کشسان و در اثر دو نیروی ماشین کاری و عکس العمل تکیه گاه کمکی برابر است با:

$$\delta_{y1} = Y_{mm1} + Y_{ms1} \quad (8)$$

در نهایت جابه جایی کلی قطعه زیر بار ماشین کاری، با استفاده از اصل

۱. تنها مؤلفه ی نیروی ماشین کاری که عمود بر سطح ماشین کاری است در مدل وارد می شود و از تأثیرات برشی این مؤلفه نیز صرف نظر می شود.

۲. نیروی ماشین کاری به صورت یک بار متمرکز مدل می شود و از تأثیر همزمان لبه های مختلف ابزارهای چندلبه و درگیری گسترده ی ابزار با سطح قطعه کار صرف نظر می شود.

۳. از انحرافات ناشی از کرنش ابزار برشی و خطاهای ماشین ابزار صرف نظر می شود.

۴. به دلیل تمرکز بر روی تأثیر تکیه گاه های کمکی، سطح مرجع قطعه کار و جاسازهای فیکسچر عاری از خطا فرض می شوند. [۱۱]

۵. رفتار کل مجموعه اجزاء فیکسچر و قطعه کار خطی فرض می شود. نتایج به دست آمده بر روی تکیه گاه های کمکی و جاسازهای به کار رفته در کار تحقیقاتی فعلی نیز نشان می دهند که می توان تقریب خطی مناسبی برای رفتار مکانیکی اجزاء فیکسچر ارائه کرد. [۱۲]

اصولاً قطعه کار تحت بار ماشین کاری، درست در محل تماس ابزار برشی و در جهت عمود بر سطح حاصل از ماشین کاری دچار تغییر شکل کشسان می شود. میزان این تغییر شکل نیز در طول مسیر ماشین کاری به علت تغییر بار ماشین کاری یا تغییر صلیبیت قطعه کار در نقاط مختلف یکنواخت نیست. لذا سطح حاصل از ماشین کاری از یک سطح ایده آل یا به طور کلی از مسیر ایده آل تعریف شده برای ابزار منحرف می شود. [۱۳]

قطعه کار را به دو صورت می توان مدل سازی کرد:

۱. ممکن است قسمت اعظم قطعه در یک فیکسچر گرفته شده باشد. اما قسمتی از آن که ماشین کاری می شود به دلیل عدم دسترسی به موقعیت مناسب برای تعبیه ی جاساز و رووندها آزاد مانده باشد و به کمک تکیه گاه کمکی این قسمت آزاد تقویت شود.

۲. ممکن است ناحیه ی تحت بار ماشین کاری در دو انتها توسط جاساز و روونده گرفته شده باشد، ولی برای جبران ضعف صلیبیت، یک تکیه گاه کمکی ما بین دو جاساز تعبیه شود.

حالت اول: تکیه گاه کمکی برای تقویت قسمتی از قطعه کار که

آزاد است. با توجه به این که مسئله از نظر استاتیکی نامعین است، از

فرض خطی بودن رفتار سیستم و اصل جمع اثرها در کلیه ی مراحل

حل استفاده می شود. لذا برای تعیین عکس العمل تکیه گاه کمکی با در

نظر گرفتن مجموع تغییر شکل های کشسان قطعه کار و فیکسچر، ابتدا

مسئله به دو حالت ساده تر یعنی «قطعه کار کشسان و فیکسچر

صلب» و «قطعه کار صلب و فیکسچر کشسان» تجزیه می شود و

سپس در هر حالت اثر مجموع بارگذاری های روی تیر به صورت

جمع اثرهای هر بارگذاری محاسبه می شود.

در حالت قطعه کار کشسان و فیکسچر صلب، قطعه مطابق شکل

$$Y_{sm1} =$$

$$\begin{cases} \frac{R_y \cdot X_m(l - X_s) [X_s^2 - 2X_s \cdot l + X_m^2]}{6EI} & X_m < X_s \\ \frac{R_y \cdot X_s(l - X_m) [X_s^2 - 2X_m \cdot l + X_m^2]}{6EI} & X_m > X_s \end{cases} \quad (10)$$

$$Y_{ss1} = \frac{F_s X_s^2 (l - X_s)^2}{3EI} \quad (11)$$

و با فرض قطعه کار صلب، مجموعه‌ی فیکسچر و قطعه کار مطابق شکل (۵ب) مدل‌سازی می‌شود:

$$Y_{sm2} = \frac{R_y (l^2 + 2X_s X_m - l(X_s + X_m))}{K_f l^2} \quad (12)$$

$$Y_{ss2} = \frac{F_s (l^2 + 2X_s^2 - 2X_s l)}{K_f l^2} \quad (13)$$

برای پیش بار اعمالی از سوی تکیه‌گاه کمکی به قطعه کار قبل از شروع ماشین‌کاری رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$Y_{Pl} = \frac{k_s \Delta_s}{k_{beam}} = \frac{K_s \Delta_s (Y_{ss1} + Y_{ss2})}{F_s} \quad (14)$$

بنابراین بین نیروی اعمالی به تکیه‌گاه کمکی پس از اعمال نیروی ماشین‌کاری و تغییر شکل آن رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$F_s = -K_s (Y_{sm1} + Y_{ss1} + Y_{sm2} + Y_{ss2} + Y_{Pl} - \Delta_s) \quad (15)$$

با استفاده از روابط ۱۰ تا ۱۵ می‌توان عکس‌العمل تکیه‌گاه را تعیین کرد. جابه‌جایی قطعه زیر بار ماشین‌کاری با فرض قطعه‌ی صلب تحت نیروی ماشین‌کاری و عکس‌العمل تکیه‌گاه کمکی برابر است با:

$$\delta_{y2} = Y_{mm2} + Y_{ms2} \quad (16)$$

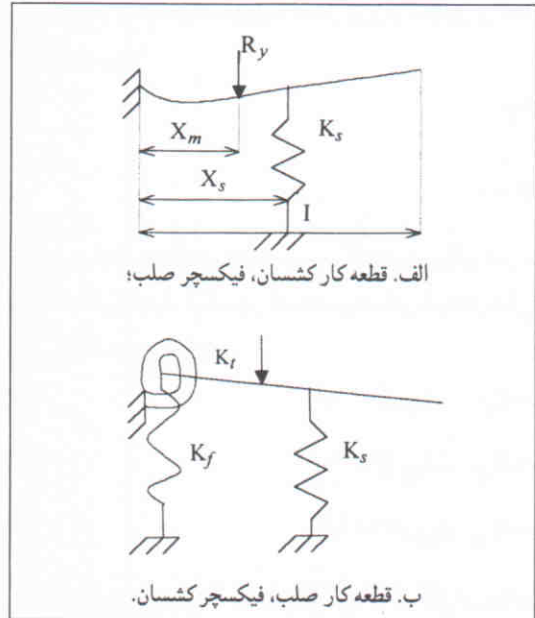
جابه‌جایی قطعه زیر بار ماشین‌کاری با فرض قطعه‌ی کشسان تحت نیروی ماشین‌کاری و عکس‌العمل تکیه‌گاه کمکی برابر است با:

$$\delta_{y1} = Y_{mm1} + Y_{ms1} \quad (17)$$

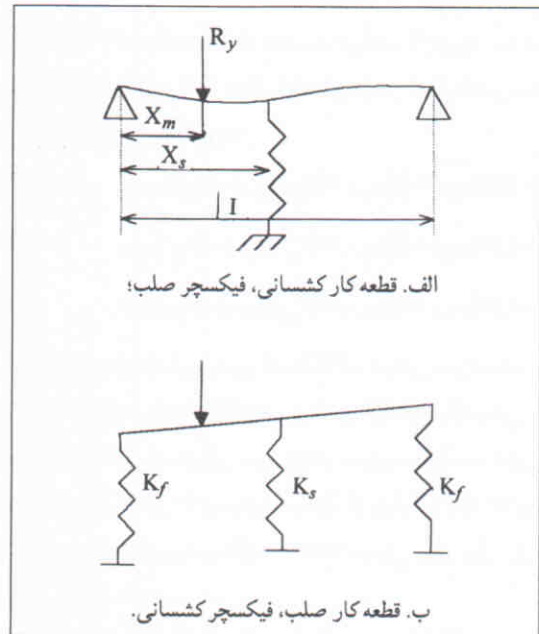
و در نهایت جابه‌جایی کلی قطعه زیر بار ماشین‌کاری با استفاده از اصل جمع اثرها چنین است:

$$\delta_y = \delta_{y1} + \delta_{y2} \quad (18)$$

شکل‌نمایی روابط ۹ و ۱۸ را می‌توان به کمک برنامه‌ی تحلیلی «مپیل» تعیین کرد. با روشی مشابه تأثیر اعمال تکیه‌گاه‌های کمکی



شکل ۴. مدل دوبعدی تکیه‌گاه کمکی برای تقویت قطعه‌ی مهار شده.



شکل ۵. مدل دوبعدی تکیه‌گاه کمکی برای تقویت قطعه‌ی مهار شده.

جمع اثرها چنین است:

$$\delta_y = \delta_{y1} + \delta_{y2} \quad (9)$$

حالت دوم: تکیه‌گاه کمکی برای تقویت قطعه‌ی که از دو طرف مهار شده است. مشابه روش استفاده شده برای حالت اول، با فرض قطعه کار کشسان مجموعه‌ی فیکسچر و قطعه کار مطابق شکل (۵الف) به صورت یک تیر کشسان دو سر مفصل مدل‌سازی می‌شود. در این حالت روابط زیر برقرارند:

محل تماس، در تمام لحظات روابط تعادل نیرو و گشتاور بر قطعه کار حاکم خواهند بود:

$$\sum F = 0 \quad (19)$$

$$\sum M = 0 \quad (20)$$

علاوه بر شش معادله‌ی تعادل نیرو و گشتاور، برای هر محل تماس قطعه کار با اجزاء فیکسچر که به صورت فنر با رفتار خطی مدل می‌شود، روابط زیر برقرارند:

$$F_{li} = K_{li} \cdot \Delta_{li}; i = 1..6 \quad (21)$$

$$F_{cj} = K_{cj} \cdot \Delta_{cj}; j = 1..3 \quad (22)$$

$$F_{sk} = K_{sk} \cdot \Delta_{sk}; k = 1..3 \quad (23)$$

به این ترتیب با وجود ۶ جاساز (اصل ۳-۲-۱ و استفاده از ۳ سطح مرجع)، ۳ روبنده (یک روبنده در مقابل هر سطح مرجع) و سه تکیه‌گاه کمکی (یک تکیه‌گاه کمکی بر روی هر سطح مرجع)، از روابط ۲۱ تا ۲۳، دوازده معادله به دست می‌آید. با توجه به صلب فرض کردن قطعه کار، تغییر شکل کشسان در هر محل تماس به شکل زیر قابل محاسبه خواهد بود:

$$\Delta_{li} = ([d]_{3 \times 1} + [\theta]_{3 \times 1} \times [r_{li}]_{3 \times 1}) \cdot [n_{li}]_{3 \times 1} \quad (24)$$

$$\Delta_{cj} = ([d]_{3 \times 1} + [\theta]_{3 \times 1} \times [r_{cj}]_{3 \times 1}) \cdot [n_{cj}]_{3 \times 1} \quad (25)$$

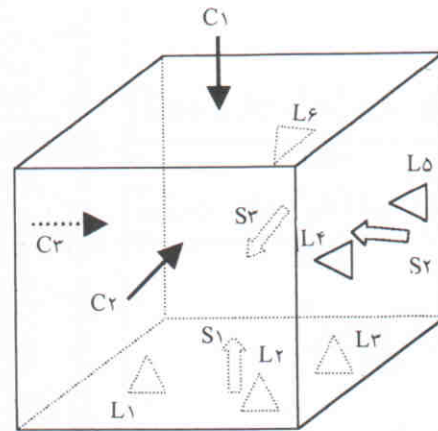
$$\Delta_{sk} = ([d]_{3 \times 1} + [\theta]_{3 \times 1} \times [r_{sk}]_{3 \times 1}) \cdot [n_{sk}]_{3 \times 1} \quad (26)$$

ابتدا محل‌های تماس بدون اصطکاک فرض می‌شوند. برای دوازده عکس‌العمل اجزاء فیکسچر و شش مؤلفه‌ی جابه‌جایی خطی و دورانی قطعه کار که همگی مجهول‌اند، هجده معادله، شامل شش معادله از روابط ۱۹ و ۲۰ و دوازده معادله از روابط ۲۱ تا ۲۳ وجود دارند که می‌توان این دستگاه ۱۸×۱۸ خطی را در یک رابطه‌ی ماتریسی خلاصه کرد:

$$[K]_{18 \times 18} \cdot [X]_{18 \times 1} = [F]_{18 \times 1} \quad (27)$$

بسط رابطه‌ی ماتریسی ۲۷ در مرجع ۱۴ ارائه شده است. حال با فرض عدم وجود اصطکاک در محل‌های تماس، مسئله در سه مرحله حل می‌شود:

۱. تماس قطعه کار با جاسازها و بسته شدن روبنده‌ها: موقعیت مرجع قطعه کار موقعیتی است که جاسازها قبل از بسته شدن روبنده‌ها برای قطعه کار ایجاد می‌کنند. پس از بسته شدن روبنده‌ها، نیروهای پیش بار اولیه (f_{cj}) در محل‌های تماس روبنده‌ها با قطعه



شکل ۶. مدل‌سازی سه‌بعدی مجموعه‌ی قطعه کار و فیکسچر [جاسازها (L)، روبنده‌ها (C) و تکیه‌گاه‌های کمکی (S)].

متعدد نیز قابل محاسبه است.

مدل سه بعدی

فرضیات انجام شده در مدل سه‌بعدی عبارتند از:

۱. بار ماشین‌کاری به صورت متمرکز ولی با سه مؤلفه نیرو و سه مؤلفه گشتاور مدل می‌شود.
 ۲. ابزار برشی و قطعه کار صلب فرض می‌شوند.
 ۳. رفتار مکانیکی فیکسچر خصوصاً در محل تماس اجزاء فیکسچر با قطعه کار خطی فرض می‌شود.
 ۴. از تأثیر تغییر شکل‌های کشسان بر تغییر عمق و نیروی ماشین‌کاری صرف نظر می‌شود.
- اصولاً فرض صلب بودن قطعه کار در این مدل در رابطه با بسیاری از قطعات، خصوصاً قطعات چدنی و فولادی که دارای دیواره‌های ضعیف و نازک نیستند، صادق است.
- در صورتی که قطعه کار به سه سطح مرجع متعامد آن که در تعبیه‌ی جاسازها کاربرد دارد خلاصه شود، می‌توان آن را مطابق شکل ۶ به صورت یک مکعب مستطیل با وجوه موازی صفحات مختصات نمایش داد. این موضوع تنها برای سادگی عبارات ریاضی ارائه شده در نظر گرفته شده است و در صورتی که اجزاء فیکسچر بر روی سطوح منحنی قطعه کار قرار گیرند، باز هم با مشخص بودن طرح قطعه کار و بردار نرمال^۵ در نقطه‌ی تماس، راستای نیروی عکس‌العمل در محل تماس مشخص است و می‌توان همین مدل را مجدداً مورد استفاده قرار داد.
- با فرض رفتار قطعه کار به صورت شبه استاتیکی^۶ با وجود حرکت‌های محدود و تدریجی قطعه ناشی از کرنش‌های کشسان در

$$F_{li} = K_{li} \cdot (\Delta_{li} + \Delta'_{li} + \Delta''_{li}) \quad (30-1)$$

$$F_{cj} = K_{cj} \cdot (\Delta_{cj} + \Delta''_{cj}) + F_{cj} \cdot \quad (30-2)$$

$$F_{sk} = K_{sk} \cdot \Delta_{sk} + F_{sk} \cdot \quad (30-3)$$

و در نهایت بردار جابجایی کل قطعه‌ی d و Θ نسبت به موقعیت مرجع اولیه‌ی آن به شکل زیر به دست می‌آید:

$$[d] = [d'] + [d''] + [d'''] \quad (31)$$

$$[\theta] = [\theta'] + [\theta''] + [\theta'''] \quad (32)$$

برای مدل‌سازی سطح حاصل از ماشین‌کاری باید جابه‌جایی قطعه کار نسبت به ابزار زیر بار ماشین‌کاری را به دست آورد. سه مؤلفه‌ی جابه‌جایی قطعه کار نسبت به ابزار عبارتند از:

$$\delta_x = d_x - r_{my} \cdot \theta_z + r_{mz} \cdot \theta_y \quad (32-1)$$

$$\delta_y = d_y - r_{mx} \cdot \theta_z - r_{mz} \cdot \theta_x \quad (32-2)$$

$$\delta_z = d_z - r_{mx} \cdot \theta_y + r_{my} \cdot \theta_x \quad (32-3)$$

از سه مؤلفه‌ی فوق بسته به نوع و هندسه‌ی ابزار و هندسه‌ی ماشین‌کاری، مؤلفه‌ی عمود بر سطح حاصل از ماشین‌کاری تعیین‌کننده انحراف ناشی از جابه‌جایی قطعه نسبت به ابزار است.

در این مدل متغیرهای شعاع تماس، کیفیت سطح تماس، ابعاد، جنس و سختی تکیه‌گاه کمکی همگی در ضریب سختی K_{sk} خلاصه می‌شوند. میزان پیش بار تکیه‌گاه کمکی و موقعیت آن، دو متغیر دیگر مربوط به تکیه‌گاه کمکی اند که مستقیماً در این مدل وارد شده‌اند.

برای وارد کردن اصطکاک در این مدل، به راحتی می‌توان بردار جابه‌جایی قطعه در محل تماس مماس بر سطح تماس و یا به عبارتی جهت اعمال نیروی اصطکاک را با مشخص بودن هندسه‌ی قطعه کار بر حسب بردار جابجایی d و Θ و بردار موقعیت نقاط تماس به دست آورد. به عنوان مثال برای سه جاساز واقع در صفحه x-y، مؤلفه‌های x و y جابه‌جایی قطعه کار در محل تماس با جاسازها برابرند با:

$$\delta_{lix} = d_x - r_{liy} \cdot \theta_z + r_{liz} \cdot \theta_y; i = 1..3 \quad (33-1)$$

$$\delta_{liy} = d_y + r_{lix} \cdot \theta_z - r_{liz} \cdot \theta_x; i = 1..3 \quad (33-2)$$

با فرض:

$$A = \sqrt{\delta_{lix}^2 + \delta_{liy}^2} \quad (34)$$

مؤلفه‌های نیروی اصطکاک به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$f_{lix} = \mu \cdot F_{li} \cdot \delta_{lix} / A \quad (35-1)$$

$$f_{liy} = \mu \cdot F_{li} \cdot \delta_{liy} / A \quad (35-2)$$

کار اعمال می‌شوند. به این ترتیب به دلیل تغییر شکل کشسان در محل تماس قطعه کار با جاسازها (Δ'_{li})، قطعه دچار جابه‌جایی کشسان 1×10^{-3} و 1×10^{-3} می‌شود. برای حل دستگاه ۲۷ در این مرحله نیروی عکس‌العمل روئنده‌ها (F_{cj}) می‌باشد و نیازی به استفاده از رابطه‌ی ۲۲ و ضریب سختی روئنده‌ها نیست. همچنین به علت عمل نکردن تکیه‌گاه‌های کمکی و نیروهای ماشین‌کاری، در این مرحله پیش بار و ضریب سختی تکیه‌گاه‌های کمکی و همچنین بار ماشین‌کاری را باید برابر صفر قرار دهیم، لذا با شرایط زیر دستگاه ۲۷ حل خواهد شد:

$$[R]_{3 \times 1} = [M]_{3 \times 1} = 0 \quad (28-1)$$

$$F_{cj} = F_{cj} \cdot 0; K_{cj} = 0 \quad (28-2)$$

$$F_{sk} = 0; K_{sk} = 0 \quad (28-3)$$

در این مرحله باید کنترل شود که نیروی پیش بار روئنده‌ها به گونه‌ی انتخاب شده باشند که نیروی عکس‌العمل جاسازها مثبت باشند و همچنین میزان انحراف قطعه بیش از حد مجاز نباشد.

۲. تماس تکیه‌گاه‌های کمکی با قطعه کار:

با تماس تکیه‌گاه‌های کمکی به قطعه کار نیروی پیش بار F_{sk} اعمال می‌شود که باعث تغییر عکس‌العمل‌ها و جابه‌جایی قطعه کار می‌شود. نیروی عکس‌العمل تکیه‌گاه‌های کمکی در این مرحله برابر F_{sk} می‌باشد و نیازی به استفاده از ضریب سختی و رابطه‌ی ۲۳ نیست. لذا دستگاه ۲۷ این بار باید با شرایط زیر حل شود:

$$F_{sk} = F_{sk} \cdot 0; K_{sk} = 0 \quad (29-1)$$

$$F_{li} = K_{li} \cdot (\Delta_{li} + \Delta'_{li}) \quad (29-2)$$

$$F_{cj} = K_{cj} \cdot \Delta_{cj} + F_{cj} \cdot \quad (29-3)$$

با توجه به این که تکیه‌گاه‌های کمکی در صفحه‌ی جاسازها و به موازات آنها قرار می‌گیرند، اعمال پیش بار آنها می‌تواند باعث ضعف تماس قطعه کار با جاسازها شود. لذا پیش بار، ضریب سختی و محل تکیه‌گاه کمکی باید به گونه‌ی انتخاب شود که عکس‌العمل جاسازها منفی نشود.

۳. اعمال بارهای ماشین‌کاری:

هدف از اجرای این مرحله محاسبه‌ی خطای کلی d و Θ ناشی از تغییر شکل‌های کشسان در محل‌های تماس در اثر اعمال عکس‌العمل‌های اجزای فیکسچر و بارهای ماشین‌کاری است. با وارد کردن نیروها و گشتاورهای ماشین‌کاری و با شرایط ذیل باید دستگاه ۲۷ را حل کرد:

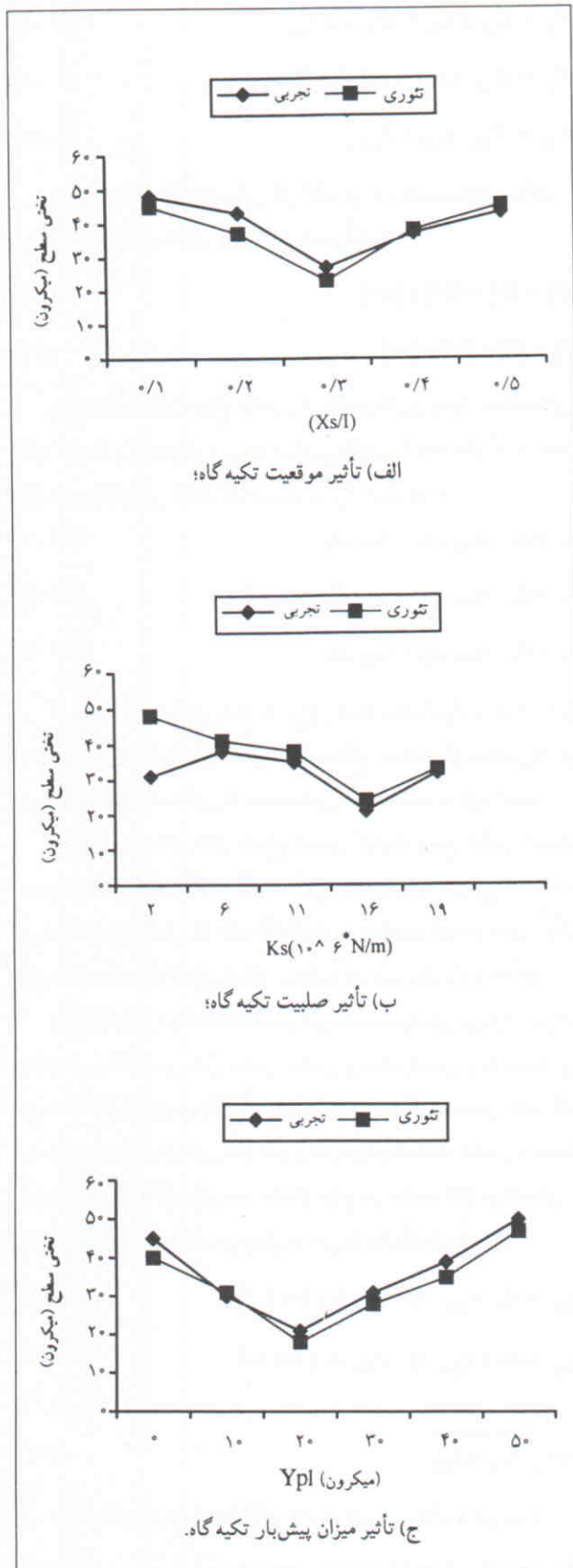
لازم به ذکر است که اگر تعداد اجزاء فیکسچر به بیشتر از ۱۲ عدد افزایش یابد، با توجه به روش استفاده شده در این مدل، به ازای اضافه شدن هر مجهول یک معادله به شکل روابط ۲۱، ۲۲ یا ۲۳ نیز به دستگاه ۲۷ اضافه خواهد شد و تنها ابعاد دستگاه معادلات افزایش می‌یابد، که به راحتی قابل حل است.

آزمایش و تأیید مدل‌های ارائه شده تجهیزات و روش‌های آزمایش:

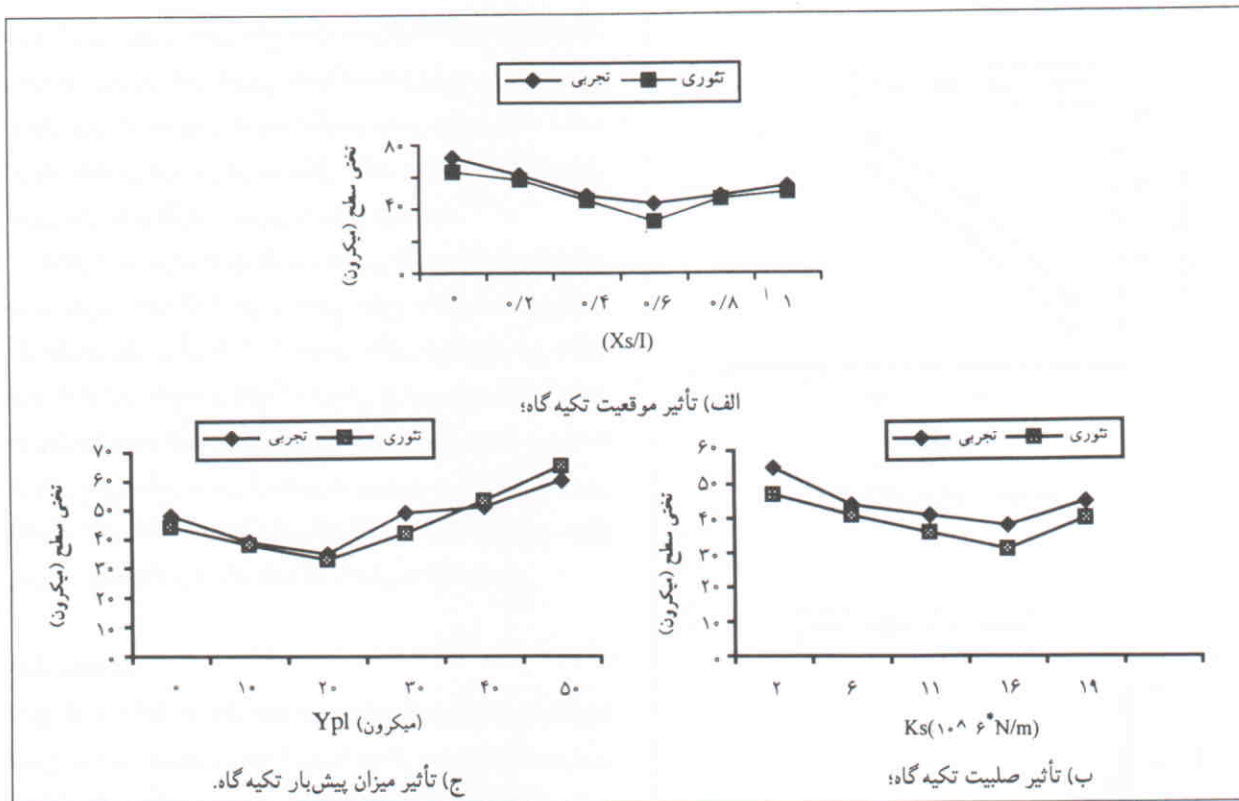
برای تأیید صحت تحلیل‌های نظری ارائه شده، یک مجموعه فیکسچر هم‌نهستی^۷ ساخته شد. برای آزمایش مدل دوبعدی تسمه‌هایی از جنس آهن و آلومینیوم فرزکاری شدند و برای آزمایش مدل سه بعدی بر روی پره‌ی توربین GE-F5 از جنس اینکونل ۷۳۸ سنگ زنی خزشی انجام شد و بر روی پره‌های از جنس چدن خاکستری و آلومینیوم که از روی پره فابریک ریخته‌گری شدند، فرزکاری انجام شد. برای متروالوژی سطح حاصل از ماشین‌کاری نیز از یک مجموعه ساعت دیجیتال و ثبات و پردازشگر اطلاعات «میتوتویو» استفاده شد. [۱۵]

نتایج نظری و تجربی مدل دو بعدی

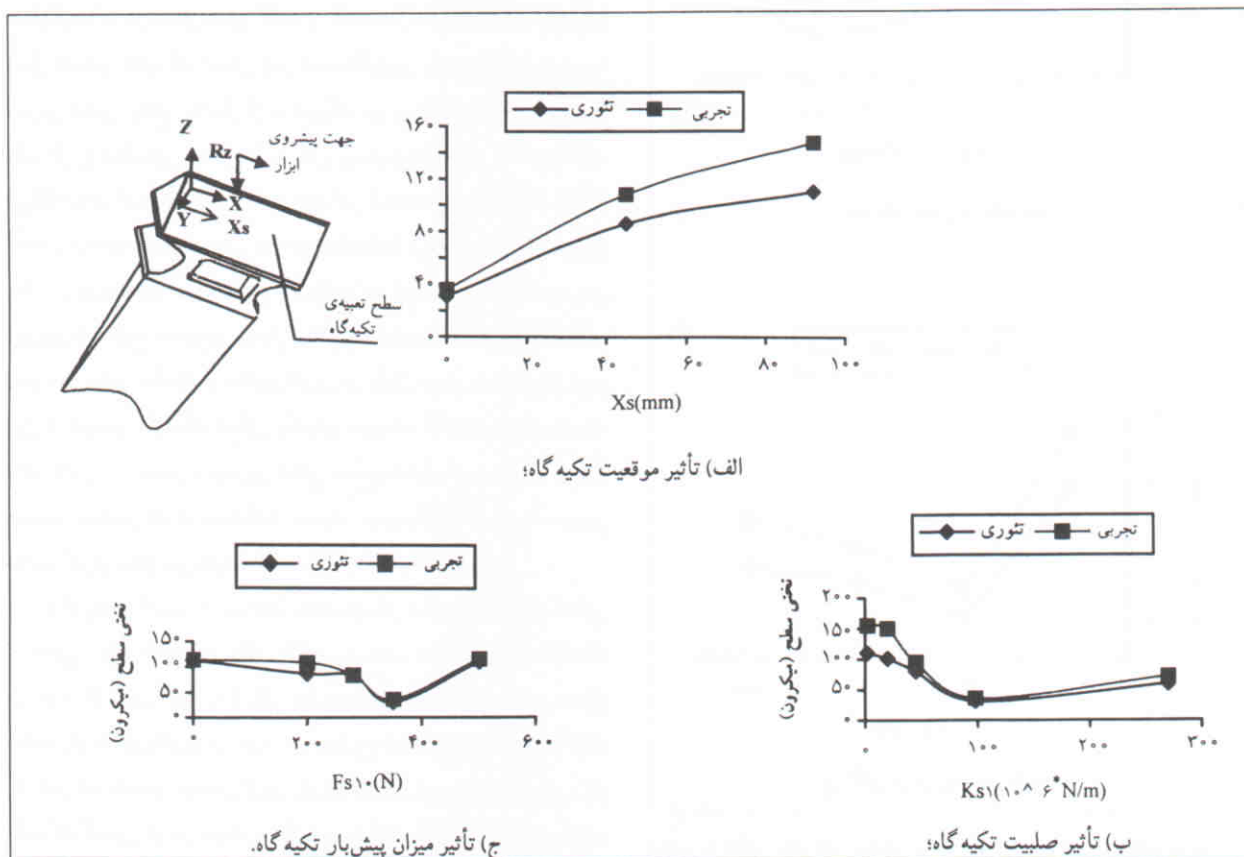
شکل ۷ الف معرف تأثیر موقعیت تکیه‌گاه کمکی بر تختی سطح حاصل از ماشین‌کاری است. برای بررسی اثر موقعیت تکیه‌گاه ضمن ثابت نگه داشتن سایر متغیرها، پیش بار تکیه‌گاه در هر آزمایش به گونه‌ی تنظیم شده که میزان کرنش ثابتی در وسط دهانه‌ی تیر ایجاد شود. در صورت عدم استفاده از تکیه‌گاه، تغییر شکل کشسان تیر زیر بار ماشین‌کاری باعث کاهش براده برداری و برجسته شدن میانه‌ی تیر می‌شود. اعمال تکیه‌گاه علاوه بر کاهش تغییر شکل کشسان تیر تحت بار ماشین‌کاری که یک اثر مثبت محسوب می‌شود، باعث بالارفتن قطعه کار و به‌نوعی افزایش براده برداری در محل تعبیه‌ی تکیه‌گاه می‌شود، که اثر منفی بر تختی سطح دارد. در حالتی که تکیه‌گاه در وسط دهانه‌ی تیر قرار گیرد، بیشترین کرنش حاصل از پیش بار در محل تکیه‌گاه رخ می‌دهد که به علت صلبیت بالای تیر در این نقطه، کم‌ترین برگشت کشسان تیر نیز در این نقطه وجود دارد. لذا بیشترین گودی و اثر منفی در این نقطه حادث می‌شود. بنابراین وسط دهانه‌ی تیر بهترین موقعیت تکیه‌گاه نیست. شکل ۷ ب معرف اثر صلبیت تکیه‌گاه بر تختی سطح است. با توجه به توضیح ارائه شده‌ی قبلی، در صورتی که صلبیت تکیه‌گاه خیلی کم باشد، اثر تقویتی آن کاهش می‌یابد و افزایش بیش از حد صلبیت و عدم کرنش قطعه در محل تکیه‌گاه نیز اثر منفی بر تختی سطح را افزایش می‌دهد. شکل ۷ ج



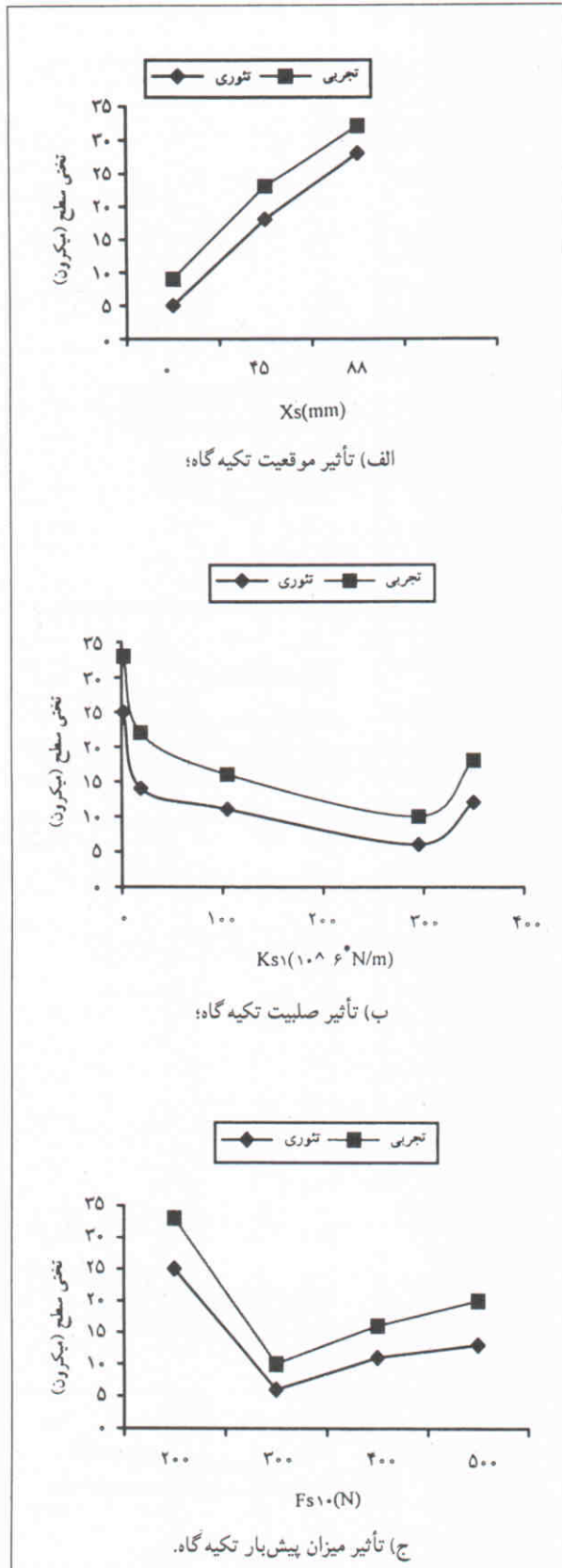
شکل ۷. تأثیر متغیرهای مختلف تکیه‌گاه کمکی بر تختی سطح حاصل از ماشین‌کاری برای قطعه‌ی مهار شده از دو سو (قطعه‌ی کشسانی، مدل دوبعدی).



شکل ۸. تأثیر متغیرهای مختلف تکیه گاه کمکی بر تختی سطح حاصل از ماشین کاری برای قطعه مهار شده از یک سو (قطعه‌ی کشسانی، مدل دوبعدی).



شکل ۹. تأثیر متغیرهای مختلف تکیه گاه کمکی بر تختی سطح حاصل از فرزکاری پره چند خاکستری (قطعه‌ی صلب، مدل سه بعدی).



شکل ۱۰. تأثیر متغیرهای مختلف تکیه‌گاه کمکی بر تختی سطح حاصل از سنگ‌زنی خزشی پره اینکونل ۷۳۸ (قطعه‌ی صلب، مدل سه‌بعدی).

معرف اثر پیش‌بار بر تختی سطح است. همان‌گونه که توضیح داده شد، با افزایش پیش‌بار نقش تقویتی تکیه‌گاه افزایش می‌یابد، لیکن افزایش بیش از حد پیش‌بار باعث گودی بیشتر میانه‌ی قطعه کار و افزایش خطا می‌شود. در هر سه شکل الف، ب، ج انطباق بسیار خوبی میان نتایج نظری و تجربی به چشم می‌خورد.

شکل ۸ نیز معرف نتایج نظری و تجربی تأثیر موقعیت، صلیبیت و میزان پیش‌بار تکیه‌گاه کمکی بر تختی سطح حاصل از ماشین‌کاری یک قطعه‌ی یک سرگردار است. منحنی مذکور نیز گویای این مطلب است که افزایش فاصله‌ی تکیه‌گاه کمکی از قسمت درگیر قطعه، افزایش صلیبیت و افزایش پیش‌بار تا حد بهینه، می‌تواند باعث افزایش تختی سطح حاصل از ماشین‌کاری شود. هر سه متغیر فوق بر یکدیگر تأثیر گذارند و مثلاً برای تکیه‌گاه با صلیبیت پایین‌تر، میزان پیش‌بار بهینه، بالاتر از یک تکیه‌گاه با صلیبیت بالاتر است.

مدل سه‌بعدی

نتایج نظری حاصل از مدل سه‌بعدی و نتایج آزمایش‌های فرزکاری طرح پره‌ی توربین ریخته‌گری شده از چدن خاکستری و آزمایش‌های سنگ‌زنی خزشی پره‌ی توربین مدل GE-F5 از جنس اینکونل ۷۳۸LC به ترتیب در شکل‌های ۹ و ۱۰ خلاصه شده‌اند. همان‌گونه که در منحنی‌های الف و ۳ الف ملاحظه می‌شود، بهترین محل تعبیه‌ی تکیه‌گاه کمکی زیر قسمت‌گوه‌یی پره، برای رسیدن به بهترین تختی سطح حاصل از ماشین‌کاری، برخلاف تصور عمومی یک طراح فیکسچر، در وسط عرض پره و وسط مسیر ماشین‌کاری زیر ناحیه‌ی گوه‌یی نیست. در توجیه این نتیجه می‌توان گفت که به‌علت محدودیت در محل تعبیه‌ی جاسازها و روبنده‌ها و همچنین یکسان نبودن هندسه‌ی تماس جاسازها در نواحی مختلف پره‌ی توربین با سطوح مسطح و منحنی، ضریب صلیبیت مستقیم در راستای عمود بر سطح حاصل از ماشین‌کاری در طول مسیر ماشین‌کاری و قبل از تعبیه‌ی تکیه‌گاه کمکی یکسان نیست. لذا بهترین موقعیت تکیه‌گاه برای رسیدن به بهترین تختی سطح، ضعیف‌ترین نقطه در طول مسیر ماشین‌کاری است که عموماً این نقطه در وسط مسیر ماشین‌کاری واقع نمی‌شود.

شکل‌های ۹ ب و ۱۰ ب نشان‌دهنده‌ی اثر صلیبیت تکیه‌گاه کمکی بر تختی سطح حاصل از ماشین‌کاری هستند. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، افزایش صلیبیت تا یک حد بهینه، باعث بهبود تختی سطح حاصل از ماشین‌کاری می‌شود. در توضیح این موضوع می‌توان گفت که انحراف قطعه‌ی حاصل از نیروی ماشین‌کاری و نیروی پیش‌بار تکیه‌گاه کمکی در دو جهت مخالف می‌توانند یکدیگر را خنثی کنند. در صورتی که برای یک پیش‌بار معین میزان صلیبیت از حدی بالاتر

روبندها و جاسازها و میزان بارهای ماشین کاری، طراحی بهینه تکیه گاه کمکی انجام گیرد. طرح نمی تواند به این قانون مرسوم یعنی «تعبیهی تکیه گاه بدون توجه به نوع، پیش بار و سایر متغیرهای آن در وسط مسیر ماشین کاری زیر قطعه یا درست زیر بار ماشین کاری» اکتفا کند.

تفاوت اساسی بین دو مدل دوبعدی و سه بعدی ارائه شده در این نوشتار این است که در مدل دوبعدی علاوه بر صلبیت اجزاء فیکسچر، صلبیت ساختار قطعهی کار نیز به صورت متغیر (EI) در مدل وارد می شود و به دلیل وجود این متغیر در مدل، میزان تأثیر منفی ناشی از افزایش بیش از حد پیش بار تکیه گاه کمکی تشدید می شود. لذا در صورتی که تکیه گاه کمکی برای تقویت قطعهی کشسان استفاده شود، باید از پیش بارهای پایین تری نسبت به حالت تقویت قطعهی صلب استفاده کرد. در عوض در مدل سه بعدی تأثیر آرایش جاسازها و روبندها بیشتر مورد توجه قرار گرفته است و در تقویت قطعهی صلب با کمک تکیه گاه کمکی در عمل نیز باید به نقش آرایش جاسازها و روبندها توجه بیشتری مبذول شود.

پانوش

1. fixture
2. locator
3. clamp
4. calculus of variations
5. normal vector
6. quasi static
7. modular

منابع

1. G. S. A. Shawki, M. M. Abdel-Aal, "Effect of Fixture Rigidity and wear on Dimensional Accuracy", *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, 5, PP. 183-202 (1965).
2. J. D. Lee, L. S. Haynes, "Finite Element Analysis of Flexible Fixturing System", *ASME J. Engineering for Industry.*, 109, PP. 134-139 (1987).
3. S. H. Lee, M.R. Cutkosky, "Fixture Planning with Friction", *ASME J. Engineering for Industry*, 113, PP. 320-327 (1991).
4. E. C. De Meter, "The Min-Max Load Criteria as a measure of machining Fixture Performance", *ASME J. Engineering for Industry*, 116, PP. 500-507 (1994).
5. M. J. Hockenberger, E. C. De Meter, "The Effect of Machining Fixture Design Parameters on Workpiece Displacement", *ASME Manufacturing Review*, 8, No 1. PP. 22-32 (1995).
6. W. Cai, S. J. Hu, J. X. Yuan, "Deformable Sheet Metal Fixturing Principles, Algorithms and Simulations", *ASME J. Manufacturing Science and Eng.*, 118, PP. 318-324 (1996).
7. W. Cai, S. J. Hu, J. X. Yuan, "AVariational Method of Robust Fixture Configuration Design for 3-D Workpieces", *ASME J.*

رود، انحراف حاصل از نیروی ماشین کاری کاهش یافته و قابلیت خنثی کردن انحراف ناشی از پیش بار تکیه گاه را نخواهد داشت و لذا خطا افزایش می یابد.

شکل های ۹ ج و ۱۰ ج معرف اثر پیش بار تکیه گاه های کمکی بر تختی سطح حاصل از ماشین کاری هستند. با افزایش پیش بار تا یک حد مشخص، نقش تقویتی تکیه گاه کمکی افزایش می یابد، اما با افزایش بیش از حد پیش بار، نیروی اعمالی از سوی تکیه گاه باعث ضعف پیش فشردگی قطعه نسبت به جاسازها و ایجاد خطا می شود. در کلیه ی شکل های ۹ و ۱۰ انطباق بسیار خوبی میان نتایج نظری و تجربی به چشم می خورد.

نتیجه گیری

بررسی های تجربی و نظری ارائه شده بیانگر این مطلب اند که در طراحی فیکسچر، در صورت نیاز به تعبیهی تکیه گاه کمکی، باید با در نظر گرفتن کلیه ی متغیرهای موقعیت، صلبیت و میزان پیش بار تکیه گاه، به همراه صلبیت قطعه کار و صلبیت ساختاری مجموعه

Manufacturing Science and Eng., 119, PP. 593-602 (1997).

8. J. F. Hurtado, S. N. Melkote, "A Model for Prediction of Reaction Forces in a 3-2-1 Machining Fixture", *J. of Wear*, 231, PP. 335-341 (1999).
9. R. Haymanali, E. C. De Meter, W. Trethewey, "Development of a compliance Tester for Assessing and reducing the Static Compliance of Fixture-Workpiece Systems", 19(2), PP. 108-120 (2000).
10. E. C. De Meter, W. Xie, S. Choudhuri, S. Vallapuzha, M. W. Trethewey, "A Model to Predict Minimum Required Clamp Pre-Loads in light of Fixture-Workpice Compliance", *Int. J. Mach. Tools & Manufacture*, 41(7). PP. 1031-1054 (2001).
11. Y. Rong, Y. Bai, "Machining Accuracy Analysis for Computer-aided Fixture Design Verification", *ASME J. Manufacturing Science and Eng.*, 118, PP. 289-300 (1996).
12. M. R. Behzadi, B. Arezoo, "The Effect of Additional Support Parameters on Machining Accuracy: Part 1 Flexible Workpiece", *SME 4th International Machining & Grinding Conf., Michigan*, May 7-10, SME Technical Paper. MR 01-332 (2001).
13. F. Koenigsberger, J. Tlusty, "Machine Tool Structures", First Edition, Pergamon Press, 1, PP. 52-87, (1970).
14. M. R. Behzadi, B. Arezoo, "The Effect of Additional Support Parameters on Machining Accuracy: Part 2-Rigid Workpiece", *SME 4th Internation machining & Grinding Conf. Michigan*, May 7-10, SME Technical Paper. MR01-333 (2001).

۱۵. بهزادی پور محمدرضا، آرزو بهروز، رضایی سیدمهدی، «مدل سازی استاتیکی تأثیر تکیه گاه های کمکی بر تختی سطح حاصل از ماشین کاری قسمت اول: قطعه کار الاستیک (مدل دوبعدی)»، پنجمین کنفرانس بین المللی مهندسی مکانیک ایران، صص ۵۷۵-۵۸۵ (خرداد ۱۳۸۰).