

تحلیل فرایند کشش عمیق قطعات با شکل عمومی به کمک میدان خطوط لغزش

احمد عاصم پور (استاد یار)

علیرضا فتحی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

در این نوشتار روشی جدید بر مبنای میدان خطوط لغزش برای تحلیل کشش عمیق^۱ کلیه‌ی قطعاتی که بتوان برای آنها میدان خطوط لغزش را ترسیم کرد، ارائه شده است. در این روش می‌توان گسترده‌ی اولیه^۲ را برای قطعه محاسبه کرده و سپس میزان نیروی کشش و همچنین حد پارگی قطعه را پیش‌بینی کرد. اثرات اصطکاک، خم^۳ و واخم^۴ ورق، و خواص ماده در این روش لحاظ شده‌اند. مقایسه‌ی نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی نشان داد که تطابق بسیار مناسبی بین این دو وجود دارد.

مقدمه

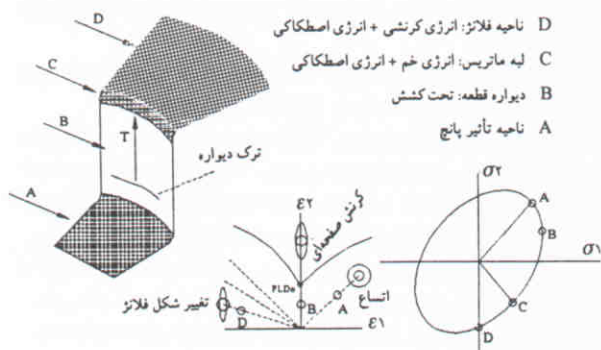
از دیرباز کشش عمیق، به‌عنوان یکی از مهم‌ترین فرایندهای شکل‌دهی فلزات، مورد توجه بسیاری از محققین بوده است و تحلیل‌های زیادی به روش‌های مختلف برای آن ارائه شده است. در بین قطعات تولیدشده به این روش، قطعات غیراستوانه‌یی از پیچیدگی بسیار زیادی برخوردارند و تحلیل آنها به راحتی امکان‌پذیر نیست. در این نوشتار روشی بر مبنای میدان خطوط لغزش برای تحلیل این قطعات ارائه شده است.

در شکل ۱، قطاعی از یک قطعه‌ی در حال کشش نشان داده شده است. مطابق این شکل، در این فرایند چهار منطقه‌ی مجزا وجود دارد که مکانیک تغییر شکل هر کدام با دیگری متفاوت است. در منطقه‌ی فلانژ^۵ (لبه)، بیشترین انرژی برای تغییر شکل همگن^۶ و غلبه بر اصطکاک مصرف می‌شود. در منطقه‌ی شعاع انحنا لبه‌ی ماتریس، ورق یک بار در هنگام ورود به این منطقه و دیگری به هنگام خروج تحت خمش خمیری قرار می‌گیرد. علاوه بر این، بین ورق و لبه‌ی ماتریس اصطکاک نیز وجود دارد. در منطقه‌ی دیواره‌ی قطعه، ماده تحت کشش قرار دارد و با توجه به این که پانچ مانع از تغییر شکل ماده در جهت محیطی می‌شود (قطر نمی‌تواند تغییر کند) حالت کرنش در این منطقه به صورت کرنش صفحه‌یی است. معمولاً بیشترین کاهش ضخامت ورق نیز در پایین منطقه‌ی دیواره صورت می‌گیرد.^[۱] منطقه‌ی چهار از قسمت کف پانچ تشکیل شده است. ماده‌یی که در این ناحیه قرار دارد، به صورت یکنواخت از اطراف کشیده می‌شود.

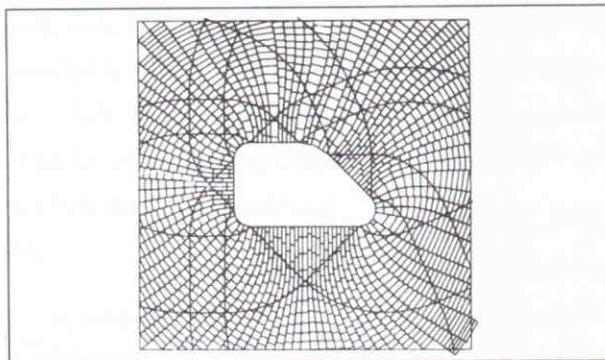
با توجه به مطالب بیان شده در مورد مکانیک تغییر شکل ماده در فرایند کشش عمیق، در این نوشتار پس از این که گسترده‌ی اولیه‌ی ورق مشخص شد، به منظور تعیین نیروی لازم برای پانچ، پس از محاسبه‌ی مقدار کل انرژی مورد نیاز فرایند، و سپس با مساوی قرار دادن این انرژی با انرژی خارجی مقدار نیروی پانچ به دست می‌آید. در پایان نیز به کمک مدل‌های پیشنهاد شده در مورد ناپایداری خمیری ورق‌ها، مقدار کشش‌پذیری قطعات مشخص می‌شود.

تعیین گسترده‌ی اولیه

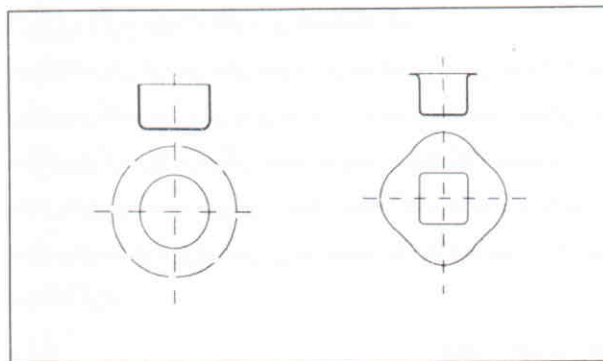
با توجه به فرض کرنش صفحه‌یی بودن فرایند، ضخامت ورق در کل فرایند ثابت است. از سوی دیگر، با فرض تراکم‌ناپذیر بودن ماده، سطوح بین حالت اولیه و نهایی ورق مساوی خواهد بود. از آنجا که



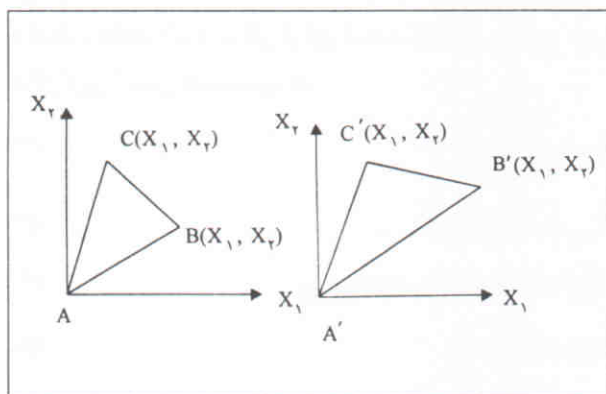
شکل ۱. مکانیک تغییر شکل ماده در فرایند کشش عمیق.



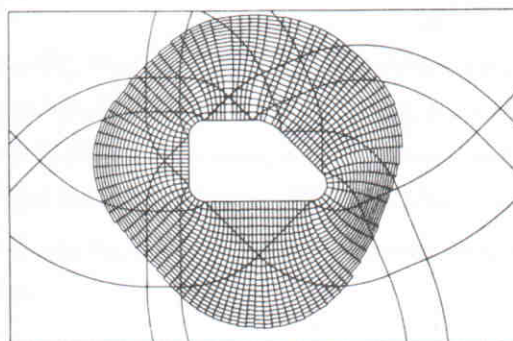
شکل ۴. شبکه بندی سطح فلانژ برای حالت گسترده‌ی اولیه‌ی از پیش تعیین شده.



شکل ۲. گسترده‌ی اولیه‌ی محاسبه شده.



شکل ۵. شکل اولیه و نهایی المان در فرایند تغییر شکل همگن.



شکل ۳. شبکه بندی سطح فلانژ برای حالت گسترده‌ی اولیه‌ی محاسبه شده.

دارد. در نتیجه هیچ‌گونه انرژی در اثر وجود برش در مرز بین دو نوار ورقه مصرف نمی‌شود.

در فرایند کشش عمیق، نیروی کشش در دیواره از سه منبع اصلی مصرف انرژی نشأت می‌گیرد که به ترتیب عبارتند از: انرژی تغییر شکل ماده، انرژی لازم برای غلبه بر اصطکاک در محدوده‌ی فلانژ و لبه‌ی ماتریس و نهایتاً انرژی خمش ورق روی لبه‌ی ماتریس.

برای محاسبه‌ی کرنش‌ها در سطح فلانژ، این‌گونه عمل شده است که ابتدا سطحی از نوار ورقه که در محدوده‌ی فلانژ قرار می‌گیرد، به المان‌های متساوی‌السطح تقسیم شده است و سپس با فرض ثابت بودن ضخامت ورق، می‌توان گفت که موقعیت هر المان در گام بعدی حرکت پانچ، همان المان جلوی آن خواهد بود. به این ترتیب می‌توان موقعیت هر المان را در هر گام از حرکت پانچ روی سطح فلانژ ردیابی کرد. حال با مشخص بودن موقعیت اولیه و موقعیت تغییر شکل یافته‌ی هر المان، می‌توان کرنش‌ها را محاسبه کرد (شکل ۳). همین مسئله برای حالتی که گسترده‌ی اولیه از پیش تعیین شده باشد در شکل ۴ نشان داده شده است.

محاسبه‌ی کرنش‌های اصلی

شکل ۵ حالت اولیه و نهایی یک المان مثلثی را پس از فرایند تغییر

خطوط جریان به کمک میدان خطوط لغزش مشخص‌اند می‌توان پیش‌بینی کرد که هر قسمت از سطح گسترده‌ی اولیه (سطح بین دو خط جریان) چه سطحی از قطعه‌ی نهایی را تشکیل می‌دهد. لذا با مشخص بودن شکل نهایی قطعه، مقدار سطح لازم به منظور پوشش قطعه مشخص می‌شود و با فرض تساوی سطوح می‌توان لبه‌ی گسترده اولیه را مشخص کرد.

در شکل ۲، گسترده‌ی اولیه برای چند قطعه‌ی مختلف محاسبه شده است. با توجه به این که در عمل، ضخامت ورق ثابت نیست، لذا گسترده‌ی اولیه‌ی حاصل، با فرض ضخامت ثابت، کمی بیشتر از مقدار واقعی خواهد بود.

محاسبه‌ی انرژی تغییرشکل همگن در محدوده فلانژ

در این مدل برای محاسبه‌ی نیروی پانچ، ابتدا کل قطعه به کمک میدان خطوط جریان به چندین نوار ورقه (قسمتی از سطح ورق که بین دو خط جریان مجاور قرار دارد) تقسیم می‌شود و سپس هر یک از نوارهای ورقه به‌طور مستقل مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. صحت این کار از آن روست که راستای خطوط جریان در جهت بزرگ‌ترین تنش اصلی است، لذا هیچ‌گونه تنش برشی در مرز بین دو نوار ورقه وجود ندارد و فقط تنش نرمال عمود بر سطح در مرز وجود

انرژی لازم جهت غلبه بر اصطکاک

اصطکاک یکی از متغیرهای مهم در فرایند کشش عمیق است که تأثیر زیادی در کشش پذیری ورق دارد. از آنجا که فشار اعمالی به سطح ورق از طریق ورق گیر - در مقایسه با استحکام تسلیم ماده - مقدار ناچیزی است، می توان از مدل اصطکاک خشک برای تحلیل و محاسبه ی مقدار انرژی مصرفی در محدوده ی فلانژ و لبه ی ماتریس استفاده کرد.

$$dF_f = \mu P_{BH} dA \quad (11)$$

$$F_f = \int_{A_{element}} dF_f \quad (12)$$

در شکل ۶ نحوه ی مدل کردن اصطکاک در لبه ی ماتریس نشان داده شده است. اصطکاک بین لبه ی ماتریس و ورق به صورت انرژی وارد محاسبات نشده، بلکه به همان صورت ارائه شده در شکل ۶ در نظر گرفته شده است. مقدار نیروی F_f ابتدا به کمک انرژی به دست آمده از روی تغییر شکل همگن و اصطکاک در سطح فلانژ، تعیین می شود.

انرژی برای خم و واخم ورق روی لبه ی ماتریس

پدیده ی مهم دیگری که در فرایند کشش عمیق وجود دارد، پدیده ی خم و واخم ورق به هنگام عبور از روی لبه ی ماتریس است. در این نوشتار با الهام از قسمت محاسبه ی انرژی تغییر شکل، روشی جدید برای تحلیل و محاسبه ی مقدار انرژی خم ارائه شده است که در ادامه به شرح آن می پردازیم.

شکل ۷ نمای برش خورده یی از مقطع یک ورق را که در حال عبور از روی لبه ی ماتریس است نشان می دهد. مطابق این شکل، ابتدا مقطع ورق به چندین المان متساوی السطح شبکه بندی می شود. برای هر المانی که وارد محدوده ی لبه ی ماتریس می شود، اگر محل تار خنثی مشخص بوده و فرض کرنش صفحه یی بودن برقرار باشد، می توان شکل تغییر یافته ی المان را پیش بینی کرد. این مطلب در شکل ۸، برای حالتی که تار خنثی در مرکز ورق قرار دارد، نشان داده شده است. با توجه به این که مختصات اولیه و نهایی المان مشخص است می توان به کمک مدل پیشنهادی جهت محاسبه ی کرنش های اصلی و سپس تنش ها و انرژی، مقدار انرژی خم و واخم را به دست آورد. با توجه به این که شعاع انحناء المان در حین حرکت از روی لبه ی ماتریس تغییری نمی کند، حرکت آن به صورت صلب بوده و لذا هیچ گونه انرژی (به جز انرژی اصطکاک) مصرف نمی کند. لازم به ذکر است که با وجود شبکه بندی کل قطعه، زمان محاسبات زیاد نیست زیرا کلیه ی محاسبات فقط برای یک المان صورت گرفته و در نهایت

شکل همگن نشان می دهد. [۲] با توجه به این که حرکت انتقالی صلب گونه ی المان، در مقدار کرنش آن تأثیری ندارد، مبدأ مختصات هر دو المان یکسان انتخاب شده است. مطابق شکل ۵، مختصات جدید (x_1, x_2) هر نقطه را می توان بر حسب مختصات اولیه (X_1, X_2) و به کمک رابطه ی زیر به دست آورد:

$$x_1 = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 \quad (1)$$

$$x_2 = a_{21}X_1 + a_{22}X_2$$

در حالت کلی $a_{12} \neq a_{21}$ است. این چهار ضریب برای تمام نقاط این المان مقدار ثابتی دارد که به کمک مختصات نقاط B', C' تعیین می شود.

به کمک رابطه ی ۱ و با در نظر گرفتن قسمت غیرخطی تانسور تغییر شکل گرین^۷ چنین به دست می آید:

$$C_{ij} = \frac{\partial X_k}{\partial X_i} \frac{\partial X_k}{\partial X_j} \quad (2)$$

$$C_{11} = a_{11}^2 + a_{12}^2 \quad (3)$$

$$C_{12} = C_{21} = a_{11}a_{12} + a_{21}a_{22} \quad (4)$$

$$C_{22} = a_{21}^2 + a_{22}^2 \quad (5)$$

مقادیر ویژه ی تانسور تغییر شکل گرین، مربع مقادیر کشش اصلی اند.

$$\lambda_{1,2}^2 = \frac{C_{11} + C_{22}}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{C_{11} - C_{22}}{2}\right]^2 + C_{12}^2} \quad (6)$$

کرنش های اصلی سطحی نیز عبارت اند از:

$$\varepsilon_{11} = \ln(\lambda_{11}) \quad (7)$$

$$\varepsilon_{22} = \ln(\lambda_{22})$$

مقدار کرنش اصلی سوم نیز با توجه به فرض تراکم ناپذیر بودن ماده از رابطه ی زیر به دست می آید:

$$\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 0 \quad (8)$$

در نهایت مقدار کرنش معادل از رابطه ی ۹ محاسبه می شود.

$$d\bar{\varepsilon} = \sqrt{\frac{2}{3}} \left[\frac{2+r}{(1+2r)^2} \left\{ \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + r(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 \right\} \right]^{1/2} \quad (9)$$

برای محاسبه ی انرژی یک المان باید ابتدا کرنش اولیه و کرنش جدید آن (در اثر جابه جایی به موقعیت جدید) محاسبه شود و سپس با انتگرال گیری روی کل حجم المان مقدار انرژی تغییر شکل آن محاسبه شود.

$$W = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} f(\varepsilon_{ij}) d\varepsilon_{ij} \quad (10)$$

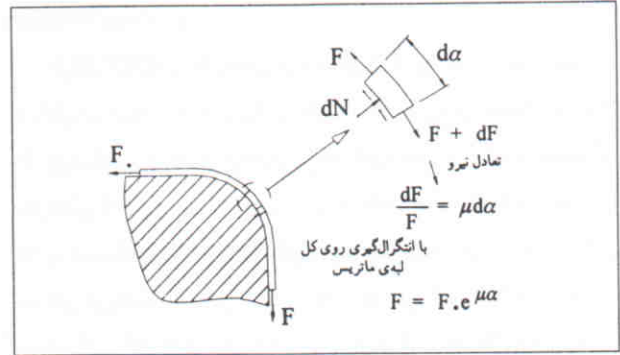
در رابطه ی فوق، W انرژی تغییر شکل در واحد حجم است که برای به دست آوردن کل انرژی المان باید روی حجم المان انتگرال گیری شود.

نتیجه در تعداد المان‌ها ضرب می‌شود.

طبق تحلیل‌های انجام‌شده چنین مشخص شد که اگر طول المان به اندازه‌ی انتخاب شود که رابطه‌ی ۱۳ بین اجزاء المان برقرار باشد، انرژی به‌دست آمده مقدار قابل قبولی خواهد داشت (با خطای کمتر از ۳۰٪ در صد).

$$\phi \leq \frac{0.5}{R+T} \quad (13)$$

در رابطه‌ی فوق R شعاع لبه‌ی ماتریس و T ضخامت ورق است و هر دو باید به‌صورت میلی‌متر در رابطه استفاده شود. ϕ نصف زاویه‌ی المان تغییرشکل‌یافته است.



شکل ۶. مدل‌سازی اصطکاک در ناحیه‌ی لبه‌ی ماتریس.

محاسبه‌ی نیروی پانچ در دیواره

مطابق شکل ۹، اگر فقط سطح فلانژ (از لبه‌ی فلانژ تا محل انحناء لبه‌ی ماتریس) مدل شود، به کمک اصل تعادل انرژی مقدار نیروی F_{eq}^1 چنین محاسبه می‌شود.

$$F_{eq}^1 \cdot \Delta u_1 = W_{homogenous}^{flange} + W_{friction}^{flange} + W_{bending} \quad (14)$$

در رابطه‌ی فوق Δu_1 مقدار جابه‌جایی نقطه‌ی ۱ از شکل ۹ است. لازم به ذکر است که F_{eq}^1 مقدار متوسط نیرو در مقطع ۱ است. اگر ضخامت ورق ثابت فرض شود، می‌توان مقدار جابه‌جایی Δu_1 را برحسب مقدار جابه‌جایی پانچ به‌دست آورد.

بعد از این که یک المان سطح فلانژ را طی کرد، وارد محدوده‌ی لبه‌ی ماتریس می‌شود. به علت وجود اصطکاک نیروی کششی آن مطابق رابطه‌ی ۱۵ افزایش پیدا می‌کند. مطابق شکل ۹ نیروی کششی ورق در مقطع ۲ چنین است.

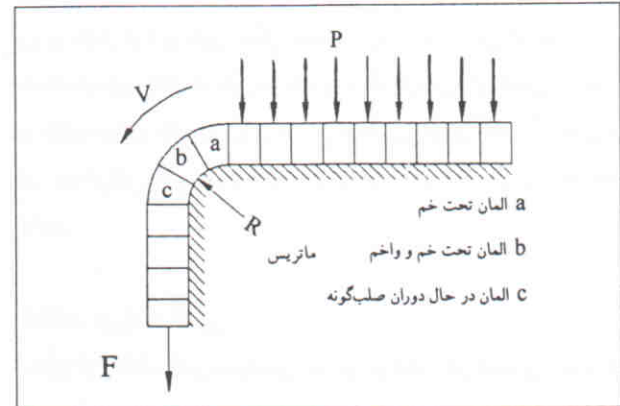
$$F_{eq}^2 = F_{eq}^1 \cdot e^{\mu \alpha} \quad (15)$$

در پایان، انرژی لازم واکم ورق به‌صورت زیر لحاظ می‌شود:

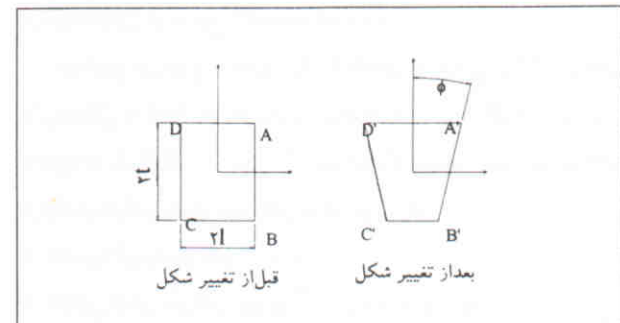
$$F_{punch} = F_{eq}^2 + \frac{W_{unbending}}{\Delta u_{punch}} \quad (16)$$

مقایسه‌ی نتایج تحلیلی و عددی قطعات استوانه‌یی

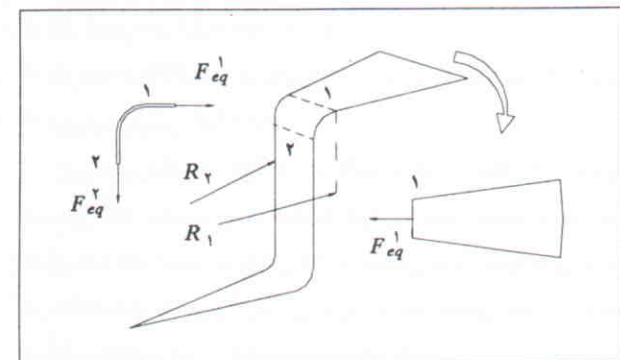
در این قسمت توانایی مدل پیشنهادی در تحلیل کشش عمیق مواد مختلف برای حالت قطعات استوانه‌یی نشان داده خواهد شد. با توجه به این که مدل پیشنهادی قادر به محاسبه‌ی توزیع تغییرات ضخامت نیست، فقط متغیرهای نیرو و مقدار کاهش قطر فلانژ برحسب جابه‌جایی پانچ مقایسه خواهد شد. [۳] جدول ۱ مشخصات مواد و شکل ۱۰ هندسه‌ی ابزار و قطعه‌ی مورد استفاده در آزمایش را نشان می‌دهد. گسترده‌ی اولیه در این آزمایش، به شکل دایره‌یی با قطر



شکل ۷. نمای برش‌خورده‌ی ورق در هنگام عبور از روی لبه‌ی ماتریس.



شکل ۸. شکل اولیه و تغییر یافته در اثر خمش روی لبه‌ی ماتریس.



شکل ۹. نمودار آزاد یک نوار ورقی.

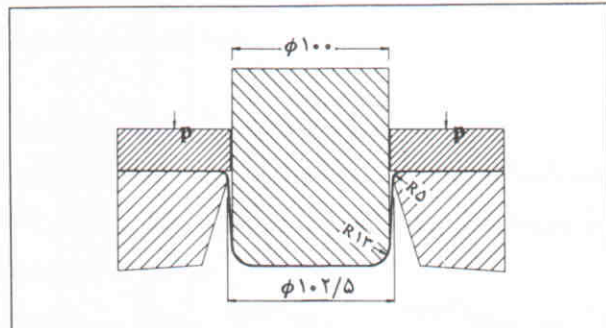
جدول ۱. خواص ورق مورد استفاده در آزمایش.

جنس	n	K(Mpa)	r	ضخامت ورق
DD	۰/۱ ۸	۵۴۷	۱/۶۵	۰/۷
HS	۰/۱ ۸	۱۰۵۹	۰/۹۵	۰/۷
BR	۰/۴ ۲	۸۹۵	۰/۸۵	۰/۷

۲۰ mm بوده است.

فولاد (DD) از خانواده‌ی فولادهای کم‌کربن است و مورد مصرف زیادی در صنعت خودروسازی دارد. مقدار نیروی اعمال شده از طریق ورق‌گیر در حین آزمایش ۸۰ KN بوده است. ضریب اصطکاک متوسطی که در مدل عددی از آن استفاده شده عبارت است از: $\mu = ۰/۱۵$. شکل ۱۱ نیروی پانچ را به صورت تابعی از حرکت آن نمایش می‌دهد. در شکل ۱۲ نیز مقدار کاهش قطر فلانژ برحسب جابه‌جایی پانچ نشان داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، نتایج عددی و آزمایشگاهی به خوبی مطابقت دارند.

این نشان می‌دهد که فرض کرنش صفحه‌یی بودن تأثیر زیادی روی مقدار انرژی تغییر شکل ندارد، زیرا با فرض ثابت بودن ضخامت، این مقدار کرنش در مقادیر دیگر کرنش‌های اصلی اثر خود را نشان خواهد داد. زیرا با فرض تراکم‌ناپذیر بودن ماده، اگر یکی از این سه کرنش صفر شود، مقدار دو کرنش دیگر قطعاً افزایش خواهد یافت.



شکل ۱۰. هندسه‌ی ابزار و قطعه‌ی مورد استفاده برای آزمایش کشش عمیق.

قطعات غیراستوانه‌یی

منظور از قطعات غیراستوانه‌یی در این نوشتار، هر قطعه‌یی است که قابلیت ترسیم میدان خطوط لغزش را داشته باشد. در این قسمت برای شناسایی رفتار مدل در تحلیل قطعات غیراستوانه‌یی، از داده‌های آزمایشگاهی در مرجع ۴ استفاده شده است.

در این مرجع، تحلیل یک قطعه‌ی جعبه‌یی با گسترده‌ی دایره‌شکل، به کمک اجزاء محدود بیان شده است. شکل هندسی ابزار به صورت شماتیک در شکل ۱۳ نشان داده شده است. متغیرهای فرایند و خواص ورق مورد نظر به شرح زیرند:

۱. جنس: آلومینیوم - فولاد آرام؛

۲. منحنی تنش-کرنش: $\sigma = ۵۰۸/۷۹(\bar{\epsilon})^{۰/۲۴۷} Mpa$

۳. ناهمسانی به‌هنگار: $r = ۱/۸۶۷$ ؛

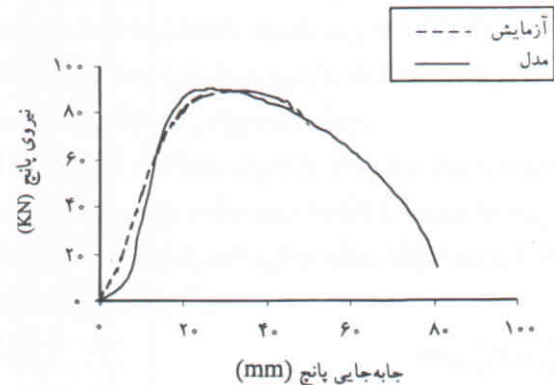
۴. ضخامت ورق: $۰/۸ mm$ ؛

۵. قطر گسترده‌ی اولیه: $\phi = ۹۰ mm$ ؛

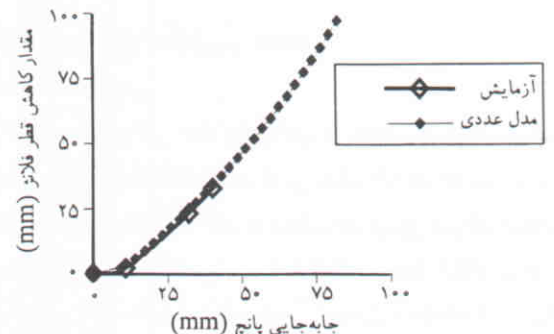
۶. ضریب اصطکاک: روی پانچ $\mu = ۰/۲۴$ و روی ماتریس $\mu = ۰/۲$ ؛

۷. نیروی ورق‌گیر: $۸۰۰ Kgf$.

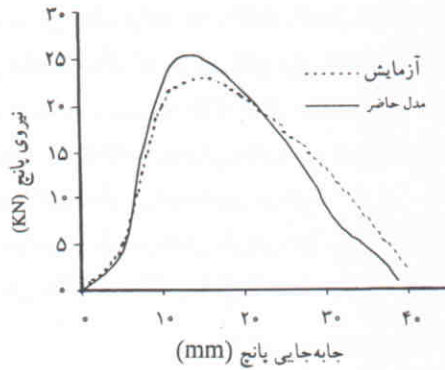
نیروی ورق‌گیر در طول فرایند ثابت است. در شکل ۱۴، شکل هندسی قطعه به‌همراه میدان خطوط لغزش و میدان خطوط جریان نشان داده شده است. در شکل ۱۵ نیز منحنی نیرو-جابه‌جایی برای دو حالت مدل عددی و آزمایش آورده شده، تطابق خوب نتایج تحلیلی با نتایج تجربی نشان‌دهنده‌ی قدرت این روش در تخمین نیروی کشش است.



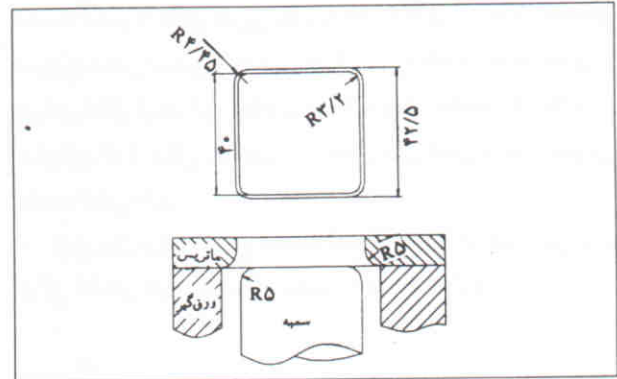
شکل ۱۱. منحنی عددی و آزمایشگاهی نیروی پانچ برحسب جابه‌جایی پانچ.



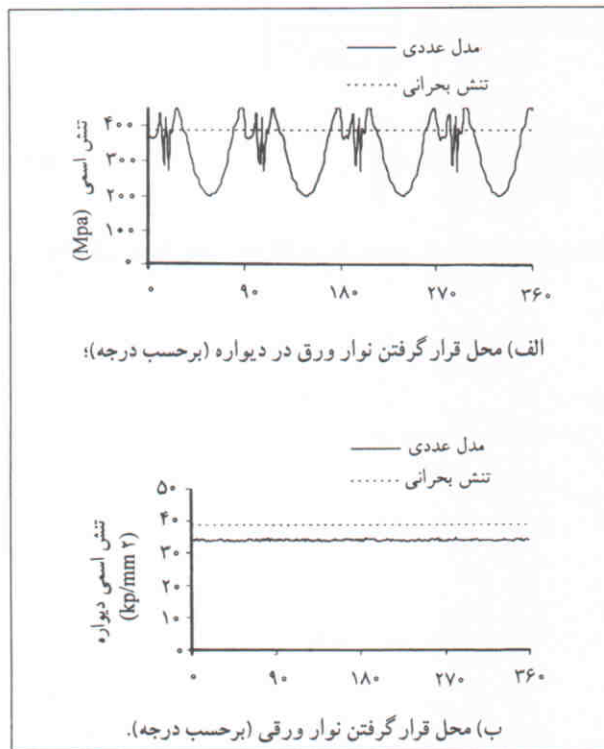
شکل ۱۲. منحنی عددی و آزمایشگاهی مقدار کاهش قطر فلانژ برحسب جابه‌جایی پانچ.



شکل ۱۵. مقایسه‌ی منحنی نیروی جابه‌جایی به‌دست آمده از مدل عددی و آزمایش برای یک قطعه‌ی مربع شکل از گسترده‌ی اولیه‌ی دایره‌یی.



شکل ۱۳. هندسه‌ی ابزار مورد استفاده در کشش عمیق قطعه‌ی جعبه‌یی شکل با گسترده‌ی دایره‌یی.



شکل ۱۶. مقایسه‌ی نیروی کشش به‌دست آمده از مدل با مقدار مجاز: الف) برای یک قطعه‌ی جعبه‌یی شکل، ب) برای یک قطعه‌ی استوانه‌یی.

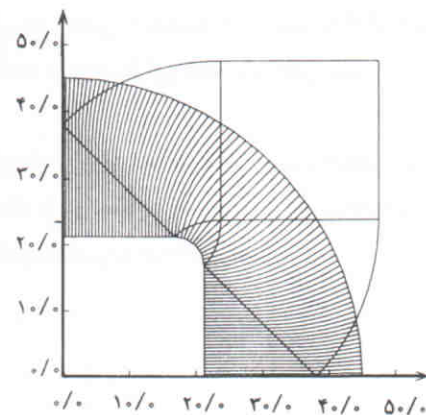
برای ماده‌یی که مشخصه‌ی کار سختی آن $\bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}_0)^n$ باشد، کرنش و تنش در شرایط ناپایداری خمیری از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آیند:

$$\bar{\epsilon}_i = n - \bar{\epsilon}_0 \quad (18)$$

$$\bar{\sigma}_i = Kn^n \quad (19)$$

ناپایداری تحت کشش کرنش صفحه‌یی

المانی از ورق که در محل تلاقی قسمت استوانه‌یی پانچ و نوک پانچ



شکل ۱۴. شکل هندسی قطعه، خطوط لغزش و خطوط جریان برای قطعه‌ی تحلیل شده.

پیش‌بینی پارگی

از مشاهدات تجربی چنین به‌دست می‌آید که در فرایند کشش عمیق دو منطقه‌ی بحرانی برای شروع پارگی در قطعه وجود دارد: یکی در فلانژی که تحت کشش تک‌محوری است و دیگری در دیواره‌ی تحت کشش کرنش صفحه‌یی.^[۴]

ناپایداری خمیری تحت کشش تک‌محوری در فلانژ

در لبه‌ی فلانژی یک قطعه‌ی در حال کشش عمیق تنش محیطی بیشترین مقدار فشاری خود را دارد. با حرکت به سمت حفره‌ی ماتریس، تنش شعاعی افزایش می‌یابد ولی از مقدار فشاری تنش محیطی کاسته می‌شود، تا جایی که در نقطه‌یی نزدیک لبه‌ی ماتریس تنش محیطی به صفر می‌رسد، سپس این مقدار افزایش می‌یابد تا آنجا که تنش محیطی دیواره مقدار مثبتی شود. در این نقطه حالت تنش به صورت کشش تک‌محوری است. شرط ایجاد ناپایداری خمیری در این کشش چنین است:

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\bar{\epsilon}} = \bar{\sigma} \quad (17)$$

به دست آمد و با نتایج تجربی مقایسه شد. شکل ۱۶ نشان دهنده‌ی توزیع تنش اسمی و تنش بحرانی در قطعات استوانه‌یی و جعبه‌یی شکل است. این قطعات عملاً دچار شکست شده‌اند، و همان‌طور که از شکل مشخص است مقدار تنش اسمی با مقدار بحرانی تفاوت اندکی دارد.

طبق مدل فوق و نتایج به دست آمده از مدل ارائه شده می‌توان پارگی قطعه‌ی کار را با حداقل دقت ۹۰٪ محاسبه کرد.

نتیجه‌گیری

مدل ارائه شده قادر به محاسبه‌ی گسترده‌ی اولیه است. طبق نتایج به دست آمده از این تحلیل، به کمک این مدل می‌توان با دقت بسیار مناسب نیروی کشش را محاسبه کرد. سپس به کمک نیروی کشش به دست آمده می‌توان پارگی قطعه را با دقتی بیش از ۹۰٪ پیش‌بینی کرد.

در این روش زمان محاسبه کوتاه است و همچنین می‌توان کلیه‌ی خواص ماده را در تحلیل آن لحاظ کرد. تنها محدودیت این روش عدم محاسبه‌ی تغییرات ضخامت است.

قرار دارد، در کل زمان فرایند تحت کشش کرنش صفحه‌یی است. از طرفی در حالت ایده‌آل، کل نیروی لازم برای کشش قطعه از طریق این المان به دیواره و سپس به فلائنز منتقل می‌شود. با وجود این محدودیت‌ها، نسبت کشش بحرانی با وجود شرایطی که باعث ناپایداری در این المان می‌شود تعیین می‌شود.

برای موادی که رابطه‌ی تنش-کرنش آنها برابر $\bar{\sigma} = K(\bar{\epsilon} + \bar{\epsilon}_0)^n$ است، کرنش معادل در لحظه‌ی ناپایداری خمیری برابر است با:

$$\bar{\epsilon} = \frac{1+r}{(1+2r)^{1/2}} n - \bar{\epsilon}_0 \quad (20)$$

نیروی بحرانی در هر نوار ورق از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$P_c = W \cdot t \cdot (n)^n \cdot K \cdot \left[\frac{1+r}{(1+2r)^{1/2}} \right]^{n+1} \exp \left[\bar{\epsilon}_0 \frac{(1+2r)^{1/2}}{(1+r)} - n \right] \quad (21)$$

به کمک روابط فوق، حد کشش‌پذیری برای قطعات مختلف

پانوش

1. deep drawing
2. primary distributed
3. bending
4. unbending
5. flange zone
6. isotropic deformation
7. green's deformation tensor
8. aluminum - killed Steel
9. normal anisotropy

منابع

1. Johnson, W., Mellor, P.B., **Engineering Plasticity**, Ellis

- Horwood Ltd, (1983).
2. Sowerby, R., Chu, E., Duncan, J. L., "Determination of Large Strain in Metal forming", *Journal of Strain Analysis*, **17**(2), (1982).
3. Saran, M. J., Schedin, E., Samuelsson, A., and Melander, A., "Numerical Experimental Investigation of Deep Drawing of Metal Sheets", *Journal of Engineering for Industry*, **112**, (August 1990).
4. Yang, D.Y., Chung, W. J. and Shim, H. B., "Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Sheet Metal Forming Processes With Initial Guess Generation", *Int J. Mech. Sci.*, **32**(8), pp. 687-708, (1990).