

# تحلیل حرکتی یک بازوی مکانیکی نصب شده بر روی یک وسیله

## نقلیه‌ی مجهز به سیستم تعلیق

داود نادری (استادیار)

علی مقداری (استاد)

محمد دورعلی (دانشیار)

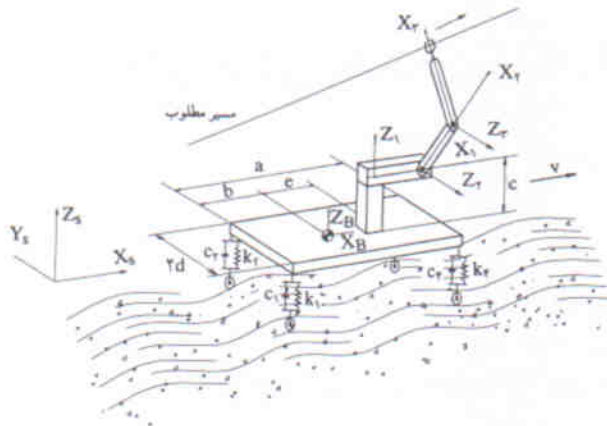
قطب علمی طراحی، رباتیک و اتوماسیون، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

بازوی مکانیکی نصب شده بر روی یک وسیله‌ی نقلیه را «بازوی مکانیکی ماهر متحرک» می‌نامند. یک بازوی مکانیکی ماهر متحرک با داشتن یک سیستم تعلیق مناسب می‌تواند بر روی سطوح ناهموار حرکت کرده و دارای فضای کاری نامحدودی باشد. هنگامی که وسیله‌ی نقلیه حرکت می‌کند، اگر بازوی مکانیکی ماهر وظایف محوله را انجام دهد، بازه‌ی زمان و انرژی مورد نیاز برای توقف و شروع به حرکت افزایش خواهد یافت. در این نوشتار یک بازوی مکانیکی سه درجه آزادی نصب شده بر روی یک وسیله‌ی نقلیه با سیستم تعلیق مورد بررسی قرار گرفته و معادلات سینماتیکی و دینامیکی آنها ارائه می‌شود. بازوی مکانیکی ماهر دارای سه اتصال مفصلی است که محور دوران اتصال اول عمود بر صفحه‌ی افق و محور دوران اتصال‌های دوم و سوم موازی با آن هستند. و وسیله‌ی نقلیه دارای یک درجه آزادی خطی و دو درجه آزادی دورانی است. در اینجا حالتی را در نظر گرفته‌ایم که مجری نهایی یک مسیر مطلوب را با سرعت ثابت طی می‌کند و همزمان وسیله‌ی نقلیه نیز با سرعت ثابت بر روی سطح ناهمواری حرکت می‌کند. نتایج شبیه‌سازی شده برای مسیر مطلوب خط راست ارائه شده است.

### مقدمه

در سال‌های اخیر، در معدودی از مقالات و موضوعات پژوهشی، بازوهای مکانیکی ماهر متحرک مورد بررسی قرار گرفته است. در اکثر این مقالات از سیستم تعلیق وسیله‌ی نقلیه و اثرات آن صرف‌نظر شده است. با این فرض درجات آزادی وسیله‌ی نقلیه به درجات آزادی بازوی مکانیکی ماهر افزوده می‌شود و یک بازوی مکانیکی ماهر زائد را تشکیل می‌دهد. معادلات سینماتیکی و دینامیکی به دلیل قیود حاکم بر وسیله‌ی نقلیه غیر هولونومیک و غیرخطی خواهند بود. بیشتر بازوهای مکانیکی ماهر متحرک که در حال حاضر مورد تحقیق و بررسی قرار گرفته‌اند از یک رابط متصل به یک صفحه‌ی متحرک تشکیل شده‌اند و به منظور افزایش قابلیت‌های بازوی مکانیکی ماهر، به‌ویژه زمانی که حمل قطعات بزرگ، سنگین و غیر صلب مورد نظر باشد از دو رابط استفاده می‌شود.<sup>[۱]</sup> سرعت زیاد حرکت بازوی مکانیکی ماهر می‌تواند در وسیله‌ی نقلیه‌ی مربوطه اغتشاش دینامیکی ایجاد کند و حتی در موقعیت‌هایی می‌تواند باعث واژگونی وسیله‌ی نقلیه شود. دوبوسکی و ونس<sup>[۲]</sup> یک روش برنامه‌ریزی ارائه کرده‌اند تا اغتشاش دینامیکی از ظرفیت وسیله‌ی نقلیه تجاوز نکند، و در حالی که بازوی مکانیکی ماهر سریعاً وظایف محوله را انجام می‌دهد پایداری وسیله‌ی نقلیه حفظ شود. در این

نوشتار معادلات حاکم بر روبات‌های ساکن برای بازوی مکانیکی ماهر متحرک تعمیم داده شده و فرض بر این است که بین وسیله‌ی نقلیه و زمین اصطکاک کافی وجود دارد. رابطه‌های به دست آمده را می‌توان برای فضاپیمایی که بر روی آن یک بازوی مکانیکی ماهر نصب شده نیز به کار گرفت. لازم است بازوهای مکانیکی ماهر متحرک برای انجام وظایف تعیین شده بر روی سطوح ناهموار حرکت کنند، و این خود ممکن است باعث واژگونی آنها شود. برای جلوگیری از واژگونی به کمک یک سیستم خودکار یا توسط اپراتور و یک نشانه در نزدیکی محدوده‌ی واژگونی، لازم است معیار حاشیه‌ی پایداری تعیین شود. پایادوپولس و ری<sup>[۳]</sup> معیار جدید واژگونی را ارائه می‌دهند که برای بازوی مکانیکی ماهر متحرک بر روی سطوح صاف و ناهموار و تحت نیروهای اینرسی و نیروهای خارجی کاربرد دارد. چن و زالالا<sup>[۴]</sup> و بین و همکاران<sup>[۵]</sup> مدل‌سازی دینامیکی و تعیین مسیر وسیله‌ی نقلیه و برنامه‌ریزی حرکت را برای یک بازوی مکانیکی ماهر متحرک با قید غیر هولونومیک ارائه داده‌اند. یاماموتو و یوان<sup>[۶]</sup> تداخل دینامیکی بازوی مکانیکی ماهر و وسیله‌ی نقلیه را مورد بحث قرار داده، اثرات متقابل این تداخل دینامیکی را مشخص می‌کنند. همچنین، بازوهای مکانیکی ماهر متحرک از دیدگاه‌های متفاوتی مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند<sup>[۷-۱۰]</sup>، بدون آن که نوع



شکل ۱. مدل وسیله نقلیه و بازوی مکانیکی.

منطبق است. چهار فنر و چهار مستهلک کننده‌ی خطی سیستم تعلیق وسیله‌ی نقلیه را تشکیل می‌دهند. جرم رابط‌ها به صورت متمرکز در وسط هر رابط در نظر گرفته شده و از جرم چرخ‌ها صرف نظر شده است.

با توجه به چهارچوب‌های نشان داده شده در شکل ۱ ماتریس‌های تبدیل و دوران چنین خواهند بود [۱۷]:

$${}^0_1T = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & l_1 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^0_1R = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$${}^1_2T = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & l_2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^1_2R = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$${}^2_3T = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & 0 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^2_3R = \begin{bmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

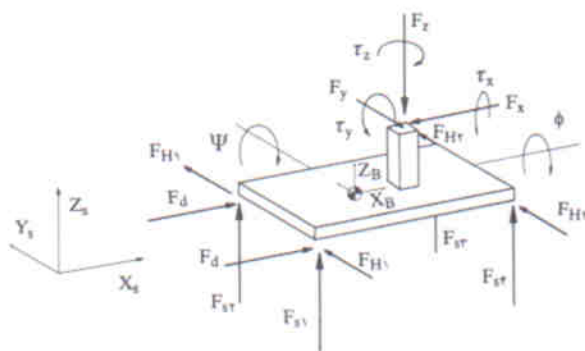
$${}^0_3T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & e \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^0_3R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

با فرض کوچک بودن مقادیر  $\phi$  و  $\psi$  داریم [۱۸]:

ناهمواری‌های سطحی که بازوی مکانیکی ماهر روی آن حرکت می‌کند و نیز اثرات سیستم تعلیق در نظر گرفته شده باشد. ویلکو و همکاران [۱۱] یک سیستم تعلیق با فنرهای نرم را در نظر گرفته ولی تأثیر آن را فقط در انتخاب زمان نمونه برداری لحاظ کرده‌اند. تهجوب [۱۲، ۱۳] یک بازوی مکانیکی ماهر متصل به یک پایه‌ی متحرک با یک سیستم تعلیق شش درجه آزادی را در نظر گرفته است. پایه‌ی متحرک دارای سه درجه آزادی دورانی و سه درجه آزادی جابه‌جایی است و بازوی مکانیکی ماهر متحرک روی سطحی با ناهمواری‌های متفاوت حرکت می‌کند. در این نوشتارها اگرچه معادلات سینماتیکی و دینامیکی تعیین نشده، چنین ذکر شده که به دلیل عدم انجام مدل‌سازی دقیق نمی‌توان این معادلات را تعیین کرد. برای طراحی کنترل‌کننده چنین فرض شده که نقطه‌ی اتصال بازوی مکانیکی به صفحه‌ی متحرک دارای حرکت دورانی است و در تمام جهات به طور سینوسی با فرکانس‌های نسبتاً زیاد و با دامنه‌های معقول جابه‌جا می‌شود. بدیهی است که فرض فوق معقول نیست، زیرا سیستم تعلیق دارای شش فرکانس تشدید است که در صورت برابری فرکانس تحریک با یکی از این فرکانس‌ها، فرض معقول بودن دامنه بستگی به مقدار ضریب استهلاک سیستم تعلیق دارد. از طرف دیگر چون بازوی مکانیکی ماهر قطعاً را حمل خواهد کرد، شش فرکانس طبیعی سیستم تعلیق تابع وزن این قطعات است و مقدار ثابتی نیست. همچنین فرکانس نوسانات تابع نوع ناهمواری‌ها و سرعت وسیله‌ی نقلیه است؛ لذا تلاش برای تعیین معادلات سینماتیکی و دینامیکی بازوهای مکانیکی ماهر متحرک پیچیده و مشکل است و می‌تواند در راستای بهبود عملکرد کنترلی بازوهای مکانیکی ماهر متحرک مفید باشد. از این رو، مقداری و همکاران [۱۴-۱۶] تداخل دینامیکی بازوهای مکانیکی ماهر و وسیله نقلیه را با در نظر گرفتن اثرات سیستم تعلیق برای بازوهای مکانیکی ماهر یک و دو درجه آزادی نصب شده بر روی وسیله‌ی نقلیه بررسی کرده‌اند. در این نوشتار مدل‌سازی سینماتیکی و دینامیکی یک بازوی مکانیکی سه درجه آزادی نصب شده بر روی یک وسیله‌ی نقلیه با سیستم تعلیق مورد بررسی قرار گرفته و معادلات سینماتیکی و دینامیکی آنها ارائه می‌شود.

#### معادلات سینماتیکی - دینامیکی بازوی مکانیکی ماهر

شکل ۱ مدل بازوی مکانیکی سه درجه آزادی متصل به یک وسیله‌ی نقلیه با سیستم تعلیق را نشان می‌دهد. چهارچوب {B} در مرکز جرم وسیله‌ی نقلیه به آن متصل شده است و چهارچوب {S} یک چهارچوب ثابت است. در  $t=0$  چهارچوب {B} بر چهارچوب {S}



شکل ۲. پیکره‌ی آزاد وسیله‌ی نقلیه.

$$U_{\psi}(t) = U_0 \cos(\gamma \pi v t / \lambda + \pi / 2) \quad (15)$$

$$U_{\psi}(t) = U_0 \cos(\gamma \pi v t / \lambda + \gamma \pi a / \lambda + \pi / 2) \quad (16)$$

$$U_{\phi}(t) = U_0 \cos(\gamma \pi v t / \lambda + \gamma \pi a / \lambda) \quad (17)$$

جابه‌جایی و سرعت نقاط اتصال سیستم تعلیق و صفحه‌ی متحرک چنین است:

$$s_1 = Z + b\psi - d\phi \quad (18)$$

$$\dot{s}_1 = \dot{Z} + b\dot{\psi} - d\dot{\phi} \quad (19)$$

$$s_{\psi} = Z + b\psi + d\phi \quad (20)$$

$$\dot{s}_{\psi} = \dot{Z} + b\dot{\psi} + d\dot{\phi} \quad (21)$$

$$s_{\phi} = Z - (a-b)\psi + d\phi \quad (22)$$

$$\dot{s}_{\phi} = \dot{Z} - (a-b)\dot{\psi} + d\dot{\phi} \quad (23)$$

$$s_{\phi} = Z - (a-b)\psi - d\phi \quad (24)$$

$$\dot{s}_{\phi} = \dot{Z} - (a-b)\dot{\psi} - d\dot{\phi} \quad (25)$$

مجموع نیروهای فنر و مستهلک‌کننده‌ی سیستم تعلیق هر چرخ عبارت است از:

$$F_{s1} = k_1(U_1(t) - s_1) + c_1(\dot{U}_1(t) - \dot{s}_1) \quad (26)$$

$$F_{s\psi} = k_{\psi}(U_{\psi}(t) - s_{\psi}) + c_{\psi}(\dot{U}_{\psi}(t) - \dot{s}_{\psi}) \quad (27)$$

$$F_{s\phi} = k_{\phi}(U_{\phi}(t) - s_{\phi}) + c_{\phi}(\dot{U}_{\phi}(t) - \dot{s}_{\phi}) \quad (28)$$

$$F_{s\psi} = k_{\psi}(U_{\psi}(t) - s_{\psi}) + c_{\psi}(\dot{U}_{\psi}(t) - \dot{s}_{\psi}) \quad (29)$$

با نوشتن معادلات تعادل دینامیکی برای وسیله‌ی نقلیه داریم:

$$\sum F_x = 0 \quad (30)$$

$$\gamma F_d - F_x = 0 \quad (31)$$

$${}^S_B R = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & \sin\psi \\ \sin\psi \sin\phi & \cos\phi & -\sin\phi \cos\psi \\ -\cos\phi \sin\psi & \sin\phi & \cos\phi \cos\psi \end{bmatrix} \quad (5)$$

$${}^S_B T = \begin{bmatrix} \cos\psi & 0 & \sin\psi & v.t \\ \sin\psi \sin\phi & \cos\phi & -\sin\phi \cos\psi & 0 \\ -\cos\phi \sin\psi & \sin\phi & \cos\phi \cos\psi & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

با استفاده از الگوریتم دینامیکی تکراری نیوتن-اوایلر نیروها و گشتاور در مفصل بازوی مکانیکی قابل محاسبه است. چون بازوی مکانیکی روی پایه‌ی متحرک دارای شتاب نصب شده، این شتاب را در معادلات همانند شتاب ثقل منظور می‌کنیم.

$${}^1P_{c1} = l_1 / \sqrt{2} \hat{X}_1, {}^cI_1 = 0, {}^1P_{c\tau} = l_{\tau} / \sqrt{2} \hat{X}_{\tau}, {}^cI_{\tau} = 0 \quad (7)$$

$${}^{\tau}P_{c\tau} = l_{\tau} / \sqrt{2} \hat{X}_{\tau}, {}^cI_{\tau} = 0 \quad (8)$$

$${}^{\tau}f_{\tau} = 0, {}^{\tau}n_{\tau} = 0 \quad (9)$$

$$\omega_s = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix}, \dot{\omega}_s = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\psi} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\dot{V}_s = \begin{bmatrix} c\ddot{\psi} - e\dot{\psi}^2 + (g+z)\sin\psi \\ -c\ddot{\phi} + e\dot{\phi}\dot{\psi} - (g+z)\sin\phi \cos\psi \\ -e\ddot{\psi} - c(\dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2) + (g+z)\cos\phi \cos\psi \end{bmatrix} \quad (11)$$

نیروها و گشتاور اعمال شده به خودرو توسط بازوی مکانیکی ماهر چنین است:

$$s_{f1} = {}^S_B R {}^B_R {}^1R {}^1f_1 = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$s_{n1} = {}^S_B R {}^B_R {}^1R {}^1n_1 = \begin{bmatrix} \tau_x \\ \tau_y \\ \tau_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

### معادله‌ی دیفرانسیل حرکت وسیله‌ی نقلیه

با تعیین نیروها و گشتاورهای وارده از سوی بازوی مکانیکی به وسیله‌ی نقلیه، می‌توان پیکره‌ی آزاد وسیله‌ی نقلیه را مطابق شکل ۲ رسم کرد.

$$U_1(t) = U_0 \cos(\gamma \pi v t / \lambda) \quad (14)$$

جزئی شوند. برای جلوگیری از این امر، روش عددی زیر ارائه می‌شود. اگر مسیر مطلوب مجری نهایی خط راستی با کسینوس‌های هادی  $\hat{\alpha}$ ،  $\hat{\beta}$  و  $\hat{\gamma}$  و نقطه‌ی شروع  $x_0$ ،  $y_0$  و  $z_0$  باشد و مجری نهایی با سرعت ثابت  $v_f$  این مسیر را دنبال کند، معادله‌ی ۴۲ باید در معادله‌ی ۴۳ صدق کند:

$$s \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + v_f t \cos \hat{\alpha} \\ y_0 + v_f t \cos \hat{\beta} \\ z_0 + v_f t \cos \hat{\gamma} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

با حل معادله‌ی ۴۳ و معادلات دیفرانسیل ۳۷ و ۳۹ و ۴۱ به صورت همزمان مقادیر  $Z$ ،  $\psi$ ،  $\theta_1$ ،  $\theta_2$ ،  $\theta_3$ ،  $\theta_4$ ،  $\theta_5$ ،  $\theta_6$ ،  $\theta_7$  و  $\theta_8$  به دست می‌آید. این معادلات به کمک نرم‌افزار MAPLE به صورت زیر حل شد:

۱. مقادیر  $\theta_1$ ،  $\theta_2$ ،  $\theta_3$  و  $\theta_4$  را مساوی صفر در نظر می‌گیریم.
۲. معادلات دیفرانسیل ۳۷ و ۳۹ و ۴۱ را حل کرده و مقادیر  $Z$ ،  $\psi$  و  $\theta_5$  را در  $t=0$  به دست می‌آوریم.
۳. معادله‌ی ۴۳ را برای مقادیر  $Z$ ،  $\psi$  و  $\theta_5$  در  $t=0$  حل کرده و  $\theta_6$  را تعیین می‌کنیم.
۴. معادلات دیفرانسیل ۳۷ و ۳۹ و ۴۱ را حل کرده و مقادیر  $Z$ ،  $\psi$  و  $\theta_6$  را در  $t=0.01$  به دست می‌آوریم.
۵. معادله‌ی ۴۳ را حل کرده و مقادیر  $\theta_7$  و  $\theta_8$  را تعیین می‌کنیم.
۶. مقادیر  $\theta_1$ ،  $\theta_2$ ،  $\theta_3$ ،  $\theta_4$ ،  $\theta_5$ ،  $\theta_6$ ،  $\theta_7$  و  $\theta_8$  را توسط روابط زیر به صورت خطی تخمین می‌زنیم.

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_1 &= \frac{\theta_1(\text{new}) - \theta_1(\text{old})}{\Delta t}, & \ddot{\theta}_1 &= \frac{\dot{\theta}_1(\text{new}) - \dot{\theta}_1(\text{old})}{\Delta t}, \\ \dot{\theta}_2 &= \frac{\theta_2(\text{new}) - \theta_2(\text{old})}{\Delta t}, & \ddot{\theta}_2 &= \frac{\dot{\theta}_2(\text{new}) - \dot{\theta}_2(\text{old})}{\Delta t}, \\ \dot{\theta}_3 &= \frac{\theta_3(\text{new}) - \theta_3(\text{old})}{\Delta t}, & \ddot{\theta}_3 &= \frac{\dot{\theta}_3(\text{new}) - \dot{\theta}_3(\text{old})}{\Delta t} \end{aligned}$$

۷. مجدداً عملیات را از بند چهار تکرار می‌کنیم تا مقادیر خطا برای  $\theta_1$ ،  $\theta_2$ ،  $\theta_3$ ،  $\theta_4$ ،  $\theta_5$ ،  $\theta_6$ ،  $\theta_7$  و  $\theta_8$  کم‌تر از  $\epsilon = 0.01$  شود.
۸. به این ترتیب مقادیر  $Z$ ،  $\psi$ ،  $\theta_1$ ،  $\theta_2$ ،  $\theta_3$ ،  $\theta_4$ ،  $\theta_5$ ،  $\theta_6$ ،  $\theta_7$  و  $\theta_8$  را در  $t=0.01$  به دست می‌آید. برای گام‌های زمانی دیگر نیز مطابق فوق عمل می‌کنیم.

$$\sum F_y = 0 \quad (32)$$

$$2F_{H1} + 2F_{H2} - F_y = 0 \quad (33)$$

$$\sum M_z = 0 \quad (34)$$

$$2F_{H2}(a-b-e) - 2F_{H1}b - F_y e - r_z = 0 \quad (35)$$

با حل معادلات ۳۱ و ۳۳ و ۳۵ نیروهای  $F_{H1}$ ،  $F_{H2}$  و  $F_d$  به دست می‌آید.

$$\sum F_z = m_B \ddot{Z} \quad (36)$$

$$F_{s1} + F_{s2} + F_{s3} + F_{s4} - F_z = m_B \ddot{Z} \quad (37)$$

$$\sum M_x = I_x \ddot{\phi} \quad (38)$$

$$(F_{s2} + F_{s3})d \cos \phi - (F_{s1} + F_{s4})d \cos \phi - r_x + F_y c \cos \phi + F_z c \sin \phi = I_x \ddot{\phi} \quad (39)$$

$$\sum M_y = I_y \ddot{\psi} \quad (40)$$

$$(F_{s1} + F_{s2})b \cos \psi - (F_{s3} + F_{s4})(a-b) \cos \psi - F_x c \cos \psi + F_z e \cos \psi + 2F_d b \sin \psi - r_y = I_y \ddot{\psi} \quad (41)$$

اگر مقادیر  $\theta_1$ ،  $\theta_2$ ،  $\theta_3$ ،  $\theta_4$ ،  $\theta_5$ ،  $\theta_6$ ،  $\theta_7$  و  $\theta_8$  معلوم باشند، می‌توان حل معادلات دیفرانسیل ۳۷ و ۳۹ و ۴۱،  $Z$ ،  $\psi$  و  $\theta$  را تعیین کرد.

### معادله‌ی موقعیت مجری نهایی

با تعیین  $Z$ ،  $\psi$  و  $\theta$  ماتریس تبدیل معادله‌ی ۶ مشخص می‌شود و می‌توان مختصات انتهای بازو را در چهارچوب  $\{S\}$  به کمک معادله‌ی ۴۲ به دست آورد.

$$s \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = s_B^S T \cdot B^B T \cdot 1^B T \cdot 1^1 T \cdot 1^2 T \cdot 1^3 T \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

### زوایای مفصلی برای حرکت مجری نهایی روی یک خط راست

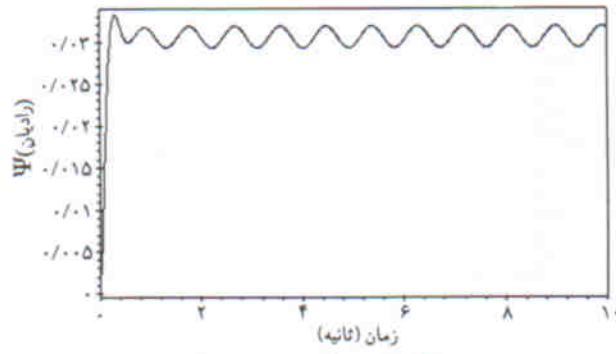
اگر بخواهیم مسیر مجری نهایی در چهارچوب  $\{S\}$  یک خط راست باشد، واضح است که باید  $Z$ ،  $\psi$  و  $\theta$  تابع  $\theta_1$ ،  $\theta_2$ ،  $\theta_3$ ،  $\theta_4$ ،  $\theta_5$ ،  $\theta_6$ ،  $\theta_7$  و  $\theta_8$  باشد و نیز  $\theta_1$  و  $\theta_2$  باید تابعی از  $t$ ،  $Z$ ،  $\psi$  و  $\theta$  باشند. بنابراین معادلات دیفرانسیل ۳۷ و ۳۹ و ۴۱ باید تبدیل به معادلات دیفرانسیل

منحنی‌ها و نتایج به دست آمده

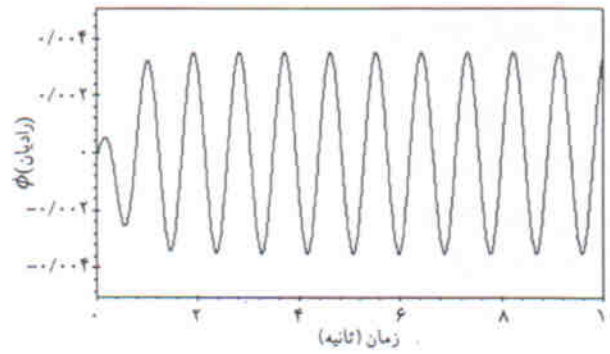
در حل عددی، مقادیر نشان داده شده در جدول ۱ برای پارامترهای مدل بازوی مکانیکی ماهر متحرک استفاده شده است. پس از انتخاب مسیری برای مجری نهایی، معادلات سینماتیکی و دینامیکی بازوی مکانیکی ماهر متحرک حل و منحنی‌های مربوطه رسم شد. معادلات دیفرانسیل ۳۷، ۳۹، ۴۱ و معادله‌ی ۴۲ برای تعقیب مسیر فوق حل شد و مقادیر  $Z, \psi, \phi, \theta_1, \theta_2$  و  $\theta_3$  به دست آمد. این مقادیر در معادله‌ی ۴۱ قرار داده شد و مسیر واقعی مجری نهایی تعیین شد (شکل ۳). نزدیکی این مسیر به مسیر مطلوب، بیانگر صحت روش حل است.

جدول ۱. مقادیر عددی پارامترها در بازوی مکانیکی ماهر متحرک.

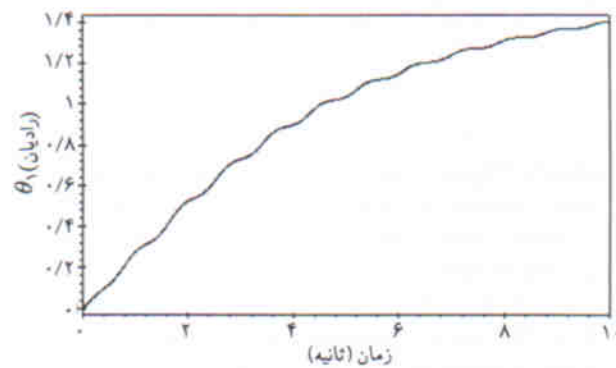
$m_1 = 1 \text{ kg}$	$m_2 = 2 \text{ kg}$	$m_3 = 5 \text{ kg}$	$I_y = 10 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
$I_x = 25 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$	$m_B = 50 \text{ kg}$	$l_1 = 0.7 \text{ m}$	$l_2 = 0.7 \text{ m}$
$l_3 = 0.7 \text{ m}$	$c_1 = 150 \text{ N}\cdot\text{m/s}$	$c_2 = 150 \text{ N}\cdot\text{m/s}$	$c_3 = 100 \text{ N}\cdot\text{m/s}$
$c_4 = 100 \text{ N}\cdot\text{m/s}$	$K_1 = 1500 \text{ N}\cdot\text{m}$	$K_2 = 1500 \text{ N}\cdot\text{m}$	$K_3 = 1000 \text{ N}\cdot\text{m}$
$k_4 = 1000 \text{ N}\cdot\text{m}$	$\lambda = 0.45 \text{ m}$	$b = 0.6 \text{ m}$	$a = 1/\lambda \text{ m}$
$e = 0.2 \text{ m}$	$d = 0.5 \text{ m}$	$c = 0.2 \text{ m}$	$v = 0.5 \text{ m/s}$
$V_1 = 0.5 \text{ m/s}$	$V_2 = 0.1 \text{ m/s}$	$\alpha = \pi/18 \text{ rad}$	$\beta = 17\pi/36 \text{ rad}$
$\gamma = 1/42 \text{ rad}$	$X_0 = 0.4 \text{ m}$	$Y_0 = 0.5 \text{ m}$	$Z_0 = 0.8 \text{ m}$



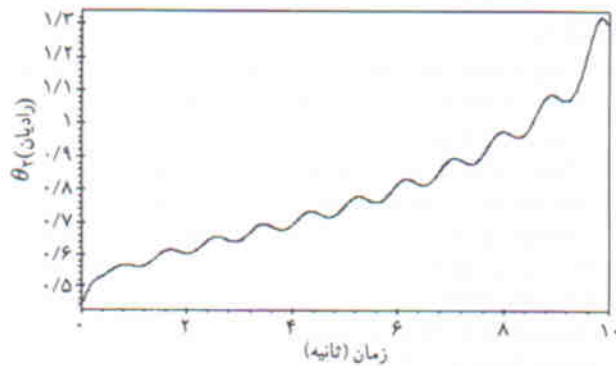
شکل ۵. تغییرات  $\psi$  بر حسب زمان.



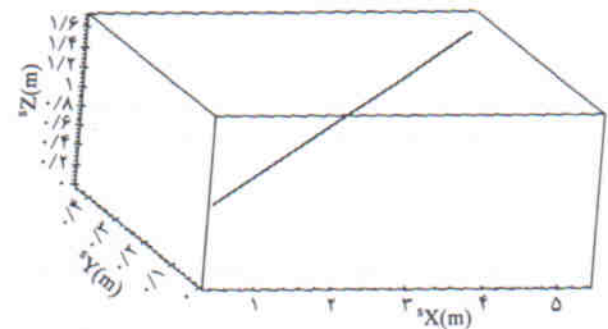
شکل ۶. تغییرات  $\phi$  بر حسب زمان.



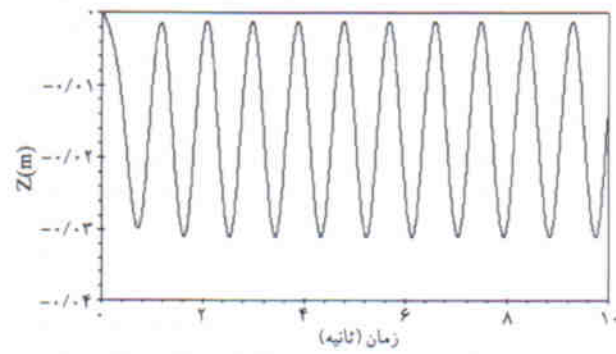
شکل ۷. تغییرات  $\theta_1$  بر حسب زمان.



شکل ۸. تغییرات  $\theta_2$  بر حسب زمان.



شکل ۳. مسیر مجری نهایی.

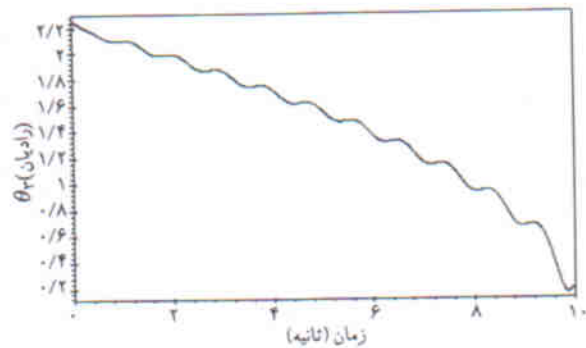


شکل ۴. تغییرات  $Z$  بر حسب زمان.

متصل به یک وسیله نقلیه با سیستم تعلیق ارائه شد. اگر مقادیر  $\dot{\theta}_1$   $\ddot{\theta}_1$   $\dot{\theta}_2$   $\ddot{\theta}_2$  و  $\dot{\theta}_3$   $\ddot{\theta}_3$  نسبت به زمان معلوم باشند، معادلات دیفرانسیل حرکت بازوی مکانیکی و وسیله نقلیه یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی را تشکیل می‌دهند. در این حالت نیروها و گشتاور اعمال شده به وسیله نقلیه از طرف بازوی مکانیکی مانند یک ورودی معلوم عمل می‌کنند.

اگر بخواهیم مجری نهایی یک مسیر معین را دنبال کند، لازم است که مقادیر  $\dot{\theta}_1$   $\ddot{\theta}_1$   $\dot{\theta}_2$   $\ddot{\theta}_2$  و  $\dot{\theta}_3$   $\ddot{\theta}_3$  را محاسبه کنیم. در این حالت پارامترهای  $Z$ ،  $\psi$ ،  $\phi$ ،  $\theta_1$ ،  $\theta_2$  و  $\theta_3$  تابع یکدیگرند. در نتیجه معادلات دیفرانسیل حرکت باید به یک دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی تبدیل شوند.

یک روش حل عددی ارائه شد که با استفاده از آن لزومی به تبدیل معادلات دیفرانسیل حرکت به معادلات دیفرانسیل جزئی نیست. معادلات با روش فوق حل شد و منحنی‌های تغییرات  $Z$ ،  $\psi$ ،  $\phi$ ،  $\theta_1$ ،  $\theta_2$  و  $\theta_3$  برحسب زمان رسم شد. برای طراحی وسیله نقلیه و پارامترهای سیستم تعلیق و انتخاب کاراندازهای بازوی مکانیکی، حل معادلات سینماتیکی و دینامیکی بازوی مکانیکی ماهر متحرک ضروری است. همچنین از این معادلات می‌توان در بهبود بخشیدن به روش‌های کنترل و تعیین پایداری بازوی مکانیکی ماهر متحرک بهره جست.



شکل ۹. تغییرات  $\theta_3$  برحسب زمان.

تغییرات  $Z$  برحسب زمان در شکل ۴ نشان داده شده است. انتقال منحنی به سمت پایین به دلیل این است که مرجع اندازه‌گیری  $Z$  تعادل استاتیکی وسیله نقلیه بوده و وزن بازوی مکانیکی باعث تغییر وضعیت تعادل استاتیکی وسیله نقلیه و بازوی مکانیکی می‌شود. لازم به ذکر است که وضعیت تعادل استاتیکی بازوی مکانیکی و وسیله نقلیه تابع وضعیت بازوی مکانیکی بوده و نسبت به زمان متغیر است. تغییرات  $\psi$ ،  $\phi$ ،  $\theta_1$ ،  $\theta_2$  و  $\theta_3$  برحسب زمان در شکل‌های ۵ تا ۹ رسم شده است.

## نتیجه‌گیری

مدل سینماتیکی - دینامیکی یک بازوی مکانیکی سه درجه آزادی

## منابع

- Nassal, U. M., "Motion Coordination and reactive control of autonomous multi- manipulator system" *J. of Robotic Systems*, **13**, (11), pp 737-754 (1996).
- Dubowsky, S., Vance, E.E., "Planning mobile manipulator motion considering vehicle dynamic stability constrains," *Proc. of the IEEE Conf. on Robotics and Automation*, Vol. III, pp 1271-1276 (1989).
- Papadopoulos, E.G. and Rey, D.A., "New measure of tipover stability margin for mobile manipulators," *Proc. of the IEEE Conf. on Robotics and Automation*, **4**, pp 3111-3116 (1996).
- Chen, M.W., and Zalzal, A.M.S., "Dynamic modelling and genetic-base trajectory generation for nonholonomic mobile manipulators", *Control Engineering Practice*, **5**, (1), pp 39-48 (1997).
- Pin, Francois G., Morgansen, Kristi A., Tulloch, Faithlyn a., Hacker Charles J. and Gower Kathryn B., "Motion planning for mobile manipulators with a non-holonomic constraint using the FSP method," *J. of Robotic Systems*, **13**, (11) pp. 723-736 (1996).
- Yamamoto, Y. and Yun, X., "Effect of the dynamic interaction on coordinated control of mobile manipulators," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **12**, (5), pp 816-824 (1996).
- Carrikar, Wayne F., Khosla, Pradeep K. and Krogh Bruce H., "Path planning for mobile manipulators for multiple task execution," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, **7**, (3), pp. 403-408 (1991).
- Lakota, N.A., Rakhmanov, E.V., Strelkov, A.N., and Shvedov, V. N., "Modelling of an elastic manipulator on moving base," *Scripta Technica, Inc.*, pp 150-154 (1986).
- Yamamoto, Y., Hiroshi, E., and Xiaoping, Y., "Coordinated task execution of a human and a mobile manipulator," *Proc. of the IEEE Conf. on Robotics and Automation*, **2**, pp 1006-1011 (1996).
- Wang, Chau-Chang, and kumar, Vijay , "Velocity control of mobile manipulator," *Proc. of the IEEE Conf. on Robotics and Automation*, **2**, pp 713-718 (1998).
- Wilco Oelen, Harry Berghuuts, Henk Nijmeijer, and Carlos Candasdewit, "Implementation of a hybrid stabilizing controller on a mobile robot with two degrees of freedom," *Proc. of the IEEE Conf. on Robotics and Automation*, **1**, pp. 1196-1201 (1994).
- Tohboub, K.A., "Robust control of mobile manipulators", *J. of Robotic Systems*, **13** (11) pp 699-708 (1996).
- Tohboub, K.A., "On the control of mobile manipulators",

- Proc. of the World Automation congress*, 7, pp 307-312 (1998).
14. Meghdari, A., Durali, M., and Naderi, D., "Dynamic interaction Between the manipulator and vehicle of a mobile manipulator", *J. of Intelligent and Robotic Systems*, **28**(3) pp. 277-290 (2000).
  15. Naderi D., Meghdari A. and Durali M., "Dynamic modeling and analysis of a two d.o.f. mobile manipulator", *ROBOTICA Int. Journal*, **19**, pp 177-185 (2001).
  16. Naderi D., "Kinematic & Dynamic modeling and Analysis of a manipulator attached on a moving base", Ph.D. Dissertation, School of Mechanical Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran, March (2000).
  17. Craig, John J., *Introduction to Robotics, Mechanics and Control*, 2nd Edn, Addison-Wesley (1989).
  18. Cole, D. Cebon, "Front-Rear interaction of a pitch-plan truck model", *J of Vehicle System Dynamics*, **30**, pp 117-141 (1998).