

# بررسی عددی یک سیستم سرمایش مغناطیسی با بستر متخلخل، و مقایسه‌ی عملکرد آن با بستر مشبک ساده

علیرضا تیمورتاش (استادیار)

سیده‌محمد سبحان نبوی (دانشجوی کارشناسی ارشد)  
دانشکده‌ی هندی، دانشگاه فردوسی مشهد

معمولاً سرمایش مغناطیسی براساس تغییر آنتروپی، به‌وسیله‌ی اثر یک میدان مغناطیسی بر یک ماده‌ی پارامغناطیسی یا مغناطیسی تولید می‌شود. در این نوشتار یک مدل فیزیکی برای بستری از یک سیستم سرمایش مغناطیسی فعال ارائه شده است. بستر مورد اشاره جامدی متخلخل است که سیال انتقال حرارت درون آن جاری است و برای ساده‌سازی، دو محیط جامد و سیال به‌صورت دو لایه‌ی مجزای هم‌جوار مدل‌سازی شده‌اند؛ معادلات حاکم نیز به‌صورت یک‌بعدی تدوین شده که شامل دو معادله‌ی انرژی به هم وابسته‌اند. برای حل معادلات حاصل از انفصال، روش تکرار به خدمت گرفته شده و توزیع دما در هر محیط طی یک دوره از چرخه حاصل شده است. سایر پارامترهای سیستم مثل بار سرمایشی و ضریب عملکرد پیش‌بینی و نتایج حاصل از محاسبات در حد امکان با اطلاعات تجربی و محاسباتی موجود مقایسه شده‌اند. ضمناً به‌منظور مقایسه‌ی عملکرد بستر تبرید متخلخل با بستر مشبک ساده‌ی که دارای ابعاد هندسی و درصدی فضای خالی یکسان می‌باشند، از مدل عددی تدوین شده استفاده و نتایج گزارش شده‌اند.

واژگان کلیدی: سرمایش مغناطیسی، میدان مغناطیسی، بستر متخلخل، توزیع دما، ضریب عملکرد.

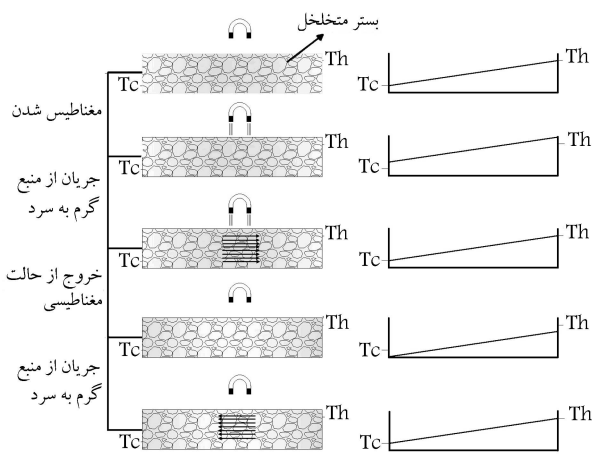
teymourtash@um.ac.ir  
sobhan\_nabavi@yahoo.com

## ۱. مقدمه

ترمودینامیکی چرخه‌ها هستند، کمبود مدل‌های کاربردی که جزئیات عملکردی را در سرمایشی عملی مانند محاسبات بار سرمایی، ضریب عملکرد، و انتخاب سیال مناسب در نظر بگیرد، احساس می‌شود. در سال‌های ۱۹۹۱ تا ۲۰۰۳ مدل‌های عددی مستقل از زمان (غیرپریودیک) برای شبیه‌سازی فرایند سرمایش مغناطیسی ارائه شد.<sup>[۸-۵]</sup> همچنین در سال‌های ۱۹۸۴ تا ۲۰۰۶ مدلی یک‌بعدی و وابسته به زمان ارائه شد که فقط سیال عامل انتقال حرارت را مد نظر قرار می‌دهد.<sup>[۹]</sup> انگلیزشت برای بسترهای مغناطیسی چندلایه‌ی متشکل از آلیاژهای مختلف با خاصیت گرم‌مغناطیسی مناسب، در تمام محدوده‌ی دمایی حاکم بر بستر حل عددی یک‌بعدی ارائه کرده است.<sup>[۱۱]</sup> در نهایت پترسن در سال ۲۰۰۷ یک مدل دو بعدی برای AMRR که بستر تبرید را متشکل از لایه‌های تخت ماده‌ی مغناطیسی و سیال عامل انتقال حرارت (مدل صفحه‌ی) در نظر گرفته معرفی کرده است.<sup>[۱۲]</sup> در تحقیق حاضر بستر تبرید مغناطیسی مورد نظر متخلخل است و از کرات ریز جسییده تشکیل شده و شامل گذرگاه‌های کوچک زیادی است که به سیال عامل انتقال حرارت امکان جاری شدن می‌دهد. در این راستا بر مبنای تعاریف و فرضیاتی ویژه -- از قبیل چگالی سطح و سطح مقطع معادل -- قسمت جامد و سیال عامل مجزا شده و ضمن در نظر گرفتن خواص ترمودینامیکی مورد استفاده به‌صورت تابعی

امروزه بحران انرژی و آلودگی محیط زیست به مشکلی جدی بدل شده است، و آدمی در جست‌وجوی سیستم‌هایی با بهره‌وری بالا و پاک است تا بتواند از انرژی استفاده‌ی بهینه کند. سیستم‌های سرمایش مغناطیسی فناوری جدیدی است که موفقیت‌های اخیر در این نوع سرمایش، به‌خصوص در کاربرد سرمایش خانگی، به‌شدت منتج از پیشرفت طرح «سرمایش تجدیدشونده‌ی مغناطیسی فعال (AMRR)»<sup>[۱]</sup> است. از زمان شروع به‌کارگیری این‌گونه سیستم‌ها، نیل به بازده رقابتی در سرمایش خانگی ممکن، و در نتیجه تولید تجاری مقدور شده است. تحقیقات در این زمینه از سال ۱۹۳۳ شروع شده<sup>[۱]</sup> و همچنان به پیش می‌رود. در سال ۱۹۷۶ یک چرخه‌ی سرمایش مغناطیسی فعال آزمایش شد.<sup>[۲]</sup> در سال ۱۹۸۶ اولین سیستم موفق برای AMRR طراحی و ایجاد شد.<sup>[۳]</sup> در این میان طرح‌های مختلفی هم به‌صورت پژوهشی و هم در عرصه‌ی صنعت ساخته شدند؛ یکی از آخرین طرح‌های عملی در سال ۲۰۰۶ با عنوان AMRR چرخان ارائه شد.<sup>[۴]</sup> اصولاً قبل از ساخت هر سیستمی، از جمله AMRR، پیش‌بینی عملکرد آن بسیار مطلوب است. اگرچه بیشتر کارهای انجام‌شده در خصوص تحلیل AMRR در زمینه‌های متالورژیکی و

تاریخ: دریافت ۲۶/۹/۱۳۸۷، اصلاحیه ۲۱/۶/۱۳۸۸، پذیرش ۲۸/۷/۱۳۸۸.



شکل ۱. نمایش طرح‌واره‌ی چرخه‌ی سرمایش مغناطیسی فعال.

اشنایدر در سال ۲۰۰۵ مقاله‌ی در زمینه‌ی بررسی و مرور خواص مواد مغناطیسی ارائه کرده است.<sup>[۱۴]</sup> چرخه‌های مختلف سرمایش ناشی از خاصیت گرم‌مغناطیسی را می‌توان در نظر گرفت که آنتروپی را از منبعی با دمای پائین به منبعی با دمای بالا برآورد منتقل می‌کنند. نوعی از سرمایش مغناطیسی، سرمایش مغناطیسی فعال است که در این سیستم بستری متخلخل از یک ماده‌ی مغناطیسی در معرض جریان سیال عامل انتقال حرارت و میدان مغناطیسی متغیر با زمان قرار می‌گیرد.

چرخه‌ی مورد نظر چهار فرایند اصلی دارد که با فرایند مغناطیسی شدن شروع شده و باعث افزایش دمای بستر می‌شود. فرایند دوم جریان سیال انتقال حرارت از منبع سرد به درون بستر است که طی آن سیال عامل انرژی گرمایی بستر را می‌گیرد و دمای بستر را به حالت اولیه بازمی‌گرداند. فرایند سوم خروج از حالت مغناطیسی است که در این فرایند پروفیل دما پایین‌تر از حالت اولیه قرار می‌گیرد. در نهایت جریان سیال عامل از منبع گرم، بار سرمایی ایجاد شده از بستر را جذب می‌کند و توزیع دمای آن را به حالت ابتدایی چرخه بازمی‌گرداند. طرح‌واره‌ی تغییرات پروفیل دما در شکل ۱ نشان داده شده است.

### ۳. مدل فیزیکی

مدل فیزیکی شامل چرخه‌ی است که تعدادی بستر متخلخل از ماده‌ی گرم‌مغناطیسی روی آن تعبیه شده است. این بسترها به ترتیب از میدان مغناطیسی عبور می‌کنند. در تحقیق حاضر هریک از بسترهای مذکور به صورت یک بعدی شبیه‌سازی شده است. هندسه‌ی بستر به عنوان یک جسم متخلخل شامل گذرگاه‌های کوچک زیادی است که به سیال عامل امکان جاری شدن در تماس گرمایی و انتقال حرارت با ماده‌ی بستر را می‌دهد. هندسه‌ی بستر با تخلخل ( $\epsilon$ ) یعنی درصد حجم فضای خالی به پر بستر، و نیز چگالی سطح ( $a_s$ ) مشخص می‌شود. چگالی سطح برای اصلاح سطح انتقال حرارت درون بستر به کار می‌رود؛ بدین ترتیب که حاصل ضرب آن در حجم المان بستر، سطح انتقال حرارت واقعی را نشان می‌دهد. در این تحقیق بسترها متشکل از کره‌های به هم فشرده فرض شده‌اند، و بنابراین چگالی سطح به صورت تابعی از قطر هیدرولیکی کره‌ها قابل تعریف است. لازم به ذکر است که در تحقیق حاضر، مدل فیزیکی متخلخل به یک مدل لایه‌ی مجزا تبدیل شده است (شکل ۲)، به طوری که همان سطوح مشخصه را دارند.

مطابق شکل ۲ وقتی دبی سیال مثبت باشد جریان در جهت مثبت محور

از دما، پارامترهای مهم سیستم -- مانند توزیع دوره‌ی دما در بستر، تغییرات ضریب عملکرد و ظرفیت تبرید برحسب دبی سیال عامل -- از طریق حل عددی یک بعدی حاصل و مورد بحث و نتیجه‌گیری قرار گرفته‌اند. ضمناً نتایج حاصل از مدل تهیه شده برای یک بستر تبرید غیرمتخلخل (مشبک ساده) و یک بستر تبرید متخلخل با ابعاد هندسی و درصد فضای خالی یکسان مورد مقایسه قرار گرفته‌اند.

### ۲. معرفی چرخه‌ی سرمایش مغناطیسی فعال

اصولاً خواص ترمودینامیکی و مغناطیسی بعضی از مواد درگستره‌هایی از دما به هم وابسته‌اند و در نتیجه استفاده از آنها در سیستم‌های تبدیل انرژی امکان‌پذیر می‌شود. انرژی داخلی یک ماده‌ی ترمودینامیکی به علت کار و انتقال حرارت تغییر می‌کند به طوری که:

$$dU = T.dS - PdV \quad (1)$$

عبارت اول معادله‌ی فوق به انتقال حرارت و عبارت دوم به کار اشاره دارد. دما و آنتروپی در ترمودینامیک یک زوج وابسته را تشکیل می‌دهند که مبنای انتقال حرارت‌اند. فشار و حجم نیز زوج دیگری هستند که کار را تداعی می‌کنند. چنانچه از تلفات هیستریزس صرف‌نظر کنیم امکان تعریف زوجی مشابه در مغناطیس برای تعریف کار مغناطیسی وجود دارد؛ اگر  $\mu_0 H$  میدان اعمالی و  $M$  گشتاور مغناطیسی باشند، آنگاه:<sup>[۱۳]</sup>

$$dU = T.dS + \mu_0 H.d(M) \quad (2)$$

معادله‌ی ۲ این واقعیت را آشکار می‌سازد که میدان مغناطیسی مشابه فشار و گشتاور مغناطیسی مشابه حجم در معادله‌ی ۱ ایفای نقش می‌کنند. به طور فیزیکی افزایش میدان اعمالی منجر به هم‌راستایی دوقطبی‌های مغناطیسی می‌شود که خود باعث افزایش حالت مغناطیسی می‌شود. فرایند هم‌راستایی نیاز به کار دارد و آنتروپی را کاهش می‌دهد. به طور مشابه در یک ماده‌ی قابل تراکم، افزایش فشار موجب کاهش فضای بین مولکول‌ها می‌شود و کاهش حجم به کار احتیاج داشته و از این طریق آنتروپی کاهش می‌یابد.

با استفاده از مقایسه‌ی فوق، امکان به‌کارگیری نتایج آشنای ترمودینامیکی و مشخصات مورد استفاده در یک ماده‌ی قابل تراکم برای یک ماده‌ی مغناطیسی نیز ایجاد می‌شود. به عبارت دیگر، روابطی مانند روابط ماکسول که بیان‌گر ارتباط بین مشتقات جزئی خواص‌اند، و نیز رابطه‌ی مانند معادله‌ی حالت که بیان‌گر مغناطیس‌شدگی برحسب دما و میدان است، به دست می‌آید. در این راستا نمودار T-S در هر ماده‌ی مغناطیسی شامل خطوط میدان مغناطیسی ثابت به جای فشار ثابت است. این نمودار مشابه هر نمودار T-S دیگری است که برای موادی مثل هوا یا هر سیال قابل تراکم دیگری ارائه شده است.

اساس سرمایش مغناطیسی افزایش یا کاهش دمای یک ماده‌ی مغناطیسی است که بر اثر تغییر میدان مغناطیسی اعمال شده ایجاد می‌شود؛ این پدیده اثر گرم‌مغناطیسی (MCE)<sup>۲</sup> نامیده می‌شود. این اثر به دمای اولیه‌ی ماده بستگی دارد و فقط در یک گستره‌ی محدود بیشترین مقدار آن رخ می‌دهد. دمایی که در آن بیشترین اثر گرم‌مغناطیسی حاصل می‌شود «دمای کوری ماده» نام گرفته است.

سرمایش مغناطیسی یک فناوری جایگزین است که در صورت بهینه‌سازی خاصیت گرم‌مغناطیسی مواد می‌تواند با سیستم‌های تبرید تراکمی قابل رقابت باشد.

که در آن  $\alpha_0$  و  $f_0$  برحسب تخلخل و به صورت رابطه‌ی ۷ تعریف شده‌اند:

$$f_0 = 0.78 + 0.1 \varepsilon$$

$$\log \alpha_0 = -4.898 \varepsilon \quad 0 \leq \varepsilon \leq 0.0827$$

$$\log \alpha_0 = -0.405 - 3.154(\varepsilon - 0.0827) \quad 0.0827 \leq \varepsilon \leq 0.298$$

$$\log \alpha_0 = -1.084 - 6.778(\varepsilon - 0.298) \quad 0.298 \leq \varepsilon \leq 0.58$$
(۷)

همچنین برای ضریب  $D_0$  رابطه‌ی ۸ پیشنهاد شده است: [۱۷]

$$D_0 = 3/4 \varepsilon Pe_f \quad Pe_f \geq 1 \quad (۸)$$

ماده‌ی گرم‌مغناطیسی مورد استفاده در این تحقیق آلیاژ گادولینیوم - اریبوم ( $Gd_{0.92}Er_{0.06}$ ) با ضریب هدایت  $10 \text{ W/m} \cdot \text{K}$  است. این ضریب در سال ۲۰۰۴ اندازه‌گیری شده است. [۱۸]

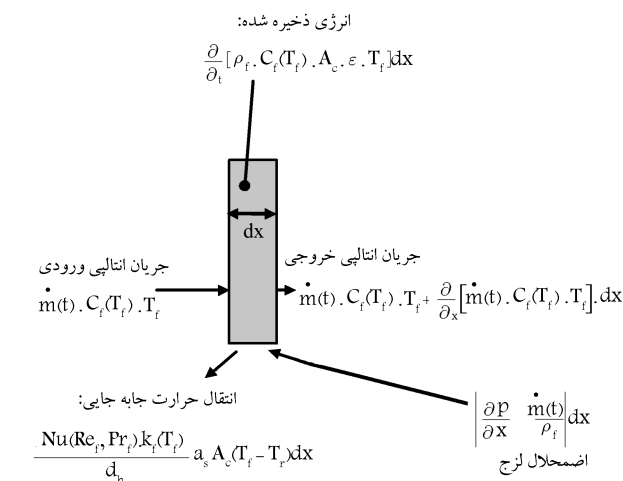
#### ۴. معادلات حاکم و شرایط مرزی

توزیع دمای بستر،  $T_r(x, t)$ ، و توزیع دمای سیال عامل،  $T_f(x, t)$ ، خروجی نهایی مدل تدوین شده در یک چرخه‌ی پدیدارند. با توجه به توزیع دما و نرخ جریان جرمی می‌توان بار سرمایی و قدرت مغناطیسی مورد نظر را تعیین کرد. تغییرات دما با حل یک دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی به هم وابسته که از نوشتن قانون اول روی بستر جامد و سیال عامل منتج شده، به دست می‌آیند. شکل ۳ یک قسمت دیفرانسیلی از سیال عامل را به همراه عبارت‌های انرژی مرتبط با آن نشان می‌دهد. معادله‌ی تبادل انرژی برای سیال بعد از ساده‌سازی به رابطه‌ی ۹ بدل می‌شود:

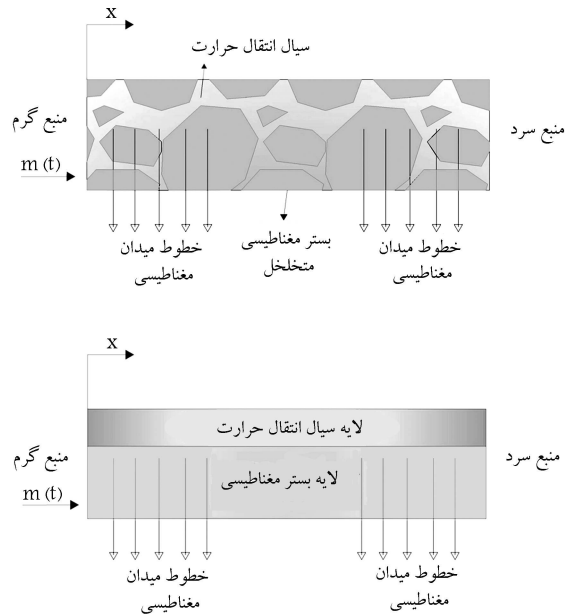
$$\dot{m}(t) \frac{\partial}{\partial x} [c_f(T_f)T_f] + \frac{Nu_f(Re_f, Pr_f)k_f(T_f)}{d_h} a_s A_c (T_f - T_r)$$

$$+ \rho_f A_c \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} [c_f(T_f)T_f] = \left| \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\dot{m}(t)}{\rho_f} \right| \quad (۹)$$

در معادله‌ی ۹،  $d_h$  قطر هیدرولیکی بستر متخلخل متشکل از ذرات کروی به هم چسبیده و معادل  $0.002$  متر است. جمله‌ی سوم در معادله‌ی ۹ نشان‌گر انرژی



شکل ۳. المان دیفرانسیلی از سیال عامل در بستر به همراه عبارت‌های انرژی مرتبط با آن.



شکل ۲. طرح‌واره‌ی مدل فیزیکی واقعی و مدل فیزیکی یک بعدی فرضی.

xهاست، پس جریان از انتهای گرم بستر وارد می‌شود اما وقتی دبی سیال منفی است سیال از انتهای سرد وارد می‌شود. دمای جریان از منابع گرم و سرد به ترتیب  $T_H$  یا  $T_C$  تلقی شده است.

خواص مورد نیاز سیال در معادلات ارائه شده عبارت است از چگالی، ظرفیت گرمایی، گرانروی و ضریب هدایت حرارتی می‌باشند، که در مدل عددی این خواص تابع دما در نظر گرفته شده‌اند. ضریب اصطکاک به عنوان تابعی از عدد رینولدز سیال عامل و تخلخل بستر بیان شده است. [۱۵]

$$f = 300 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3 Re_f} + 375 \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \quad (۳)$$

عدد ناسلت انتقال حرارت تابعی از رینولدز محلی و عدد پراپرتل سیال است: [۱۶]

$$Nu_f = 2 + 1.8 Re_f^{0.5} Pr_f^{0.22} \quad (۴)$$

باید توجه داشت که هدایت محوری در سیال عامل، به صورت اعمال یک ضریب هدایت مؤثر در معادله‌ی انرژی حاکم بر بخش جامد لحاظ شده است. ضریب هدایت مؤثر چنین بیان شده است: [۱۷]

$$k_{eff} = k_{static} + k_f D_0 \quad (۵)$$

که در آن  $D_0$  ضریب بی بعد پراکنندگی و تابعی از عدد پکلت سیال است.  $k_f$  ضریب هدایت سیال و  $k_{static}$  هدایت مؤثر بستر در زمانی است که هیچ‌گونه جریانی وجود ندارد. برای هدایت استاتیک در یک محیط متخلخل با  $\varepsilon < 0.58$  رابطه‌ی ۶ بیان شده است: [۱۸]

$$k_{static} = k_f \left[ \frac{(1-\alpha_0) \frac{f \varepsilon + k_f/k_r (1-f \varepsilon)}{1-\varepsilon(1-f \varepsilon) + k_f/k_r \varepsilon (1-f \varepsilon)} + \alpha_0 \frac{2(k_f/k_r)^2 (1-\varepsilon) + (1+2\varepsilon)k_f/k_r}{(2+\varepsilon)k_f/k_r + 1-\varepsilon}} \right] \quad (۶)$$

عبارت انرژی ذخیره شده (جمله‌ی سوم از معادله‌ی ۹)، چنان که در بالا اشاره شد به معادله‌ی ۱۳ افزوده شده است.<sup>[۲۰]</sup>

$$\frac{Nu_f(Re_f, Pr_f)k_f(T_f)}{d_h} a_s A_c (T_f - T_r) + k_{eff} A_c \frac{\partial T_r}{\partial x^2} = \rho_r A_c (1 - \varepsilon) \left[ \frac{\partial u_r}{\partial t} - \mu_0 H \frac{\partial (v_r M)}{\partial t} \right] + \rho_f A_c \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} [c_f(T_r)T_r] \quad (14)$$

جمله‌ی اول در سمت راست معادله‌ی ۱۴ طبق رابطه‌ی ۲ حاصل جمع تغییرات دیفرانسیلی انرژی داخلی و انتقال کار مغناطیسی است که با تغییر آنتروپی متناسب است. بنابراین معادله‌ی ۱۴ را می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{Nu_f(Re_f, Pr_f)k_f(T_f)}{d_h} a_s A_c (T_f - T_r) + k_{eff} A_c \frac{\partial T_r}{\partial x^2} = \rho_r A_c (1 - \varepsilon) \frac{\partial s_r}{\partial t} + \rho_f A_c \varepsilon c_f(T_r) \frac{\partial T_r}{\partial t} \quad (15)$$

تغییرات آنتروپی بستر شامل تغییرات ناشی از دما و نیز تغییرات ناشی از میدان مغناطیسی است و بدین ترتیب معادله‌ی انرژی حاکم بر بستر به صورت رابطه‌ی ۱۶ درمی‌آید:

$$\frac{Nu_f(Re_f, Pr_f)k_f(T_f)}{d_h} a_s A_c (T_f - T_r) + k_{eff} A_c \frac{\partial T_r}{\partial x^2} = \rho_r A_c (1 - \varepsilon) \frac{\partial s_r}{\partial \mu_0 H} \cdot \frac{\partial \mu_0 H}{\partial t} + A_c [\rho_f \varepsilon c_f(T_r) + (1 - \varepsilon) \rho_r c_{\mu_0 H}] \frac{\partial T_r}{\partial t} \quad (16)$$

به‌عنوان شرایط مرزی، دمای سیال ورودی با دمای منابع گرمایی برابر در نظر گرفته شده است:

$$T_f(0, t) = T_H, \quad T_f(l, t) = T_C \quad (17)$$

بستر یک چرخه‌ی بسته را طی می‌کند که در نتیجه شرط زیر نیز الزامی است:

$$T_r(x, t = 0) = T_r(x, t = \tau) \quad (18)$$

## ۵. الگوریتم حل عددی

معادلات انفصالی ناشی از تعادل انرژی تشکیل‌دهنده‌ی یک دستگاه معادلات دیفرانسیلی برای سیال عامل و بستر جامد هستند. شبکه‌های محاسباتی برای سیال عامل و نیز بستر جامد در شکل‌های ۵ و ۶ مشاهده می‌شوند. جابه‌جایی نقاط شبکه به منظور ارضاء حس فیزیکی به دلیل تأخیر در تبادل گرما بین سیال و قسمت جامد منظور شده است. در حل عددی اتخاذ شده با توجه به توزیع اولیه‌ی دما که خطی فرض شده، معادله‌ی بخش سیال بسته به سوی جریان به منظور یافتن دمای نقاط گرهی سیال  $T_{f(i)}$ ، برای زمان  $(j + 1)$  از الگوریتم توماس (سه‌قطری) حل می‌شود.

لازم به ذکر است که دماهای گرهی مربوط به قسمت جامد که در این معادلات ظاهر شده‌اند از مقادیر زمان قبلی  $(j)$  به‌کار گرفته می‌شوند. در حل معادلات بخش جامد نیز از مقادیر دمای بخش سیال که اینک محاسبه و به‌روز شده‌اند، استفاده می‌شود. بدین ترتیب دمای نقاط گرهی قسمت جامد با الگوریتم توماس برای زمان

ذخیره‌شده‌ی سیال است. ضمن ترکیب این جمله با ظرفیت گرمایی بستر، معادلات حاکم آسان‌تر شده و حل عددی پایدار می‌شود. بنابراین جمله‌ی مذکور از معادله‌ی انرژی سیال حذف و به معادله‌ی انرژی بستر افزوده شده است. البته روش مناسبی برای تصحیح این تقریب تحت عنوان «مدل ظرفیت حرارتی فشرده» ارائه شده است.<sup>[۲۰]</sup> به‌طوری‌که ضریب انتقال حرارت جابه‌جایی سیال حاصل از روابط فوق در یک ضریب تجربی پیشنهادی ضرب و اصلاح می‌شود؛ این ضریب تجربی تابعی از نسبت ظرفیت گرمایی دو محیط ماده‌ی جامد و سیال عامل است، به‌طوری‌که:

$$correction\ factor = (1 + 1.764 \cdot R + 1.0064 R^2) \quad (10)$$

$$R = \frac{\rho_f c_f \varepsilon}{\rho_r c_r (1 - \varepsilon)}$$

با بسط مشتقات معادله‌ی ۹ و جایگزینی ضریب اصطکاک برای گرادیان فشار، معادله‌ی ۱۱ به دست می‌آید:

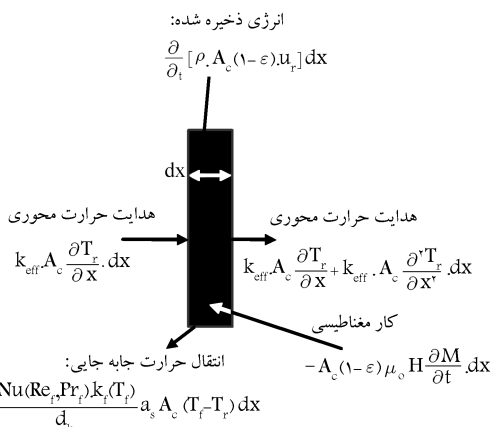
$$\dot{m}(t) \left[ c_f(T_f) + T_f \frac{\partial c_f(T_f)}{\partial x} \right] \frac{\partial T_f}{\partial x} + \frac{Nu_f(Re_f, Pr_f)k_f(T_f)}{d_h} a_s A_c (T_f - T_r) = \left[ \frac{f_f(Re_f) \dot{m}(t)}{2 \rho_f^2 A_c^2 d_h} \right] \quad (11)$$

حاصل ضرب دما در مشتق جزئی ظرفیت گرمایی نسبت به دما در جمله‌ی اول خیلی کم‌تر از ظرفیت گرمایی برای هر نوع سیال عاملی است و در نتیجه، معادله‌ی ۱۱ در قالب معادله‌ی ۱۲ ساده‌تر می‌شود:

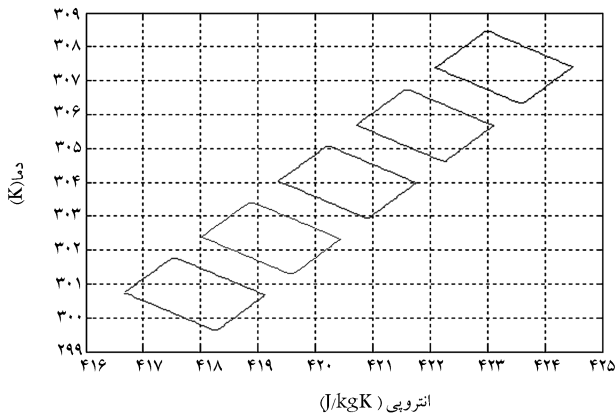
$$\dot{m}(t) c_f(T_f) \frac{\partial T_f}{\partial x} + \frac{Nu_f(Re_f, Pr_f)k_f(T_f)}{d_h} a_s A_c (T_f - T_r) = \left[ \frac{f_f(Re_f) \dot{m}(t)}{2 \rho_f^2 A_c^2 d_h} \right] \quad (12)$$

شکل ۴ به یک قسمت دیفرانسیلی از ماده‌ی بستر مغناطیسی با انرژی‌های مرتبط اشاره می‌کند. موازنه‌ی انرژی به دست آمده از شکل ۴ چنین است:

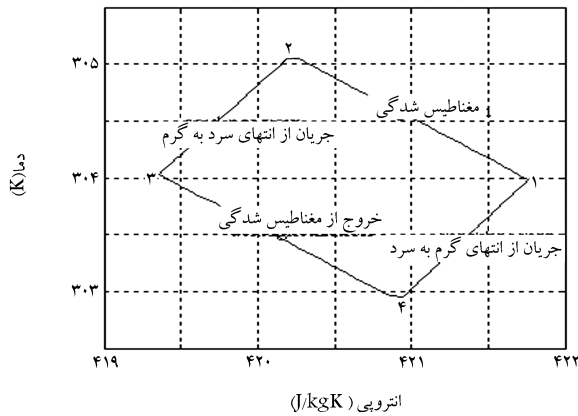
$$\frac{Nu_f(Re_f, Pr_f)k_f(T_f)}{d_h} a_s A_c (T_f - T_r) + A_c (1 - \varepsilon) \mu_0 H \frac{\partial M}{\partial t} + k_{eff} A_c \frac{\partial T_r}{\partial x^2} = \rho_r A_c (1 - \varepsilon) \frac{\partial u_r}{\partial t} \quad (13)$$



شکل ۴. یک المان دیفرانسیلی از ماده‌ی بستر جامد مغناطیسی به‌همراه عبارت‌های انرژی مرتبط با آن.



شکل ۷. نمودار دما - آنترپپی برای نقاط مختلف در طول بستر.



شکل ۸. نمودار دما - آنترپپی برای نقطه‌ی دلخواه در میانه بستر.

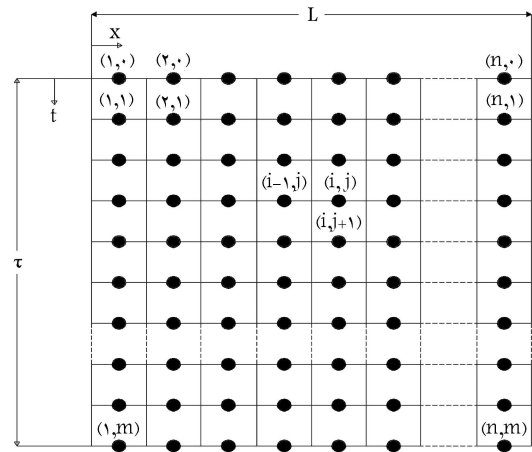
فرایند ۱-۲ فرایند مغناطیس شدگی است و این نکته قابل توجه است که فرایندهای مغناطیس شدگی بستر و خروج از مغناطیس شدگی آن (فرایندهای ۱-۲ و ۳-۴)، منجر به تغییر آنترپپی می‌شود. با این که این دو فرایند بازگشت پذیر فرض شده‌اند، کاهش یا افزایش آنترپپی در فرایندهای مذکور مشاهده می‌شود.

این مسئله با این واقعیت مرتبط است که بین ماده‌ی مغناطیس و سیال سردتر انتقال حرارتی وجود دارد. مسلماً افزایش دمای خود بستر نیز ناشی از افزایش میدان مغناطیسی است (خاصیت گرما مغناطیسی). در فرایند ۲-۳ جریان از انتهای سرد به گرم برای دفع گرما برقرار می‌شود. فرایند ۳-۴ عکس فرایند ۱-۲، یعنی خروج از حالت مغناطیسی است. در فرایند ۱-۴ جریان از انتهای گرم به سرد برقرار شده که در این مرحله بار سرمایی ایجاد می‌شود.

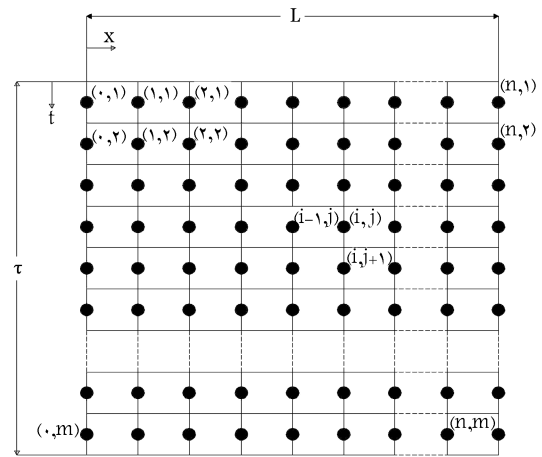
## ۲.۶. مقایسه‌ی نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی و بررسی صحت آنها

در این بخش جریان سیال عامل درون بستر تبرید در حالت تجربی (آزمایشگاهی) با نتایج حاصل از مدل تدوین شده مقایسه می‌شود. از آنجا که در نتایج آزمایشگاهی موجود میدان مغناطیسی وجود ندارد، با صفر کردن پارامترهای مربوط به میدان مغناطیسی در مدل عددی می‌توان مقایسه‌ی یادشده را انجام داد.

نتایج تجربی پیشین<sup>[۱۰]</sup> و نیز نتایج محاسباتی جدید در جدول ۱ و شکل ۹ خلاصه شده‌اند. با توجه به شکل مذکور باید توجه داشت که یک مدل ایده‌آل و کامل نتایج را روی خطی با شیب ۱ که از مبدا می‌گذرد، نشان می‌دهد.



شکل ۵. شبکه‌ی محاسباتی ماده‌ی مغناطیسی قسمت جامد بستر.



شکل ۶. شبکه‌ی محاسباتی سیال عامل انتقال حرارت.

( $j + 1$ ) محاسبه می‌شوند. مقادیر حاصله به معادلات حاکم بر قسمت سیال بازگردانده می‌شود تا مقادیر  $T_f(i)$  برای زمان  $1 + z$  اصلاح شود؛ این تکرار بین معادلات بخش سیال و جامد چندین بار صورت می‌گیرد تا تغییر چندانی در مقادیر دما در حوزه‌ی جامد و سیال مشاهده نشود. به این ترتیب با تکرار و جایگزینی دما بین معادلات قسمت جامد و سیال یک گام زمانی تکمیل و دماها در زمان  $1 + z$  نهایی می‌شوند. بدین ترتیب گام زمانی بعدی به همین ترتیب تا کامل شدن چرخه‌ی زمانی پیش می‌رود. از این طریق می‌توان توزیع دما در طول بستر و در هر گام زمانی را به دست آورد.

## ۶. بررسی شاخص‌های صحت حل

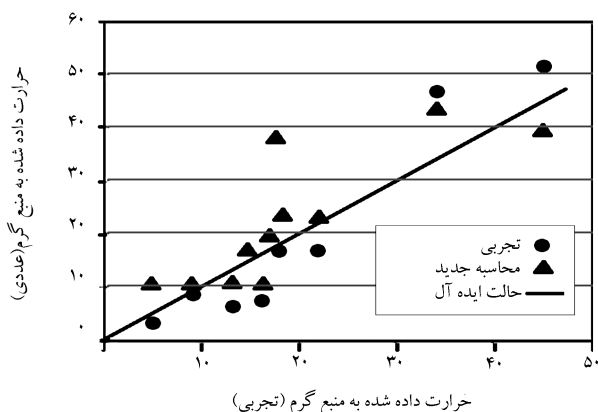
### ۱.۶. بررسی نمودار دما - آنترپپی

بررسی نمودار دما - آنترپپی برای ماده‌ی مغناطیسی در یک چرخه‌ی حالت پایدار در نقاط دلخواه منتخب در طول بستر را می‌توان به عنوان راهکار اول برای بررسی اعتبار حل به کار گرفت. همان‌طور که در شکل‌های ۷ و ۸ نشان داده شده، نمودار مذکور باید در یک مدل سازگار طی یک چرخه به صورت بسته باشد. به عبارت دیگر باید مفهوم چرخه‌ی بودن فرایند هنگام مشاهده‌ی نمودار استنباط شود.

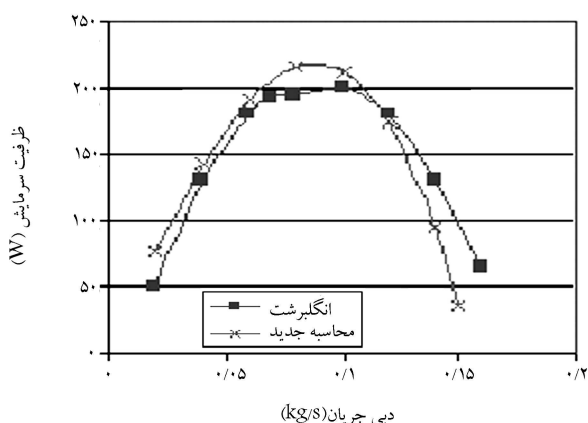
نمودار T-S را می‌توان برای هر نقطه‌ی دلخواه از بستر رسم کرد. در شکل ۸

### ۳.۶. بررسی با نتایج عددی موجود

دو نمودار از کار انگلبرشت<sup>[۱۰]</sup> که به روش تجزیه‌ی ماتریس‌های پراکنده<sup>۳</sup> حل شده، شامل وابستگی ظرفیت سرمایش و ضریب عملکرد چرخه‌ی سرمایش مغناطیسی به دبی سیال عامل در شرایط مشخص با نتایج مدل حاضر در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ مقایسه شده‌اند. در این محاسبات بستری با طول ۰/۱۵ متر، مساحت قاعده‌ی ۰/۰۰۴۹۹ متر مربع، دمای منبع گرم ۳۰۳ K، دمای منبع سرد ۲۸۴ K، جنس سیال عامل، آب و تعداد بسترهای تشکیل‌دهنده‌ی هر چرخ ۶ عدد در نظر گرفته شده است. ملاحظه می‌شود که روند تغییرات تطابق نسبتاً خوبی با نتایج محاسبات فعلی دارند. بیشینه‌ی خطا در مورد ظرفیت سرمایش حدود ۸/۷٪ و در مورد ضریب عملکرد ۷/۲٪ قابل ملاحظه است.



شکل ۹. نتایج مدل‌های ظرفیت فشرده و بهبودیافته برحسب نتایج آزمایشگاهی.



شکل ۱۰. ظرفیت سرمایش برحسب دبی سیال عامل ناشی از حل عددی انگلبرشت<sup>[۱۰]</sup> و حل عددی حاضر.

همان‌طور که انتظار می‌رود مدل تدوین شده مبتنی بر ظرفیت حرارتی فشرده ( $Q_h$ ) را بیشتر از نتایج تجربی پیش‌بینی کرده است؛ این نکته حاکی از احتیاط این مدل است و باعث پیش‌بینی ضریب عملکرد پائین‌تر از حد آزمایشگاهی می‌شود.

در جدول ۱ مقادیر  $Q_{h,num1}$ ،  $Q_{h,num2}$  و  $Q_{h,exp}$  به ترتیب عبارت‌اند از: مقادیر تجربی حرارت داده‌شده به منبع گرم، مقادیر عددی پیشین<sup>[۱۰]</sup> و نتایج عددی حاضر. ملاحظه می‌شود که مدل محاسباتی حاضر در نسبت‌های dwell (درصد زمانی از کل چرخه که جریان سیال عامل متوقف است) پائین‌تر و نرخ‌های جریان بالاتر عملکرد را با دقت بهتری پیش‌بینی کرده است. در نسبت‌های dwell بالا و نرخ‌های جریان خیلی پائین محاسبات مورد نظر تطابق خیلی خوبی با نتایج آزمایشگاهی ندارد؛ شاید علت این موضوع عدم قطعیت و نیاز به دقت بالا تحت شرایط حاکم بر روش‌های آزمایشگاهی باشد.

جدول ۱. خلاصه‌ی نتایج آزمایش و نتایج عددی متناظر با آن.

دبی جریان (kg/s)	زمان سیکل (s)	نسبت زمان توقف سیال (%)	$T_c$ (K)	$T_h$ (K)	$Q_{h,exp}$ (W)	$Q_{h,num1}$ (W)	$Q_{h,num2}$ (W)
۰/۰۰۸۸	۲۰/۲۷	۳۳/۵	۲۹۷/۲	۳۱۷/۱	۱۳/۱	۶/۴	۱۱/۲
۰/۰۱۷۹	۱/۰۲۴	۳۳/۸	۲۹۷/۴	۳۱۷/۲	۲۲/۰	۱۶/۹	۲۲/۸۲
۰/۰۳۵۲	۰/۵۲۲	۳۳/۸	۲۹۷/۳	۳۱۶/۹	۳۴/۳	۴۶/۹	۴۳/۳۳
۰/۰۰۰۹	۴/۰۳۶	۳۳/۴	۲۹۷/۶	۳۱۷/۴	۱۶/۲	۷/۳	۱۰/۶۱
۰/۰۱۷۷	۲/۰۴۹	۳۳/۱	۲۹۷/۵	۳۱۷/۷	۲۴/۸	۱۹/۷	۲۰/۳۲
۰/۰۳۵۲	۱/۰۲۶	۳۳/۷	۲۹۷/۴	۳۱۷/۲	۴۵/۰	۵۱/۵	۳۹/۸۱
۰/۰۰۸۸	۲/۰۲۸	۳۳/۵	۲۹۷/۱	۳۰۶/۸	۵/۱	۳/۱	۱۰/۵۸
۰/۰۱۷۶	۱/۰۲۴	۳۳/۷	۲۹۷/۱	۳۰۶/۸	۹/۱	۸/۳	۱۰/۹۱
۰/۰۳۴۲	۰/۵۲۳	۳۳/۸	۲۹۷/۱	۳۰۶/۸	۱۷/۷	۲۲/۲	۳۸/۳۵
۰/۰۱۸۲	۱/۰۲۴	۳۳/۸	۲۹۷/۲	۳۱۷/۳	۱۸/۴	۱۸/۰	۲۳/۵۷
۰/۰۱۴۷	۱/۰۲۵	۱۷/۳	۲۹۷/۲	۳۱۷/۲	۱۶/۸	۱۶/۵	۱۹/۷۲
۰/۰۱۳۰	۱/۰۲۴	۹/۳	۲۹۷/۲	۳۱۷/۱	۱۵/۰	۱۴/۸	۱۶/۵۶
۰/۰۱۷۶	۱/۰۲۴	۳۳/۷	۲۹۷/۳	۳۱۷/۲	۱۸/۳	۱۷/۰	۲۱/۸۷
۰/۰۱۴۳	۱/۰۲۵	۱۷/۳	۲۹۷/۲	۳۱۷/۳	۱۵/۸	۱۵/۹	۱۸/۷۶
۰/۰۱۳۱	۱/۰۲۴	۹/۲	۲۹۷/۲	۳۱۷/۱	۱۴/۹	۱۵/۲	۱۶/۹۳

جریان از منبع سرد به گرم فرستاده شده تا دوباره توزیع دما به حالت اولیه بازگردد (پروفیل ۳). در انتهای این فرایند سیال با دمایی بیشتر از دمای بستر از آن خارج می‌شود. در فرایند سوم میدان مغناطیسی قطع شده و لذا دما کاهش می‌یابد و در حالتی کم‌تر از حالت اولیه قرار می‌گیرد (پروفیل ۴) و بالاخره در فرایند انتهایی (فرایند چهارم)، سیال با دمایی بیش‌تر از پروفیل قبلی -- یعنی با دمای منبع گرم -- وارد بستر شده و با دمایی کم‌تر از دمای منبع سرد از آن خارج می‌شود (پروفیل ۵). در این مرحله است که بار سرمایی مورد نظر ایجاد می‌شود.

## ۲.۷. ضریب عملکرد

روند تغییرات ضریب عملکرد در منحنی‌های شکل ۱۳ دیده می‌شود. می‌توان گفت که به‌طور عام با افزایش دبی سیال عامل ضریب عملکرد بستر کاهش می‌یابد. این ضریب از نسبت بار سرمایی به مجموع کار ورودی شامل کار مغناطیسی و کار پمپ به‌دست می‌آید:

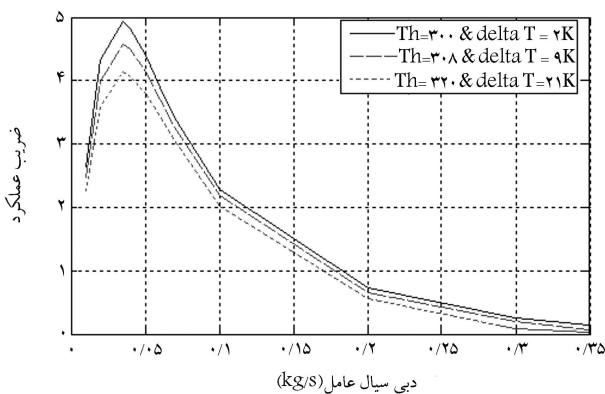
$$COP = \frac{\dot{Q}_L}{\dot{W}_{mag} + \dot{W}_{pump}} \quad (19)$$

کار پمپ توسط افت فشار سیال عامل ضمن عبور از بستر تبرید و با توجه به ضریب اصطکاک معرفی شده در رابطه‌ی ۳ برای محیط متخلخل که تابع عدد رینولدز، ضریب تخلخل و قطر هیدرولیکی بستر است، محاسبه و نیز کار مغناطیسی مطابق رابطه‌ی ۲۰ محاسبه می‌شود:

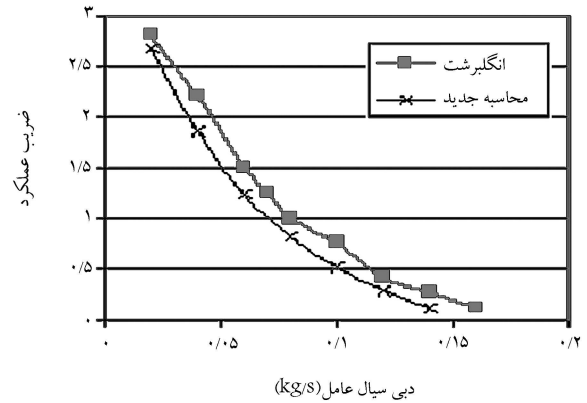
$$Magnetic\ Work\ Transfer = -A_c(1 - \epsilon)\mu_0 H \frac{\partial M}{\partial t} dx \quad (20)$$

رابطه‌ی ۲۰ در بالاترین انرژی قسمت جامد (معادله‌ی ۱۳) درج شده است. در این عبارت  $A_c$  سطح مقطع بستر،  $\epsilon$  ضریب تخلخل،  $\mu_0 H$  میدان مغناطیسی و  $M$  گشتاور مغناطیسی است. اما در مدل تدوین شده، کار مغناطیسی به‌استناد قانون اول ترمودینامیک و در نظر گرفتن کل بستر مغناطیسی به‌عنوان یک سیستم ترمودینامیکی در چرخه‌ی مطابق رابطه‌ی ۲۱ محاسبه شده است:

$$\begin{aligned} \dot{W}_{mag} &= \dot{Q}_{rejected} - \dot{Q}_{refrigeration} \\ \dot{Q}_{refrigeration} &= \dot{m}.h_f(x=l) \\ \dot{Q}_{rejected} &= \dot{m}.h_f(x=0) \end{aligned} \quad (21)$$



شکل ۱۳. وابستگی ضریب عملکرد به دبی جرمی سیال انتقال حرارت در دماهای مختلف منبع گرم.



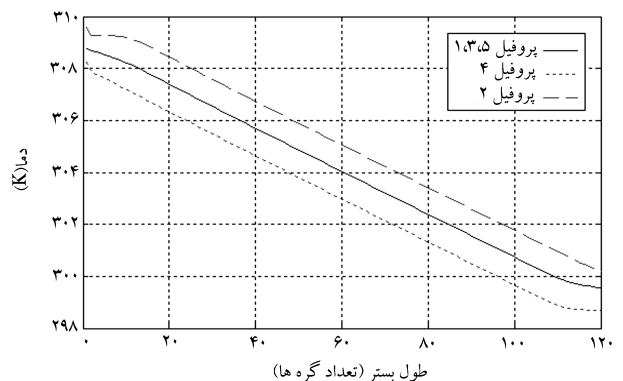
شکل ۱۱. ضریب عملکرد برحسب دبی سیال عامل ناشی از حل عددی انگلیزشت [۱۰] و حل عددی حاضر.

## ۷. بررسی نتایج

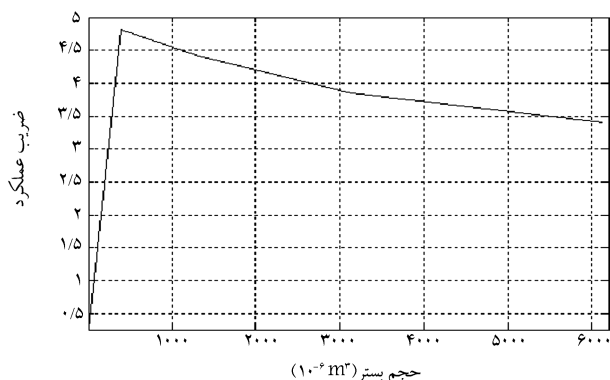
### ۱.۷. پروفیل‌های دما

خروجی مدل توزیع دما در دو قسمت «سیال عامل انتقال حرارت» و «بستر جامد مغناطیسی» را شامل می‌شود که در زمان‌های متوالی مقدارشان به دست آمده و رسم شده‌اند. سایر خروجی‌ها مانند آنتروپی یا انتقال حرارت در هر مرحله از حل با استفاده از پروفیل‌های دما به دست می‌آیند. از عملکرد فیزیکی بستر چنین برمی‌آید که در هر لحظه پروفیل دما نسبت به یک پروفیل میانی (که منابع گرم و سرد را به هم متصل می‌کند) در حال تغییر مکان به بالا یا پائین است. مشخصات ورودی‌های مدل عبارت است از: دبی جرمی آب به‌عنوان سیال عامل برابر با  $0.07 \text{ kg/s}$ ، دمای منبع گرم  $308.75 \text{ K}$ ، دمای منبع سرد  $299.75 \text{ K}$ ، طول بستر  $0.1 \text{ m}$  با سطح مقطع  $0.0005 \text{ m}^2$  هستند.

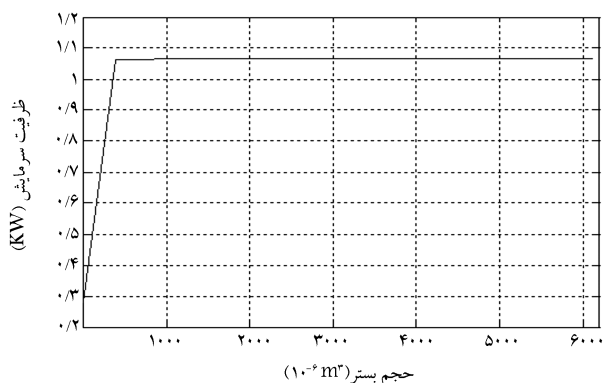
چنان که در شکل ۱۲ نام‌گذاری شده، در توزیع دمایی بستر جامد سه پروفیل میانی و دو پروفیل در بالا و پائین دیده می‌شوند. این پروفیل‌ها مربوط به زمان صفر و کسرهایی از زمان چرخه به صورت  $\tau/4$ ،  $\tau/2$ ،  $3\tau/4$  و  $\tau$  هستند. اگر چرخه از پروفیل شماره ۱ شروع شود، پس از اعمال میدان مغناطیسی -- که در این فرایند جریان سیال عامل در بستر متخلخل وجود ندارد -- و بر اثر خاصیت گرما مغناطیسی در سرتاسر بستر جامد افزایش دما به وجود خواهد آمد (پروفیل ۲). در فرایند دوم



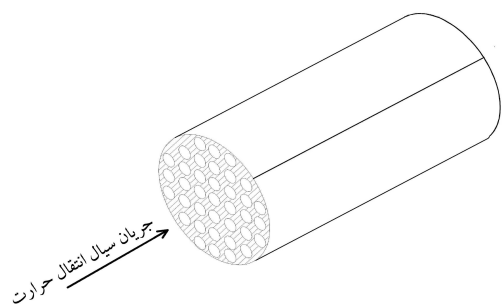
شکل ۱۲. پروفیل‌های میانی و انتهایی دما در یک چهارم‌های چرخه در طول  $0.1 \text{ m}$  متر و دمای منبع گرم  $308.75$  درجه کلوین و دمای منبع سرد  $299.75$  درجه کلوین (زمان چرخه  $0.2$  ثانیه).



شکل ۱۵. بررسی وابستگی ضریب عملکرد به حجم بستر در دبی مشخص.



شکل ۱۶. بررسی وابستگی ظرفیت سرمایش به حجم بستر در دبی مشخص.



شکل ۱۷. طرح‌واره‌ی بستر مشبک با مدل چندلوله‌یی.

است. به این منظور نتایج حاصل از مدل عددی تدوین شده در هر دومورد گزارش شده است. طرح‌واره‌ی بستر مشبک ساده در شکل ۱۷ مشاهده می‌شود. همان‌گونه که از طرح‌واره بستر مشبک برمی‌آید مسیر سیال عامل به صورت چند لوله‌یی منظور شده است. طول، قطر بستر، و نیز ضریب تخلخل آن (نسبت فضای خالی بستر به کل فضا) با بستر متخلخل مورد مقایسه، یکسان انتخاب شده‌اند. در این مورد ضریب تخلخل از رابطه‌ی ۲۲ به دست می‌آید:

$$\varepsilon = n \left( \frac{d}{D} \right)^2 \quad (22)$$

که در آن  $d$  میان‌گر قطر مجاری معادل  $0.0005 \text{ m}$  و  $D$  قطر بستر معادل  $0.25 \text{ m}$  و  $n$  تعداد مجاری است. با فرض  $\varepsilon = 0.36$  تعداد مجاری  $900$  عدد به دست می‌آید. عدد ناسلت در این حالت به صورت رابطه‌ی ۲۳ مورد استفاده قرار گرفته

که در آن  $m$  میان‌گر دبی سیال عامل است و آنتالپی با استفاده از گرمای ویژه سیال عامل و توزیع دمایی سیال به دست می‌آید. به‌طور کلی با افزایش دبی، میزان تلفات در طول بستر زیاد می‌شود و در نتیجه میزان کار پمپ افزایش می‌یابد که منجر به کاهش میزان ضریب عملکرد می‌شود.

### ۳.۷. ظرفیت سرمایی

مطابق شکل ۱۴، تغییرات ظرفیت سرمایی برحسب دبی سیال ابتدا روند صعودی دارد و پس از رسیدن به نقطه‌ی اوج روند نزولی را طی می‌کند. همان‌طور که در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود به‌ازای هر دبی یک مقدار متناظر برای ضریب عملکرد وجود دارد. ولی برای هر ظرفیت سرمایش (با ترسیم یک خط افقی) دو نقطه در منحنی ظرفیت سرمایش پیدا می‌شود که هرکدام متناظر با یک دبی جداگانه‌اند. با توجه به منحنی COP نقطه‌یی که دارای دبی کم‌تری است، ضریب عملکرد بیشتری دارد. اصطلاحاً در حالت دبی بیشتر بستر در حالت بیشینه بار است. از جمله مشخصات این حالت، ضمن ظرفیت سرمایش بالا، می‌توان به تلفات بالا نیز اشاره کرد.

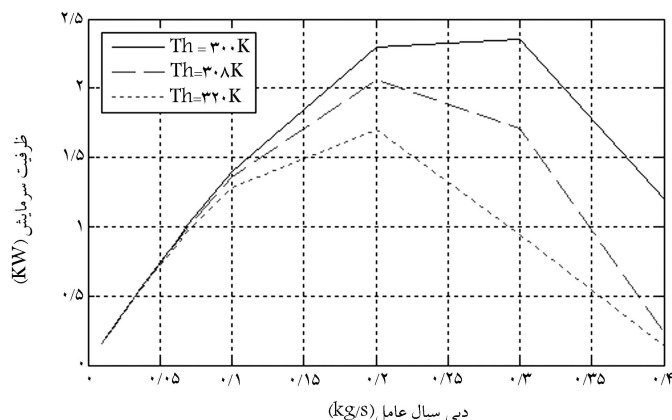
### ۴.۷. حجم بستر

در شکل ۱۵ ضریب عملکرد برحسب حجم بستر در صورت ثابت بودن سایر پارامترها نظیر دبی و دمای منابع گرم و سرد بررسی شده است. در شکل ۱۶ نیز ظرفیت سرمایش متناسب با تغییر حجم بستر رسم شده است. با این حال اگر فرض کنیم که COP در سیستم‌های تراکم بخار به‌طور متوسط در حدود ۲ تا ۳ باشد، در اینجا برای حجم‌های بالای بستر دست‌یابی به چنین ضریب‌های عملکردی امکان‌پذیر است؛ لذا حجم این‌گونه سیستم‌ها (بسترها) در تعیین و طراحی سیستم‌های سرمایش مغناطیسی نقش مهمی دارد.

## ۸. مقایسه‌ی عملکرد بستر سرمایش مغناطیسی متخلخل

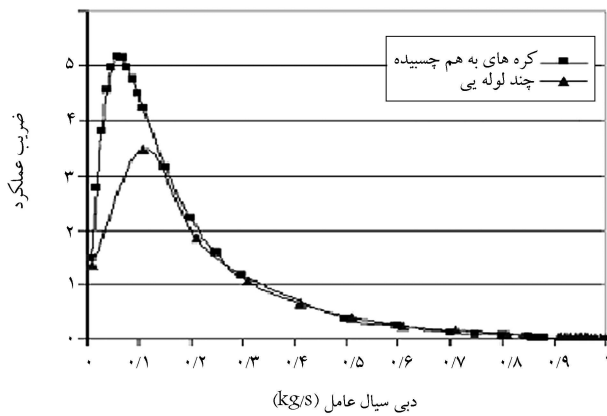
### با بستر مشبک ساده

در این قسمت عملکرد بستر سرمایش مغناطیسی متخلخل با بستر مشبک ساده‌یی که ابعاد هندسی و ضریب تخلخل (درصد فضای خالی) یکسان دارند، مقایسه شده



شکل ۱۴. وابستگی ظرفیت سرمایش به دبی جرمی برای بستری با طول ۰٫۱ متر در دماهای مختلف منبع گرم.





شکل ۱۹. مقایسه‌ی ضریب عملکرد بستر متخلخل و بستر چندلوله‌یی (مشبک ساده).

## ۹. نتیجه‌گیری

سیستم‌های سرمایه‌گذاری مغناطیسی از پتانسیل جایگزینی برای سیستم‌های سرمایه‌گذاری تراکم بخار برخوردارند. با توجه به نداشتن اثرات مخرب زیست‌محیطی، سیستم‌های سرمایه‌گذاری مغناطیسی از لحاظ بوم‌شناسی نیز قابل رقابت با سایر سیستم‌های سرمایه‌گذاری هستند. اولین خروجی مدل توزیع دما بود که با عملکرد فیزیکی چرخه هماهنگ بوده و نشان از صحت حل دارد. سایر پارامترهای محاسبه‌شده از توزیع دما را می‌توان در طراحی یک سیستم سرمایه‌گذاری مورد استفاده قرار داد. بنابراین ضریب کارایی بستر مورد نظر و نیز ظرفیت سرمایه‌گذاری آن را برحسب حجم و دبی سیال عامل انتقال حرارت ارائه کردیم.

لازم به ذکر است که با توجه به وضعیت منحنی‌های ارائه‌شده در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ می‌توان طراحی را بر مبنای ضریب عملکرد بیشینه یا ظرفیت سرمایه‌گذاری بیشینه انجام داد. در این میان ملاحظات اقتصادی نقش اساسی خواهند داشت، زیرا چنان که ملاحظه شد به علت شکل منحنی ظرفیت سرمایه‌گذاری یک ظرفیت به خصوص دارای دو نقطه‌ی عملکردی با ضرایب عملکرد متفاوت بوده که هر کدام دارای شرایط خاص خود است.

نکته‌ی قابل توجه این است که ابعاد در ارزیابی این‌گونه سیستم‌ها نقش کلیدی دارد؛ زیرا همان‌طور که شرح آن آمد، برای رسیدن به ضرایب عملکرد بالاتر باید حجم‌های بزرگ‌تری از بستر را در نظر بگیریم، که به همان میزان مصرف مواد نیز افزایش می‌یابد. بنابراین با در نظر گرفتن شرایط حاکم و رسم منحنی‌های مختلف نقطه‌ی عملکرد بهینه‌ی یک سیستم سرمایه‌گذاری مغناطیسی قابل استنتاج است.

در ادامه، عملکرد یک بستر متخلخل با یک بستر مشبک ساده که در آن مسیر سیال عامل به صورت چندلوله‌یی در نظر گرفته شده، مورد حل و مقایسه قرار گرفت. نظر به اختلاف رابطه‌ی ناسلت و افت فشار و نیز میزان سطح انتقال حرارت در دو مدل متخلخل و مشبک که ارائه شد، مشخصه‌ی عملکردی بستر متخلخل به طور قابل توجهی نسبت به مدل ساده با ابعاد و ضریب تخلخل یکسان برتری دارد.

## فهرست علائم

$A_c$ : مساحت سطح مقطع بستر

$a_s$ : چگالی سطح

$c$ : ظرفیت گرمایی

$$Nu_f = 1.4 \left[ \frac{Pe.d}{L} \right]^{1/3} \left[ \frac{\mu_b}{\mu_w} \right]^n$$

برای گرمایش  $n = 0.5$

برای سرمایش  $n = 1/3$  (۲۳)

با توجه به بیشینه دبی سیال عامل در این مقایسه (۱ kg/s) جریان آرام است و ضریب اصطکاک در مجاری برابر است با:

$$f = 64/Re \quad (24)$$

ضریب هدایت مؤثر شامل محیط بستر جامد و سیال عامل نیز مطابق رابطه‌ی ۲۵ و بر مبنای مقاومت‌های حرارتی موازی به دست آمده است:

$$k_r A_1 + k_f A_2 = k_{eff} (A_1 + A_2)$$

$$k_{eff} = \frac{k_f A_2}{A_1 + A_2} + \frac{k_r A_1}{A_1 + A_2} \quad (25)$$

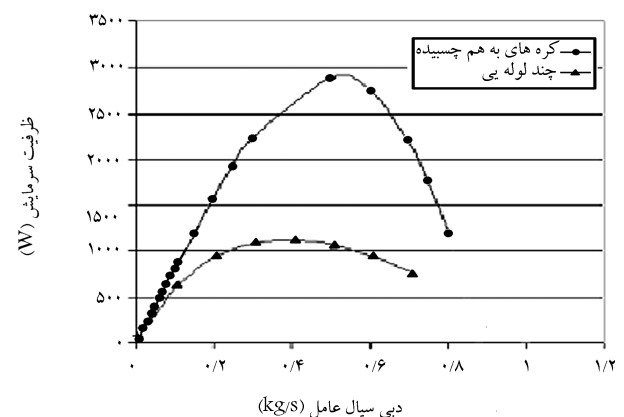
در روابط فوق  $A_1$  سطح مقطع قسمت جامد و  $A_2$  سطح کل مجاری سیال است. در نتیجه برای استفاده در روابط قبلی به کمک تعریف ضریب تخلخل خواهیم داشت:

$$k_{static} = k_f \cdot \varepsilon + k_r (1 - \varepsilon) \quad (26)$$

بر این اساس، ظرفیت سرمایه‌گذاری و ضریب عملکرد برای بستر متخلخل و بستر مشبک معادل محاسبه و به منظور مقایسه در شکل‌های ۱۸ و ۱۹ رسم شده‌اند. در جدول ۲ مشخصات هندسی مشترک شامل طول، قطر بستر، قطر ذرات تشکیل‌دهنده محیط متخلخل، زمان چرخه، دمای منابع گرم و سرد و همچنین میزان تخلخل برای دو مدل مورد نظر شامل مدل متخلخل و مدل غیر متخلخل چندلوله‌یی ارائه شده است:

جدول ۲. ورودی‌های مدل.

$d_{h_s} = 0.0002$	$T_h = 308K$	$T_c = 299K$	$L = 0.1m$
$\tau = 0.2s$	تعداد بستر = ۶	$\varepsilon = 0.36$	$D = 0.025m$



شکل ۱۸. مقایسه‌ی ظرفیت سرمایه‌گذاری بستر متخلخل و بستر چندلوله‌یی (مشبک ساده).

$Pr$ : عدد پرانتل  
 $r$ : زیرنویس قسمت جامد بستر  
 $Re$ : عدد رینولدز  
 $S$ : آنتروپی  
 $T$ : دما  
 $t$ : زمان  
 $U$ : انرژی داخلی  
 $V$ : حجم  
 $x$ : موقعیت محوری

#### علائم یونانی

$\varepsilon$ : تخلخل  
 $\mu_0$ : ضریب نفوذپذیری خلا  
 $\rho$ : چگالی  
 $T$ : زمان چرخه

$D$ : قطر بستر  
 $D_0$ : ضریب بی بعد پراکندگی  
 $d$ : قطر مجاری  
 $d_h$ : قطر هیدرولیکی  
 $f$ : زیرنویس قسمت سیال بستر  
 $f$ : ضریب اصطکاک سیال  
 $H$ : شدت مغناطیسی  
 $h$ : انتالپی  
 $k$ : ضریب هدایت حرارتی  
 $k_{eff}$ : ضریب هدایت مؤثر  
 $M$ : گشتاور دوقطبی مغناطیسی  
 $\dot{m}$ : دبی جرمی  
 $Nu$ : عدد ناسلت  
 $Pe$ : عدد پکلت

#### پانویس

1. active magnetic regenerative refrigeration (AMRR)
2. magneto caloric effect (MCE)
3. disperse matrix
4. over load

#### منابع

1. Giaouque, W.F. and MacDougall, D.P. "Attainment of temperatures below 1° absolute by demagnetization of Gd<sub>2</sub> (SO<sub>4</sub>)", *Phys. Rev.*, **43**, pp. 68-77 (1933).
2. Brown, G.V. "Magnetic heat pumping near room temperature", *Journal of Applied Physics*, **47**, pp. 3637-3680 (1976).
3. Green, G.; Palton, G.; Stevens, J. and Humphrey, J. "Reciprocating magnetic refrigerator", *Proceeding of the Fourth International Cryocooler Conference*, Easton MD, pp. 65-77 (1986).
4. Zimm, C.B.; Sternberg, A.; Jastrab, A.G.; Boeder, A.M.; Lawton, L.M. and Chell, J., *Rotating Bed Magnetic Refrigeration Apparatus*, U.S. Patent Application, US 2002/0053209 AI (2002).
5. Yan, Z. and Chen, J. "The characteristics of polytropic magnetic refrigeration cycles", *Journal of Applied Physics*, **70**(4), pp. 1911-1914, (1991).
6. Zhang, L.; Sherif, S.A.; Veziroglu, T.N. and Sheffield, J.W. "Second law analysis of active magnetic regenerative hydrogen liquefiers", *Cryogenics*, **33**(7), pp. 667-674 (1993).
7. Zhang, L.; Sherif, S.A.; DeGregoria, A.J.; Zimm, C.B. and Veziroglu, T.N. "Design optimization of a 0.1 ton/day active magnetic regenerative hydrogen liquefier", *Cryogenics*, **40**, pp. 269-278 (2000).
8. He, J.; Chen, J. and Wu, C. "The influence of heat-transfer laws on the performance of a magnetic stirling refrigeration cycle", *Int. J. Ambient Energy*, **24**(2), pp. 75-82 (2003).
9. Kirol, I.D. and Mills, J.I. "Numerical analysis of thermo-magnetic generators", *Journal of Applied Physics*, **56**(3), pp. 824-828 (1984).
10. Engelbrecht, K., *A Numerical Model of an Active Magnetic Regenerator Refrigeration System*, M.S. Thesis, University of Wisconsin Madison, (2005).
11. Engelbrecht, K.; Nellis, G.F. and Klein, S.A. "Predicting the performance of an active magnetic regenerator refrigerator used for space cooling and refrigeration", *Journal of Heating, Ventilation, Air-Conditioning and Refrigeration*, **12**, (4) pp.1060-1071 (2006).
12. Petersen, T.F.; Pryds, N.; Smith, A.; Hattel, J. and Knudsen, H.J.H. "Two dimensional mathematical model of a reciprocating room-temperature active magnetic regenerator", *Accepted by International Journal of Refrigeration*, **31**, (3) pp.432-443 (2007).
13. Holman, J.P., *Thermodynamics*, McGraw-Hill, Newyork (1988).
14. Schneider, K.A.; Pecharsky, V.K. and Tsokol, A.O. "Recent developments in magnetocaloric materials", *Rep. Prog. Phys.*, **68**, pp. 1479-1539 (2005).
15. Rohsenow, W.M.; Hartnett, J.P. and Cho, Y.I. *Handbook of Heat Transfer*, McGraw-Hill, New York, N.Y. (1998).

16. Ergun, S. "Fluid flow through packed column", *Chemical Engineering Progress*, **48**(2), pp. 125-127 (1952).
17. Kaviany, M., *Principles of Heat Transfer in Porous Media*, Springer, New York, N.Y., pp. 33, 46-47, 130, 228-229 (1995).
18. Hadley, G.R. "Thermal conductivity of packed metal powders", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **29**(6), p. 909-919 (1986).
19. Fujieda, S.; Hasegawa, Y.; Fujita, A. and Fukamichi, K. "Thermal transport properties of magnetic refrigerants La(Fe<sub>x</sub>Si<sub>1-x</sub>)<sub>13</sub> and their hydrides and Gd<sub>5</sub>Si<sub>2</sub>Ge<sub>2</sub>", *Journal of Applied Physics*, **95**(5), pp. 2429-2431 (2004).
20. Nellis, G.F. and Klein, S.A. "Regenerative heat exchangers with significant entrained fluid heat capacity", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **49**, pp.329-340 (2006).
21. Test, F.L. "Laminar flow: Heat transfer and fluid flow for liquids with a temperature dependent viscosity", *J. Heat Transfer*, **90**, p. 385, (1968).

