

# شبیه‌سازی عددی جریان مغشوش درون لوله‌ی متخلخل جزیی

میلاذ نیکخواه (کارشناس ارشد)

مهدی معرفت (دانشیار)

بخش مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

تحقیق حاضر به شبیه‌سازی عددی انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری در درون لوله‌ی می‌پردازد که به‌طور جزئی از ماده‌ی متخلخل پر شده است. بدین منظور، ماده‌ی متخلخل در موقعیت‌های مرکزی و مرزی درون لوله قرار داده شده است. نتایج حاصله حاکی از آن است که به‌ازای ضخامت نسبی معینی از ماده‌ی متخلخل، انتقال حرارت در موقعیت مرکزی بیشینه و در موقعیت مرزی کمینه است. از مقایسه‌ی نتایج به دست آمده برای موقعیت مرکزی با نتایج نظیر برای جریان آرام، مشاهده می‌شود که با مغشوش کردن رژیم جریان، تغییرات ضخامت نسبی بهینه نسبت به عدد دارسی شدیدتر است. برای موقعیت مرزی، کمینه‌ی انتقال حرارت نسبت به جریان آرام در ضخامت‌های نسبی کم‌تری حاصل می‌شود و تغییرات ضخامت نسبی خطی نیست.

واژگان کلیدی: جابه‌جایی اجباری، ماده‌ی متخلخل، عدد دارسی، توربولانس، انتقال حرارت بهینه.

milad\_neekkhah2009@yahoo.com  
maerefat@modares.ac.ir

## ۱. مقدمه

خالی است. اگر  $Re_p$  از عدد ۱ کوچک‌تر باشد، رژیم جریان دارسی یا خزشی نامیده می‌شود. به‌ازای  $1 < Re_p < 150$  رژیم جریان فورچه‌ایم است. چنانچه  $300 < Re_p < 1500$  باشد، رژیم فوق فورچه‌ایم یا جریان آرام ناپایدار خواهد بود. در نهایت به‌ازای  $Re_p > 3000$  جریان کاملاً مغشوش خواهد بود.<sup>[۱]</sup>

بررسی عددی جریان مغشوش در داخل ماده‌ی متخلخل را می‌تواند با استفاده از مدل میکروسکوپی یا ماکروسکوپی باشد. استفاده از مدل میکروسکوپی برای مطالعه‌ی دقیق ساختار جریان مفید است ولی فقط مسائلی با هندسه‌ی بسیار ساده را حل می‌کند. محققین در مطالعات خود به محاسبه‌ی میکروسکوپی جریان عبوری از رو و درون یک لایه‌ی متخلخل پرداختند.<sup>[۲]</sup> در بررسی جریان مغشوش در محیط متخلخل با هندسه‌ی پیچیده‌تر، استفاده از مدل ماکروسکوپی ضرورت دارد. مدل ماکروسکوپی توربولانس<sup>[۳]</sup> برای این منظور، مدل مناسبی است. این مدل یک مدل  $k-\epsilon$  بر مبنای فرمول‌بندی حاصل از نتایج عددی است که از مجموعه‌ی بی‌میل‌های دایروی و بیضوی که به‌طور فضایی متناوب چیده شده‌اند، به‌عنوان ماتریس متخلخل استفاده می‌کند. در ادامه‌ی مطالعات، یک کانال متخلخل جزئی با پیش‌شرط پرش در سطح مشترک میان ناحیه‌ی متخلخل و ناحیه‌ی تمیز به‌صورت عددی بررسی شد.<sup>[۴]</sup> نظیر این بررسی، ولی با شرط پیوستگی در سطح مشترک و با استفاده از مدل  $k-\epsilon$  رینولدز پایین نیز مورد بررسی قرار گرفته است.<sup>[۵]</sup>

مطالعه‌ی حاضر شامل شبیه‌سازی عددی انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری مغشوش درون لوله‌ی است که به‌طور جزئی از ماده‌ی متخلخل همگن پر شده است. برای این منظور، ماده‌ی متخلخل در دو موقعیت متفاوت درون لوله قرار داده شده

در زمینه‌ی انتقال حرارت جابه‌جایی اجباری در کانال‌های نیمه‌پراز ماده‌ی متخلخل<sup>۱</sup> تحقیقات متعددی انجام شده است. جریان‌های عبوری از ماده‌ی نفوذپذیر در صنعت و علم کاربردهای متعددی دارند؛ به‌طور مثال فیلترها، سیستم‌های مهندسی استخراج نفت، جریان عبوری از روی جنگل‌ها و خنک‌کاری قطعات الکترونیکی از این قبیل‌اند. البته در بیشتر این پژوهش‌ها، جریان سیال عبوری از ماده‌ی متخلخل آرام بوده است. پیش‌تر، جابه‌جایی اجباری درون یک کانال با صفحات موازی، با استفاده از مدل دارسی- برینکمن- فورچه‌ایم به‌صورت عددی بررسی شده است.<sup>[۱]</sup> و در آن نشان داده شد که نمودار عدد نوسلت برحسب ضخامت ماده‌ی متخلخل دارای یک نقطه‌ی کمینه‌ی بحرانی است که به نفوذپذیری ماده‌ی متخلخل بستگی دارد. همچنین در پژوهشی دیگر، انتقال حرارت درون یک لوله با کانال‌راکه ماده‌ی متخلخل به‌صورت جزیی در مرکز لوله قرار می‌گیرد، به‌صورت عددی بررسی شده<sup>[۲]</sup> و براساس نتایج حاصله، با پرکردن لوله از ماده‌ی متخلخل، طول ورودی حرارتی تا ۵۰٪ کاهش می‌یابد و باعث افزایش نرخ انتقال حرارت دیواره‌ها می‌شود. موارد یادشده در خصوص جریان با رینولدز کم صادق است. هنگامی که سیالی با سرعت پایین از ماده‌ی متخلخلی با نفوذپذیری خیلی کم عبور می‌کند، غالباً این‌گونه جریان‌ها حاکم است. اما اگر جریان با سرعت بالا از داخل ماده‌ی با نفوذپذیری زیاد عبور کند، ممکن است به مغشوش شدن جریان بینجامد. معیار ایجاد اغتشاش در جریان داخل ماده‌ی متخلخل، عدد رینولدز بر مبنای میزان آماری اندازه فضای

تاریخ: دریافت ۱۳۸۷/۱۲/۲۴، اصلاحیه ۱۳۸۸/۱۲/۲۵، پذیرش ۱۳۸۹/۲/۱۲.

است: ۱. ماده‌ی متخلخل در مرکز لوله قرار دارد؛ ۲. ماده‌ی متخلخل به دیواره‌ی لوله چسبیده است. در این پژوهش همچنین اثر پارامترهای متفاوتی نظیر تخلخل، نفوذپذیری و ضخامت ماده‌ی متخلخل بر انتقال حرارت بهینه نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲. مدل‌سازی فیزیک مسئله

### ۲.۱. فرمول‌بندی ریاضی

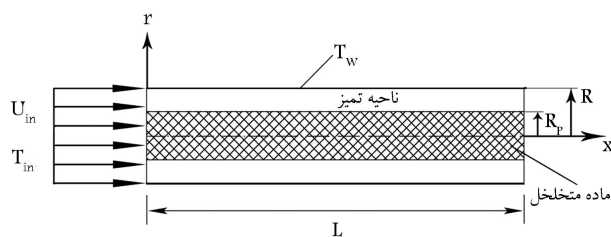
در شکل‌های ۱ و ۲ طرح‌واره‌ی هندسه‌ی مسئله نشان داده شده است. جریان دوبعدی، تراکم‌ناپذیر و پایدار از داخل لوله‌یی که در آن مقداری ماده‌ی متخلخل همگن قرار دارد، عبور می‌کند. سرعت و دمای ورودی سیال یکنواخت است. دمای جناره‌ی لوله نیز ثابت فرض می‌شود. خواص ترموفیزیکی سیال و ماده‌ی متخلخل ثابت است. معادلات حاکم بر مسئله عبارت‌اند از: معادله‌ی پیوستگی، گشتاور، انرژی جنبشی مغشوش، اتلاف انرژی جنبشی مغشوش و معادله‌ی دما. معادله‌ی پیوستگی در ماده‌ی متخلخل با تخلخل ثابت عبارت است از:

$$\nabla \cdot \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i = 0 \quad (1)$$

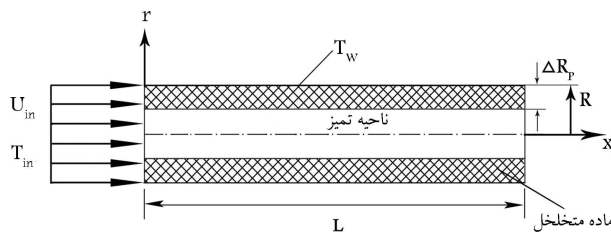
برای نوشتن معادله‌ی گشتاور از مدل پداس-دلموس<sup>[۷]</sup> استفاده شده است. این معادلات از متوسط‌گیری حجمی روی معادلات حاکم بر سیال تمیز (سیالی که از محیط غیر متخلخل عبور می‌کند) به دست آمده‌اند (رابطه‌ی ۲):

$$\begin{aligned} \rho \nabla \cdot \left( \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \right) &= -\nabla \cdot \left( \langle \bar{P} \rangle^i \right) + (\mu + \mu_{t\phi}) \nabla^2 \left( \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \right) - \\ \eta \left( \frac{\mu \phi}{K_P} \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i + \frac{c_F \phi^2 \rho}{\sqrt{K_P}} \left| \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \right| \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \right) \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن  $K_P$ ،  $\phi$  به ترتیب تخلخل و نفوذپذیری ماده‌ی متخلخل، و  $c_F$  ضریب فورچهیمر نامیده می‌شود. لزجت مغشوش ماکروسکوپی مشابه جریان سیال تمیز



شکل ۱. لوله‌ی با تقارن محوری که ماده‌ی متخلخل درون آن در موقعیت مرکزی قرار گرفته است.



شکل ۲. لوله‌ی با تقارن محوری که ماده‌ی متخلخل درون آن در موقعیت مرزی قرار گرفته است.

چنین تعریف می‌شود:

$$\mu_{t\phi} = \rho c_\mu \frac{\langle k \rangle^i}{\langle \varepsilon \rangle^i} \quad (3)$$

در رابطه‌ی ۲ مجموع دو جمله‌ی آخر سمت راست بیان‌گر نیروی درگ کل متوسط زمانی در واحد حجم است که از طرف ماتریس متخلخل بر سیال وارد می‌شود. معادلات ماکروسکوپی پایدار برای انرژی جنبشی مغشوش و اتلاف انرژی جنبشی مغشوش به ترتیب عبارت‌اند از:

$$\begin{aligned} \rho \nabla \cdot \left( \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \langle k \rangle^i \right) &= \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_{t\phi}}{\sigma_k} \right) \nabla \left( \langle k \rangle^i \right) \right) + \\ P^i + \eta G^i - \rho \langle \varepsilon \rangle^i \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \rho \nabla \cdot \left( \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \langle \varepsilon \rangle^i \right) &= \nabla \cdot \left( \left( \mu + \frac{\mu_{t\phi}}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \left( \langle \varepsilon \rangle^i \right) \right) + \\ C_1 P^i \frac{\langle \varepsilon \rangle^i}{\langle k \rangle^i} + C_2 \frac{\langle \varepsilon \rangle^i}{\langle k \rangle^i} \left( \eta G^i - \rho \langle \varepsilon \rangle^i \right) \end{aligned} \quad (5)$$

$$P^i = \rho \langle \mathbf{u}^T \mathbf{u}^T \rangle^i : \nabla \left( \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \right) \quad (6)$$

$$G^i = c_k \rho \frac{\phi \langle k \rangle^i \left| \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \right|}{\sqrt{K_P}} \quad (7)$$

در روابط ۴ تا ۷ عبارت  $G^i$  نشان‌گر تولید انرژی جنبشی به علت وجود ماده‌ی متخلخل و  $P^i$  گرادیان جریان متوسط است. همچنین برای معادله‌ی انرژی، شرط تعادل حرارتی بین فازهای جامد و سیال در نظر گرفته شده و تولید انرژی داخلی وجود ندارد. معادله‌ی ماکروسکوپی دما در حالت پایدار عبارت‌است از:

$$(\rho C_P)_f \nabla \cdot \left( \langle \bar{\mathbf{u}} \rangle^i \langle \bar{T} \rangle^i \right) = \lambda_{eff} \nabla^2 \left( \langle \bar{T} \rangle^i \right) \quad (8)$$

$$\lambda_{eff} = \phi \lambda_f + (1 - \phi) \lambda_s + \phi C_{P_f} \frac{\mu_{t\phi}}{\sigma_{t\phi}} \quad (9)$$

در روابط ۸ و ۹،  $\lambda_{eff}$  ضریب هدایت حرارتی مؤثر است که اثرات اغتشاش از طریق جمله‌ی آخر معادله‌ی ۹ در آن وارد می‌شود. در کلیه‌ی معادلات،  $\langle \chi \rangle^i$  نشان‌گر متوسط زمانی ماکروسکوپی کمیت  $\chi$  است که می‌تواند بردار سرعت، انرژی جنبشی مغشوش، اتلاف انرژی جنبشی مغشوش و دما باشد. اندیس  $f$  نمایان‌گر فاز سیال و اندیس  $s$  نمایان‌گر فاز جامد است. همچنین ضرایب ثابت در معادلات عبارت‌اند از:<sup>[۶]</sup>

$$\begin{aligned} c_F = 0.55, \quad c_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.0, \quad c_k = 0.28, \\ \sigma_\varepsilon = 1.3, \quad C_1 = 1.44, \quad C_2 = 1.92, \quad \sigma_{t\phi} = 1.0 \end{aligned} \quad (10)$$

اگر در روابط ۲ تا ۹ -- معادلات حاکم بر جریان سیال در ماده‌ی متخلخل -- مقدار  $\phi$  معادل ۱ انتخاب شود و  $K_P$  به سمت بی‌نهایت میل کند، معادلات حاکم بر سیال در ناحیه‌ی تمیز حاصل می‌شود. پس می‌توان با استفاده از ضریبی همچون  $\eta$  به جای دو دسته معادلات برای محیط متخلخل جزئی، از یک دسته معادلات استفاده کرد. به این ترتیب که در محیط متخلخل،  $\eta = 1$  و در محیط تمیز  $\eta = 0$  خواهد بود. صحت این روش که دامنه‌ی یکسان شده<sup>۲</sup> نامیده‌اند، محققین به‌طور کامل مورد بررسی قرار داده‌اند.<sup>[۸]</sup> حسن این روش برقراری خودکار شرایط مرزی سطح تماس ناحیه‌ی تمیز و ماده‌ی متخلخل است و دیگر نیازی به فرایندهای تکراری اضافی برای تطبیق شرایط مشترک ماده‌ی متخلخل و ناحیه‌ی تمیز نیست. در ادامه برای سادگی فرض می‌کنیم که  $\langle \chi \rangle^i = \chi$  باشد.

### ۲.۲. شرایط مرزی و سطح مشترک

از آنجا که خط  $r = 0$  محور تقارن لوله است، مؤلفه‌ی سرعت شعاعی و گرادیان‌های سرعت محوری، انرژی جنبشی مغشوش، اتلاف انرژی جنبشی مغشوش و دما در جهت شعاعی روی این خط برابر صفرند. روی دیواره‌ی لوله شرط عدم لغزش<sup>۳</sup> رعایت می‌شود؛ بدین معنی که کلیه‌ی متغیرها به جز دما روی دیواره‌ی لوله صفر، و دمای دیواره ثابت در نظر گرفته می‌شود.

در ورودی لوله یکسواخت محوری با دمای معین وارد می‌شود. در نتیجه مؤلفه‌ی شعاعی سرعت صفر است و سایر کمیت‌ها ثابت‌اند. در مقطع خروجی لوله شرط توسعه‌یافتگی<sup>۴</sup> اعمال می‌شود، بدین مفهوم که گرادیان تمام متغیرها در جهت محوری برابر صفر است. برای شرط تماس بین ماده‌ی متخلخل و سیال تمیز نظرات گوناگونی وجود دارد. بعضی از محققین شرط پیوستگی را برای تمام متغیرها و گرادیان‌های آنها در نظر می‌گیرند<sup>[۱۰]</sup> و برخی دیگر (مانند دلموس) برای تنش برشی یا شار انرژی جنبشی مغشوش برشی در نظر می‌گیرند که ضریب ثابت ایجادشده به وسیله‌ی آن باید به کمک آزمایش تعیین شود.<sup>[۵]</sup> در اینجا ما شرط پیوستگی را اعمال خواهیم کرد. پیوستگی مؤلفه‌های سرعت، فشار و تنش برشی عبارت است از:

$$u|_{r=R_P^-} = u|_{r=R_P^+}, v|_{r=R_P^-} = v|_{r=R_P^+}, P|_{r=R_P^-} = P|_{r=R_P^+}$$

$$\mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \Big|_{r=R_P^-} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \Big|_{r=R_P^+} \quad (11)$$

در مورد پیوستگی انرژی جنبشی و اتلاف آن و گرادیان آنها داریم:

$$k|_{r=R_P^-} = k|_{r=R_P^+}, \quad \varepsilon|_{r=R_P^-} = \varepsilon|_{r=R_P^+},$$

$$\left( \mu + \frac{\mu t \phi}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \Big|_{r=R_P^-} = \left( \mu + \frac{\mu t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial r} \Big|_{r=R_P^+},$$

$$\left( \mu + \frac{\mu t \phi}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \Big|_{r=R_P^-} = \left( \mu + \frac{\mu t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \Big|_{r=R_P^+} \quad (12)$$

پیوستگی دما و شار حرارتی عبارت است از:

$$T|_{r=R_P^-} = T|_{r=R_P^+}, \quad \lambda_{eff} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_P^-} = \lambda_f \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_P^+} \quad (13)$$

در روابط ۱۱ تا ۱۳  $R_P^-$  مربوط به سیال گذرنده از محیط متخلخل و  $R_P^+$  مربوط به سیال گذرنده از فضای خالی است.

### ۳.۲. محاسبه‌ی عدد نوسلت

در این مطالعه دیواره‌ی لوله تحت شرایط دما ثابت است. عدد نوسلت موضعی برای این حالت چنین تعریف می‌شود:

$$Nu = 2R \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{Wall} / (T_w - T_m(x)) \quad (14)$$

$$T_m(x) = \frac{1}{u_m R^2} \int_0^R u T r dr; \quad u_m = \frac{1}{R^2} \int_0^R u r dr \quad (15)$$

در روابط ۱۴ و ۱۵،  $T$  پروفیل دما در مقطع  $x$  و  $T_m(x)$  و  $u_m$  دمای میانگین و سرعت میانگین در همان مقطع است.

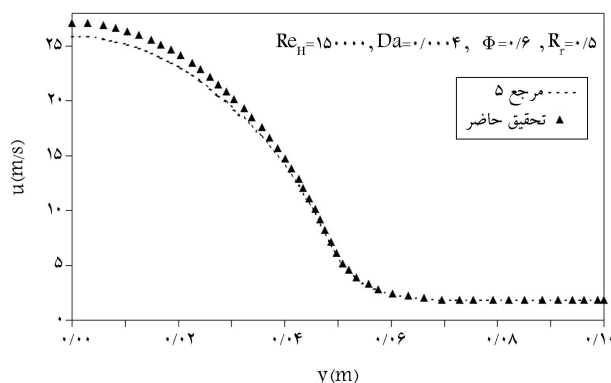
### ۴.۲. شبیه‌سازی عددی

برای تبدیل معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر جریان سیال به روابط جبری که مقادیر متغیرهای وابسته در گره‌های شبکه محاسباتی را به هم مرتبط می‌کند، از روش حجم محدود پاتانکار<sup>[۱۱]</sup> استفاده شده است. سپس این روابط جبری توسط الگوریتم ماتریس سه‌قطری حل می‌شوند. برای تقریب شارهای جابه‌جایی از طرح هیبرید استفاده شده و ارتباط بین سرعت‌ها و فشار از روش سیمپل-سی کنترل می‌شود. برای تولید شبکه‌ی محاسباتی، شبکه‌ی هم‌مکان<sup>۵</sup> مورد استفاده قرار گرفته است. در این‌گونه شبکه‌ها، از میان‌یابی گشتاور به منظور جلوگیری از نوسانات غیرفیزیکی در سرعت و فشار استفاده می‌شود.<sup>[۱۲]</sup> همچنین به علت تفاوت گرادیان کمیت‌ها از مرکز لوله تا دیواره، شبکه‌ی غیریکسواخت به کار گرفته شده است. برای جلوگیری از واگرایی جواب‌ها، از ضریب مادون‌رهایی<sup>۶</sup> استفاده شده که مقادیر آن برای مؤلفه‌های سرعت برابر ۰/۸، برای فشار معادل ۰/۱، برای انرژی جنبشی مغشوش و اتلاف انرژی برابر ۰/۱۲ و برای دما برابر ۰/۹۵ است. علاوه بر این برای تمام متغیرها، معیار هم‌گرایی عبارت است از:

$$\delta = \max(|\chi_{new} - \chi_{old}|) < 10^{-6} \quad (16)$$

### ۳. نتایج و بحث

جریان سیال در شکل‌های ۱ و ۲ با استفاده از دستگاه معادلات ۱، ۲، ۴، ۵ و ۸ محاسبه شده است. ابتدا برای کسب اطمینان از صحت عملکرد کد، مطالعه‌ی حاضر به‌ازای یک حالت معین با نتیجه‌ی مطالعات پیشین<sup>[۵]</sup> مقایسه می‌شود. بدین منظور، سیالی بین دو صفحه‌ی موازی بسیار بزرگ جریان دارد. فاصله‌ی این دو صفحه  $H = 0.1 \text{ m}$  بوده و ماده‌ی متخلخل با خواص معین و با ضخامتی معادل نصف شعاع لوله‌ی درون آن چسبیده به دیواره قرار دارد. در شکل ۳ پروفیل سرعت محوری توسعه‌یافته‌ی حاصل با مطالعه‌ی انجام‌شده‌ی قبلی<sup>[۵]</sup> برای شبکه‌ی مشابه مقایسه شده است. چنان‌که در شکل دیده می‌شود، تطابق خوبی بین دو نمودار وجود دارد. برای کسب اطمینان از این‌که نتایج حاصله مستقل از شبکه‌ی محاسباتی‌اند، پروفیل سرعت توسعه‌یافته برای حالتی معین و دلخواه، به‌ازای شبکه‌های مختلف در شکل ۴ نشان داده شده است. چنان‌که ملاحظه می‌شود، با افزایش تعداد نقاط در جهت شعاعی تا ۶۰ نقطه، پروفیل سرعت تغییر می‌کند، در صورتی که افزایش تعداد نقاط بیشتر از آن تا ۸۰ نقطه، تغییری در پروفیل سرعت به وجود نمی‌آورد. همچنین



شکل ۳. پروفیل سرعت محوری توسعه‌یافته‌ی بی‌بعد برای کانال نیمه‌متخلخل و مقایسه‌ی آن با مطالعات پیشین.<sup>[۵]</sup>

برای موقعیت مرکزی نشان داده شده است و در آن  $x^* = \frac{x}{L}$  با کم شدن میزان تخلخل، دبی عبوری از ناحیه‌ی متخلخل کم‌تر می‌شود و در نتیجه سیال بیشتری از ناحیه‌ی غیرمتخلخل عبور خواهد کرد. پس سرعت در این ناحیه افزایش می‌یابد. بنابراین میزان انتقال گرما یا عدد نوسلت نیز زیاد خواهد شد.

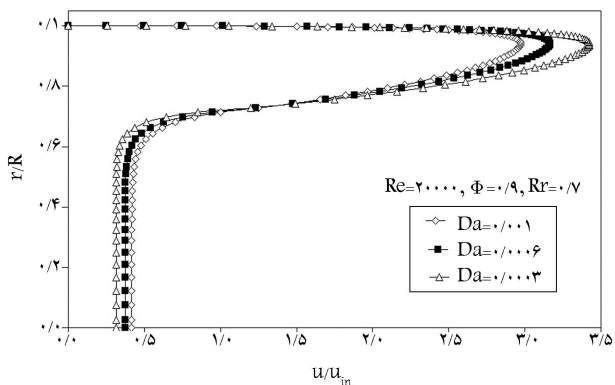
در شکل ۸ تغییرات عدد نوسلت توسعه‌یافته نسبت به شعاع نسبی ماده‌ی متخلخل به‌ازای اعداد دارسی متفاوت برای موقعیت مرکزی نشان داده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، در یک عدد دارسی معین افزایش ضخامت نسبی ماده‌ی

با بررسی حالت‌های دیگر و موقعیت‌های متفاوت ماده‌ی متخلخل در لوله، این نتیجه حاصل شد که با دقت بسیار خوب می‌توان شبکه‌ی  $150 \times 80$  را به‌عنوان شبکه‌ی محاسباتی مناسب اختیار کرد.

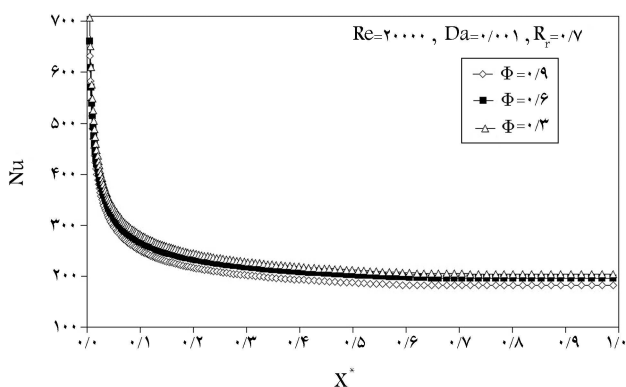
در شکل ۵ پروفیل سرعت محوری توسعه‌یافته‌ی بی‌بعد به‌ازای عدد دارسی  $10^{-3}$  برای موقعیت مرکزی نشان داده شده است. با توجه به این نمودار، افزایش شعاع نسبی ماده‌ی متخلخل تا  $0.8$  موجب افزایش دبی جریان در فضای بین دیواره‌ی لوله و ماده‌ی متخلخل می‌شود و بیشینه سرعت سیال در این فضا نیز بیشتر می‌شود. همچنین مکان سرعت بیشینه به سمت دیواره‌ی لوله نزدیک‌تر می‌شود که در نهایت باعث افزایش انتقال حرارت یا افزایش عدد نوسلت می‌شود؛ اما با افزایش نسبت شعاع بیشتر از این مقدار، دبی عبوری از قسمت متخلخل رو به افزایش می‌گذارد و در نتیجه دبی عبوری از نزدیک دیواره کاهش می‌یابد. هنگامی که تمام لوله از ماده‌ی متخلخل پر می‌شود، پروفیل سرعت در مقطع لوله تقریباً یک‌نواخت می‌شود که به کاهش عدد نوسلت می‌انجامد. بنابراین، برای عدد دارسی  $10^{-3}$ ، ضخامت نسبی  $0.8$  یک ضخامت بهینه است.

در شکل ۶ پروفیل سرعت محوری توسعه‌یافته‌ی بی‌بعد به‌ازای اعداد دارسی متفاوت برای موقعیت مرکزی مشاهده می‌شود. هرچه عدد دارسی کم‌تر می‌شود، و یا هرچه نفوذپذیری ماده‌ی متخلخل کاهش می‌یابد، سیال کم‌تری از ماده‌ی متخلخل عبور کرده و سیال بیشتری از ناحیه‌ی غیرمتخلخل می‌گذرد که به افزایش سرعت بیشینه‌ی سیال می‌انجامد.

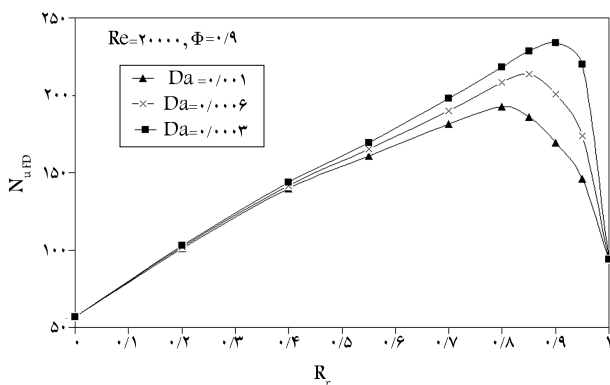
در شکل ۷ تغییرات عدد نوسلت در طول لوله، نسبت به تخلخل ماده‌ی متخلخل



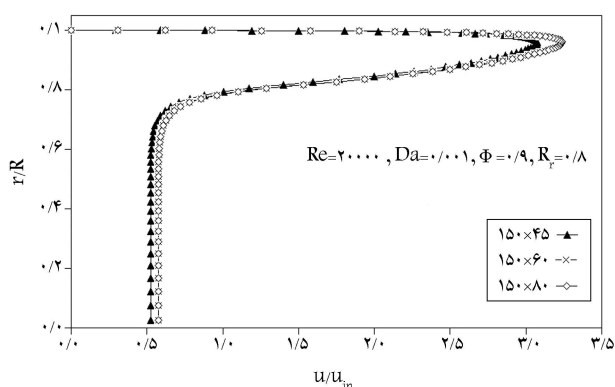
شکل ۶. پروفیل سرعت محوری توسعه‌یافته‌ی بی‌بعد به‌ازای اعداد دارسی مختلف در موقعیت مرکزی.



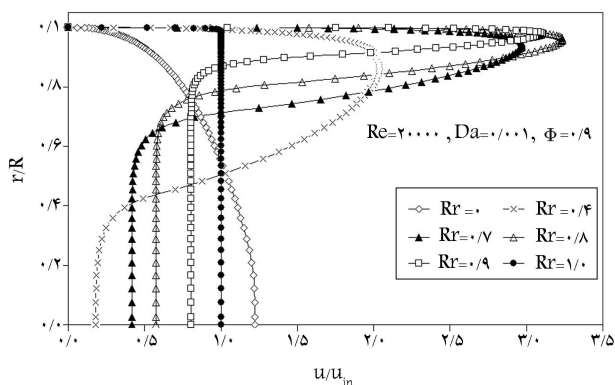
شکل ۷. تغییرات عدد نوسلت در طول لوله به‌ازای تخلخل‌های مختلف ماده‌ی متخلخل در موقعیت مرکزی.



شکل ۸. تغییرات عدد نوسلت توسعه‌یافته نسبت به عدد دارسی به‌ازای شعاع‌های مختلف ماده‌ی متخلخل در موقعیت مرکزی.

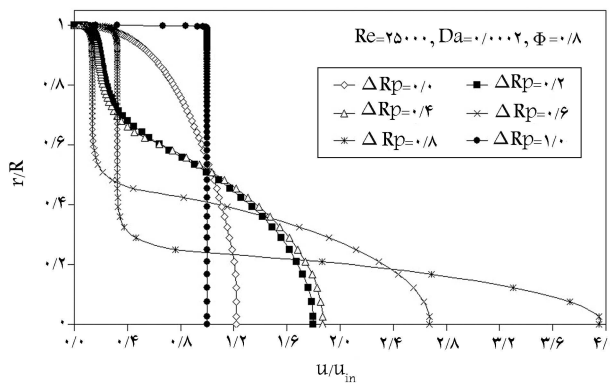


شکل ۴. پروفیل سرعت محوری توسعه‌یافته‌ی بی‌بعد به‌ازای تعداد نقاط مختلف شبکه‌ی محاسباتی.

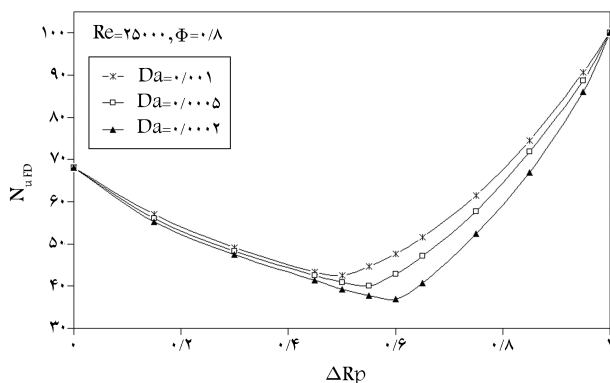


شکل ۵. پروفیل سرعت محوری توسعه‌یافته‌ی بی‌بعد به‌ازای شعاع‌های نسبی مختلف ماده‌ی متخلخل در موقعیت مرکزی.

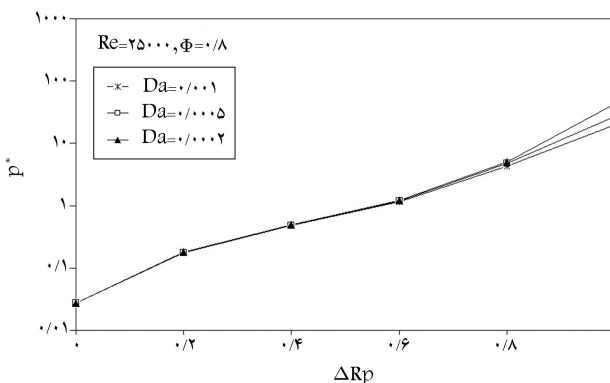
می‌توان نتیجه گرفت که در یک عدد دارسی معین، افزایش ضخامت نسبی ماده‌ی متخلخل به افزایش افت فشار منجر می‌شود و در حالتی که لوله کاملاً از ماده‌ی متخلخل پر می‌شود، این افت فشار بیشینه است. همچنین تغییرات عدد نوسلت و افت فشار بی‌بعد تا ضخامت نسبی تقریبی ۰/۵ نسبت به عدد دارسی ناچیز است؛ پس می‌توان محدوده‌ی  $\Delta R_p \leq 0/5$  را محدوده‌ی ضخامت مناسب برای کاهش انتقال حرارت انتخاب کرد -- محدوده‌ی که ماده‌ی متخلخل به‌عنوان عایق کاربرد دارد.



شکل ۱۰. پروفیل سرعت محوری توسعه‌یافته‌ی بی‌بعد برای ضخامت‌های مختلف ماده‌ی متخلخل در موقعیت مرزی.



شکل ۱۱. تغییرات عدد نوسلت توسعه‌یافته‌ی نسبت به عدد دارسی به‌ازای ضخامت‌های نسبی مختلف ماده‌ی متخلخل در موقعیت مرزی.



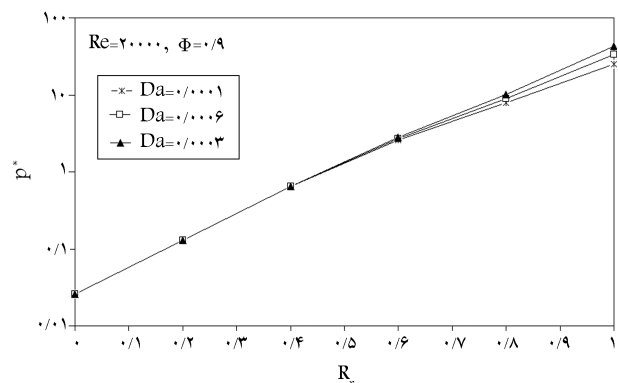
شکل ۱۲. تغییرات افت فشار بی‌بعد نسبت به عدد دارسی به‌ازای ضخامت‌های نسبی مختلف ماده‌ی متخلخل در موقعیت مرزی.

متخلخل به افزایش عدد نوسلت یا همان نرخ انتقال حرارت منجر می‌شود ولی یک ضخامت بهینه وجود دارد که اگر بیشتر از آن ضخامت، ماده‌ی متخلخل درون لوله قرار گیرد، عدد نوسلت رو به کاهش می‌گذارد. در توضیح این نتیجه می‌توان گفت که در محدوده‌ی  $0 < R_r < R_{opt}$  که  $R_{opt}$  نسبت شعاعی بهینه‌ی ماده‌ی متخلخل است، بر اثر افزایش ضخامت، دبی جریان خارج از ماده‌ی متخلخل بیشتر می‌شود و ضخامت لایه‌ی مرزی نیز کاهش می‌یابد و در نتیجه عدد نوسلت زیاد می‌شود. اما با افزایش ضخامت بیشتر از مقدار بهینه، فضای بین ماده‌ی متخلخل و دیواره‌ی لوله آن قدر کم می‌شود که سیال بیشتر در قسمت متخلخل جریان می‌یابد و به کاهش عدد نوسلت می‌انجامد. مقدار تقریبی بهینه‌ی نسبت شعاعی ( $R_r$ ) برای اعداد دارسی  $10^{-2}$ ،  $6 \times 10^{-2}$ ،  $3 \times 10^{-2}$  به ترتیب برابر ۰/۸، ۰/۸۵، ۰/۹ و ۰/۹ است.

در شکل ۹، تغییرات افت فشار بی‌بعد در مقیاس لگاریتمی نسبت به شعاع‌های نسبی مختلف ماده‌ی متخلخل و به‌ازای اعداد دارسی متفاوت مشاهده می‌شود. با افزایش ضخامت ماده‌ی متخلخل در یک عدد دارسی معین، افت فشار نیز زیاد می‌شود. این بدان معناست که افت فشار لوله‌ی بی‌بعد به‌طور کامل از ماده‌ی متخلخل پر شده، بیشتر از افت فشار در لوله‌ی بی‌بعد است که به‌طور جزئی از ماده‌ی متخلخل پر شده است. همچنین با توجه به نمودار می‌بینیم که تا نسبت شعاع حدود ۰/۶، به‌ازای یک ضخامت ثابت ماده‌ی متخلخل، افت فشار نسبت به عدد دارسی تغییری نمی‌کند و از آن به بعد تا نسبت شعاع ۰/۸، این تغییر بسیار کم است.

در شکل ۱۰ پروفیل سرعت محوری توسعه‌یافته‌ی بی‌بعد به‌ازای عدد دارسی  $2 \times 10^{-2}$  و ضخامت‌های نسبی مختلف ماده‌ی متخلخل و نیز برای موقعیت مرزی ترسیم شده است. مطابق این نمودارها، افزایش ضخامت ماده‌ی متخلخل موجب می‌شود که دبی عبوری از این ناحیه کاهش یابد و به‌علت ارضای قانون پیوستگی، دبی بیشتری از ناحیه‌ی تمیز عبور کند. تنها در حالتی که لوله به‌طور کامل پر از ماده‌ی متخلخل است، پروفیل یکنواخت سرعت حاصل می‌شود.

شکل‌های ۱۱ و ۱۲ به ترتیب تغییرات عدد نوسلت توسعه‌یافته و افت فشار بی‌بعد را نسبت به ضخامت نسبی ماده‌ی متخلخل و به‌ازای اعداد دارسی متفاوت نشان می‌دهند. با توجه به شکل ۱۱، در یک عدد دارسی ثابت و با افزایش ضخامت ماده‌ی متخلخل، عدد نوسلت آن قدر کاهش می‌یابد تا به مقدار کمینه‌اش برسد. با افزایش ضخامت بیشتر از این ضخامت بهینه، عدد نوسلت شروع به افزایش می‌کند تا در نهایت، در حالت کاملاً پر، به مقدار بیشینه‌اش می‌رسد. با مشاهده‌ی نمودار ۱۲



شکل ۹. تغییرات افت فشار بی‌بعد نسبت به عدد دارسی به‌ازای شعاع‌های مختلف ماده‌ی متخلخل در موقعیت مرکزی.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک جریان مغشوش عبوری از داخل یک لوله‌ی مرکب که یک ماده‌ی متخلخل در دو موقعیت متفاوت درون آن قرار داده شده، به صورت عددی شبیه‌سازی شده است. همچنین اثر پارامترهای متفاوتی مانند تخلخل، عدد دارسی و ضخامت ماده‌ی متخلخل روی پروفیل سرعت، افت فشار و عدد نوسلت بررسی شده است. نتایج به دست آمده برای ترکیب مرکزی نشان می‌دهد که با داشتن افت فشار مناسب، ضخامت نسبی بهینه‌ی ماده‌ی متخلخل برای اعداد دارسی  $10^{-2}$  تا  $10^{-4}$ ،  $3 \times 10^{-4}$ ،  $6 \times 10^{-4}$  و  $10^{-2}$  به ترتیب برابر  $0.79$ ،  $0.85$  و  $0.8$  است.

در ترکیب مرزی ماده‌ی متخلخل، بیشینه عدد نوسلت مربوط به حالتی است که لوله به طور کامل از ماده‌ی متخلخل پر شود. در غیر این حالت، عدد نوسلت تا مقدار کمیته‌اش کاهش می‌یابد که در آن ماده‌ی متخلخل در واقع به عنوان عایق کاربرد می‌یابد. ضخامت نسبی بهینه‌ی ماده‌ی متخلخل برای موقعیت مرزی به‌ازای اعداد دارسی  $10^{-2}$  تا  $10^{-4}$ ،  $2 \times 10^{-4}$ ،  $5 \times 10^{-4}$  و  $10^{-2}$  به ترتیب معادل  $0.76$ ،  $0.85$  و  $0.8$  به دست آمده است. طبق مطالعات قبلی<sup>[۱۳]</sup> با کاهش عدد دارسی از  $10^{-3}$  تا  $10^{-6}$ ، مقادیر ضخامت بهینه‌ی نسبی به طور خطی از  $0.76$  تا  $0.85$  تغییر می‌کند. در نتیجه با تغییر رژیم جریان از آرام به مغشوش، کمینه انتقال حرارت در ضخامت‌های نسبی کم‌تری حاصل می‌شود، و تغییرات این ضخامت نسبی نیز به صورت خطی نیست.

#### علائم و نشانه‌ها

$c_F$ : ضریب فورچیمیر در رابطه‌ی ۲

$T_m$ : دمای میانگین در مقطع مشخص ( $^{\circ}K$ )

$C_1, C_2$ : ضریب ثابت در رابطه‌ی ۵

$(\bar{u})^i$ : بردار سرعت متوسط ماکروسکوپی ( $m/s$ )

$c_k$ : ضریب ثابت در رابطه‌ی ۷

$u, v$ : مؤلفه‌های سرعت متوسط ماکروسکوپی در جهت محوری و شعاعی ( $m/s$ )

$c_{\mu}$ : ضریب ثابت در رابطه‌ی ۳

$x^*$ : طول بی‌بعد در جهت محوری ( $x/L$ )

$C_P$ : ظرفیت حرارتی ویژه ( $J/kg^{\circ}K$ )

$Da$ : عدد دارسی ( $K_p/R^i$ )

$d_p$ : قطر متوسط سوراخ‌ها یا ذرات در ماده‌ی متخلخل  $m$

$G^i$ : نرخ تولید انرژی جنبشی مغشوش به علت وجود ماتریس متخلخل ( $kg/(m.s^2)$ )

$\langle k \rangle^i$ : انرژی جنبشی مغشوش ماکروسکوپی ( $m^2/s^2$ )

$K_p$ : نفوذپذیری ( $m^2$ )

$L$ : طول لوله ( $m$ )

$\langle \bar{P} \rangle^i$ : فشار متوسط ماکروسکوپی ( $Pa$ )

$P^*$ : افت فشار متوسط ماکروسکوپی بی‌بعد ( $P^* = \frac{4 \Delta P R}{\rho u_{in}^2 L}$ )

$P^i$ : نرخ تولید انرژی جنبشی مغشوش به علت گرادیان سرعت متوسط ( $kg/(m.s^2)$ )

$Nu$ : عدد نوسل

$R$ : شعاع لوله ( $m$ )

$R_r$ : نسبت ضخامت ماده‌ی متخلخل به شعاع لوله

$Re$ : عدد رینولدز ( $\rho u_{in} D / \mu$ )

$Re_P$ : عدد رینولدز بر مبنای قطر ذرات ( $\rho u_{in} d_p / \mu$ )

$\langle \bar{T} \rangle^i$ : دمای متوسط ماکروسکوپی ( $^{\circ}K$ )

#### علائم یونانی

$\mu$ : لزجت دینامیک ( $kg/(m.s)$ )

$\mu_{t\phi}$ : لزجت مغشوش ماکروسکوپی ( $kg/(m.s)$ )

$\langle \varepsilon \rangle^i$ : اتلاف انرژی جنبشی مغشوش ماکروسکوپی ( $m^2/s^3$ )

$\lambda$ : ضریب هدایت حرارتی ( $W/m^{\circ}K$ )

$\phi$ : تخلخل

$\sigma_k$ : عدد پراوتل مغشوش برای انرژی جنبشی مغشوش

$\sigma_{t\phi}$ : عدد پراوتل مغشوش برای دما

$\sigma_{\varepsilon}$ : عدد پراوتل مغشوش برای اتلاف انرژی جنبشی مغشوش

زیرنویس‌ها

$eff$ : مؤثر

$f$ : سیال

$FD$ : توسعه یافته

$in$ : ورودی

$s$ : جامد

$w$ : دیوار

#### پانویس

1. partially filled with porous insert channel
2. unified one-domain approach
3. no-slip condition
4. fully-developed condition
5. non-staggered grid
6. under-relaxation factor

#### منابع

1. Jang, J.Y. and Chen, J.L. "Forced convection in a parallel plate channel partially filled with high porosity medium", *Int. J. Heat Mass Transfer*, **19**, pp. 263-273 (1992).
2. Mohammad, A.A. "Heat transfer enhancement in heat

- exchangers fitted with porous media”, Part I: constant wall temperature, *Int. J. Therm. Sci.*, **42**, pp. 385-395 (2003).
3. Pedras, M.H.J. and de Lemos, M.J.S. “On the definition of turbulent kinetic energy for flow in porous media”, *Int. Common Heat Mass Transfer*, **27**(2), pp. 211-220 (2000).
  4. Prinos, P.; Sofialidis, D. and Keramaris, E. “Turbulent flow over and within porous bed”, *J. Hydraul. Engrg.*, **129**(9), pp. 720-733 (2003).
  5. de Lemos, M.J.S. “Turbulent kinetic energy distribution across the interface between porous medium and a clear region”, *Int. Common Heat Mass Transfer*, **32**, pp. 107-115 (2005).
  6. Chan, H.C.; Huang, W.C.; Leu, J.M. and Lai, C.J. “Macroscopic modeling of turbulent flow over a porous medium”, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **28** (5), pp.1157-1166 (2007).
  7. Pedras, M.H.J. and de Lemos, M.J.S. “Macroscopic turbulence modeling for incompressible flow through undeformable porous media”, *Int. J. Heat Mass Transfer*, **44**(6), pp. 1081-1093 (2001).
  8. Choi, C.Y. and Waller, P.M. “Momentum transport mechanism for water flow over porous media” *J. Environ. Engrg.*, **123**(8), pp. 792-799 (1997).
  9. Vafai, K. and Kim, S.J. “Forced convection in a channel filled with a porous medium: an exact solution”, *ASME J. Heat Transfer*, **111**, pp. 1103-1110 (1989).
  10. Lee, K. and Howell, J.R. “Forced convective and radiative transfer within a highly porous layer exposed to a turbulent external flow field”, *Proc. ASME-JSME Therm. Engrg. Joint Conf.*, **2**, pp. 377-386 (1987).
  11. Patankar, S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Mc Graw-Hill, New York (1980).
  12. Rhie, C.M. and Chow, W.L. “Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation”, *AIAA J.*, **2**, pp. 1527-1532 (1983).
  13. Mahmudi, Y., *Numerical Investigation of Forced Convection in a Pipe by Using Porous Material in Order to Enhance Heat Transfer*, Master of Science thesis in mechanical engineering, Tarbiat Modares University (2006).

