

استفاده از مدل تور بولانس بالدوین - لوماکس در تحلیل جریان چگالشی بخار بین پره‌های یک توربین

علیرضا تیمورتاش (دانشیار)

محمد رضا مهپیکر (استاد)

اسماعیل نکزبان (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد

یکی از مشخصه‌های جریان بخار در طبقات انتهایی توربین، انبساط سریع و انحراف از تعادل ترمودینامیکی است، به طوری که در شرایط فوق سرد قرار می‌گیرد. بازگشت به تعادل با تشکیل ناگهانی قطرات به صورت هموزن و رشد تدریجی آنها صورت می‌پذیرد. در نوشتار حاضر جریان چگالشی بخار با احتساب لزجت به صورت دوبعدی، بین پره‌های توربین با استفاده از مدل تور بولانس بالدوین - لوماکس، شبیه‌سازی شده است. معادلات جوانه‌زایی و رشد قطرات با معادلات بقا ترکیب، و به روش تایم مارچینگ جیمسون حل شده‌اند. به این ترتیب علاوه بر تخمین شوک چگالش، توزیع فشار و نیز اندازه‌ی قطرات با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند. از طرفی با احتساب لزجت و لحاظ کردن توربولانس، اندازه‌ی قطرات در مقایسه با مقادیر تجربی بهتر تحقق یافته است. همچنین تعیین ضریب اصطکاک، ضخامت لایه‌ی مرزی و پروفیل‌های دوبعدی سرعت نیز ممکن شده است.

واژگان کلیدی: جریان چگالشی بخار، پره توربین، توربولانس، بالدوین، لوماکس، جوانه‌زایی، شوک چگالش.

teymourtash@um.ac.ir
mahpeymr@um.ac.ir
esmaillakzian@yahoo.com

۱. مقدمه

به روش حجم‌کنترلی بررسی شده است. نتایج حاصل از این بررسی‌ها نشان‌دهنده‌ی تأثیرات لحاظ کردن لزجت بر توزیع سرعت و در نتیجه بر اندازه‌ی قطرات تشکیل شده در انتهای مسیر و نیز بر موقعیت شوک میعان و شدت آن است. در ادامه‌ی تحقیقات فوق، اینک جریان چگالشی و آشفته بخار بین پره‌های یک توربین با استفاده از معادلات ناویر-استوکس و اعمال مدل توربولانس بالدوین - لوماکس به روش تایم مارچینگ جیمسون مبتنی بر حجم‌کنترلی به صورت دوبعدی شبیه‌سازی شده و نتایج حاصله - از جمله توزیع فشار و اندازه‌ی قطرات - با مقادیر تجربی مقایسه شده‌اند.

اولین حل دوبعدی برای جریان چگالشی بخار بین پره‌های توربین بخار در سال ۱۹۸۰ ابداع شد.^[۱] اگرچه تفاوت‌های مهمی بین حل جریان بخار خشک و جریان بخار مرطوب ارائه شد، ولی نتایج مذکور به لحاظ فقدان داده‌های تجربی مورد تأیید قرار نگرفت. بعدها نتایج آزمایشگاهی نشان دادند که حل اولیه، ویژگی‌های عمومی جریان را نسبتاً خوب پیش‌بینی کرده، اگرچه دقت جواب‌ها راضی‌کننده نیست. این تفاوت‌ها تا اندازه‌ی به ناسازگاری معادلات مربوط می‌شد. پس از آن فعالیت‌های متعددی صورت پذیرفت که از جمله‌ی آن می‌توان به اعمال روش تایم مارچینگ دنتون بر یک شبکه‌ی چرخش یافته در سال ۱۹۹۵ به منظور پیش‌بینی بهتر خصوصیات جریان دوفازی غیرلزج^[۲] اشاره کرد. در نمونه‌ی دیگر، به منظور دستیابی به جواب‌های بهتر در تحلیل غیرلزج، از روش عددی جیمسون - که از دقت مرتبه‌ی دو در فضا برخوردار است - استفاده شد^[۳] و نشان داده شد که این روش در آشکارسازی شوک‌های جریان چگالشی قابلیت بالایی دارد. در تحقیقی دیگر، با استفاده از یک برنامه‌ی تجاری تحت عنوان CFX-TASCflow تلفات ترمودینامیکی و آئودینامیکی جریان چگالشی بخار در شبیره‌ها و کاسکید^۱ پره‌های توربین پیش‌بینی شد.^[۴] در سال ۲۰۰۵ با استفاده از روش تفاضل محدود، جریان بخار مرطوب و لزج بین پره‌های توربین حل شد.^[۵] جریان بخار مرطوب در داخل یک نازل به صورت لزج^[۶] و نیز در یک کاسکید از پره‌های توربین تحت شرایط آرام^[۷]

۲. جوانه‌زایی همگن و تشکیل مایع در بخار فوق سرد

برخورد تصادفی مولکول‌های بخار، مبنای تشکیل خوشه‌های مولکولی در جریان چگالشی درون شبیره‌ها و پره‌های توربین بخار است. تعداد خوشه‌های مولکولی از نظریه‌ی جنبشی گازها توسط رابطه‌ی بولتزمن به دست می‌آید:^[۸]

$$n_g = n_v \exp\left(\frac{-\Delta G}{KT_g}\right) \quad (1)$$

که در آن n_g تعداد خوشه‌های مولکولی و شامل g مولکول، و K ثابت بولتزمن است.

تاریخ: دریافت ۱۳۸۸/۷/۱۲، اصلاحیه ۱۳۸۹/۷/۱۰، پذیرش ۱۳۸۹/۹/۲.

α_r ضریب انتقال حرارت بین قطره و بخار اطراف است که طبق رابطه‌ی تجربی گارماسی عبارت است از: [۱۱]

$$\alpha_r = \frac{\lambda}{r(1 + 3.718K_n)} \quad (6)$$

که در آن λ ضریب هدایت حرارتی و K_n عدد بدون بُعد ندرسن است. برای محاسبه‌ی دمای قطره در تحلیل جریان چگالشی از فرمول تقریبی گارماسی، که دمای قطره را به شعاعش مرتبط می‌سازد، استفاده شده است. [۱۲]

$$T_L = T_G + \left[1 - \frac{r^*}{r}\right] [T_s(P) - T_G] \quad (7)$$

در تقریب فوق از تغییر ضریب کشش سطحی و آنتالپی تبخیر در بازه T_L تا T_G صرف‌نظر شده است. با ترکیب معادلات ۵ و ۷ رابطه‌ی برای محاسبات رشد قطره در ناحیه‌ی جوانه‌زایی حاصل می‌شود:

$$\frac{a}{r} (r^2 - r_1^2) + b(r - r_1) + c \ln\left(\frac{r - r^*}{r_1 - r^*}\right) = d\delta t \quad (8)$$

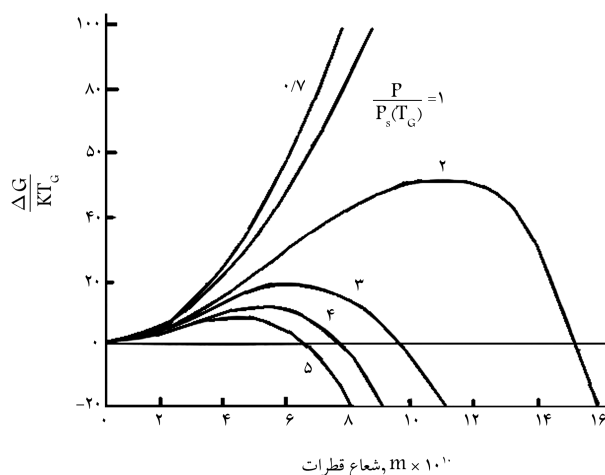
که در آن r_1 مقدار اولیه‌ی شعاع در زمان t_1 است و $\delta t = t - t_1$. ضرایب این معادله چنین تعریف شده‌اند:

$$\begin{aligned} a &= h_G - C_L (T_s(P) - T_D) \\ b &= (r^* + 1.59\bar{l}) [h_G - C_L (T_s(P) - T_D) + C_L r^* (T_s(P) - T_D)] \\ c &= r^* (r^* + 1.59\bar{l}) h_G - C_L (T_G - T_D) \\ d &= \frac{\lambda}{\rho_L} (T_s(P) - T_G) \end{aligned} \quad (9)$$

که در آن h_G آنتالپی فاز بخار، C_L گرمای ویژه‌ی آب، $T_s(P)$ دمای اشباع در فشار مورد نظر، T_D دمای مرجع و برابر با 273.15 درجه‌ی کلوین، \bar{l} مسیر پویش آزاد مولکولی، λ ضریب انتقال حرارت هدایتی و T_G دمای بخار است.

۴. معادلات جریان

یکی از مشخصه‌های جریان بخار در گذرگاه پره‌های توربین، انبساط سریع و انحراف آن از تعادل ترمودینامیکی است به طوری که بخار بدون تشکیل فاز مایع خط اشباع را قطع کرده و در شرایط مافوق سرد قرار می‌گیرد. شرایط فوق سرد از نقطه‌نظر ترمودینامیکی غیرتعادلی است و این شرایط می‌تواند تا خط ویلسون در نمودار مولیر که نهایت شرایط غیرتعادلی است ادامه یابد. [۱۳] در این وضعیت بازگشت به حالت تعادل از طریق تشکیل غیرآرادی قطرات آب به صورت هموزن همراه با شوک چگالش و رشد تدریجی آنها صورت می‌پذیرد. در این مطالعه تعقیب و بررسی وضعیت قطرات آب به صورت لاگرانژی و تحلیل جریان بخار به صورت اولیاری مدل شده است. [۷]



شکل ۱. تغییرات در انرژی آزاد گیبس هنگام تشکیل یک قطره در بخار $100^\circ C$ و مقادیر مختلف نسبت فوق اشباع.

در شکل ۱ تغییرات انرژی آزاد گیبس به هنگام تشکیل یک قطره، برحسب شعاع آن برای آب در $100^\circ C$ و همچنین مقادیر مختلف نسبت فوق اشباع ($P/P_s(T_G)$) رسم شده است. [۹] در بخار فوق سرد که از تعادل ترمودینامیکی خارج شده، چنانچه شعاع قطره‌ی ایجادشده از شعاع بحرانی (r^*) بیشتر باشد، قطره رشد می‌کند و بدین طریق سیستم با کاهش انرژی گیبس به سوی شرایط تعادل میل خواهد کرد. از آنجا که منحنی تغییرات گیبس برحسب شعاع قطرات به شکل تپه و دارای قله است، چنانچه شعاع قطراتی که به صورت تصادفی ایجاد شده اند کم‌تر از شعاع بحرانی باشد، قطره‌ی حاصله تبخیر و از این طریق کاهش گیبس فراهم می‌شود. [۱۳، ۹] براین اساس شعاع بحرانی از رابطه‌ی ۲ به دست می‌آید:

$$r^* = \frac{2\sigma T_s(P)}{\rho_L L \Delta T} \quad (2)$$

که در آن σ کشش سطحی، $T_s(P)$ دمای اشباع در فشار محلی، ρ_L چگالی قطره، L گرمای نهان تبخیر و ΔT درجه‌ی مافوق سردی $[T_s(P) - T_G]$ است. از معادله‌ی نرخ جوانه‌زایی حالت پایدار، پس از اعمال تصحیحات [۱۱] - که مبین نرخ قطرات ایجادشده در واحد جرم بخار است - در این تحقیق استفاده شده است:

$$J_{Ka} = \frac{1}{1 + \phi} q_c \frac{\rho_G \rho_s(T_G)}{\rho_L} \sqrt{\left(\frac{2\sigma r^*}{\pi m^2}\right)} \text{EXP}\left[-\frac{\Delta G^*}{KT_G}\right] \quad (3)$$

که در آن m جرم یک مولکول آب، و ϕ عبارت است از:

$$\phi = \frac{q_c \rho_G}{\alpha_r} \left(\frac{RT_G}{2\pi}\right)^{0.5} \left(\frac{L^2}{RT_G^2} - \frac{L}{2T_G}\right) \quad (4)$$

R ثابت گاز، q_c نرخ چگالش و α_r ضریب انتقال حرارت بین قطره و بخار اطراف است (معادله‌ی ۶).

۳. رشد قطرات مایع در بخار فوق سرد

با نادیده گرفتن اینرسی حرارتی، از موازنه‌ی انرژی بین قطره و بخار خواهیم داشت:

$$L \frac{dm_r}{dt} = 4\pi r^2 \alpha_r (T_L - T_G) \quad (5)$$

۱.۴. معادلات حاکم بر جریان

معادلات بقاء جرم، اندازه حرکت، و انرژی برای بخار لزج و قابل تراکم در مختصات دکارتی دوبعدی عبارت است از: [۱۱]

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y}$$

$$R = \begin{bmatrix} \circ \\ \sigma_x \\ \tau_{yx} \\ \sigma_x u + \tau_{xy} v + k \frac{\partial T}{\partial x} \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} \circ \\ \tau_{xy} \\ \sigma_x \\ \sigma_y v + \tau_{xy} u + k \frac{\partial T}{\partial y} \end{bmatrix}$$

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho v \\ \rho u \\ \rho e_0 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} \rho u \\ P + \rho u^2 \\ \rho uv \\ \rho u h_0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v u \\ P + \rho v^2 \\ \rho v h_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

در معادلات فوق، بردار W شامل متغیرهای بقایی، بردارهای F و G بیانگر شارهای غیرلزج، بردارهای R و S مبین اثرات لزج و k, h_0, e_0 به ترتیب انرژی کل، آنتالپی کل و ضریب هدایت حرارتی سیال اند. ضمناً $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yx}$ نماینده ی ترم های تنش اند به طوری که:

$$\sigma_x = -\frac{2}{3}\mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2\mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial x} \quad (11)$$

$$\sigma_y = -\frac{2}{3}\mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2\mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial y} \quad (12)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (13)$$

به منظور حل جریان چگالشی، ترکیب معادلات مذکور با معادلات جویانه زایی و رشد قطرات ضروری است. ضمناً μ_{eff} مجموع لزجت مولکولی و لزجت توربولانس است به طوری که:

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (14)$$

نحوه ی محاسبه و اعمال لزجت مولکولی و لزجت توربولانس در معادلات حاکم به صورت زیر تحقق یافته است.

۲.۴. لزجت مولکولی

برای محاسبه ی لزجت مولکولی از رابطه ی ۱۵ بهره می گیریم: [۱۲]

$$\frac{\mu(\rho, T)}{\mu^*} = \psi(\delta, \theta) = \psi_0(\theta) \cdot \psi_1(\delta, \theta) \quad (15)$$

که در آن:

$$\delta = \frac{\rho}{\rho^*}, \quad \theta = \frac{T}{T^*}, \quad \mu^* = 1 \times 10^{-6} Pa \cdot s \quad (16)$$

تابع ψ در محاسبه ی لزجت از حاصل ضرب توابع ψ_0, ψ_1 به دست می آید. بیانگر لزجت در گاز ایده آل است:

$$\psi_0(\theta) = \theta^{0.5} \left[\sum_{i=1}^4 n_i^* \theta^{1-i} \right]^{-1} \quad (17)$$

که در آن:

$$\theta = \frac{T}{T^*}, \quad T^* = T_c = 647.096 K \quad (18)$$

و محاسبه ی مقدار n_i^* با توجه به جدول ۱ صورت می گیرد. مقدار ψ_1 نیز با توجه به رابطه ی ۱۹ محاسبه می شود:

$$\psi_1(\delta, \theta) = \exp \left[\delta \sum_{i=1}^{21} n_i (\delta - 1)^{I_i} (\theta^{-1} - 1)^{J_i} \right] \quad (19)$$

که در آن:

$$\delta = \frac{\rho}{\rho^*}, \quad \rho^* = \rho_c = 322 kg m^{-3} \quad (20)$$

$$\theta = \frac{T}{T^*}, \quad T^* = T_c = 647.096 K \quad (21)$$

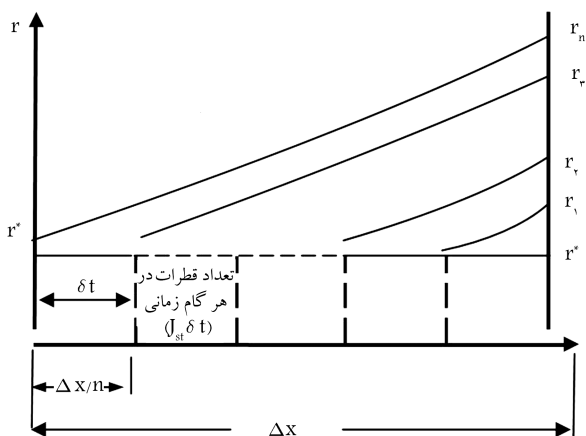
ضرایب معادله ی ψ_1 نیز با استفاده از جدول ۲ محاسبه می شود.

جدول ۱. محاسبه ی ضرایب ψ_0 .

n_i^*	i
0.167752×10^{-1}	۱
0.220462×10^{-1}	۲
0.6366564×10^{-2}	۳
0.241605×10^{-2}	۴

جدول ۲. محاسبه ی ضرایب ψ_1 .

n_i	J_i	I_i	i
0.520094	0	0	۱
0.1850895×10^{-1}	۱	0	۲
-0.108374×10^1	۲	0	۳
-0.289555	۳	0	۴
0.222531	0	۱	۵
0.999115	۱	۱	۶
0.188797×10^1	۲	۱	۷
0.126613×10^1	۳	۱	۸
0.120573	۵	۱	۹
-0.281378	0	۲	۱۰
-0.906851	۱	۲	۱۱
-0.772479	۲	۲	۱۲
-0.489837	۳	۲	۱۳
-0.257040	۴	۲	۱۴
0.161913	0	۳	۱۵
0.257399	۱	۳	۱۶
-0.325372×10^{-1}	0	۴	۱۷
0.698452×10^{-1}	۳	۴	۱۸
0.1872102×10^{-2}	۴	۵	۱۹
-0.435673×10^{-2}	۳	۶	۲۰
-0.593264×10^{-2}	۵	۶	۲۱



شکل ۳. نحوه‌ی محاسبات رشد قطرات جدید در یک المان.

که در آن μ_i لزجت توربولانس در لایه‌ی داخلی و μ_o لزجت توربولانس در لایه‌ی خارجی است (شکل ۲). لزجت توربولانس در لایه‌ی داخلی که نزدیک به سطح است چنین محاسبه می‌شود. [۱۵]

$$\mu_t = \min(\mu_i, \mu_o) \quad (22)$$

که در آن μ_i لزجت توربولانس در لایه‌ی داخلی و μ_o لزجت توربولانس در لایه‌ی خارجی است (شکل ۲). لزجت توربولانس در لایه‌ی داخلی که نزدیک به سطح است چنین محاسبه می‌شود. [۱۵]

$$\mu_i = \rho (KYD)^+ |\omega| \quad (23)$$

که در آن ρ چگالی، $K = 0.4$ ثابت فون کارمن، Y فاصله‌ی عمودی از دیواره، و D میرایی ون دریست است که طبق تعریف:

$$D = 1 - \exp\left(\frac{-Y^+}{26}\right) \quad (24)$$

$$Y^+ = Y \sqrt{\frac{\rho_w |\tau_w|}{\mu_w}} \quad (25)$$

τ_w تنش برشی دیواره، μ_w لزجت آرام در دیواره، و ω ورتیسیته است. لزجت توربولانس در لایه‌ی خارجی چنین لحاظ شده است:

$$\mu_o = \rho k C_{ep} F_{wake} F_{kleb} \quad (26)$$

که در آن $C_{ep} = 1.6$ ، $k = 0.168$ است.

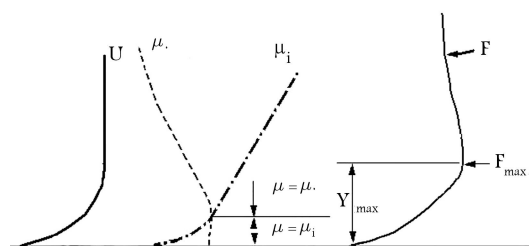
$$F_{kleb} = \left(1 + 0.5 \left(C_{kleb} \frac{Y}{Y_{max}}\right)^6\right)^{-1} \quad (27)$$

در معادله‌ی ۲۷، $C_{kleb} = 0.3$ است.

$$F_{wake} = \min\left(Y_{max} F_{max}, C_{wk} Y_{max} \frac{U_{diff}^+}{F_{max}}\right) \quad (28)$$

در این معادله $C_{wk} = 0.25$ و F_{max} بیشینه مقدار تابع F است که براساس تعریف برابر است با:

$$F(Y) = Y |\omega| D \quad (29)$$



شکل ۲. شماتیک لزجت توربولانس داخلی و خارجی.

$$U_{diff} = \sqrt{u^2 + v_{max}^2} - \sqrt{u^2 + v_{min}^2} \quad (30)$$

که در آن u سرعت در جهت محور افقی، v_{max} بیشینه سرعت در راستای محور عمودی، و v_{min} کمینه سرعت در همان راستاست.

۵. تلفیق معادلات بقاء و ترم‌های رطوبت

برای محاسبه‌ی رطوبت در معادلات، پارامتری تحت عنوان کسر رطوبت (w) تعریف شده که از تقسیم جرم مایع به جرم کل حاصل خواهد شد و اندیس G و L به ترتیب به فاز بخار و مایع تعلق دارند.

$$w = \frac{M_L}{M_L + M_G} \quad (31)$$

بخار مرطوب به صورت مجموعه‌ی از قطرات کروی با اندازه‌ی معلوم، که درون بخار تحت فشار و دمایی مشخص پراکنده شده‌اند، تصور می‌شود و نیز بدان سبب که اندازه‌ی جوانه‌ها و قطرات تشکیل شده در توربین‌ها بسیار کوچک است، معمولاً فرض می‌شود که این قطرات خط مسیر را بدون لغزش طی می‌کنند. به عنوان یک اصل، کل سیستم می‌بایست از قوانین بقاء تبعیت کند، اما به منظور اعمال قوانین یاد شده بر جریان بخار مرطوب می‌بایست آنها را با معادلات حاکم بر تشکیل جوانه‌ها و رشد قطرات (معادلات ۳ و ۸)، تلفیق و به طور همزمان حل کرد. در روند یاد شده توجه داشتن به تفاوت این دو دسته معادلات حائز اهمیت است، چرا که روابط حاکم بر تشکیل و رشد قطرات در مقایسه با معادلات دیگر حساس تر است و از این رو باید روی فواصل کوتاه تر انتگرال‌گیری شوند. افزون بر این، معادلات رشد قطره اصولاً بر مبنای تعقیب قطره و در نتیجه براساس دیدگاه لاگرانژ شکل گرفته‌اند و لذا هرگونه تغییر و تحول در قطرات باید در امتداد خطوط جریان -- که بر خطوط شبکه‌ی محاسباتی منطبق نیستند -- تصور شوند. به دلایل فوق از دو رشته محاسبات جداگانه اما موازی استفاده می‌شود. میزان رطوبت که از حل معادلات جوانه‌زایی و رشد قطرات در هر نقطه از میدان جریان حاصل می‌شود، در محاسبه‌ی آنتالپی و چگالی مخلوط به

المان مورد نظر رشد می‌کنند. به دلیل سریع بودن پدیده جوانه‌زایی، در هر المان زمان Δt به n زیربازه کوچک‌تر تقسیم می‌شود، از این رو می‌توان نوشت:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{u}, \quad n = \frac{\Delta t}{\delta t} \quad (38)$$

در شکل ۳ نحوه‌ی تقسیم‌بندی گام‌های زمانی و رشد قطرات مختلف طی بازه نشان داده شده است. تعداد قطرات جدید به وجود آمده در زمان δt در سطح مقطع A برابر $J_{st}(A\Delta x) \frac{\Delta t}{n}$ است. جرم فاز مایع M_L ناشی از قطرات گروه الف در المان چنین محاسبه می‌شود:

$$M_L(a) = J_{st} \delta t (AU) \frac{4}{3} \pi \left[\rho_L \frac{r_1^{*3}}{3} + \rho_{L1} r_1^3 + \rho_{L2} r_2^3 + \dots + \rho_{Ln} \frac{r_n^3}{3} \right] \quad (39)$$

در مورد قطرات گروه ب، تعداد قطرات (N_i) و قطر آنها در انتهای المان قبلی (در ورود به المان مورد نظر) مشخص است. اگر متوسط شعاع ورودی (r_i) و متوسط شعاع خروجی از المان (r_e) باشد، جرم فاز مایع M_L ناشی از قطرات گروه ب در المان چنین محاسبه می‌شود:

$$M_L(b) = N_i \frac{4}{3} \pi \left(\rho_{L_e} r_e^3 - \rho_{L_i} r_i^3 \right) \quad (40)$$

کل جرم مایع به وجود آمده در بازه Δx از رابطه‌ی ۴۱ محاسبه می‌شود:

$$M_L = N_i \frac{4}{3} \pi r_i^3 \rho_{L_i} + M_L(a) + M_L(b) \quad (41)$$

قطر متوسط قطرات در خروجی المان که به عنوان ورودی برای المان بعدی استفاده می‌شود، چنین محاسبه شده است:

$$S = N_i \frac{4}{3} \pi r_e^3 + J_{st} \delta t (A\Delta x) \frac{4}{3} \pi \left[\frac{r_1^{*3}}{3} + r_1^3 + \dots + \frac{r_n^3}{3} \right] \quad (42)$$

$$\bar{r} = \left(\frac{S}{4\pi N} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (43)$$

باید توجه داشت که در ناحیه‌ی مرطوب که نرخ جوانه‌زایی کاهش یافته و چگالش فقط با رشد تدریجی قطرات انجام می‌گیرد، تنها رشد قطرات موجود یا گروه ب مورد توجه قرار گرفته و تعداد قطرات گروه الف معادل صفر منظور شده است. [۱۶]

۷. روش عددی

هندسه‌ی جریان در شکل ۴ به نمایش درآمده و شبکه‌بندی مطابق شکل ۵ از نوع H به ابعاد 115×41 انتخاب شده است. با انتخاب این شبکه‌ی ساده حجم محاسبات کم‌تر و از پیچیدگی محاسبات تا حدی اجتناب شده و استقلال حل از تعداد نقاط شبکه حاصل شده است. [۱۶]

به محض تعیین شبکه، مقادیر اولیه‌ی برای متغیرهای جریان (ρ, V_x, V_y, e) در تمام گره‌ها یا نقاط محاسباتی تخمین زده شده‌اند. برای این منظور، توزیع فشار بین صفحه‌ی ورودی و خروجی به صورت خطی در نظر گرفته شده، میدان دما با استفاده از رابطه‌ی آیسنتروپیک گاز کامل به عنوان تخمین اولیه ایجاد شده، میدان چگالی با استفاده از معادله‌ی حالت گاز کامل تعیین شده، و بالاخره سرعت‌های حدسی با فرض ثابت بودن دمای سکون در جریان آدیاباتیک و نیز ثابت بودن حرارت مخصوص مشخص شده‌اند. با توجه به مقادیر سرعت، انرژی داخلی سکون و نیز

$$h = wh_L + (1-w)h_G \quad (32)$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{w}{\rho_L} + \frac{(1-w)}{\rho_G} \quad (33)$$

اطلاعات مورد نیاز دیگر در این مطالعه، روابط توصیف‌کننده‌ی خواص برای مایع و بخار آب است که در آن حجم مخصوص مایع اشباع (v_L) عبارت است از: [۳]

$$v_L = \frac{v_C + a(T_C - T_S)^{1/2} + b(T_C - T_S) + c(T_C - T_S)^2}{1 + d(T_C - T_S)^{1/2} + e(T_C - T_S)} \quad (34)$$

به طوری که v_C حجم مخصوص آب در نقطه‌ی بحرانی T_C ، دمای بحرانی معادل 647.27 درجه‌ی کلوین است و نیز:

$$a = -0.151548 \quad b = -1.203374 \times 10^{-5}$$

$$c = 7.48908 \times 10^{-13} \quad d = 0.1342489$$

$$e = -3.946263 \times 10^{-2} \quad \text{in SI units}$$

ضمناً آنتالپی مخصوص آب در دمای قطره (T_L) از رابطه‌ی ۳۵ برآورد شده است:

$$h_L = c_L (T_L - T_D) \quad (35)$$

که در آن T_D دمای مبنا و برابر با 273.15 درجه کلوین است. با استفاده از روابط ماکسل و معادله‌ی حالت انتخابی که برای آنتالپی بخار خشک حاصل می‌شود عبارت است از:

$$h_G = \frac{RT_G}{\gamma} \left(\sqrt{1 + \frac{4PB}{RT_G}} - 1 \right) \left(1 - \frac{T_G}{B} \frac{dB}{dT_G} \right) + F_h(T_G) \quad (36)$$

به طوری که در آن:

$$F_h(T_G) = a \ln T_G + bT_G + cT_G^2 - dT_G^3 + eT_G^4 - fT_G^5 + const. \quad (37)$$

و

$$a = 46$$

$$b = 1.47276$$

$$c = 0.419465 \times 10^{-2}$$

$$d = 7.33297 \times 10^{-8}$$

$$e = 6.16548 \times 10^{-11}$$

$$f = 1.94063 \times 10^{-12}$$

$$const. = 1782.24 \text{ in SI units}$$

۶. چگونگی محاسبه‌ی میزان جرم فاز مایع و شعاع

متوسط قطرات

در تحلیل جریان چگالشی معمولاً با دو گروه از قطرات مواجهیم: الف) قطراتی که در داخل یک المان به وجود می‌آیند؛ ب) قطراتی که قبلاً به وجود آمده‌اند و در طی

با استفاده از سرعت‌ها داریم:

$$e = e_0 - \frac{V_X^2 + V_Y^2}{\gamma} \quad (45)$$

در اجرای برنامه، ابتدا یک مقدار برای دمای بخار (T_G) تخمین زده می‌شود و سپس با استفاده از معادله‌ی حالت، فشار به دست می‌آید. از این مقادیر فشار و دما (T_G, P) برای محاسبه‌ی آنتالپی (رابطه‌ی ۳۶) استفاده می‌شود. سپس با استفاده از آنتالپی محاسبه‌شده، انرژی داخلی مطابق رابطه‌ی ۴۴ به دست می‌آید. اگر مقدار حاصله برای انرژی داخلی با نتیجه‌ی حاصل از رابطه‌ی ۴۵ مساوی نباشد، مقدار T_G با روش نیوتن - رافسون اصلاح می‌شود. برای این منظور تابع خطا مطابق رابطه‌ی ۴۶ در نظر گرفته شده است:

$$F(T_G) = \left(e_0 - \frac{V_X^2 + V_Y^2}{\gamma} \right) - \left(h_G - \frac{P}{\rho_G} \right) \quad (46)$$

و از این رو، تصحیح دما چنین میسر می‌شود:

$$\Delta T_G = \frac{-F(T_G)}{\frac{dF(T_G)}{dT_G}} \quad (47)$$

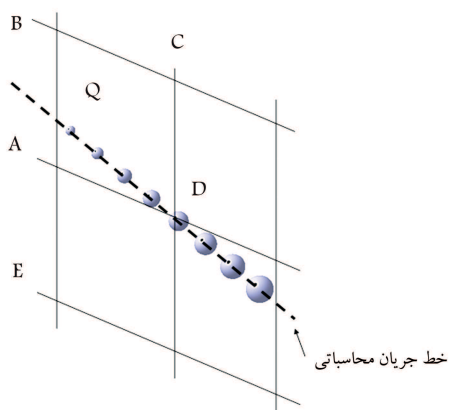
بنابراین:

$$T_{G(new)} = T_{G(old)} + \Delta T_G \quad (48)$$

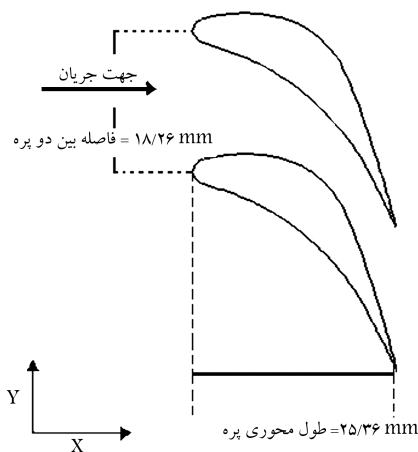
دقت لازم وقتی حاصل می‌شود که $|\Delta T_G/T_G| \leq \varepsilon$ به دست آید. (ε پارامتر هم‌گرایی است و معادل 10^{-4} اختیار شده است.) سپس مقادیر جدید فشار و دمای بخار محاسبه می‌شود. به محض معلوم شدن مقادیر نهایی فشار (P)، دمای بخار (T_G)، و آنتالپی (h_G)، نرخ جوانه‌زایی محاسبه و با کم‌ترین مقدار ممکن که می‌توان هنوز جریان را تک‌فاز تصور کرد، مقایسه می‌شود. در این تحقیق $J_{min} = 10^{18} \text{ Nuclei/kg. sec}$ منظور شده است.^[۳]

ب) جریان جوانه‌زایی

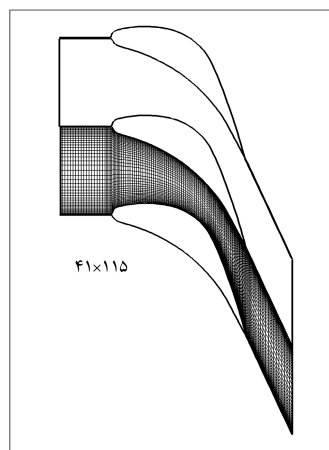
در بررسی جریان‌های چگالشی، متغیرهای بقایی بر مخلوط مایع و بخار دلالت داشته و از این رو، معادلات بقاء در حالی که بر ناحیه‌ی تک‌فاز حاکم‌اند قسمت دوفازی را نیز شامل می‌شوند. بنابراین، با توجه به شکل ۶ مراحل به‌روزر کردن چگالی و انرژی در نقطه‌ی محاسباتی D برای وضعیت تک‌فاز و دوفاز یکسان است. اما



شکل ۶. خط جریان گذرا از نقطه‌ی محاسباتی D حاصل از مؤلفه‌های سرعت که بر خطوط شبکه منطبق نیست.



شکل ۴. هندسه‌ی کاسکید مورد نظر با گام $18/26 \text{ mm}$ و کورد $25/36 \text{ mm}$.



شکل ۵. هندسه و شبکه‌بندی کاسکید.

مقدار انرژی قابل محاسبه است. سپس معادلات حاکم (ناویر-استوکس دوبعدی) با روش نایم‌مارچینگ جیمسون^[۱۷] مبتنی بر روش حجم کنترل حل و در هر گام زمانی متغیرهای بقایی (ρ, V_x, V_y, e) در نقاط محاسباتی به‌روز شده‌اند. براساس مرجع یادشده ترم‌های اتلافی رسته‌ی دو و رسته‌ی چهار به‌همراه یک حس‌کننده‌ی فشار برای کاهش نوسانات پس‌زمینه و نوسانات قبل و پس از شوک در برنامه‌ی تدوین شده لحاظ شده است. فشار در جریان دوفازی با استفاده از حل معادلات فاز مایع در هر گام محاسباتی حاصل می‌شود. از آنجا که ممکن است یکی از شرایط خشک، جوانه‌زایی، یا مرطوب در جریان بخار اتفاق بیفتد، چگونگی محاسبات دما و فشار برای هر یک از این سه حالت عبارت بوده است از:

الف) جریان خشک

در قسمتی از جریان که بخار تغییر فاز نداده، جریان تک‌فاز و کسر رطوبت صفر تلقی می‌شود. از این رو آنتالپی مخصوص (h) مساوی با h_G و چگالی کل (ρ) مساوی با ρ_G است و انرژی داخلی نیز چنین تعیین می‌شود:

$$e = h_G - \frac{P}{\rho_G} \quad (44)$$

در حل عددی، چگالی و انرژی داخلی کل از حل معادلات بقاء به دست می‌آیند و

مشخص می‌شود. بنابراین هنگامی که نرخ جوانه‌زایی از مقدار بیشینه عبور و سپس به کم‌ترین مقدار تعریف شده نزول کند، ناحیه‌ی مرطوب آغاز می‌شود. در این ناحیه نرخ جوانه‌زایی ناچیز است و چگالش فقط با رشد قطره انجام می‌شود. از آنجا که در ناحیه‌ی مرطوب شعاع قطرات از اندازه‌ی بحرانی بزرگ‌ترند، برای محاسبه‌ی شعاع قطرات از معادله‌ی ۵۱ استفاده شده است.^[۱۸]

$$r = -1,59\bar{t} + \sqrt{(1,59\bar{t})^2 + r_1(r_1 + 2(1,59\bar{t})) + 2\lambda \left(\frac{T_L - T_G}{h_G - h_L} \right) \delta t} \quad (51)$$

که در آن r_1 شعاع اولیه در بازه زمانی δt و $\bar{t} = 1,86\mu / (\rho_G \sqrt{RT_G})$ مسیر پویا آزاد مولکول‌های بخار است.^[۱۹]

با توجه به این که در این ناحیه قطره‌ی جدیدی به وجود نمی‌آید، فرایند متوسط‌گیری برای اندازه قطرات ضرورتی ندارد. در هر حال، روند کلی محاسبات همانند چیزی است که برای ناحیه‌ی جوانه‌زایی توصیف شد. در این حالت خطاهای F_1, F_2 مطابق قبل تعریف شده، اما نحوه‌ی بررسی خطا در مورد شعاع کمی تغییر یافته است. ابتدا شعاع قطره (r'_E) با استفاده از رابطه‌ی ۵۱ محاسبه می‌شود و با استفاده از فرمول گارماسی ۷، دمای قطره (T_{LE}) محاسبه می‌شود. دمای مذکور با مقدار تخمین زده شده (T_{LE}) مقایسه و از این رو خطای F_2 به صورت زیر در نظر گرفته شده:

$$F_2 = T_{LE} - T'_{LE} \quad (52)$$

بر این اساس، دما به روز شده و تا ارضاء شرایط همگرایی، سعی و خطا تکرار شده است.

۱.۷. شرایط مرزی

شرایط مرزی ورودی و خروجی در این بررسی از نوع مشخصاتی و برون‌یابی‌شونده محسوب شده‌اند. با توجه به آن که جریان در ورودی مادون صوت است، در این مرز سه مشخصه‌ی ورودی و یک مشخصه‌ی خروجی موجود خواهد بود؛ با توجه به جریان فراصوتی در خروج، عکس این وضعیت در مرز خروجی قابل تصور است. بنابراین براساس نظریه‌ی مشخصاتی ممکن است سه شرط مرزی در ورودی و یک شرط مرزی در خروجی معلوم باشد و سایر شرایط با حل معادلات دیفرانسیل و به صورت عددی تعیین شود. شرایط مرزی معلوم شده در مرز بالادست عبارت‌اند از: دمای سکون، فشار سکون و زاویه‌ی ورودی. فشار استاتیک نیز با حل عددی از نقاط داخلی به جریان ورودی برون‌یابی شده‌اند؛ اما در صفحه‌ی خروجی، فشار استاتیک به عنوان تنها شرط خروجی در نظر گرفته شده است. فشار کل، دمای کل و زاویه‌ی خروجی جریان نیز با حل عددی از نقاط داخلی برون‌یابی شده‌اند. همچنین به علت اثرات لزجت بعد از هرگام زمانی سرعت‌ها بر روی سطح ایرفول صفر می‌شوند. شرایط مرزی مورد استفاده در ارائه‌ی نتایج عددی نیز عبارت‌اند از:

$$\theta = 0^\circ \quad \text{زاویه‌ی ورودی}$$

$$P_{in} = 1,72 \text{ bar} \quad \text{فشار سکون ورودی}$$

$$T_{in} = 38^\circ \text{ K} \quad \text{دمای سکون ورودی (درجه‌ی مافوق سردی } 8^\circ \text{ K)}$$

$$P_{out} = 0,48 \text{ bar} \quad \text{فشار استاتیک خروجی}$$

نحوه‌ی محاسبه‌ی فشار و دما از مقادیر معلوم چگالی و انرژی در مقایسه با ناحیه‌ی تک‌فاز کاملاً متفاوت است، چرا که این محاسبات در شرایط دو فازی با کسر رطوبت (w) درگیرند و نیازمند حل معادلات رشد قطره و تعیین میزان رطوبت‌اند. یادآور می‌شود که محاسبات مربوط به رشد قطرات متکی بر دیدگاه لاگرانژ هستند^[۱] و باید در امتداد خطوط جریان انجام شوند؛ بنابراین مشخص کردن خط جریان QD که از نقطه‌ی D می‌گذرد ضرورت می‌یابد. این امر با توجه به مقادیر سرعت و معادله‌ی خط جریان امکان‌پذیر است. در این صورت با معلوم بودن شرایط در ایستگاه BAE که قبلاً به روز شده است، شرایط در نقطه‌ی Q قابل میان‌یابی است و زمان لازم برای رسیدن قطرات به نقطه‌ی D (یعنی δt) قابل محاسبه خواهد بود.

$$\delta t = \frac{\Delta X_E}{((V_{XQ} + V_{XD})/2)} \quad (49)$$

شعاع قطرات (r_Q) و تعداد قطرات در واحد جرم (N_Q) در نقطه‌ی Q به عنوان شرایط شروع در محاسبه‌ی نرخ رشد قطرات در امتداد QD پذیرفته می‌شوند. مقادیر یادشده اگر در مرحله‌ی شروع دوفازی باشند، از رابطه‌ی شعاع بحرانی قطرات جوانه‌زده شده و نیز نرخ تولید جوانه‌ها محاسبه می‌شوند. در غیر این صورت محاسبه‌ی آنها از طریق روابط رشد و ایجاد قطرات در مراحل قبلی ممکن خواهد بود. به طور کلی، محاسبات با تخمین دمای بخار (T_G)، دمای قطره (T_L) و نیز دمای اشباع متناظر با فشار بخار -- یعنی $T_S(P)$ -- به عنوان متغیرهای مستقل در D شروع می‌شود. بدین ترتیب تعیین خواص سیال نظیر ρ_L, ρ_G, h_G و نیز تخمین شعاع قطره از تقریب گارماسی (معادله ۷) میسر می‌شود. پس از آن، فرایند حل برای محاسبه‌ی رشد قطره رسماً از طریق انتگرال‌گیری صورت می‌گیرد. چنانچه در انتهای مرحله‌ی انتگرال‌گیری از معادله‌ی رشد قطره، کسر رطوبت و مقادیر تخمینی اولیه برای نقطه‌ی D ارضاء نشود، حدس جدیدی برای دماهای سه‌گانه در نظر گرفته شده و فرایند تکرار می‌شود.

مقادیر انرژی، چگالی و شعاع قطره‌ی ناشی از اعمال معادلات بقاء و فرایند گام‌زنی زمانی (یعنی r'_D, ρ'_D, e'_D) در عمل با مقادیر تخمینی براساس دماهای فرضی مقایسه شده، و اختلاف آنها به صورت توابع F_1, F_2, F_3 بیان می‌شود.

$$F_1 = e_D - e'_D = \left[(\lambda - w)h_G + wh_L - \frac{P}{\rho} \right] - e'_D$$

$$F_2 = \frac{1}{\rho_D} - \frac{1}{\rho'_D} = [(\lambda - w)v_G + wv_L]_D - \frac{1}{\rho'_D}$$

$$F_3 = r_D - r'_D \quad (50)$$

تغییر لازم در مقادیر دماهای حدسی یعنی $\Delta T_G, \Delta T_L, \Delta T_S(P)$ به کمک روش نیوتن - رافسون و از طریق توابع یادشده صورت گرفته است. در این ارتباط مشتق‌های جزئی لازم نظیر $\frac{\partial F_1}{\partial T_G}, \frac{\partial F_1}{\partial T_L}, \frac{\partial F_1}{\partial T_S(P)}$ که در فرایند تکرار نیوتن - رافسون به کار می‌آیند، به صورت تحلیلی محاسبه شده‌اند.

از آنجا که پدیده‌ی جوانه‌زایی بسیار سریع اتفاق می‌افتد،^[۲] لازم است مسیر بین Q و D تعدادی زیرفاصله‌ی مناسب تقسیم، و فرایند تکرار برای هر یک جداگانه انجام شود. در این صورت توزیع چگالی و انرژی داخلی در امتداد مسیر QD خطی فرض شده و گاهی تا هشت زیرفاصله منظور شده است. در انتهای این رشته از محاسبات، تمام خواص سیال (شامل فشار، دما و آنتالپی) در نقطه‌ی D به روز شده و حل برای تکمیل تکرارهای لازم ادامه یافته است.

ج) جریان مرطوب

نقطه‌ی شروع و خاتمه‌ی ناحیه‌ی جوانه‌زایی به کمک نرخ جوانه‌زایی مؤثر (J_{min})

۲.۷. پایداری حل و ملاک هم‌گرایی

به‌طور کلی برای بقاء پایداری در طرح‌های صریح، بیشترین گام زمانی توسط عدد کورانت (CFL) تعیین می‌شود، به‌طوری‌که:

$$\Delta t = FT.CFL \cdot \frac{\Delta x}{(|V| + a)} \quad (53)$$

که در آن FT عامل زمانی، CFL عدد کورانت، Δx گام زمانی، $|V|$ اندازه سرعت و a سرعت صوت است. برای طرح رانج‌کوئی چهارمرحله‌ای جیمسون $CFL = 2\sqrt{2}$ در روش تدوین‌شده است.^[۱۷] بدون اعمال روش‌های تسریع در هم‌گرایی با انتخاب عامل زمانی FT تا ۰/۴ هیچ مشکلی در پایداری حل ایجاد نشده است. شرط هم‌گرایی با بررسی باقی‌مانده‌ی چگالی چنین منظور شده:

$$R_{error} = \frac{1}{N_{node}} \left[\sqrt{\sum_{ij} (\delta \rho_{ij}^t)^2} \right] \quad (54)$$

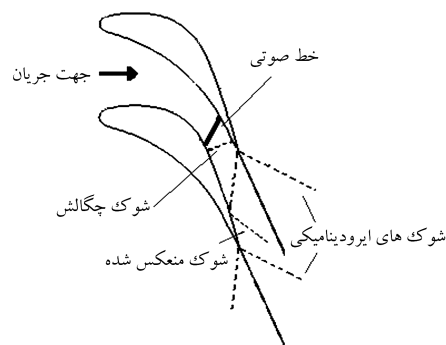
در این معیار N_{node} میان‌گرگن نقاط محاسباتی و $\delta \rho$ تغییر چگالی در دوگام متوالی است. با این روش $R_{error} \leq 1 \times 10^{-4}$ ملاک هم‌گرایی واقع شده است.

۸. بحث و بررسی نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی

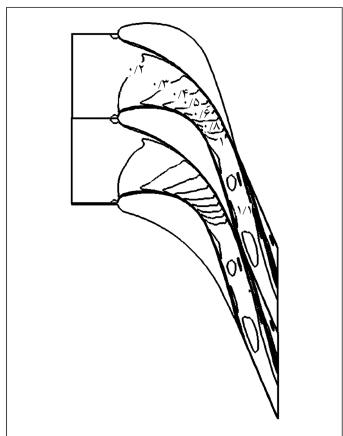
در شکل ۷ نمونه‌ی از ساختار امواج شوک به‌صورت شماتیک در گذرگاه پره‌های یک توربین نشان داده شده است. شوک‌های آئرو‌دینامیکی در ناحیه‌ی فراصوتی لبه‌ی فرار و شوک تقطیر در میانه‌ی مسیر مشخص شده‌اند؛ ضمناً انعکاس شوک آئرو‌دینامیکی پس از برخورد به سطح مکش نیز ترسیم شده است.

شکل‌های الف و ب به ترتیب کانتورهای ماخ و منحنی تغییرات ماخ را در گذرگاه پره‌های مورد نظر نشان می‌دهند. با حرکت در امتداد جریان چگالشی توربولانس، عدد ماخ افزایش می‌یابد و در گلوگاه به مقدار ۱ می‌رسد.

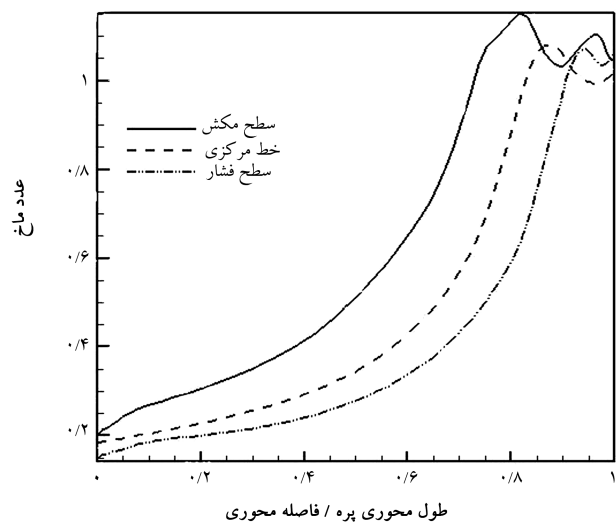
توزیع فشار ناشی از محاسبات با داده‌های تجربی حاصل از مطالعات قبلی^[۲] در جریان چگالشی و توربولانت بخار، در شکل ۹ مقایسه شده است. نتایج حاصل از این مقایسه نشان‌گر انطباق بسیار خوب با نتایج تجربی در سطح مکش است. افزایش فشار در $x/x_{chord} = 0.7$ بر سطح فشار به علت شوک چگالشی است که بعد از گلوگاه مسیر اتفاق افتاده است.



شکل ۷. نمونه‌ی از ساختار شوک‌های آئرو‌دینامیکی حاصل در لبه‌ی فرار پره‌ها، انعکاس آن از سطح مکش و نمونه‌ی یک شوک چگالشی در گذرگاه پره‌های یک توربین با خروجی فراصوتی.

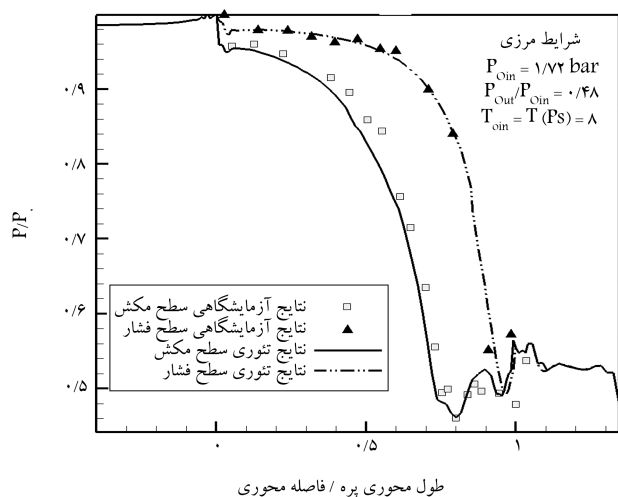


الف) کانتورهای ماخ در گذرگاه پره‌های توربین ناشی از حل عددی در جریان چگالشی و توربولانت بخار بر مبنای مدل بالددوین - لوماکس خط صوتی $M=1$ مشخص است؛



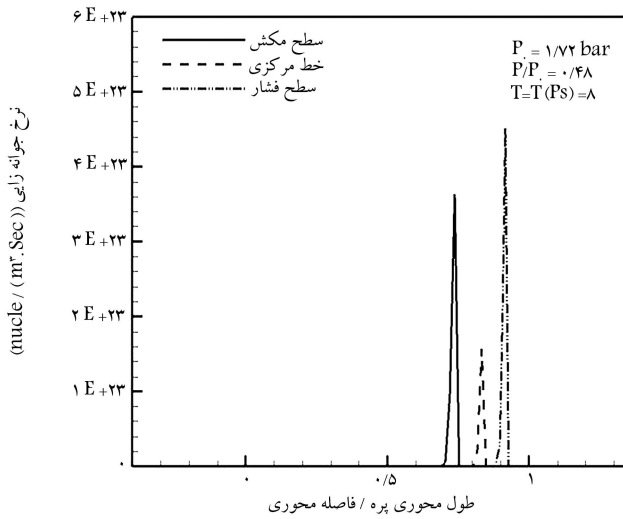
ب) منحنی تغییرات ماخ در نزدیکی سطح مکش و نزدیکی سطح فشار و خط میانی گذرگاه توربین ناشی از حل عددی در جریان چگالشی و توربولانت بخار بر مبنای مدل بالددوین - لوماکس.

شکل ۸. کانتورهای ماخ و منحنی تغییرات ماخ ناشی از حل عددی در گذرگاه پره.

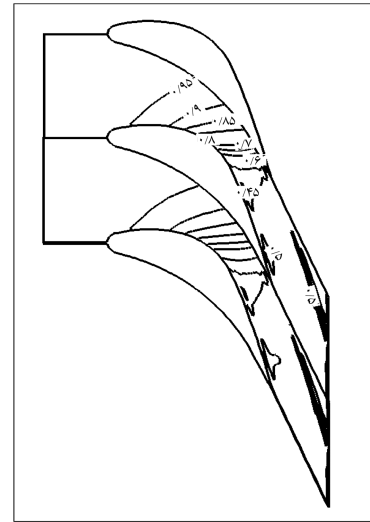


طول محوری پره / فاصله محوری

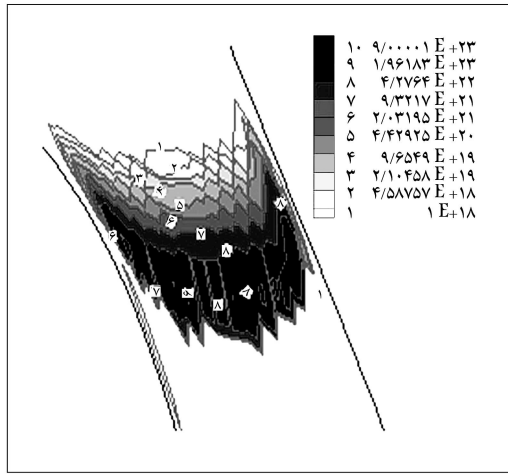
شکل ۹. مقایسه‌ی توزیع فشار تجربی با مقادیر فشار محاسباتی برای جریان چگالشی و توربولانت بخار بر مبنای مدل بالددوین - لوماکس.



شکل ۱۰. کانتورهای نسبت فشار P/P_0 در گذرگاه پره‌های توربین ناشی از حل عددی در جریان چگالشی و توربولانت بخار بر مبنای مدل بالدوین - لوماکس؛

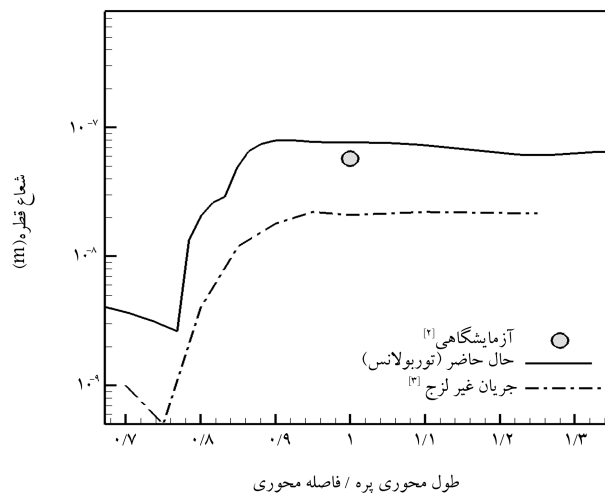


شکل ۱۱. تغییرات نرخ جوانه زایی ناشی از حل عددی در جریان چگالشی و توربولانت بخار بر مبنای مدل بالدوین - لوماکس؛



شکل ۱۲. تغییرات نرخ جوانه زایی در حل نظری.

شکل ۱۱. تغییرات نرخ جوانه زایی و کانتورهای مربوطه ناشی از حل عددی.



شکل ۱۲. تغییرات نرخ جوانه زایی و کانتورهای مربوطه ناشی از حل عددی.

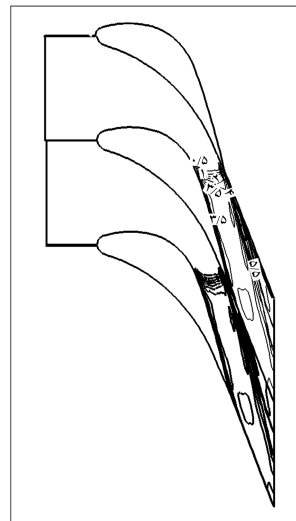
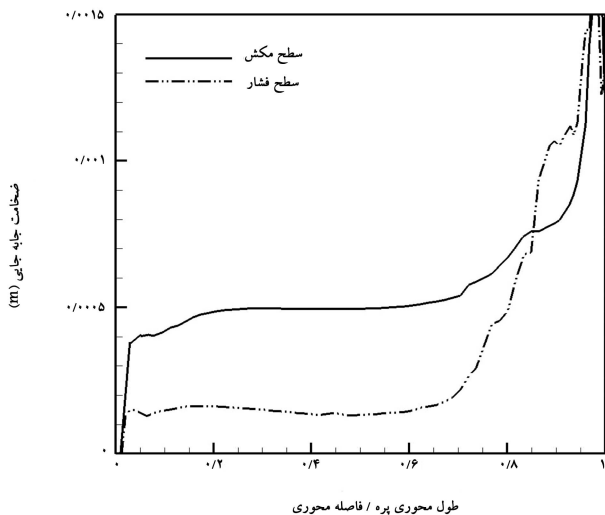
در شکل ۱۰ کانتورهای نسبت فشار در جریان چگالشی توربولانس بر مبنای مدل بالدوین - لوماکس نیز نشان داده شده است. با توجه به شکل‌های ۹ و ۱۰ دو افزایش فشار بعد از گلوگاه روی سطح مکش مشخص است. اولین افزایش فشار بر اثر شوک آنرودینامیکی است که در انتهای لبه پره روی سطح فشار اتفاق افتاده است؛ این شوک از سطح فشار شروع شده و پس از برخورد به سطح مکش در $x/x_{chord} = 0.81$ منعکس شده است. دومین افزایش فشار مربوط به شوک آنرودینامیکی جریان فراصوتی روی سطح مکش است که در انتهای لبه پره اتفاق می‌افتد. چنان که ملاحظه می‌شود، توافق مطلوبی بین نتایج عددی و داده‌های تجربی برقرار است.

در شکل‌های ۱۱ الف و ۱۱ ب نرخ جوانه‌زایی در مسیر جریان نشان داده شده است. از آنجا که نرخ انبساط در سطح مکش نسبت به سطح فشار بیشتر است، جوانه‌زایی ابتدا روی سطح مکش شروع می‌شود. تغییرات نرخ جوانه‌زایی در گذرگاه بین پره‌ها به خوبی مشخص شده است.

در شکل ۱۲ تغییر شعاع قطرات در امتداد خط میانی گذرگاه برای جریان چگالشی توربولانت و نیز برای حل غیرلزج^[۲] نشان داده شده است. از مقایسه این تغییرات با مقدار تجربی اندازه‌ی قطره^[۱] چنین برمی‌آید که اثرات لزجت موجب کند شدن جریان در نواحی لابه‌ی مرزی و نتیجتاً موجب افزایش شعاع قطرات خواهد شد، به طوری که این افزایش شعاع محاسباتی را به مقدار تجربی نزدیک‌تر کرده است.

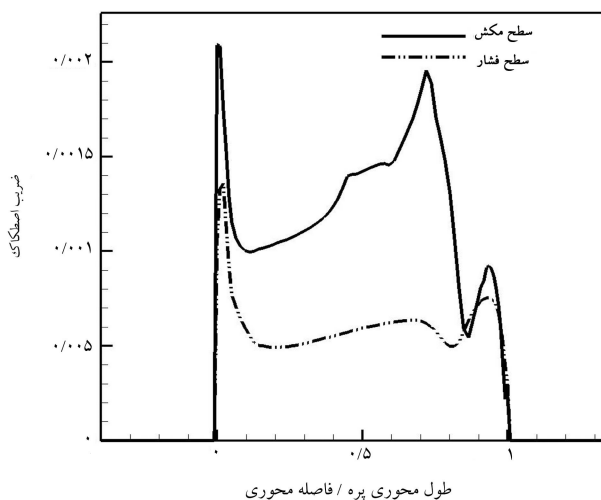
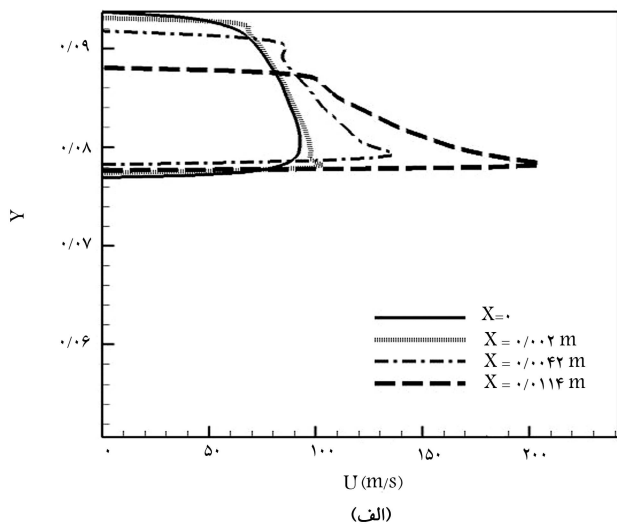
توزیع درصد رطوبت در شکل ۱۳ نشان داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود، قبل از جوانه‌زایی جریان کاملاً خشک است اما پس از آن، میزان رطوبت به شدت افزایش یافته و به ۲ درصد رسیده است؛ پس از آن میزان رطوبت بر اثر رشد قطرات با آهنگ کم‌تری افزایش یافته است. همچنین در عبور از شوک آنرودینامیکی شاهد تبخیر جزئی ناشی از افزایش دمای بخار هستیم، که باعث کاهش درصد رطوبت در این ناحیه شده است.

با توجه به منظور کردن تأثیر لزجت در این تحقیق، می‌توان ضریب اصطکاک (C_f) ، ضخامت جابه‌جایی (δ^*) ، و پروفیل دوبعدی سرعت در مسیر جریان را نیز ارائه کرد.

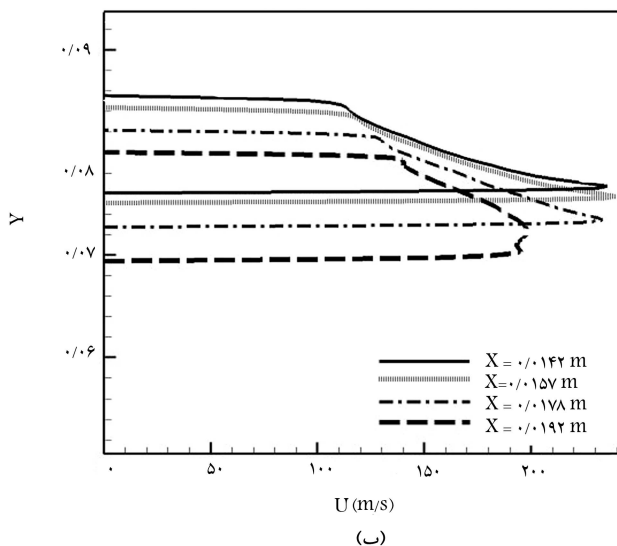


شکل ۱۵. توزیع ضخامت جابه‌جایی (δ^*) در امتداد سطح فشار و سطح مکش یک پره در جریان مرطوب و لزج (مدل توربولانس بالدرین - لوماکس).

شکل ۱۳. کانتورهای میزان رطوبت (w) در گذرگاه پره‌های توربین ناشی از حل عددی در جریان چگالشی و توربولانت بخار بر مبنای مدل بالدرین - لوماکس.



شکل ۱۴. توزیع ضریب اصطکاک در امتداد سطح مکش و سطح فشار یک پره در جریان مرطوب و لزج (مدل توربولانس بالدرین - لوماکس).



شکل ۱۶. پروفیل‌های سرعت محوری در مقاطع مختلف از گذرگاه پره‌ها در جریان مرطوب و لزج (مدل توربولانس بالدرین - لوماکس).

بر اساس شکل ۱۴، شتاب‌گیری جریان از ابتدای مسیر تا گلوگاه باعث بیشینه‌شدن ضریب اصطکاک در حدود $x/c = 0.07$ و تر می‌شود. در پایین دست گلوگاه، کاهش نرخ انبساط جریان باعث کاهش ضریب اصطکاک شده است.

شکل ۱۵ تغییرات ضخامت جابه‌جایی در امتداد سطح فشار و سطح مکش یک پره را نشان می‌دهد. از آنجا که ضخامت لایه مرزی در امتداد سطح پره افزایش می‌یابد، ضخامت جابه‌جایی نیز در امتداد پره افزایش یافته است. در شکل ۱۶ پروفیل‌های سرعت محوری (u) به نمایش درآمده‌اند؛ برای این منظور هشت پروفیل سرعت در مقاطع مختلف گذرگاه ترسیم شده‌اند.

۹. نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج حاصل از مدل تدوین شده به منظور پیش‌بینی رفتار جریان چگالشی و لزج بخار، مقایسه‌ی توزیع فشار و شعاع قطرات با داده‌های تجربی حاکی از

R : ثابت گاز
 r : شعاع قطره
 S_G : عدد اشمیت
 T : دما
 $TS(P)$: دمای اشباع در فشار P
 ΔT : درجه‌ی مافوق سردی $[T_s(P) - T_G]$
 t : زمان
 u : مؤلفه‌ی سرعت محوری جریان در راستای x
 v : حجم مخصوص
 w : کسر رطوبت

انطباق مطلوب نتایج عددی با داده‌های تجربی است؛ به‌طورکلی نتایج نظری عمیقاً به آزادشدن گرمای نهان، ناشی از تغییر فاز بستگی دارند. همچنین در مقایسه با جریان غیرلزج تأثیر لایه‌ی مرزی موجب کندشدن جریان در این ناحیه و در نتیجه باعث افزایش شعاع قطرات شده به‌طوری که این افزایش شعاع محاسباتی قطرات را به مقادیر تجربی نزدیک‌تر کرده است. در تحلیل جریان بخار مرطوب با احتساب لزجت، ضریب اصطکاک محلی، ضخامت جابه‌جایی و نیز پروفیل دوبعدی سرعت پیش‌بینی و گزارش شده‌اند. این امکان در مطالعات غیرلزج قبلی وجود نداشته است. چنان‌که گزارش شد، مدل موجود از جنبه‌های مختلف قابلیت پیش‌بینی جریان دوفازی لزج را دارد و می‌توان آن را ابزاری دیگر برای طراحی صحیح و نیز تحلیل پره‌ها به‌منظور کاهش یا اجتناب از تلفات آئرودینامیکی و ترمودینامیکی ناشی از شوک چگالش به حساب آورد.

حروف یونانی

α_r : ضریب انتقال حرارت
 λ : ضریب هدایت حرارتی
 μ_G : گرانروی بخار
 μ_{eff} : گرانروی مؤثر بخار
 ρ : چگالی مخلوط
 σ : ضریب کشش سطحی

زیرنویس

G : فاز بخار
 L : فاز مایع
 r : شعاع یک قطره
 s : اشباع
 $^{\circ}$: شرایط سکون
 $*$: نماد مقادیر بحرانی

فهرست علائم

A : سطح المان
 C_f : ضریب اصطکاک
 ΔG : تغییرات در انرژی گیبس
 J : نرخ تشکیل قطرات در واحد حجم
 Kn : عدد ندسن
 L : گرمای نهان
 \bar{L} : مسیر پویش آزاد مولکول‌های بخار
 m_r : جرم یک قطره
 P : فشار
 $Ps(TG)$: فشار اشباع در دمای TG
 q : ضریب چگالش

پانویس

1. Cascade

منابع

- Bakhtar, F. and Mohammadi Tochai, M.T. "An investigation of two dimensional flows of nucleating and wet steam by the time-marching method", *Int. J. Heat and Fluid Flow*, **2**(1), p. 16 (1980).
- Bakhtar, F.; Mahpeykar, M.R. and Abbas, K.K. "An investigation of nucleating flows of steam in a cascade of turbine balding-theoretical treatment," *Transactions of ASME*, **117**, pp.138-144 (1995).
- Mahpeykar, M.R. and Teymourtash, A.R. "An investigation of 2D-2phase flow of steam in a cascade of turbine blading by the time marching method", *Amir Kabir University*, **14**(56) (2003).
- Kermani, M.J. and Gerber, A.G. "A general formula for the evaluation of thermodynamic and aerodynamic losses in nucleating steam flow", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **46**, pp. 3265-3278 (2003).
- Yamamoto, S. "Computation of practical flow problems with release of latent heat", *Energy*, **30**, pp. 197-208 (2005).
- Avetissiana, A.R.; Philippova, G.A. and Zaichik, L.I. "Effects of turbulence and inlet moisture on two-phase spontaneously condensing flows in transonic nozzles", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **51**, pp. 4195-4203 (2008).
- Mahpeykar, M.R.; Teymourtash, A.R. and Lakzian, E. "The effects of viscosity on pressure distribution and droplet size in transonic steam flow through a turbine cascade", *Iranian Journal of Mechanical Engineering Transaction of the ISME*, **2**(17), pp. 6-29 (2010).

8. Bakhtar, F.; Mahpeykar, M.R. and Mashmouhy, F. "Studies of nucleating and wet steam flows in two-dimensional cascades", *Journal of Mechanical Engineering Science IMechE*, **218**(part c) (2004).
9. McDonald, J.E. "Homogeneous nucleation of water vapor condensation", *I. Thermodynamic aspects, Am.J.Phys.*, **30**, pp. 870-877 (1962).
10. Teymourtash, A.R.; Abolfazli Esfahani, J. and Mousavi Shaegh, S.A. "The effects of rate of expansion and injection of water droplets on the entropy generation of nucleating steam flow in a Laval nozzle", *Heat Mass Transfer*, **45**, pp. 1185-1198 (2009).
11. Mahpeykar, M.R. and Teymourtash, A. R. "Effects of friction factor and inlet stagnation condition on the self-conditions of steam in a supersonic nozzle", *Scientia Iranica*, **11**(4), pp. 269-282 (2004).
12. Gyarmathy, G. "Bases for a theory for wet steam turbines", *bull*, **6**, Inst. for therm Turbomachines in fed, Tech, Univ, Zurich (1964).
13. Wolfgang, W. and Hans-Joachim, K., *International Steam Tables*, Second Edition, Springer ISBN 978-3-540-21419-9 (2008).
14. Baldwin, B.S. and Lomax, H. "Thin-layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows," *AIAA Paper*, pp. 78-257 (1978).
15. Rodi, W. "Simulation of turbulence in practical flow calculations", Proc. ECCOMAS 2000, Barcelona (2000).
16. Mahpeykar, M.R.; Lakzian, E. and Amirirad, E. "Reduction of thermodynamic losses in a supersonic nucleating steam nozzle by spraying water droplets", *Scientia Iranica*, **16**(3), pp. 253-262 (2009).
17. Jamson, A.; Schmidt, W. and Turkel, E. "Numerical solutions of the euler equations by finite volume methods using Runge- Kutta time-stepping schemes", *AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference*, Palo Alto, California, pp. 1-14 (1981).
18. Teymourtash, A.R. and Mahpekar, M.R. "A blade to blade inviscid transonic flow analysis of nucleating steam in a turbine cascade by the Jameson's time-marching scheme using body fitted grid", *Journal of School of Engineering*, Ferdowsi University of Mashhad, **18** (1) pp.1-20 (2006).