

پردازش سریع داده‌ها و طراحی معکوس آیرودینامیکی با استفاده از روش رتبه‌کاسته‌ی تجزیه‌ی متعامد بهینه

محمد کاظم مؤیدی* (استادیار)

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه قم

محمد طیبی رهنی (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

فریدون نابت قدم (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

مهندسی مکانیک شریف
دردی ۳-۱۴، شماره ۱، ص. ۱۰-۳

در این نوشتار از روش تجزیه‌ی متعامد بهینه (POD)^۱ برای تخمین سریع میدان جریان، محاسبه‌ی ضرایب و طراحی معکوس آیرودینامیکی استفاده شده است. در این رابطه دو روش برای تخمین جریان تراکم‌پذیر غیرلزج در رژیم‌های جریان متفاوت مورد استفاده قرار گرفته که هر دو روش ترکیبی از روش تجزیه‌ی متعامد بهینه (POD) است. روش‌های رتبه‌کاسته‌ی حاصل می‌توانند با دقتی مناسب و سرعتی بالا تغییرات در میدان جریان ناشی از تغییر در پارامترهای مؤثر از جمله عدد ماخ و زاویه‌ی حمله را پیش‌بینی کنند. برای طراحی معکوس از یک مدل ترکیبی مبتنی بر روش تجزیه‌ی متعامد بهینه به همراه یک مسئله‌ی بهینه‌سازی برای توزیع فشار سطحی یا کمینه‌سازی ضریب پسا استفاده شده است. نتایج حاصله با شبیه‌سازی‌های عددی مستقیم^۲ و نتایج حل دقیق به‌عنوان مرجع مقایسه شده که دقت و سهولت چشم‌گیری را در محاسبات نشان می‌دهد.

واژگان کلیدی: روش تجزیه‌ی متعامد بهینه، آیرودینامیک تراکم‌پذیر، طراحی

معکوس، روش رتبه‌کاسته.

moayyedi@ae.sharif.edu

taeibi@sharif.edu

fsabet@srbiau.ac.ir

۱. مقدمه

امروزه دینامیک سیالات عددی در حال تبدیل شدن به ابزاری قدرتمند برای طراحی و تحلیل آیرودینامیکی وسایل پرنده هوایی است. این توانمندی حاصل توسعه‌ی روزافزون و پرشتاب سیستم‌های سخت‌افزار رایانه‌یی و نیز الگوریتم‌های حل عددی معادلات حاکم بر جریان سیال است. در این بین هزینه‌های سخت‌افزاری و زمان بر بودن محاسبات در روش‌های عددی، استفاده از این روش‌ها را در تولید سریع داده‌ها به‌منظور بهره‌گیری در سامانه‌های ترکیبی^۳، مسائل کنترل جریان^۴ و... با مشکلاتی مواجه کرده است. از این رو همواره پژوهش‌گران آیرودینامیک و دینامیک سیالات عددی به دنبال راهکارهایی برای افزایش سرعت پردازش این روش‌ها بوده‌اند. مدل رتبه‌کاسته‌ی مبتنی بر روش POD رویکردی بسیار کارآمد است که علاوه بر حفظ قوانین حاکم بر میدان جریان، سرعت پردازش بالایی نیز دارند.

در تعریفی عام، روش POD یک دستگاه مختصات n بعدی متعامد ایجاد می‌کند که در مقایسه با تمامی دستگاه‌های مختصات متعامد n بعدی دیگری که برای توصیف دسته تصاویر لحظه‌یی از یک میدان مفروض مورد استفاده قرار می‌گیرند، تقریب بهتری را ارائه می‌کند. بدین ترتیب، می‌توان توصیفی رتبه‌کاسته از سامانه‌های

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۸۹/۳/۱۰، اصلاحیه ۱۳۹۰/۲/۲۸، پذیرش ۱۳۹۰/۳/۱۱.

دینامیکی با بعد بی‌نهایت ارائه کرد که با تعداد جملات معلوم بهینه باشد. البته لازم به ذکر است که این بهینگی از دیدگاه بازیافت انرژی در مدل رتبه‌کاسته است. این روش در شاخه‌های علمی مختلف بسته به نوع کاربرد و شاخه‌ی مورد نظر با نام‌های مختلفی ظاهر شده است. درباره‌ی تاریخچه‌ی روش POD و تشریح روش‌های کلاسیک انجام آن مقالات کاملی ارائه شده است.^[۱] محققین این روش را به‌عنوان «روشی برای تحلیل داده‌های آماری دارای الگوی خاص» مطرح کردند.^[۲] برای اولین بار در سال ۱۹۶۷ و درخصوص جریان آشفته، استفاده از POD به‌منظور استخراج ساختارهای بزرگ ظاهر شده در این جریان‌ها پیشنهاد شد.^[۳] پس از آن، با توجه به محدودیت‌های رایانه‌ها و روش‌های عددی، تا مدت‌ها این روش بدون استفاده ماند. اما در اواخر دهه‌ی ۱۹۸۰ میلادی، به‌ویژه هنگامی که روش نمایه‌ها مطرح شد،^[۴] به تدریج کاربردهای POD افزایش یافت و از آن به‌عنوان ابزاری کارآمد برای توسعه‌ی مدل‌های رتبه‌کاسته در سامانه‌های دینامیکی پیچیده‌یی که داده‌هایی از آزمایش‌های تجربی یا حل‌های عددی مستقیم دارند، استفاده شد. تاکنون بسیاری از مسائل دینامیک سیالات و دیگر شاخه‌های مهندسی با استفاده از روش POD مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. با توجه به توانایی‌های این روش در استخراج مودهای پرنانزتی، استفاده از آن در پدیده‌های شامل اثرات متقابل سازه و سیال، و نیز در مسائل کنترل جریان اخیراً بسیار مورد استقبال قرار گرفته است.

در این عبارت (f, g) عبارت است از ضرب داخلی بر روی فضای L^2 که به صورت $\int_{\Omega} f g \, d\Omega$ تعریف می‌شود. همچنین $\langle \cdot \rangle$ متوسط‌گیری مکانی (موقعیت) است که با فرض ارگودیک^{۱۰} بودن جریان به صورت زیر با متوسط‌گیری زمانی جایگزین می‌شود:

$$\langle \cdot \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T dT.$$

همچنین، اگر $\psi(x)$ رابطه‌ی ۱ را پیشینه کند، بدان معناست که اگر میدان جریان در راستای $\psi(x)$ تصویر شود، انرژی متوسط بیشتر از حالتی است که میدان جریان در راستای هر یک از دیگر ساختارها تصویر شود. مانند روش متعامدسازی گرام-شامت، در فضایی که بر $\psi(x)$ متعامد است می‌توان فرایند پیشینگی را تکرار کرد؛ در این راه یک سری توابع متعامد $\psi_i(x)$ قابل محاسبه‌اند که مودهای POD نامیده می‌شوند. توابع ویژه^{۱۱} POD به صورت توابع ویژه تانسور همبستگی فضای^{۱۲} معرفی می‌شوند. برای تخمین دقیق این تانسور به یک شبیه‌سازی پرهزینه و طولانی نیازمندیم. محاسبه‌ی توابع ویژه اغلب هزینه‌بر است -- اگر غیرممکن نباشد -- که برای غلبه بر این مشکل، یک رابطه‌ی جداسازی زمانی دیگر معرفی می‌شود. این روش یک رابطه‌ی مستقیم و بسته با روش نمایه‌ی سیرویش دارد که به‌عنوان ابزاری کارآمد برای محاسبه‌ی توابع ویژه POD استفاده می‌شود. برای استفاده از روش POD - نمایه یک دسته‌ی N تایی از نمایه‌هایی به صورت $u_n(x)$ از میدان اغتشاشی است. این نمایه‌ها در زمان‌های مختلف شبیه‌سازی به دست می‌آیند:

$$u_n(x) = u(x, t^n). \quad (2)$$

زمان‌های t^n اغلب با بازه‌های زمانی هم‌فاصله در نظر گرفته می‌شود. از دیدگاه ریاضیات تنها شرط لازم برای نمایه‌ها این است که مستقل خطی باشند. حال با داشتن مودهای POD می‌توان میدان جریان را دوباره بازسازی کرد:

$$u(\vec{x}, t) = \sum_{k=1}^M a_k(t) \varphi_k(\vec{x}). \quad (3)$$

۳. تخمین داده‌های آیرودینامیکی

در این قسمت به تشریح چگونگی استفاده از روش تجزیه‌ی متعامد بهینه در تخمین میدان جریان پایا حول جسم و در نتیجه محاسبه‌ی ضرایب آیرودینامیکی می‌پردازیم. در این زمینه روش‌های متفاوتی ارائه شده که در ادامه در خصوص آن‌ها بحث خواهد شد. سه روش برای تخمین میدان جریان حول جسم ارائه شده^[۵] که عبارت‌اند از:

۱. روش POD همراه با میان‌یابی؛

۲. روش POD برای بازسازی داده‌های مفقوده^{۱۳}؛

۳. روش POD با دسته تصاویر لحظه‌ی ناقص^{۱۴}.

در روش اول، پس از محاسبه‌ی پایه‌ها و ضرایب، با استفاده از روش میان‌یابی ضرایب برای مقادیری از ورودی‌های جریان که اطلاعاتی در خصوص آن‌ها وجود ندارد، محاسبه می‌شوند و سپس با استفاده از روابط مربوط به میدان جریان با ضرایب محاسبه‌شده و پایه‌های موجود بازسازی می‌شوند.

روش دوم مبتنی بر روشی است که برای بازسازی تصاویر صورت انسان مورد استفاده قرار گرفت. در این روش از POD به منظور بازسازی داده‌های مفقوده‌ی

استفاده از روش POD - نمایه^۶ در تحلیل و بازسازی میدان‌های جریان پایا و ناپایا تاکنون با موفقیت‌های بسیاری انجام گرفته است. از این روش برای بازسازی و تخمین میدان جریان تراکم‌پذیر استفاده شده است. نتایج حاصل از این تحقیق نشان‌گر دقت مناسب این روش در بازسازی داده‌های میدان جریان است.^[۵]

استفاده از روش تجزیه‌ی متعامد بهینه برای بازسازی داده‌های مفقودشده‌ی مکانی میدان جریان تراکم‌ناپذیر ناپایا به نتایج رضایت‌بخشی منجر شده است.^[۷،۶] همچنین به بهره‌گیری از این روش در بازسازی میدان جریان تراکم‌پذیر حول ایرفویل، دو راهکار جدید برای بهبود دقت این روش در بازسازی داده‌های میدان جریان حدود صوت پیشنهاد شده است.^[۹،۸]

در تحقیقی که به منظور مدل‌سازی آیرولاستیکی هواپیمای اف-۱۶ انجام شد، از روش تجزیه‌ی متعامد بهینه (POD) به منظور تخمین و بازسازی میدان جریان در شرایط مختلف پروازی بهره‌برداری شد و داده‌های حاصل نیز برای تحلیل آیرولاستیکی مورد استفاده قرار گرفت.^[۱۰]

در سال ۲۰۰۳^۳ محققین از یک روش رتبه‌کاستی جدید بر مبنای روش تجزیه‌ی متعامد بهینه و با استفاده از شیوه‌ی تقسیم دامنه به منظور شبیه‌سازی جریان حدود صوت حول یک ایرفویل استفاده کردند.^[۱۱] در این شیوه‌ی جدید از تقسیم دامنه‌ی حل به منظور تخمین دقیق جریان در مرز بین شوک و نواحی جلو و پشت شوک استفاده می‌شود. این ایده بیشتر به روش‌های چندبلوکی شباهت دارد. نتایج حاصله نشان‌گر دقت مناسب در ناحیه‌ی وقوع شوک است.

پژوهش‌گران در سال ۲۰۰۳ از روش گالرکین^۷ کارهون - لوی^۸ همراه با روش برازش شوک برای بهینه‌سازی هندسه‌ی اجسام دارای دماغه‌ی پخ استفاده کردند. آن‌ها در این تحقیق از سه روش: ۱. میان‌یابی لاگرانژ برای روش شبه طیفی؛ ۲. روش تجزیه کارهون - لوی؛ ۳. روش گالرکین - کارهون لوی بهره گرفتند. آنان تصاویر لحظه‌ی مورد استفاده در شبیه‌سازی رتبه‌کاستی را از حل معادلات اویلر به دست آورده بودند، و برای بهینه‌سازی هندسه‌ی مورد نظر از کمینه‌کردن مقدار ضریب پسا استفاده کردند.^[۱۲]

هدف این نوشتار استفاده از این روش برای تخمین سریع داده‌های آیرودینامیکی است. در این راستا از دو تکنیک با تکیه بر روش POD - نمایه استفاده شده است؛ در روش اول از یک میان‌یابی برای محاسبه‌ی ضرایب مجهول استفاده می‌شود که قابلیت مناسبی در بازسازی میدان جریان در رژیم‌های متفاوت ارائه کرده است.^[۵] روش دوم تشابهات بسیاری با روش اول دارد، با این تفاوت که به منظور افزایش دقت محاسبه‌ی ضرایب مجهول، میدان بازسازی‌شده‌ی اولیه با استفاده از روش اول و در راستای مودهای POD تصویر می‌شود و سپس با تکیه بر روشی تکراری و بهبود دسته‌نمایه‌ی ورودی، میدان جریان مجهول تخمین زده می‌شود. در بخش آخر از ترکیب روش تجزیه‌ی متعامد بهینه و یک مسئله‌ی بهینه‌سازی به منظور طراحی هندسی - آیرودینامیکی معکوس مقطع بال استفاده شده است.

۲. روش POD - نمایه

بر اساس تجزیه‌ی کارهون - لوی، لامای^۹ تعریفی از ساختارهای متجانس به صورت توابعی از متغیرهای مکانی ارائه کرد که دارای بیشترین انرژی میدان هستند. بدین ترتیب، این ساختارهای متجانس باید عبارت ۱ را پیشینه کنند:

$$\frac{\langle (U(x, t), \psi(x))^2 \rangle}{\langle \psi(x), \psi(x) \rangle}. \quad (1)$$

۳.۳. طراحی معکوس ایرفویل با بهره‌گیری از توزیع فشار سطحی یا کمیته‌سازی ضربیب پسا

در این بخش، با بهره‌گیری از روش تجزیه متعامد بهینه (POD) و توزیع فشار سطحی مورد نظر به طراحی معکوس هندسه‌ی ایرفویل پرداخته شده که در آن نمایه‌هایی به‌ازای مقادیر مختلف خصوصیات هندسی تولید می‌شود. با در نظر گرفتن یک هندسه‌ی پایه، تغییرات هندسی با یک گام خاص اعمال شده و توزیع فشار سطحی روی آن محاسبه می‌شود. به‌منظور طراحی معکوس هندسی از کمیته‌کردن توزیع فشار سطحی مورد نظر با توزیع فشار محاسبه شده و با بهره‌گیری از رابطه‌ی ۶ استفاده می‌شود:

$$J = \int (p_r - p_d) ds, \quad (6)$$

که در آن p_d توزیع فشار مورد نظر و p_r توزیع فشار بازسازی شده توسط روش تجزیه‌ی متعامد بهینه به‌ازای انحنای محاسبه شده‌ی حاصل از رابطه‌ی ۶ است. این روش به‌صورت یک حل تکراری انجام گرفته تا مقدار J کمیته شود. معیار دیگری که برای طراحی استفاده می‌شود کمیته‌سازی «ضربیب پسا» است که از رابطه‌ی ۷ محاسبه می‌شود:

$$C_d = \frac{1}{c} \int (C_{p_l} \sin \theta_l - C_{p_u} \sin \theta_u) ds. \quad (7)$$

۴. نتایج

در این قسمت به بررسی و ارائه‌ی نتایج حاصل از این پژوهش پرداخته می‌شود. نتایج در سه بخش شامل جریان زیرصوت، گذر صوت و مافوق صوت غیرلزج ارائه می‌شود. در شبیه‌سازی‌های ارائه شده از یک کد حل جریان غیرلزج روی یک شبکه‌ی باسازمان که بر مبنای روش حجم محدود توسعه یافته، استفاده شده است.

۱.۴. جریان مادون صوت غیرلزج حول ایرفویل NACA 0012

در این قسمت جریان غیرلزج مادون صوت حول یک ایرفویل NACA 0012 به‌ازای مقادیر مختلف زاویه حمله‌ی مورد بررسی قرار گرفته است. یک دسته‌ی هفت‌تایی از حل میدان جریان به‌ازای مقادیر مختلف زاویه‌ی حمله به‌عنوان ورودی در نظر گرفته شده و پس از انجام حل، مقدار ویژه‌ی مودهای جریان استخراج می‌شوند (شکل ۱). در شکل ۲ طیف انرژی مودهای جریان نشان داده شده است؛ کاهش مرتبه با بهره‌گیری از مفهوم این نمودار صورت گرفته و در مرحله‌ی آخر نیز به‌ازای مقادیر مورد نظر زاویه‌ی حمله و با استفاده از روش میان‌یابی مقدار ضرایب مودال محاسبه و میدان جریان بازسازی می‌شود. در شکل ۳ خطوط هم‌تراز فشار در زاویه‌ی حمله ۵/۵ درجه و عدد ماخ ۰/۴ آورده شده که در مقایسه با نتایج حاصل از حل عددی از دقت مناسبی برخوردار است. شکل ۴ نیز توزیع فشار روی سطح ایرفویل در همین شرایط را نشان می‌دهد که تطابق مناسبی با داده‌های حاصل از حل مستقیم عددی دارد. در شکل ۵ خطوط هم‌تراز فشار بازسازی شده به‌ازای عدد ماخ ۰/۵۵ و زاویه‌ی حمله‌ی صفر درجه در مقایسه با نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی مستقیم نشان داده شده است، که بیانگر دقت بسیار بالای آن است. در شکل ۶ نیز توزیع فشار سطحی برای همین شرایط نمایش داده شده و نتایج حاصله در مقایسه با نتایج حاصل از حل عددی دقت مناسبی دارد.

میدان جریان استفاده می‌شود. با تعریف یک بردار پوشانه^{۱۵} به‌منظور جداسازی میدان جریان برای نقاط موجود و مفقوده و یک ماتریس جایگزین، و با استفاده از تعریف ضرب داخلی و حل یک دستگاه معادلات برای ضرایب نقاط مفقوده، میدان جریان بازسازی می‌شود.

در روش سوم، فرض بر آن است که یک دسته از داده‌های ناقص با بردار پوشانه‌ی متناسب موجود است. پایه‌های POD با استفاده از یک روش تکراری بازسازی شده و در نهایت با داده‌های موجود میدان جریان بازسازی می‌شود. روش‌های مورد استفاده در این تحقیق دو دسته‌اند؛ در روش اول از یک میان‌یابی پیوسته‌ی درجه سوم به‌منظور محاسبه‌ی ضرایب مجهول استفاده می‌شود و روش دوم که پیش از این توسط نویسندگان پیشنهاد شده، روش جدیدی است که بر تصویرسازی مجدد روی مودهای POD بنا شده است.

۱.۳. روش POD - نمایه همراه با میان‌یابی پیوسته‌ی مرتبه سوم

روش اصلی حل POD در بخش پیشین توضیح داده شد؛ بدین صورت که تغییرات میدان جریان در قالب یک سری از حل میدان در زمان‌های متفاوت دسته‌بندی می‌شود. این روش می‌تواند برای پارامترهای جریان که تصاویر لحظه‌ی برحسب آن‌ها ایجاد شده نیز مورد استفاده قرار گیرد. پارامتر مورد نظر δ فرض می‌شود که می‌تواند زاویه حمله یا عدد ماخ جریان آزاد باشد. یک راه حل سریع برای پیش‌بینی میدان جریان به‌ازای هر مقدار δ عبارت است از:

۱. دسته‌ی از حل میدان جریان، که به‌ازای مقادیر مختلف δ مرتب شده، در نظر گرفته می‌شود؛

۲. برای این دسته حل مسئله‌ی مقدار ویژه انجام می‌گیرد تا مقادیر φ^k که همان مودهای اساسی جریان هستند، به دست آید؛

۳. میدان جریان با استفاده از رابطه‌ی ۳ بازسازی می‌شود؛

۴. برای بازسازی میدان جریان در مقادیری از δ که موجود نیست، مقادیر ضرایب a^k با استفاده از یک روش میان‌یابی محاسبه شده و سپس مرحله‌ی سوم برای بازسازی میدان جریان مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۲.۳. روش تصویرسازی مودهای POD

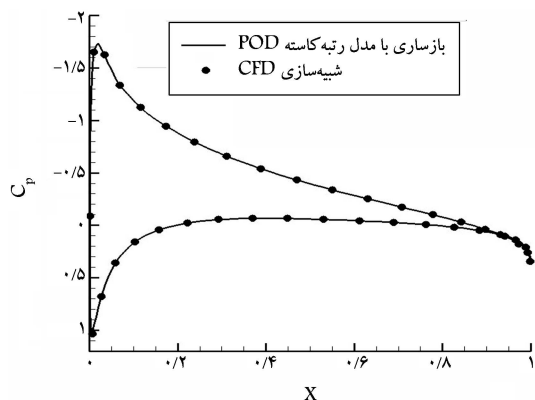
این روش مبتنی بر همان روش POD همراه با میان‌یابی است. با توجه به این که میدان بازسازی شده برای مقدار ورودی مجهول، که در قسمت قبل توضیح داده شد، به دسته‌ی نمایه موجود اضافه می‌شود و مجدداً در راستای مودهای POD تصویر خواهد شد. واضح است که تعامد مودهای میدان جریان با استفاده از رابطه‌ی ۴ اثبات می‌شود:

$$\int_{\Omega} \varphi^i \varphi^j dx = \delta_{ij}, \quad (4)$$

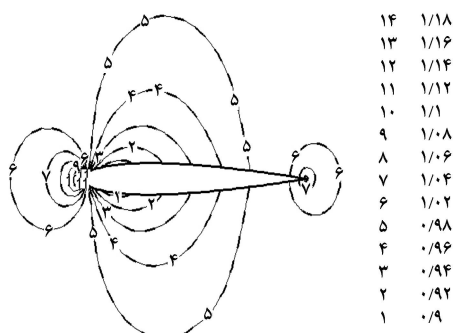
که در آن δ_{ij} همان ماتریس واحد است. حال با استفاده از این نظریه، رابطه‌ی ۵ برای محاسبه‌ی دقیق‌تر ضرایب مودهای جریان پیشنهاد می‌شود:

$$\sum_{k=1}^N w_k^i \varphi_k^j = a_{ij}, \quad (5)$$

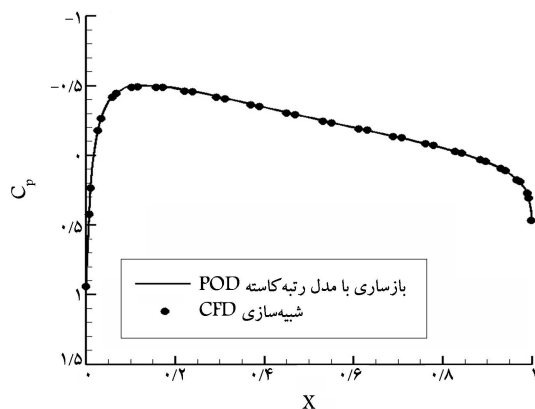
و در نهایت میدان جریان به‌ازای مقدار مورد نظر δ با استفاده از رابطه‌ی ۳ و با استفاده از ضرایب جدید بازسازی می‌شود.^[۱۳]



شکل ۴. توزیع فشار روی سطح ایرفویل در عدد ماخ ۰٫۴ و زاویه حمله ۵٫۵ درجه، بازسازی شده توسط POD با استفاده از هفت مود.

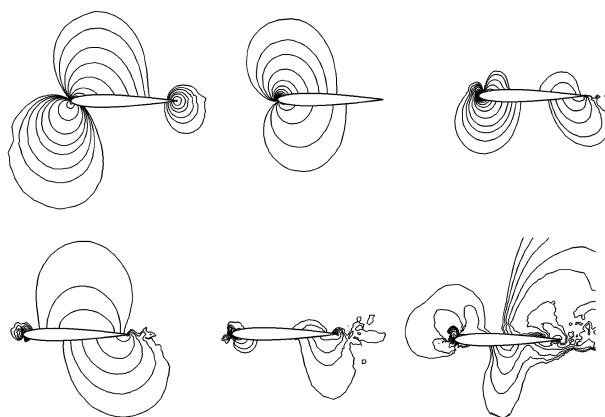


شکل ۵. خطوط هم‌تراز فشار (بی‌بعد شده) در عدد ماخ ۰٫۵۵ و زاویه حمله صفر درجه، خطوط پیوسته حل CFD و خط چین بازسازی شده توسط POD با استفاده از شش مود.

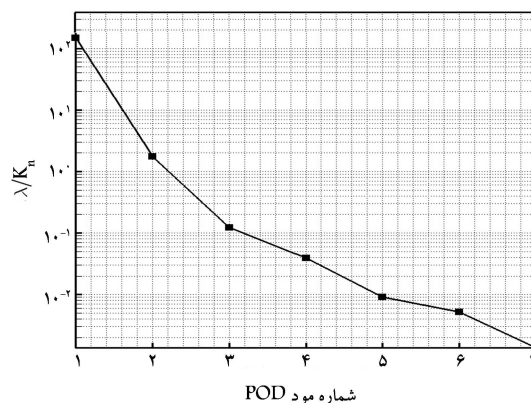


شکل ۶. توزیع فشار روی سطح ایرفویل در عدد ماخ ۰٫۵۵ و زاویه حمله صفر درجه، بازسازی شده توسط POD با استفاده از شش مود.

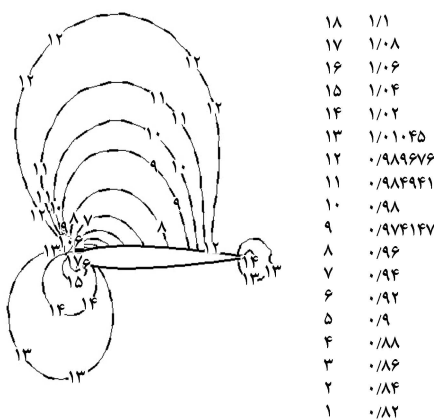
شکل ۸ طیف انرژی مودهای فشار برای دسته‌های مورد نظر نمایش داده شده است. در انتها، به‌ازای مقادیر مورد نظر عدد ماخ میدان جریان بازسازی شده است. شکل ۹ خطوط هم‌تراز فشار به‌ازای عدد ماخ ۱٫۶۵ و زاویه حمله صفر درجه را نشان می‌دهد که از دقت مناسبی در مقایسه با نتایج حاصل از حل عددی برخوردار است. شکل ۱۰ توزیع فشار روی سطح ایرفویل در همین شرایط را نشان می‌دهد که در مقایسه با نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی تطابق مناسبی را نشان می‌دهد.



شکل ۱. خطوط هم‌تراز مودهای POD برای نمایه‌ی فشار در جریان مادون صوت.



شکل ۲. طیف انرژی مودهای POD برای نمایه‌ی فشار در جریان مادون صوت.

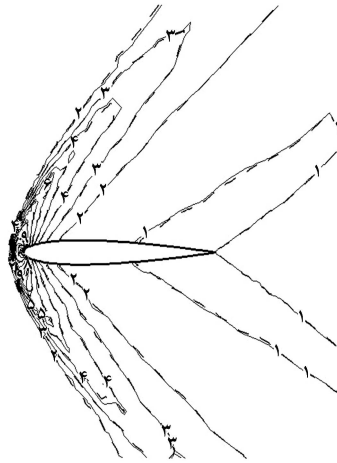


شکل ۳. خطوط هم‌تراز فشار (بی‌بعد شده) در عدد ماخ ۰٫۴ و زاویه حمله ۵٫۵ درجه، خطوط پیوسته حل CFD و خط چین بازسازی شده توسط POD با استفاده از هفت مود.

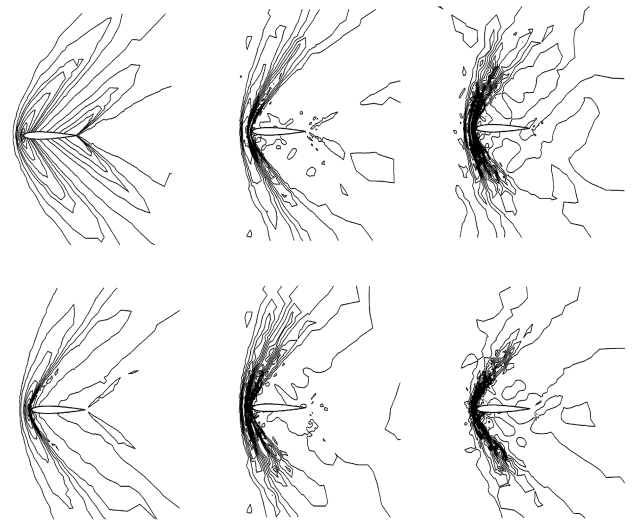
۲.۴. جریان مافوق صوت غیرلزج حول ایرفویل NACA ۰۰۱۲

در این بخش، جریان غیرلزج مافوق صوت حول ایرفویل NACA ۰۰۱۲ به‌ازای مقادیر مختلف عدد ماخ جریان مورد بررسی قرار گرفته است. یک دسته‌ی شش‌تایی از حل میدان جریان به‌ازای مقادیر مختلف عدد ماخ جریان به‌عنوان ورودی در نظر گرفته شده است. سپس، یک حل مقدار ویژه انجام گرفته و آنگاه مودهای POD استخراج شده که خطوط هم‌تراز آن در شکل ۷ نشان داده شده است. در

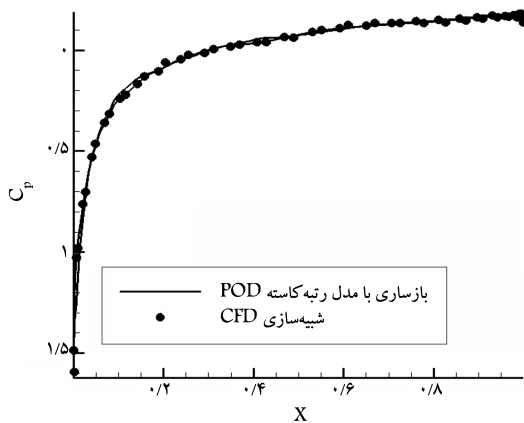
۱۴	۳/۶
۱۳	۳/۴
۱۲	۳/۲
۱۱	۳
۱۰	۲/۸
۹	۲/۶
۸	۲/۴
۷	۲/۲
۶	۲
۵	۱/۸
۴	۱/۶
۳	۱/۴
۲	۱/۲
۱	۰/۸



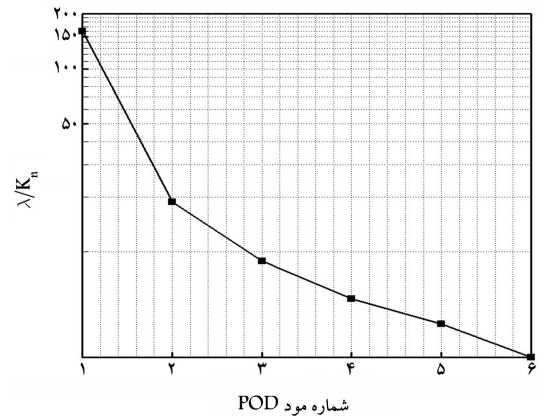
شکل ۹. خطوط هم‌تراز فشار (بی‌بعدشده) در عدد ماخ ۱٫۶۵ و زاویه حمله‌ی صفر درجه، خطوط پیوسته حل عددی و خط چین بازسازی شده توسط POD با استفاده از شش مود.



شکل ۷. خطوط هم‌تراز موده‌های فشار برای جریان مافوق صوت.

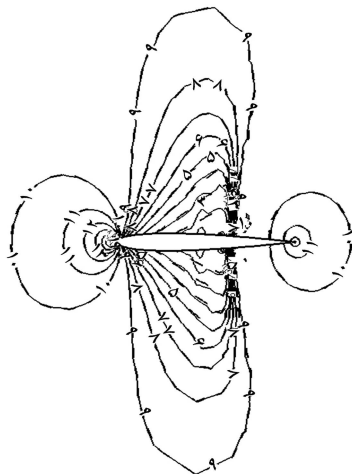


شکل ۱۰. توزیع فشار روی سطح ایرفویل در عدد ماخ ۱٫۶۵ و زاویه حمله‌ی صفر درجه، بازسازی شده توسط POD با استفاده از شش مود.



شکل ۸. طیف انرژی موده‌های فشار برای جریان مافوق صوت.

۱۹	۱/۵
۱۸	۱/۴۵
۱۷	۱/۴
۱۶	۱/۳۵
۱۵	۱/۳
۱۴	۱/۲۵
۱۳	۱/۲
۱۲	۱/۱۵
۱۱	۱/۱
۱۰	۱/۰۵
۹	۰/۹۵
۸	۰/۹
۷	۰/۸۵
۶	۰/۸
۵	۰/۷۵
۴	۰/۷
۳	۰/۶۵
۲	۰/۶
۱	۰/۵۵



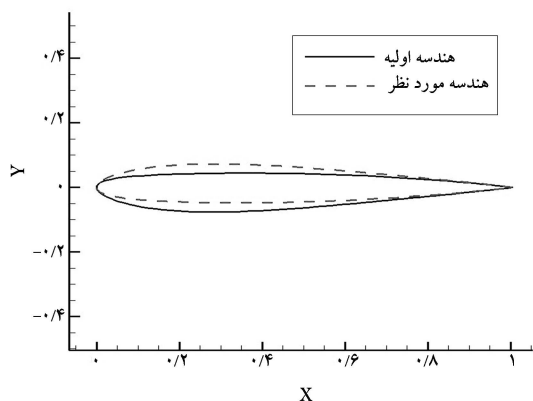
شکل ۱۱. خطوط هم‌تراز فشار (بی‌بعدشده) در عدد ماخ ۱٫۸۳ و زاویه حمله‌ی صفر درجه، خطوط پیوسته حل عددی و خط چین بازسازی شده توسط روش تصویرسازی موده‌های POD با استفاده از هفت مود.

۳.۴. جریان گذر صوتی غیرلرنج حول ایرفویل NACA 0012

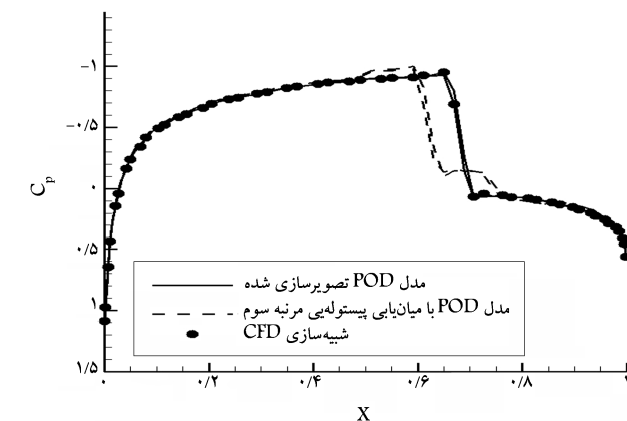
در این بخش جریان گذر صوتی غیرلرنج حول ایرفویل NACA 0012 به‌ازای مقادیر مختلف عدد ماخ جریان مورد تحلیل قرار گرفته است. یک دسته‌ی هفت‌تایی از حل میدان جریان به‌ازای مقادیر مختلف عدد ماخ جریان به‌عنوان ورودی در نظر گرفته شده است. پس از انجام حل مقدار ویژه، موده‌های POD استخراج می‌شوند. سپس با استفاده از روش تصویرسازی موده‌های POD ضرایب مودال به‌ازای مقدار عدد ماخ مورد نظر محاسبه شده و در انتها با ضرایب و موده‌های جریان میدان به‌ازای مقدار ورودی مورد نظر بازسازی شده است. شکل ۱۱ خطوط هم‌تراز فشار به‌ازای عدد ماخ ۱٫۸۳ و زاویه حمله‌ی صفر درجه را نشان می‌دهد که در مقایسه با نتایج حاصل از حل عددی از دقت مناسبی برخوردار است. در شکل ۱۲ نیز توزیع فشار روی سطح ایرفویل در همین شرایط نشان داده شده است، که در مقایسه با نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی تطابق مناسبی دارد.

۴.۴. طراحی معکوس ایرفویل در یک جریان تراکم‌ناپذیر غیرلرنج

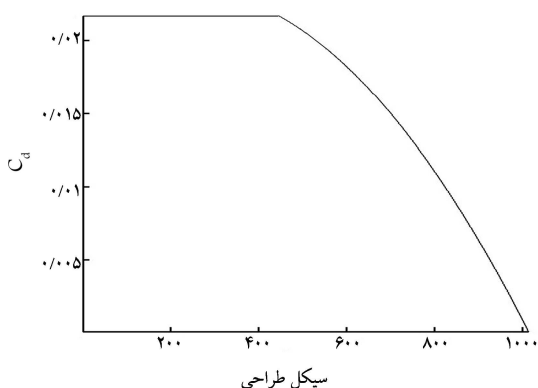
در این بخش با بهره‌گیری از روش تجزیه‌ی متعامد بهینه و توزیع فشار سطحی مورد نظر به طراحی معکوس هندسه‌ی ایرفویل پرداخته شده است. نمایه‌های مورد نظر



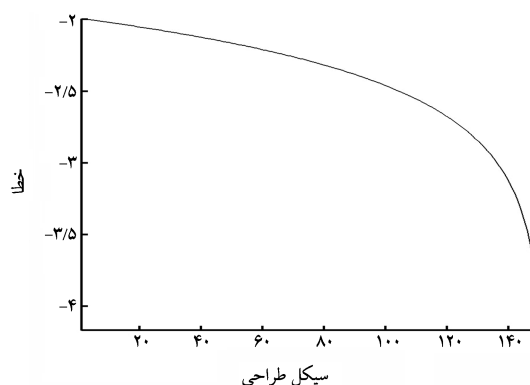
شکل ۱۵. مقایسه هندسه‌ی اولیه‌ی ایرفویل و هندسه طراحی شده توسط روش POD به‌ازای توزیع فشار مورد نظر.



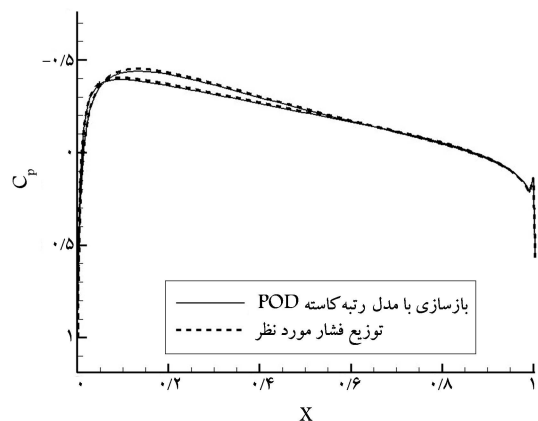
شکل ۱۲. توزیع فشار روی سطح ایرفویل در عدد ماخ ۰٫۸۳ و زاویه حمله‌ی صفر درجه، بازسازی شده توسط POD با استفاده از هفت مود.



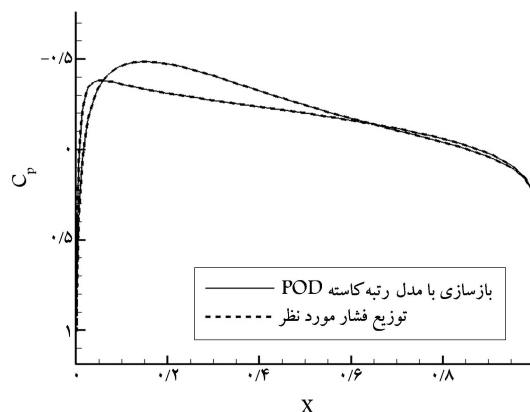
شکل ۱۶. تاریخچه‌ی هم‌گرایی چرخه‌ی طراحی توسط روش POD به‌ازای کمیته‌سازی ضریب پسا.



شکل ۱۳. تاریخچه‌ی هم‌گرایی چرخه‌ی طراحی توسط روش POD به‌ازای توزیع فشار مورد نظر.



شکل ۱۷. توزیع فشار روی سطح ایرفویل در عدد ماخ ۰٫۲ و زاویه حمله‌ی صفر درجه، خطوط پیوسته بازسازی شده توسط POD به‌ازای کمیته‌سازی ضریب پسا و با استفاده از پنج مود، خط‌چین توزیع فشار محاسبه‌شده توسط روش مستقیم.



شکل ۱۴. توزیع فشار روی سطح ایرفویل در عدد ماخ ۰٫۲ و زاویه حمله‌ی صفر درجه، خطوط پیوسته محاسبه‌شده توسط POD با استفاده از پنج مود و خط‌چین توزیع فشار مورد نظر.

انحنای مورد نظر بازسازی شده و توزیع فشار سطحی با توزیع فشار مورد نظر مقایسه می‌شود. به‌منظور طراحی معکوس هندسه از یک روش تکراری برای دست‌یابی به توزیع فشار مورد نظر استفاده شده است. برای چرخه‌ی طراحی دو معیار متفاوت انتخاب شده که شامل توزیع فشار مورد نظر و کمیته‌سازی ضریب پسا و افزایش نسبی برآ به پسا است.

در شکل ۱۳ تاریخچه‌ی هم‌گرایی چرخه‌ی طراحی به‌ازای توزیع فشار تعریف شده

توسط یک رمزگان رایانه‌ی حل جریان غیرلزج تراکم‌ناپذیر (جریان پتانسیل) به‌ازای مقادیر مختلف انحنا^{۱۶} تولید شده است. هندسه‌ی پایه ایرفویل NACA ۰۰۱۲ بوده و مقادیر انحنا با یک گام خاص تغییر یافته و توزیع فشار سطحی روی آن محاسبه شده است. در نهایت، یک دسته‌نمایه با بیست عضو به‌عنوان ورودی مسئله در نظر گرفته شده است. پس از انجام حل مقدار ویژه‌ی مودهای POD استخراج شده‌اند. سپس با استفاده از روش تشریح‌شده در بخش ۱٫۳، میدان جریان به‌ازای

شبه‌سازی مستقیم مقایسه شده است. در شکل ۱۸ نیز هندسه‌ی اولیه و هندسه‌ی طراحی شده مقایسه شده است.

۵. نتیجه‌گیری

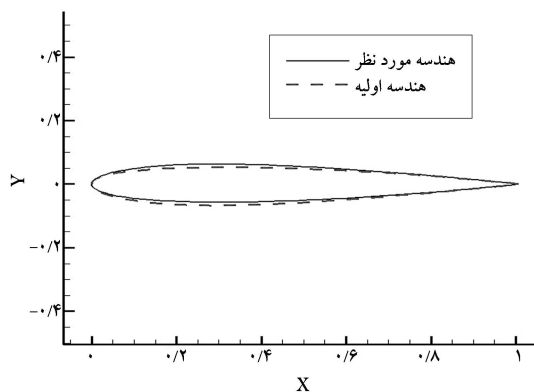
با توجه به ساختار و الگوریتم محاسباتی «روش تجزیه‌ی متعامد بهینه» می‌توان گفت که این روش به‌عنوان یک ابزار محاسباتی دقیق و سریع به‌کمک نرم‌افزارهای دینامیک سیالات عددی آمده تا هزینه و زمان محاسبات و شبه‌سازی‌های پیچیده را -- در کنار دقت و صحت‌اش که در حد شبه‌سازی‌های مستقیم عددی است -- کم کند. از یک سو باید به این نکته اشاره کرد که به‌منظور دست‌یابی به نتایج مطلوب باید نمایه‌های دسته‌تصاویر مورد نظر را دقیق انتخاب کرد. این موضوع به‌خصوص در مورد جریان‌های ناپایا از حساسیت بالاتری برخوردار است تا جایی که گاهی موجب می‌شود نتایج حاصله چندان با دینامیک حاکم بر میدان سازگاری نداشته باشد. ذکر این نکته ضروری است که ممکن است روش‌های توسعه‌یافته برای تمامی شرایط عملکرد یکسانی نداشته باشند تا جایی که بیشترین تلاش‌های پژوهشگران این حوزه در جهت بهبود این روش‌ها صورت گیرد. می‌توان گفت که این عملکرد متفاوت ناشی از عواملی چون خصوصیات میدان‌های مورد بررسی به‌لحاظ میزان پدیده‌های غیرخطی (مانند شوک)، کم‌بودن نمایه‌های ورودی، و کامل نبودن توابع ویژه‌ی محاسبه شده است. در بحث طراحی معکوس نیز این نکته قابل تأمل است که روش توسعه‌یافته قابل تعمیم به حل‌کننده‌های با دقت بالاتر -- از جمله معادلات اولی و ناویراستوکس نیز بوده اگرچه پیچیدگی توسعه‌ی نرم‌افزار نیز تغییر نمی‌کند. از سوی دیگر شایان ذکر است که محدودیت‌هایی نیز در سامانه‌های توسعه‌یافته وجود دارد؛ سامانه‌ی ایجادشده برای یک محدوده‌ی خاص توانایی طراحی را دارد و افزایش این توانایی نیازمند توسعه‌ی روش‌های کامل‌تر در بازسازی میدان جریان است.

پانویس‌ها

1. proper orthogonal decomposition (POD)
2. direct numerical simulation (DNS)
3. coupled systems
4. flow control
5. pattern
6. POD-snapshots
7. Galerkin
8. Karhunen-Loeve
9. Lumly
10. Ergodic
11. eigenfunctions
12. space correlation
13. missing data
14. incomplete snapshots
15. mask vector
16. camber

منابع (References)

1. Smith, T.R., Moehlis, J. and Holmes, P., *Low Dimensional Modelling of Turbulence Using the Proper Orthog-*



شکل ۱۸. مقایسه هندسه‌ی اولیه‌ی ایرفویل و هندسه طراحی شده توسط روش POD به‌ازای کمیته‌سازی ضریب پسا.

نمایش داده شده است. یادآور می‌شود اگرچه تعداد چرخه‌های طراحی در این مورد و مسئله‌ی بعد نسبتاً زیاد است، ولی به‌دلیل سرعت بالای محاسبات زمان نهایی چرخه‌ی طراحی بسیار کوتاه است.

در شکل ۱۴ مقایسه‌ی توزیع فشار سطحی ایرفویل حاصل از روش ذکرشده با توزیع فشار صورت‌گرفته نشان داده شده است که حاکی از دقت بسیار بالای روش، علاوه بر سرعت بسیار بالای آن در محاسبه‌ی مشخصه‌های میدان است. در شکل ۱۵ نیز هندسه‌ی طراحی شده برای ایرفویل به‌ازای توزیع فشار مورد نظر در قیاس با هندسه‌ی اولیه نشان داده شده است. تاریخچه‌ی هم‌گرایی چرخه‌ی طراحی به‌ازای کمیته‌سازی ضریب پسا در شکل ۱۶ نمایش داده شده است.

پرواضح است که با کاهش ضریب پسا نسبت برآ به پسا افزایش می‌یابد که این یک مشخصه‌ی مناسب در طراحی ایرفویل است. توزیع فشار به‌ازای شرایط کمیته‌سازی ضریب پسا در شکل ۱۷ نشان داده شده است و با نتایج حاصل از

onal Decomposition, A Tutorial, Kluwer Academic Publishers (2004).

2. Lumley, J.L. "The structure of inhomogeneous turbulence", In A.M. Yaglom Tartarski, Editors, *Atmospheric Turbulence and Wave Propagation*, Moscow, **78**, pp. 166-182 (1967).
3. Holmes, P., Lumley, J.L. and Berkooz, G., *Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry*, Cambridge Monographs on Mechanics, Cambridge University Press, London (1996).
4. Sirovich, L. "Turbulence and the dynamics of coherent structures", *Parts I-III, Quarterly of Applied Math.*, **3**, pp. 561-82 (1987).
5. Bui-Thanh, T., Damodaran, M. and Wilcox, K. "Aerodynamic data reconstruction and inverse design using proper orthogonal decomposition", *AIAA J.*, **42**(8), pp. 1505-1516 (2004).
6. Sabetghadam, F., Taeibi-Rahni, M. and Moayyedi, M.K. "Gappy low-dimensional POD: A powerful tool for data reconstruction of unsteady flow fields", *CFD J.*, **17**(3), pp. 156-164 (2008).
7. Lieu, T., Farhat, C. and Lesoinne, M. "Reduced-order fluid/structure modeling of a complete aircraft configu-

- ration”, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg*, **195**, pp. 5730-5742 (2006).
8. Brookes, G.P. and Powers, J.M. “A karhunen-loeve galerkin technique with shock fitting for optimization of blunt body geometry”, *38th AIAA/ASME/SAE/ ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, Indianapolis, IN, USA (2002).
 9. Sabetghadam, F., Taeibi-Rahni, M. and Moayyedi, M.K. “Application of low-dimensional proper orthogonal decomposition to data reconstruction of unsteady flow fields”, *1st Symposium of Iranian Aerospace Society on Unsteady Aerodynamics*, Sharif University of Technology (In Persian) (2008).
 10. Taeibi-Rahni, M., Sabetghadam, F. and Moayyedi, M.K. “Analysis of compressible flow around two-dimensional bodies based on proper orthogonal decomposition”, *7th Iranian Aerospace Society Conference, Sharif University of Technology*, (In Persian) (2008).
 11. Taeibi-Rahni, M., Sabetghadam, F. and Moayyedi, M.K. “Low-dimensional proper orthogonal decomposition as a fast approach for aerodynamic data estimation”, *ASCE J. Aerospace Eng.*, **1**(1), pp. 44-54 (In Persian) (2010).
 12. LeGresley, P.A. and Alonso, J., *Dynamic Domain Decomposition and Error Correction for Reduced Order Models*, 41st AIAA Aerospace Science Meeting & Exhibit, Reno, Nevada, USA (2003).
 13. Moayyedi, M.K. “Low-dimensional POD simulation of the unsteady flow around bodies with arbitrary shapes”, PhD Dissertation, Dept. of Aerospace Eng., Sharif University of Technology (In Persian) (2009).