

مطالعه‌ی تحلیلی در خصوص خواص کشسانی بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی چهارجهته توسط مدل چند سلول واحد

محمودهرداد شکریه* (استاد)

محمدصادق مظلومی (دانشجوی کارشناسی ارشد)
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

مهندسی مکانیک شریف
دوره ۳-۲، شماره ۱، ص. ۱۱-۲۱

در این نوشتار روشی تحلیلی برای محاسبه‌ی سفتی بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی چهارجهته ارائه شده است. در بیشتر تحقیقات قبلی از روش اجزاء محدود استفاده شده و کم‌تر روش تحلیلی به کار رفته است. در روش تحلیلی ارائه‌شده در این تحقیق کل کامپوزیت به چهار نوع سلول واحد ناحیه‌ی درونی، سطحی درونی، سطحی بیرونی و گوشه‌یی تقسیم شده که هر یک خواص مکانیکی و هندسی خاص خود را دارند. سپس هر کدام از این نواحی به صورت یک کامپوزیت تک‌جهته در نظر گرفته شده و با استفاده از یک روش میانگین‌گیری حجمی، سفتی کل بریدد کامپوزیت محاسبه شده است. در نهایت، نتایج حاصله با نتایج به دست آمده از روش آزمایشگاهی مقایسه و تأثیر زاویه‌ی بریدینگ بر خواص مکانیکی بریدد کامپوزیت بررسی شده است.

واژگان کلیدی: بریدد کامپوزیت سه‌بعدی چهارجهته، محاسبه‌ی سفتی، روش تحلیلی، روش چند سلول واحد.

مقدمه

بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی به دلیل برخورداری از خواص مکانیکی مناسب از قبیل، مقاومت عرضی بالا، سفتی برشی زیاد، مقاومت بالا در برابر تورق^۱، و تحمل خرابی^۲ زیاد، بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند.^[۱] خواص مکانیکی مناسب بریدد کامپوزیت‌ها سبب افزایش چشمگیر کاربرد آن‌ها در صنایع مختلف -- نظیر صنایع اتومبیل‌سازی، صنایع هوایی و صنایع دریایی -- در سه دهه‌ی اخیر شده است. در نتیجه‌ی این افزایش کاربرد، مدل‌های متفاوتی برای پیش‌بینی خواص مکانیکی بریدد کامپوزیت‌ها ارائه شده که از میان آن‌ها، ساختار مدل بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی، به دلیل پیچیدگی بسیار چالش‌برانگیز بوده است.^[۲] پژوهش‌گران با استفاده از یک روش تحلیلی و نیز به‌کارگیری نتایج آزمایشگاهی، روابطی بین مشخصات هندسی و سازه‌یی بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی ساخته شده با فرایند بریدینگ چهارمرحله‌یی و پارامترهای فرایند بریدینگ ارائه کردند.^[۳] در این روش براساس مشاهدات ماکروسکوپی، سه نوع سلول واحد در نظر گرفته شد که با استفاده از آن‌ها پارامترهای هندسی سازه‌یی بریدد کامپوزیت تحلیل شد، و رابطه‌ی ریاضی بین پارامترهای سازه‌یی -- از قبیل درصد حجمی الیاف، نسبت فشردگی الیاف^۳، زاویه‌ی بریدینگ و گام بریدینگ -- ارائه شد.

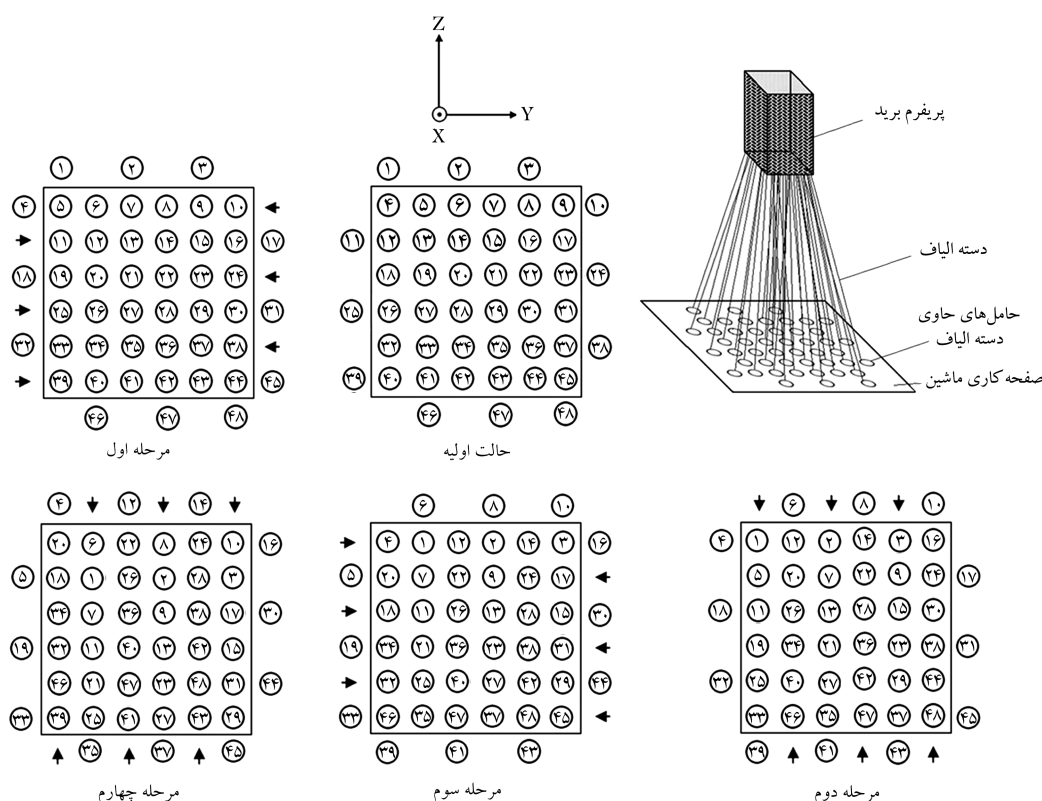
همچنین خواص مکانیکی بریدد کامپوزیت‌ها با دو روش قفل‌شدگی^۴ و انحراف الیاف^۵ مورد بررسی قرار گرفت،^[۵] و یک روش میانگین‌گیری حجمی بر روی

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۸۹/۸/۴، اصلاحیه ۱۳۹۰/۲/۱۸، پذیرش ۱۳۹۰/۳/۱۱.

ماتریس نرمی برای به دست آوردن خواص مکانیکی بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی ارائه شد.^[۶] این در حالی بود که محققین از یک روش میانگین‌گیری حجمی ترکیبی برای به دست آوردن مشخصات مکانیکی بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی استفاده کردند.^[۷] در واقع در روش آن‌ها برای به دست آوردن خواص مکانیکی درون صفحه‌یی از روش میانگین‌گیری حجمی ماتریس سفتی، و برای به دست آوردن خواص مکانیکی خارج صفحه‌یی از روش میانگین‌گیری حجمی ماتریس نرمی استفاده شد. در ادامه، با استفاده از یک روش تحلیلی و استفاده از یک نوع سلول واحد برای مدل کردن کل کامپوزیت، خواص مکانیکی بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی بررسی شد.^[۸] پس از آن، خواص مکانیکی بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی به دو روش بررسی شد.^[۹] روش اول مبتنی بر اجزاء محدود بود، در حالی که در روش دوم کل کامپوزیت به سه ناحیه‌ی درونی، سطحی و بیرونی تقسیم شد. همچنین یک مدل دومقیاسه برای به دست آوردن سفتی و مقاومت بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی که با فرایند چهارمرحله‌یی تولید شده بودند ارائه شد.^[۱] و نشان داده شد که «زاویه‌ی بریدینگ» و نیز «درصد حجمی الیاف» پارامترهای مهم مؤثر بر مقاومت و سفتی بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی هستند.

محققین با استفاده از روشی عددی بر پایه‌ی اجزاء محدود مشخصات مکانیکی بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی را بررسی کردند.^[۱۰] آنان با استفاده از روش اجزاء محدود، مدل سلول محدود^۶ را ارائه کرده‌اند.^[۱۱] که در آن هر کامپوزیت از تعدادی سلول واحد آجری شکل تشکیل شده است. هر سلول واحد در این مدل مانند سازه‌ی



شکل ۱. چیدمان حامل‌ها در یک ماشین بریدینگ چهارمرحله‌یی.

بیشتر با مدل ارائه‌شده ابتدا لازم است فرایند بریدینگ چهارمرحله‌یی تشریح شود.

فرایند بریدینگ چهارمرحله‌یی

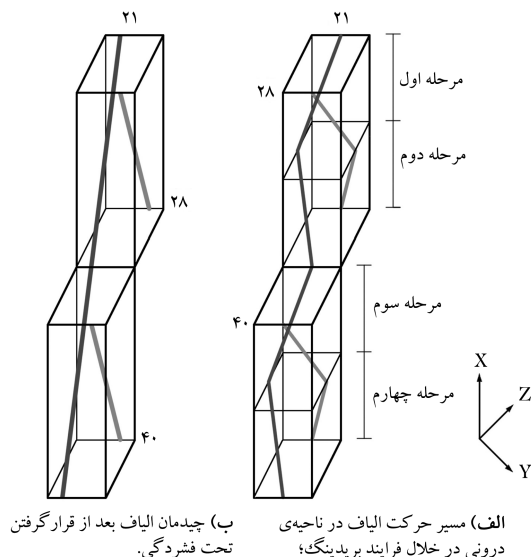
فرایند بریدینگ چهارمرحله‌یی رایج‌ترین روش ساخت بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی است. در شکل ۱ چیدمان حامل‌ها (carrier) در ماشین بریدینگ و نحوه‌ی حرکت آن‌ها در جهت Y و Z نشان داده شده است. هر چرخه‌ی حرکت ماشین به چهار مرحله تقسیم می‌شود و حامل‌ها در هر مرحله یک خانه در راستای Y یا Z جابه‌جا می‌شوند. در مرحله‌ی اول بریدینگ حامل‌هایی که در ردیف‌ها قرار دارند یک خانه به سمت راست یا چپ جابه‌جا می‌شوند. در مرحله‌ی دوم حامل‌هایی که در ستون‌ها قرار دارند یک خانه به سمت بالا یا پایین جابه‌جا می‌شوند. در مرحله‌ی سوم و چهارم حرکت حامل‌ها در ردیف‌ها و ستون‌ها در جهت مخالف حرکت‌شان به ترتیب در مرحله‌ی اول و دوم است. پس از طی شدن چهار مرحله یک چرخه‌ی ماشین طی شده و حامل‌ها به چیدمان اولیه‌شان باز می‌گردند؛ به همین دلیل این فرایند را «بریدینگ چهارمرحله‌یی» نامیده‌اند. همزمان با جابه‌جاشدن حامل‌ها در راستای Y و Z، بریدد کامپوزیت در راستای X تولید می‌شود. بعد از اتمام چرخه‌ی ماشین، الیافی که در هم بافته شده‌اند به یکدیگر فشرده می‌شوند. طول بریدد کامپوزیت تولیدشده در راستای X را «گام بریدینگ»^۷ می‌گویند که در این تحقیق با h نمایش داده شده است. تعداد کل الیافی که برای ساخت بریدد کامپوزیت سه‌بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد برابر با تعداد حامل‌هاست و مطابق رابطه‌ی ۱ محاسبه می‌شود:

$$N_t = n \times m + n + m \quad (1)$$

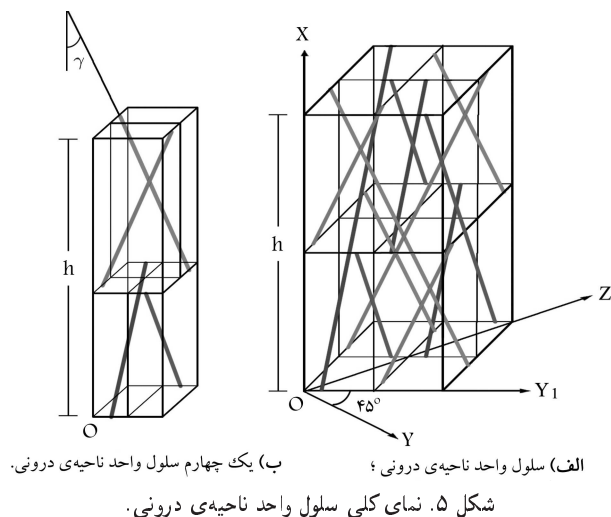
که در آن m تعداد حامل در هر ردیف، و n تعداد حامل در هر ستون است.

خرپایی در نظر گرفته شده که در آن الیاف مانند یک عضو دوتیرویی و ماتریس مانند یک جسم صلب که انتهای دو دسته الیاف را به هم متصل می‌کند در نظر گرفته شده‌اند. این محققین خواص مکانیکی بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی را با استفاده از روش اجزاء محدود پیش‌بینی کردند که البته در روش آن‌ها سفتی طولی بالاتر از حد انتظار پیش‌بینی می‌شد.^[۱۲] در بررسی‌های بعدی نشان داده شد که در محاسبه‌ی سفتی طولی بریدد کامپوزیت‌ها زاویه‌ی بین الیاف و راستای اعمال نیرو -- و در واقع همان زاویه‌ی بریدینگ -- تأثیر به‌سزایی بر دقت پیش‌بینی‌های ارائه‌شده توسط روش‌های تحلیلی دارد.^[۱۳] اگرچه روش کرنش ثابت پیش‌بینی‌های خوبی برای سفتی طولی بریدد کامپوزیت‌هایی که زاویه‌ی بریدینگ زیاد دارند ارائه می‌دهد، در پیش‌بینی سفتی طولی برای بریدد کامپوزیت‌های با زاویه‌ی بریدینگ کوچک بسیار بی‌دقت است. در واقع روش کرنش ثابت سفتی را بیش از مقدار آزمایشگاهی پیش‌بینی می‌کند، در حالی که روش تنش ثابت این مقدار را مشخصاً پایین‌تر پیش‌بینی می‌کند. به همین دلیل یک مدل میانگین وزنی برای پیش‌بینی سفتی توسط کلیدیدی و همکارانش ارائه شد که در بررسی حاضر از آن برای پیش‌بینی سفتی طولی استفاده شده است.

در بیشتر مدل‌هایی که اشاره شد سفتی بریدد کامپوزیت‌ها با استفاده از روش اجزاء محدود به دست آمده است. در چند مدلی که روش تحلیلی کاربرد داشته، کل کامپوزیت متشکل از یک یا حداکثر سه نوع ساول واحد است.^[۱۴] در حالی که در تحقیق حاضر با استفاده از یک مدل تحلیلی و تقسیم کل کامپوزیت به چهار نوع ساول واحد، خواص مکانیکی بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی چهارجهته پیش‌بینی شده است. در ادامه نشان داده شده است که پیش‌بینی‌های این مدل مطابقت خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارند و این نشان‌دهنده‌ی قابلیت استفاده‌ی این مدل برای بریدد کامپوزیت‌هایی است که با فرایند بریدینگ چهارمرحله‌یی ساخته شده‌اند. برای آشنایی



شکل ۴. چیدمان الیاف.



شکل ۵. نمای کلی سلول واحد ناحیه درونی.

شکل ۴ سه دسته از دوازده دسته الیافی که در هر سلول واحد ناحیه درونی قرار دارند برای نمونه مشخص شده است. چنان که در شکل ۴ الف مشاهده می‌شود، قبل از این که الیاف فشرده شوند یک مسیر زیگزاگی را طی می‌کنند. اما پس از قرارگرفتن تحت فشردگی، مسیر آن‌ها به یک خط مستقیم تبدیل می‌شود (شکل ۴ ب).

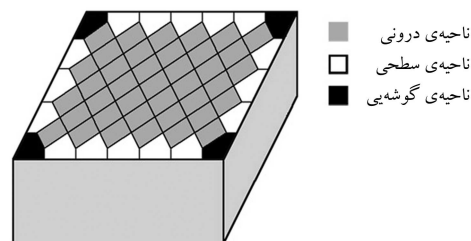
در شکل ۵ الف یک سلول واحد ناحیه درونی نشان داده شده است. تمامی دوازده دسته الیافی که در سلول واحد ناحیه درونی هستند در چهار وضعیت مختلف قرار می‌گیرند. در شکل ۵ ب یک چهارم از این سلول واحد نمایش داده شده است که دربرگیرنده این چهار وضعیت مختلف است. زاویه این دسته الیاف نسبت به محور X می‌تواند $+\gamma$ یا $-\gamma$ باشد و همچنین زاویه تصویر این دسته الیاف در صفحه $Y-Z$ نسبت به محور Y نیز می‌تواند $+\varphi$ یا $-\varphi$ باشد (شکل ۶). ناحیه سطحی که در شکل ۳ با $defgh$ نشان داده شده، منشوری متشکل از مجموعه‌ای از الیاف است. در شکل ۷ الف مسیر حرکت یک سری از الیاف در سلول واحد ناحیه سطحی نشان داده شده است. در این شکل نخ شماره ۴۳ در مرحله صفر وارد سلول واحد ناحیه سطحی شده، در مرحله اول یک واحد در راستای $+Y$ جابه‌جا می‌شود، بعد از آن در مرحله ۲ یک واحد در راستای $-Z$

تشریح مدل تحلیلی ارائه شده

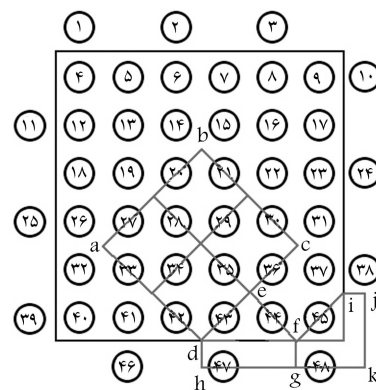
در این تحقیق مدل جذبی با نام مدل دارای چند سلول واحد (MUCM)^۸ برای پیش‌بینی مشخصات مکانیکی برید کامپوزیت‌های سه‌بعدی — که با استفاده از فرایند بریدینگ چهارمرحله‌ای 1×1 ساخته شده‌اند — ارائه شده است. در واقع این مدل، توسعه یافته‌ی مدلی است که پیش‌تر توسط نگارندگان این مقاله برای بررسی خواص مکانیکی برید کامپوزیت‌های دوبعدی سه‌محوره ارائه شده بود.^[۱۴] برای تشریح مدل دارای چند سلول واحد، ابتدا بررسی ساختار سلول واحد ضرورت می‌یابد.

ساختار سلول واحد

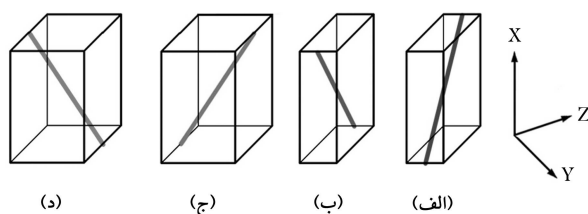
مرسوم‌ترین روش برای مدل‌کردن برید کامپوزیت‌های سه‌بعدی استفاده از سلول واحد بیان‌گر خواص ماده است. سلول واحد کوچک‌ترین جزء یک ماده است که خواص آن ماده را تبیین می‌کند. در این تحقیق به جای این که کامپوزیت به یک نوع سلول واحد تقسیم شود به سه ناحیه درونی، سطحی و گوشه‌یی تقسیم می‌شود (شکل ۲). هرکدام از این سه ناحیه چیدمان الیاف و مشخصات هندسی خاص خود را دارند که باید این تفاوت در چیدمان الیاف را در مدل سه‌بعدی در نظر گرفت. البته ناحیه سطحی خود به دو زیرسلول تقسیم می‌شود که در ادامه توضیح داده خواهد شد. برای بررسی دقیق‌تر چیدمان الیاف و مشخصات هندسی این نواحی، سه حجم کنترل برای نواحی درونی، سطحی و گوشه‌یی در نظر گرفته شده است (شکل ۳). ناحیه درونی که در شکل با $a b c d$ نشان داده شده است در واقع مکعبی است متشکل از مجموعه‌ای از دوازده دسته الیاف. بعضی از این الیاف بعد از طی شدن چهار مرحله کماکان در این سلول واحد قرار می‌گیرند. ولی بعضی دیگر در خلال این چهار مرحله ممکن است از سلول واحد خارج، یا به آن وارد شوند. در



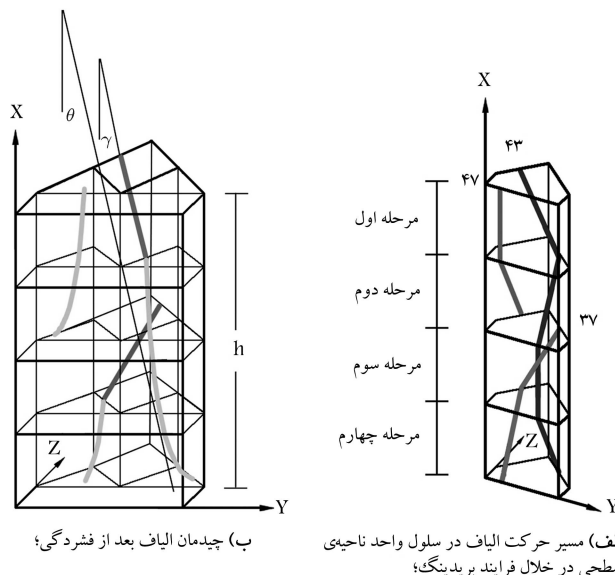
شکل ۲. نمای شماتیک ناحیه‌های درونی، سطحی و گوشه‌یی.



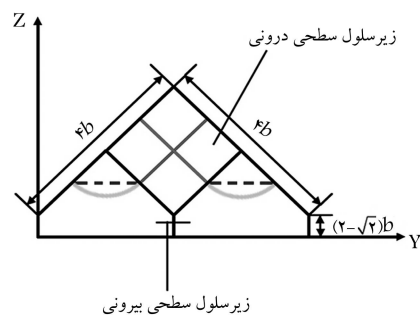
شکل ۳. نمای از بالای ناحیه درونی، سطحی و گوشه‌یی.



شکل ۶. چهار وضعیت مختلف الیاف در سلول واحد ناحیه‌ی درونی.



الف) مسیر حرکت الیاف در سلول واحد ناحیه‌ی سطحی در خلال فرایند بریدینگ؛
ب) چیدمان الیاف بعد از فشردگی؛



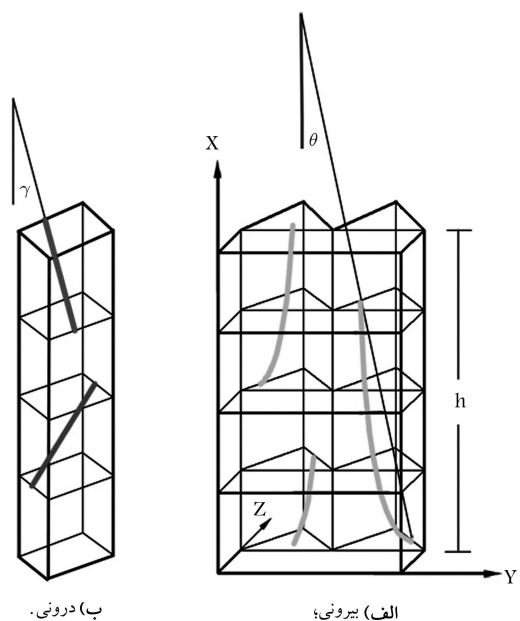
زیرسلول سطحی بیرونی
ج) نمای از بالای سلول واحد ناحیه‌ی سطحی و دو زیر سلول آن.

شکل ۷. الیاف در ناحیه‌ی سطحی.

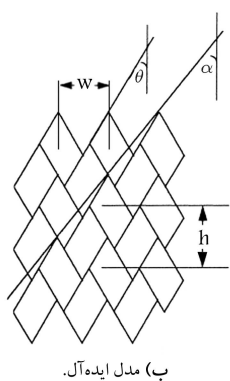
جابه‌جا شده، در مرحله‌ی ۳ ثابت مانده، در مرحله‌ی چهار یک واحد در راستای $+Z$ جابه‌جا می‌شود. سپس در مرحله‌ی بعد سلول واحد ناحیه‌ی سطحی را ترک می‌کند. برای الیاف دیگر نیز فرایندی مشابه رخ می‌دهد. الیاف در اینجا نیز بعد از قرارگرفتن تحت فشردگی حالت زیگزاگ خود را از دست داده و با زاویه‌هایی که در شکل ۷ ب نشان داده شده نسبت به محور X قرار می‌گیرند.

الیاف در ناحیه‌ی سطحی بیرونی دارای یک انحنا هستند (شکل ۷ ج). برای سادگی این الیاف به صورت خط راست، مانند خطچین نشان داده شده در شکل ۷ ج، مدل می‌شوند. الیاف در این ناحیه نیز می‌توانند در چهار وضعیت مختلف قرار بگیرند. زاویه‌ی این دسته الیاف نسبت به محور X می‌تواند θ یا $-\theta$ باشد و همچنین زاویه‌ی تصویر این دسته الیاف در صفحه‌ی $Y-Z$ نسبت به محور Y نیز می‌تواند 90° یا 90° درجه باشد.

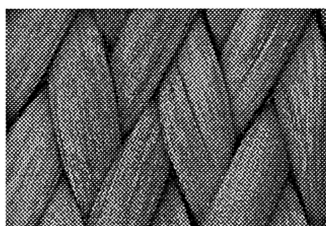
سلول واحد ناحیه‌ی سطحی در واقع خود به دو زیرسلول تقسیم می‌شود: زیرسلول سطحی درونی و زیرسلول سطحی بیرونی (شکل ۸). چیدمان الیاف در



شکل ۸. زیر سلول سطحی.



شکل ۹. تصویر ناحیه‌ی سطحی. [۳]

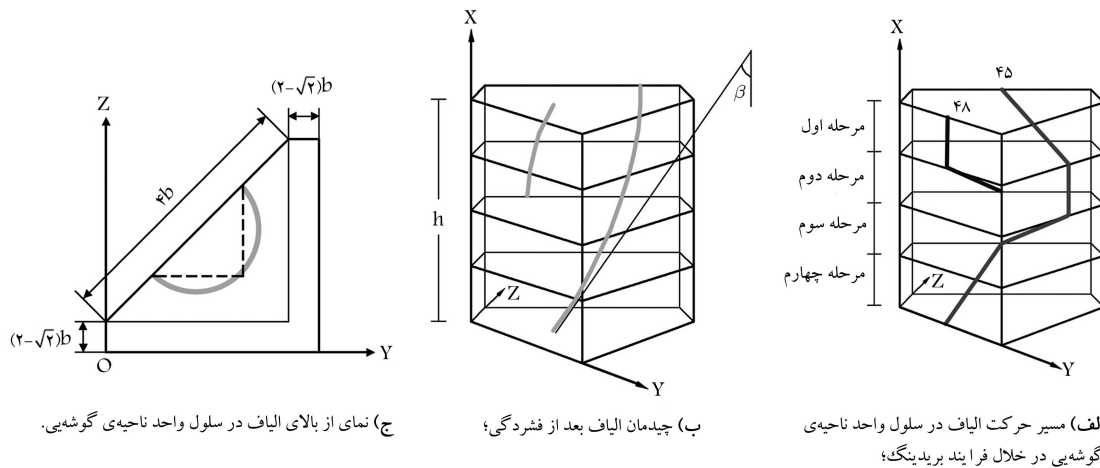


الف) واقعی

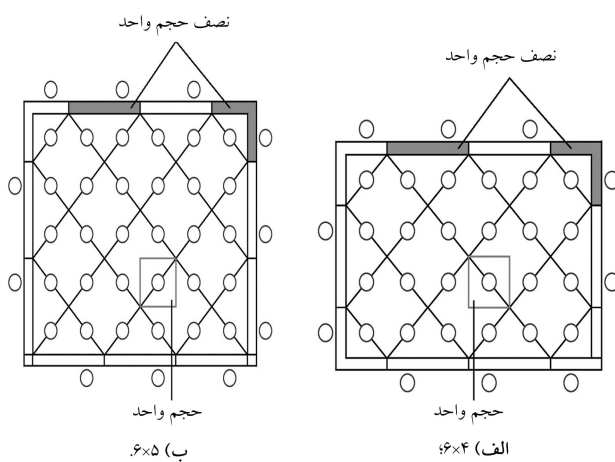
ناحیه‌ی سطحی درونی مانند چیدمان الیاف در ناحیه‌ی درونی است. تفاوت سلول واحد ناحیه‌ی سطحی درونی با سلول واحد ناحیه‌ی درونی در سائز این ناحیه و همچنین درصد حجمی الیاف آن‌هاست. الیاف در ناحیه‌ی سطحی درونی نیز می‌توانند در چهار وضعیت مختلف قرار بگیرند. زاویه‌ی این دسته الیاف نسبت به محور X می‌تواند γ یا $-\gamma$ باشد و همچنین زاویه‌ی تصویر این دسته الیاف در صفحه‌ی $Y-Z$ نسبت به محور Y نیز می‌تواند φ یا $-\varphi$ باشد.

هندسه‌ی الیاف در ناحیه‌ی سطحی را می‌توان با چندین پارامتر، که مستقیماً قابل اندازه‌گیری هستند، مشخص کرد. در شکل ۹ تصویر ناحیه‌ی سطحی یک برید کامپوزیت به همراه مدل ایده‌آل آن نشان داده شده که در آن گام بریدینگ عرضی، h گام بریدینگ طولی و α زاویه‌ی بریدینگ است. زوایای γ ، β و θ را می‌توان براساس زاویه‌ی α تعریف کرد.

ناحیه‌ی گوشه‌یی نیز متشکل از منشوری است که قاعده‌ی آن در شکل ۳ با $f i j k g$ نشان داده شده است. در شکل ۱۰ مسیر حرکت یک سری از الیاف در ناحیه‌ی گوشه‌یی نمایش داده شده است. برای مثال نخ شماره‌ی ۴۵ در مرحله‌ی صفر وارد ناحیه‌ی گوشه‌یی شده است. این نخ با توجه به فرایند بریدینگ موقعیت خود را در ناحیه‌ی گوشه‌یی تغییر داده و پس از طی چهار مرحله کماکان در ناحیه‌ی



شکل ۱۰. الیاف در ناحیه ی گوشه یی.



گوشه یی باقی می ماند. چنان که در شکل ۱۰ ب مشاهده می شود، حالت این دسته الیاف به صورت یک مارپیچ است که در اینجا برای سادگی به صورت دو خط راست (شکل ۱۰ ج) در نظر گرفته شده اند. الیاف در ناحیه ی گوشه یی نیز در چهار وضعیت متفاوت قرار می گیرند. زاویه ی این دسته الیاف نسبت به محور X می تواند $\beta +$ یا $\beta -$ باشد و همچنین زاویه ی تصویر این دسته الیاف در صفحه ی $Y-Z$ نسبت به محور Y نیز می تواند صفر یا 90° درجه باشد.

فرضیات اساسی

۱. سطح مقطع تمام الیاف یک بیضی با شعاع های a و b است.
۲. فرایند بریدینگ یکنواخت است، یعنی بریدد کامپوزیت ساخته شده در یک طول مشخص دارای خواص یکسان است.
۳. مشخصات تمامی الیاف، از لحاظ اندازه و درصد فشردگی، یکسان است.

روابط بین پارامترهای برید

با استفاده از مثلثات و چنان که در شکل های ۵ تا ۹ مشخص است روابط زیر برای زوایای مختلف برقرار است:

$$\tan \gamma = \sqrt{2} \tan \alpha, \quad \tan \beta = \tan \theta = \frac{1}{\sqrt{2}} \tan \alpha \quad (2)$$

درصد حجمی کل الیاف نیز از رابطه ی ۳ به دست می آید:

$$V_f = C_i V_i + C_{ss} V_{ss} + C_{is} V_{is} + C_c V_c \quad (3)$$

که در آن C_i, C_{ss}, C_{is}, C_c و به ترتیب نسبت حجم های ناحیه های درونی، سطحی، درونی، سطحی بیرونی و گوشه یی به حجم کل کامپوزیت هستند و با توجه به شکل ۱۱ چنین به دست می آیند: اگر m و n زوج باشند.

$$C_i = \frac{2(m-1)(n-1) + 2}{2m \times n + m + n}$$

$$C_{ss} = \frac{2(m+n-4)}{2m \times n + m + n}$$

$$C_{is} = \frac{(m+n-4)}{2m \times n + m + n}$$

$$C_c = \frac{\lambda}{2m \times n + m + n} \quad (4)$$

اگر m یا n فرد باشند.

$$C_i = \frac{2(m-1)(n-1)}{2m \times n + m + n}$$

$$C_{ss} = \frac{2(m+n-2)}{2m \times n + m + n}$$

$$C_{is} = \frac{(m+n-2)}{2m \times n + m + n}$$

$$C_c = \frac{4}{2m \times n + m + n}$$

همچنین V_i, V_{is}, V_{ss} و V_c ترتیب درصد حجمی الیاف در نواحی درونی، سطحی، درونی، سطحی بیرونی و گوشه یی هستند و مطابق روابط ۶ تعریف می شوند:

$$V_i = \frac{\pi \sqrt{3}}{\lambda} \varepsilon$$

$$V_{is} = \frac{\pi \sqrt{3}}{16} \varepsilon$$

$$V_{ss} = \frac{2\pi \sqrt{3} \cos \gamma}{\lambda \cos \theta (2\sqrt{2} - 1)} \varepsilon,$$

که در آن:

$$\begin{cases} C_{11} = (1 - \nu_{12}^2) \frac{E_{11}}{V} \\ C_{12} = C_{21} = \nu_{12} (1 + \nu_{22}) \frac{E_{22}}{V} \\ C_{22} = (\nu_{22} + \nu_{12}^2 \frac{E_{22}}{E_{11}}) \frac{E_{22}}{V} \\ C_{23} = C_{32} = (1 - \nu_{12}^2 \frac{E_{22}}{E_{11}}) \frac{E_{22}}{V} \\ C_{33} = G_{23} = \frac{E_{22}}{2(1 + \nu_{22})} \\ C_{55} = C_{66} = G_{12} \\ V = [(1 + \nu_{22})(1 - \nu_{22} - 2\nu_{12}^2 \frac{E_{22}}{E_{11}})] \end{cases} \quad (9)$$

۲. روش دوم روش ارائه شده توسط هانگ^[۱۵] است که طبق ادعای وی خواص مکانیکی در راستای عرضی را دقیق تر پیش بینی می کند. در این روش هر دسته از الیاف به صورت یک ماده ی کشسانی و همسان گرد عرضی نسبت به محور X در نظر گرفته شده اند. همچنین ماتریس به صورت یک ماده ی ایزوتروپیک در نظر گرفته شده است. ماتریس سفتی برای الیاف به صورت $[C]_f = [S]_f^{-1}$ تعریف می شود.

$$[S]_f = \begin{bmatrix} S_{11}^f & S_{12}^f & S_{13}^f & 0 & 0 & 0 \\ S_{12}^f & S_{22}^f & S_{23}^f & 0 & 0 & 0 \\ S_{13}^f & S_{23}^f & S_{33}^f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44}^f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55}^f & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66}^f \end{bmatrix} \quad (10)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} S_{11}^f &= \frac{1}{E_{11}^f} & S_{12}^f &= -\frac{\nu_{12}^f}{E_{11}^f} & S_{13}^f &= \frac{1}{E_{11}^f} \\ S_{22}^f &= -\frac{\nu_{22}^f}{E_{22}^f} & S_{23}^f &= \frac{1}{G_{23}^f} & S_{33}^f &= \frac{1}{G_{23}^f} \end{aligned} \quad (11)$$

در فرمول های بالا E_{11}^f مدول طولی الیاف، E_{22}^f مدول عرضی الیاف، ν_{12}^f ضریب پواسون مدول برشی طولی الیاف، G_{23}^f مدول برشی عرضی الیاف، ν_{22}^f ضریب پواسون مدول برشی طولی الیاف و ν_{12}^f ضریب پواسون عرضی الیاف هستند. ماتریس سفتی برای ماتریس نیز به صورت $[C]_m = [S]_m^{-1}$ تعریف می شود.

$$[S]_m = \begin{bmatrix} S_{11}^m & S_{12}^m & S_{13}^m & 0 & 0 & 0 \\ S_{12}^m & S_{22}^m & S_{23}^m & 0 & 0 & 0 \\ S_{13}^m & S_{23}^m & S_{33}^m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44}^m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55}^m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66}^m \end{bmatrix} \quad (12)$$

که در آن:

$$S_{11}^m = \frac{1}{E^m}, \quad S_{12}^m = -\frac{\nu^m}{E^m}, \quad S_{22}^m = \frac{1}{G^m} \quad (13)$$

در روابط ۱۲ و ۱۳، E^m مدول یانگ ماتریس، G^m مدول برشی ماتریس و ν^m ضریب پواسون ماتریس هستند.

$$V_{cc} = \frac{3\pi\sqrt{2}\cos\gamma}{2\cos\beta(1+2\sqrt{2})}\varepsilon \quad (6)$$

با استفاده از این روابط و داشتن درصد حجمی کل الیاف و همچنین مقادیر m و n می توان درصد فشردگی الیاف (ε) را به دست آورد و بعد از آن درصد حجمی الیاف در هر کدام از چهار ناحیه را محاسبه کرد.

به دست آوردن خواص مکانیکی کامپوزیت های تک

جهته در مختصات محلی $X_1 - Y_1 - Z_1$

برید کامپوزیت سه بعدی چهارمحوره در واقع سازه یی از الیاف است که هرکدام در فضا در زاویه ی مشخصی قرار گرفته اند. این سازه پس از پرشدن با رزین کامپوزیت نهایی را تشکیل می دهد. برای به دست آوردن خواص مکانیکی یک کامپوزیت تک جهته که تمامی الیاف آن در راستای طولی قرار دارند از دو روش می توان استفاده کرد:

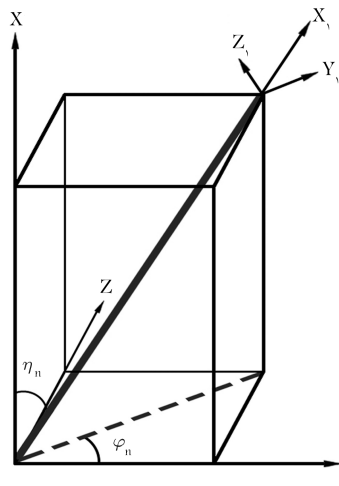
۱. روش اول مبتنی بر استفاده از قاعده ی اختلاط الیاف و رزین است که برای کامپوزیت های سه بعدی چنین تعریف می شود:

$$\begin{aligned} V_n^m &= 1 - V_n^f, \\ E_{11} &= E_{11}^f \times V_n^f + E_m \times V_n^m \\ E_{22} &= \frac{E_m}{(1 - \sqrt{V_n^f}(1 - \frac{E_m}{E_{22}^f}))} \\ G_{12} &= \frac{G_m}{(1 - \sqrt{V_n^f}(1 - \frac{G_m}{G_{12}^f}))} \\ G_{23} &= \frac{G_m}{(1 - \sqrt{V_n^f}(1 - \frac{G_m}{G_{23}^f}))} \\ v_{12} &= v_{12}^f \times V_n^f + v_m \times V_n^m \\ v_{23} &= \frac{E_{22}}{2G_{23}} - 1 \end{aligned} \quad (7)$$

در روابط ۷، E_{11} مدول طولی، E_{22} مدول عرضی، v_{12} ضریب پواسون طولی، v_{23} ضریب پواسون عرضی، G_{12} مدول برشی طولی، و G_{23} مدول برشی عرضی است. اندیس m نشانگر ماتریس، اندیس f نشانگر الیاف، و اندیس n نشانگر کامپوزیت تک جهته ی مورد نظر است.

با داشتن خواص مکانیکی کامپوزیت های تک جهته می توان ماتریس سفتی آن را مطابق ماتریس ۸ تعریف کرد، و با داشتن ماتریس سفتی هرکدام از کامپوزیت های تک جهته مراحل بعدی را برای محاسبه ی سفتی کل برید کامپوزیت طی کرد.

$$[C_{ij}]_n = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad (8)$$



شکل ۱۲. شماتیک یک دسته الیاف در مختصات محلی و عمومی.

در این مدل تغییرات کوچک تنش وارد شده به الیاف و تغییرات کوچک تنش وارد شده به ماتریس در هر کدام از کامپوزیت‌های تک‌جهته، با یک ماتریس پل‌زنی^۹ به یکدیگر مربوط شده‌اند:

$$\{d\sigma_i^m\} = [A_{ij}]\{d\sigma_j^f\} \quad (14)$$

که در آن $\{d\sigma_i\} = \{d\sigma_{11}, d\sigma_{22}, d\sigma_{33}, d\sigma_{12}, d\sigma_{13}, d\sigma_{23}\}$ و اندیس‌های f و m به ترتیب نمایانگر ماتریس و الیاف هستند. ماتریس پل‌زنی $[A_{ij}]$ در واقع بیانگر نسبت تحمل بار الیاف به ماتریس در هر کدام از کامپوزیت‌های تک‌جهته است و تعریف آن عبارت است از:

$$[A_{ij}] = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \quad (15)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{E^m}{E_{f1}^f}, \\ a_{22} &= a_{33} = 0.5 \left(1 + \frac{E^m}{E_{f2}^f} \right), \\ a_{12} &= a_{13} = \frac{(S_{12}^f - S_{13}^m)(a_{11} - a_{22})}{(S_{11}^f - S_{11}^m)}, \\ a_{21} &= a_{31} = a_{23} = a_{32} = 0, \\ a_{44} &= 0.5 \left(1 + \frac{G^m}{G_{f2}^f} \right), \\ a_{55} &= a_{66} = 0.5 \left(1 + \frac{G^m}{G_{f1}^f} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

در ادامه ماتریس نرمی برای هر کدام از کامپوزیت‌های تک‌جهته تعریف می‌شود:

$$[S_{ij}]_n = (V_n^f [S_{ij}]_f + V_n^m [S_{ij}]_m [A_{ij}]) (V_n^f [I] + V_n^m [A_{ij}])^{-1} \quad (17)$$

که در آن $[S_{ij}]_m$ و $[S_{ij}]_f$ به ترتیب ماتریس معکوس ماتریس سفتی الیاف و ماتریس سفتی ماتریس (رزین) بوده و $[I]$ نیز ماتریس واحد است. همچنین V_n^m و V_n^f نیز درصد حجمی الیاف و ماتریس در هر کدام از کامپوزیت‌های تک‌جهته بوده و به صورت $V_n^m = 1 - V_n^f$ با یکدیگر رابطه دارند. اندیس n نمایانگر کامپوزیت تک‌جهته‌ی مورد نظر است. ماتریس سفتی برای هر کدام از کامپوزیت‌های تک‌جهته نیز چنین تعریف می‌شود:

$$[C_{ij}]_n = [S_{ij}]_n^{-1} \quad (18)$$

محاسبه‌ی خواص مکانیکی کامپوزیت‌های تک‌جهته در

مختصات عمومی X-Y-Z

تا اینجا ماتریس سفتی برای هر کدام از کامپوزیت‌های تک‌جهته در مختصات محلی

برای به دست آوردن ماتریس سفتی هر کدام از کامپوزیت‌های تک‌جهته در مختصات عمومی (X-Y-Z) از دو ماتریس دوران $[T_\sigma]$ و $[T_\varepsilon]$ استفاده شده که این دو ماتریس در ماتریس سفتی مختصات محلی ضرب شده‌اند:

$$[C_{ij}]_n = [T_\sigma]_n^{-1} [C_{ij}]_n [T_\varepsilon]_n \quad (20)$$

که در آن:

$$[T_\sigma] = \begin{bmatrix} l_1^x & m_1^x & n_1^x & 2m_1n_1 \\ l_2^x & m_2^x & n_2^x & 2m_2n_2 \\ l_3^x & m_3^x & n_3^x & 2m_3n_3 \\ l_1l_2 & m_1m_2 & n_1n_2 & m_1n_2 + m_2n_1 \\ l_1l_3 & m_1m_3 & n_1n_3 & m_1n_3 + m_3n_1 \\ l_2l_3 & m_2m_3 & n_2n_3 & m_2n_3 + m_3n_2 \\ 2n_1l_1 & 2l_1m_1 & 2n_2l_2 & 2l_2m_2 \\ 2n_3l_3 & 2l_3m_3 & n_2l_2 + n_1l_3 & l_2m_2 + l_3m_1 \\ n_2l_1 + n_1l_2 & l_2m_1 + l_1m_2 & n_3l_1 + n_1l_3 & l_3m_1 + l_1m_3 \\ n_3l_2 + n_2l_3 & l_3m_2 + l_2m_3 \end{bmatrix}$$

$$G_{xz} = \frac{\lambda}{\bar{S}_{\phi\phi}} \quad G_{yz} = \frac{\lambda}{\bar{S}_{\tau\tau}} \\ \nu_{xy} = -\frac{\bar{S}_{\lambda\tau}}{\bar{S}_{\lambda\lambda}} \quad \nu_{xz} = -\frac{\bar{S}_{\lambda\tau}}{\bar{S}_{\lambda\lambda}} \quad \nu_{yz} = -\frac{\bar{S}_{\tau\tau}}{\bar{S}_{\tau\tau}} \quad (25)$$

روش ارائه شده در بالا مبتنی بر یکسان بودن کرنش در تمامی کامپوزیت‌های تک‌جهته است. چنان که در مقدمه گفته شد، روش کرنش ثابت در پیش‌بینی سفتی طولی بریدد کامپوزیت ناتوان است و مقادیر پیش‌بینی‌شده‌ی بالاتری ارائه می‌دهد.^[۱۳] به همین دلیل در این مقاله از روشی که کلیندیدی برای تحلیل بریدد کامپوزیت‌های سه‌بعدی و قبل از آن کرگز^[۱۶] برای تحلیل کامپوزیت‌های بافته شده ارائه داده بودند، استفاده شده است. در این روش که روش میانگین وزنی (WAM)^{۱۰} نام دارد، برای این که تقریب بهتری از سفتی طولی ارائه شود سفتی طولی یک‌بار با روش کرنش ثابت، و بار دیگر با روش تنش ثابت محاسبه می‌شود. در روش تنش ثابت فرض می‌شود که تنش در تمامی کامپوزیت‌های تک‌جهته یکسان است. محاسبه‌ی سفتی طولی با استفاده از این روش مانند محاسبه‌ی سفتی طولی با روش کرنش ثابت است با این تفاوت که ماتریس‌های دوران به جای این که روی ماتریس سفتی اعمال شوند روی ماتریس معکوس آن، یعنی ماتریس نرمی، اعمال شده و سپس با توجه به درصد حجمی نواحی مختلف از آن‌ها میانگین حجمی گرفته می‌شود. ماتریس سفتی با استفاده از روش تنش ثابت از رابطه‌ی ۲۶ به دست می‌آید:

$$[C]_{\text{Isostress}} = \left(\sum_{n=1}^c V_n [T_\varepsilon]_n^{-1} [C_{ij}]_n^{-1} [T_\sigma]_n \right)^{-1} \quad (26)$$

در ادامه با استفاده از روش میانگین‌گیری وزنی و استفاده از رابطه‌ی ۲۷ ماتریس سفتی کل به دست آمده است.

$$[C]_{\text{total}} = \psi [C]_{\text{Isostrain}} + (1 - \psi) [C]_{\text{Isostress}} \quad (27)$$

در انتها پس از به دست آوردن ماتریس معکوس ماتریس $[C]_{\text{total}}$ و با استفاده از روابط ۲۵ سفتی طولی محاسبه شده است. مقدار ψ در این روش با استفاده از نتایج آزمایشگاهی به دست می‌آید، که برای مدل ارائه شده عدد ۰٫۶ بهترین مطابقت با مقادیر آزمایشگاهی را دارد.

البته در روش ارائه شده توسط کلیندیدی و همکارانش فقط از یک نوع سلول واحد استفاده شده بود در حالی که در روش حاضر مدل دقیق‌تری ارائه شده و کل کامپوزیت به چهار ناحیه‌ی متفاوت تقسیم شده که هرکدام از این نواحی سلول واحد با مشخصات خاص خودشان را دارند.

ارزیابی نتایج حاصله

مدل در نظر گرفته شده کامپوزیتی با الیاف کربن AS۴ و رزین اپوکسی است که خواص مکانیکی آن‌ها در جداول ۱ و ۲ آورده شده است. همچنین مشخصات هندسی آن در جدول ۳ آورده شده است.

برای ارزیابی بهتر مدل ارائه شده، نتایج به دست آمده با نتایج آزمایشگاهی هیو سان و همکارانش^[۱۰] نیز مقایسه شده است. در مقاله‌ی ایشان نتایج آزمایشگاهی برای مدول طولی و مدول عرضی ارائه شده است (جدول ۴ و ۵).

نتایج داده شده در ستون سوم و چهارم از چپ به ترتیب، نتایج به دست آمده از روش چمد سلول واحدی با استفاده از قانون ساده‌ی اختلاط الیاف و رزین (MUCM)،

$$[T_\varepsilon] = \begin{bmatrix} l_1^* & m_1^* & n_1^* & m_1 n_1 \\ l_2^* & m_2^* & n_2^* & m_2 n_2 \\ l_3^* & m_3^* & n_3^* & m_3 n_3 \\ 2l_1 l_2 & 2m_1 m_2 & 2n_1 n_2 & m_1 n_2 + m_2 n_1 \\ 2l_1 l_3 & 2m_1 m_3 & 2n_1 n_3 & m_1 n_3 + m_3 n_1 \\ 2l_2 l_3 & 2m_2 m_3 & 2n_2 n_3 & m_2 n_3 + m_3 n_2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

همچنین:

$$\begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \eta & \sin \eta \cos \varphi & \sin \eta \sin \varphi \\ 0 & -\sin \varphi & \cos \varphi \\ \sin \eta & -\cos \varphi \cos \eta & -\cos \eta \sin \varphi \end{bmatrix} \quad (22)$$

که در آن m_i و n_i کسینوس هادی است و به صورت کسینوس زاویه‌ی محورها، قبل و بعد از دوران تعریف می‌شوند.

Axes	X	Y	Z
X_1	l_1	m_1	n_1
Y_1	l_2	m_2	n_2
Z_1	l_3	m_3	n_3

در انتها با استفاده از روش میانگین‌گیری حجمی سفتی کل کامپوزیت به دست آمده است:

$$[\bar{C}] = \sum V_n [\bar{C}_{ij}]_n n = (i1, i2, \dots, c3, c4) \quad (23)$$

که در آن برای حالت m و n زوج داریم:

$$V_{i1} = V_{i2} = V_{i3} = V_{i4} = \frac{2(m-1)(n-1)+2}{4(2m \times n + m + n)} \\ V_{is1} = V_{is2} = V_{is3} = V_{is4} = \frac{(m+n-4)}{4(2m \times n + m + n)} \\ V_{ss1} = V_{ss2} = V_{ss3} = V_{ss4} = \frac{(m+n-4)}{4(2m \times n + m + n)} \\ V_{c1} = V_{c2} = V_{c3} = V_{c4} = \frac{2}{4m \times n + m + n} \quad (24)$$

سپس معکوس ماتریس سفتی کل از رابطه $[\bar{S}] = [\bar{C}]^{-1}$ محاسبه، و بعد از آن خواص مکانیکی کل کامپوزیت نیز با استفاده از روابط ۲۵ محاسبه شده‌اند.

$$E_x = \frac{\lambda}{\bar{S}_{11}} \quad E_y = \frac{\lambda}{\bar{S}_{22}} \\ E_z = \frac{\lambda}{\bar{S}_{33}} \quad G_{xy} = \frac{\lambda}{\bar{S}_{66}}$$

جدول ۱. خواص مکانیکی الیاف کربن AS۴.^[۱۰]

مدول طولی	مدول عرضی	مدول برشی	مدول برشی	ضریب پواسون
(E_{11})	(E_{22})	طولی (G_{12})	عرضی	طولی
(GPa)	(GPa)	(GPa)	(G_{23})	(ν_{12})
۲۳۴/۶	۱۳/۸	۱۳/۸	۵/۵	۰/۲

جدول ۲. خواص مکانیکی رزین اپوکسی.^[۱۰]

مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون
۲/۹۴	۰/۳۵

جدول ۳. مشخصات هندسی نمونه‌های مورد بررسی.

شماره نمونه	α	V_f	$m * n$
۱	۰	۰/۲۸	۱۲ * ۱۲
۲	۱۷	۰/۳۸	۱۲ * ۱۲
۳	۱۷	۰/۴۰	۱۲ * ۱۲
۴	۲۰	۰/۴۶	۱۲ * ۱۲
۵	۲۲	۰/۴۴	۱۲ * ۱۲
۶	۲۵	۰/۲۹	۱۲ * ۱۲

و روش چند سلول واحدی با استفاده از روابط مقاله‌ی هانگ^[۱۵] (MUCM۲) هستند. همچنین مقادیر آورده شده در ستون پنجم و ششم از چپ، به ترتیب مقادیر به دست آمده از روش پیشنهادی کلیدیدی (WAM)^[۱۳] و نتایج حاصل از روش هیوسان و همکارانش (HYB)^[۱۰] هستند. چنان که در جدول بالا مشاهده می شود نتایج به دست آمده از دو روش چند سلول واحدی مشابهت قابل قبولی با نتایج آزمایشگاهی دارد، و با توجه به سادگی و زمان بر نبودن این دو روش در مقایسه با

روش‌های اجزاء محدود، استفاده از این دو روش بسیار مناسب به نظر می‌رسد.

پیش‌بینی رفتار بریدد کامپوزیت با تغییر زاویه‌ی بریدینگ

پس از ارزیابی نتایج به دست آمده از روش حاضر و مقایسه‌ی آن با نتایج آزمایشگاهی، می‌توان پارامترهای مکانیکی بریدد کامپوزیت را پیش‌بینی کرد. در شکل ۱۳ تأثیر زاویه‌ی بریدینگ بر خواص مکانیکی بریدد کامپوزیت‌ها نشان داده شده است. در این شکل نتایج به دست آمده از روش هیوسان و همکارانش^[۱۰] و نتایج به دست آمده از دو روش ارائه شده در مقاله‌ی حاضر، نشان داده شده است.

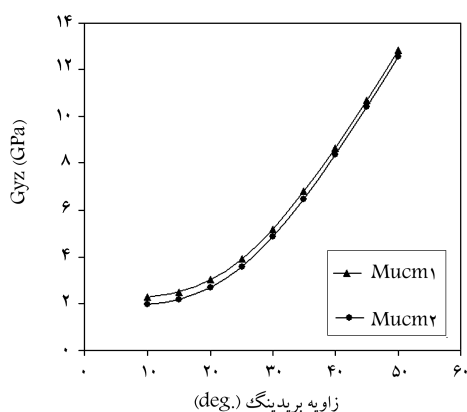
چنان که در شکل ۱۳ الف مشاهده می‌شود، سفتی طولی با افزایش زاویه‌ی بریدینگ کاهش می‌یابد. این نکته بسیار طبیعی است زیرا با افزایش این زاویه باربری الیاف در راستای طولی کم می‌شود. شکل ۱۳ ب نشان می‌دهد که سفتی عرضی با افزایش زاویه‌ی بریدینگ افزایش می‌یابد. هنگامی که زاویه‌ی بریدینگ زیاد باشد افزایش سفتی طولی با افزایش زاویه‌ی بریدینگ مشخص‌تر است. در این شکل سفتی عرضی در پیش‌بینی روش MUCM۲ -- نسبت به دو روش دیگر -- مقدار کم‌تری را نشان می‌دهد. از آنجا که در نتایج آزمایشگاهی برای مدل شماره‌ی ۵ با زاویه‌ی بریدینگ ۲۵ درجه این روش پیش‌بینی نزدیک‌تری به مقدار آزمایشگاهی داشت، به نظر می‌رسد که پیش‌بینی سفتی عرضی با روش MUCM۲ به مقدار واقعی نزدیک‌تر است. در شکل ۱۳ ج نیز مشخص است که ابتدا با افزایش زاویه‌ی بریدینگ سفتی برشی طولی افزایش یافته و سپس در زاویه‌ی حدود ۴۰ درجه سفتی برشی با افزایش زاویه‌ی بریدینگ کاهش می‌یابد. در شکل ۱۳ د تغییرات سفتی برشی عرضی نسبت به زاویه‌ی بریدینگ نشان داده شده است. در این شکل مشخص است که با افزایش زاویه‌ی بریدینگ سفتی برشی عرضی افزایش می‌یابد. در زاویه‌های بریدینگ زیر ۲۰ درجه این افزایش زیاد نیست ولی در زوایای بریدینگ بالای ۲۰ درجه با افزایش زاویه‌ی بریدینگ سفتی برشی عرضی به طرز چشمگیری

جدول ۴. مقایسه‌ی نتایج آزمایشگاهی^[۱۰] و نتایج حاصل از مدل حاضر، مدل WAM^[۱۳] و HYB^[۱۰] برای سفتی طولی.

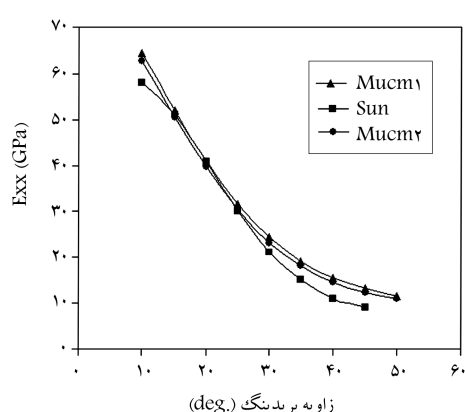
شماره نمونه	نتایج آزمایشگاهی (GPa)	MUCM۱ (GPa)	MUCM۲ (GPa)	WAM (GPa)	HYB (GPa)
۱	۶۶/۹	۶۶/۲	۶۶/۲	۶۸/۸	۶۹/۲
۲	۴۳/۶ ± ۱/۹	۴۵/۲	۴۳/۹	۴۸/۳	۴۶/۰
۳	۴۵/۹ ± ۱/۲	۴۷/۴	۴۶	۵۰/۷	۴۶/۹
۴	۴۸ ± ۳/۰	۴۶/۵	۴۵/۳	۴۷/۰	۴۴/۸
۵	۳۸/۵ ± ۲/۴	۴۰/۳	۳۹/۱	۳۸/۶	۳۸/۱
۶	۲۱/۲ ± ۱/۸	۲۴/۱	۲۳	۲۱/۶	۲۳/۸

جدول ۵. مقایسه‌ی نتایج آزمایشگاهی^[۱۰] و نتایج حاصل از مدل حاضر، مدل WAM^[۱۳] و HYB^[۱۰] برای سفتی عرضی.

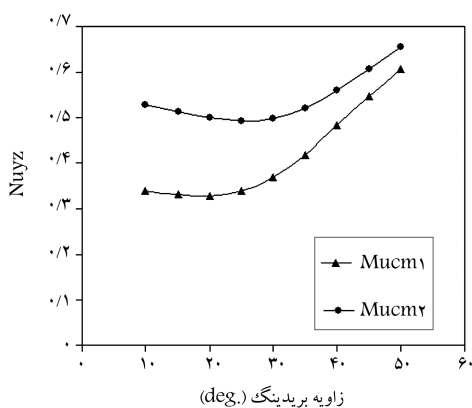
شماره نمونه	نتایج آزمایشگاهی (GPa)	MUCM۱ (GPa)	MUCM۲ (GPa)	WAM (GPa)	HYB (GPa)
۲	۶/۲۱ ± ۰/۴۱	۵/۸۱	۵/۶۲	۵/۷۴	۶/۲۲
۵	۶/۰۲ ± ۰/۳	۶/۳۹	۶/۱۴	۶/۲۱	۶/۵۴



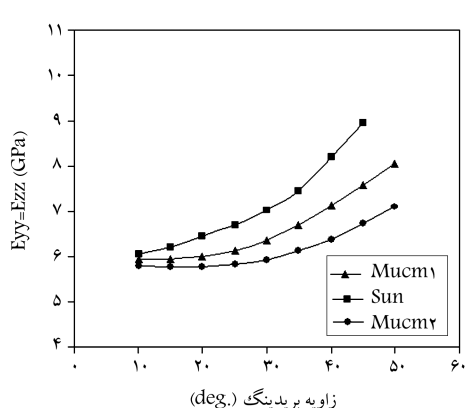
د) تغییرات سفتی برشی عرضی با تغییر زاویه‌ی بریدینگ؛



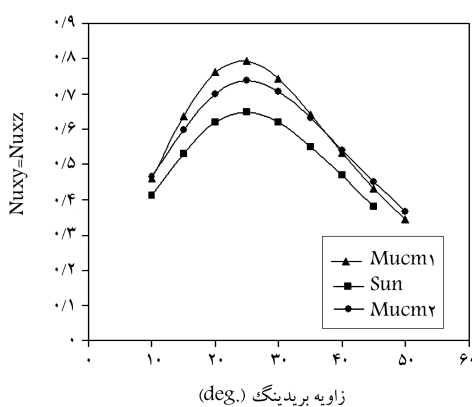
الف) تغییرات سفتی طولی با تغییر زاویه‌ی بریدینگ؛



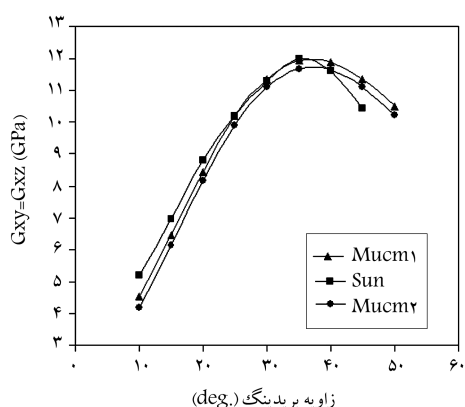
و) تغییرات ضریب پواسون عرضی با تغییر زاویه‌ی بریدینگ؛



ب) تغییرات سفتی عرضی با تغییر زاویه‌ی بریدینگ؛



ه) تغییرات ضریب پواسون طولی با تغییر زاویه‌ی بریدینگ.



ج) تغییرات سفتی برشی طولی با تغییر زاویه‌ی بریدینگ؛

شکل ۱۳. تغییرات خواص مکانیکی برید کامپوزیت با تغییر زاویه‌ی بریدینگ.

نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک مدل تحلیلی برای محاسبه‌ی خواص مکانیکی برید کامپوزیت‌های سه‌بعدی چهارجهته ارائه شد. در بیشتر مدل‌های موجود از روش اجزاء محدود استفاده شده که نسبت به روش حل تحلیلی بسیار پیچیده‌تر و زمان‌برتر است. نکته‌ی دیگر این که در مدل‌های تحلیلی اندکی که پیش‌تر ارائه شده بود، معمولاً از یک یا سه نوع سلول واحد استفاده می‌شد، در حالی که در این مدل از چهار نوع سلول واحد برای مدل‌کردن کل کامپوزیت استفاده شده است؛ این امر منجر به بالا رفتن دقت در

افزایش می‌یابد. شکل ۱۳-ه نشان می‌دهد که زاویه‌ی بریدینگ بر ضریب پواسون طولی نیز تأثیرگذار است. در زاویه‌های بریدینگ کم‌تر از ۲۵ درجه با افزایش زاویه‌ی بریدینگ ضریب پواسون طولی افزایش می‌یابد، در حالی که برای زوایای بریدینگ بیشتر از ۲۵ درجه با افزایش زاویه‌ی بریدینگ ضریب پواسون طولی کاهش می‌یابد. در شکل ۱۳-و) نشان داده شده است که ضریب پواسون عرضی نیز متأثر از تغییرات زاویه‌ی بریدینگ است. این ضریب در زوایای بریدینگ کم‌تر از ۲۵ درجه با افزایش زاویه‌ی بریدینگ کاهش یافته تا در این زاویه به کم‌ترین مقدار خود برسد و بعد از آن با افزایش زاویه‌ی بریدینگ افزایش می‌یابد.

با نتایج آزمایشگاهی، برای سفتی طولی و عرضی، سفتی برشی طولی و عرضی، و نیز ضریب بواسون طولی و عرضی پیش‌بینی‌هایی در زوایای مختلف برید انجام شده، که نشان می‌دهد سفتی طولی و عرضی، سفتی برشی طولی و عرضی، و نیز ضریب بواسون طولی و عرضی نسبت به تغییر زاویه‌ی بریدینگ حساس‌اند.

پیش‌بینی خواص مکانیکی می‌شود. در ادامه نتایج به دست آمده از این روش، با نتایج به دست آمده از روش هیوسان و همکارانش^[۱۴] و همچنین نتایج آزمایشگاهی وی مقایسه شد. نتایج به دست آمده از روش حاضر در مقایسه با نتایج روش هیوسان تطابق بهتری با نتایج آزمایشگاهی دارد. در انتها نیز پس از ارزیابی نتایج تحلیلی

پانوشته‌ها

1. delamination
2. damage tolerance
3. yarn packing factor
4. fiber interlocking model
5. fiber inclination model
6. finite cell model
7. Braiding pitch
8. multi unit cell model
9. Bridging matrix
10. weighted average model

منابع (References)

1. Yu, X.G. and Cui, J.Z. "The prediction on mechanical properties of 4-step braided composites via two-scale method", *Composites Science and Technology*, **67**, pp. 471-480 (2007).
2. Zeng, T., Wu, L.Z. and Guo, L.C. "A finite element model for failure analysis of 3D braided composites", *Materials Science and Eng.*, **A366**, pp. 144-151 (2004).
3. Chen, L., Tao, X.M. and Choy, C.L. "On the microstructure of three-dimensional braided performs", *Composites Science and Technology*, **59**, pp. 391-404 (1999).
4. Ma, C.L., Yang, J.M. and Chou, T.W. "Elastic stiffness of three-dimensional braided textile structural composites", *Composite Materials, Testing and Design, Seventh Conference*, pp. 404-421 (1984).
5. Yang, J.M., Ma, C.L. and Chou, T.W. "Fiber inclination model of three-dimensional textile structural composites", *J. of Composite Materials*, **20**, pp. 472-83 (1986).
6. Sun, X.K. and Sun, C.J. "Mechanical properties of three-dimensional braided composites", *Composite Structures*, **65**, pp. 485-492 (2004).
7. Wang, Y.Q. and Wang, A.S.D. "Microstructure/property relationships in three-dimensionally braided fiber composites", *Composites Science & Technology*, **53**, pp. 213-22 (1995).
8. Li, W. "On the structural mechanics of 3-D braided performs for composites", Ph.D. Thesis, North Carolina University (1990).
9. Mohajerjassbi, S. "Structure and mechanical properties of 3-D braided composites", Ph.D. Thesis, Drexel University (1993).
10. Sun, H., Di, S., Zhang, N., Pan, N. and Wu, C. "Micromechanics of braided composites via multivariable FEM", *Computers and Structures*, **81**, pp. 2021-2027 (2003).
11. Lei, C., Yun-Jia, C. and Ko, F. "Finite element analysis of 3-D braided composites", In: *Advances in Eng. Software*, Elsevier Science Publishers, pp. 187-194 (1992).
12. Zeng, T., Wu, L.Z. and Guo, L.C. "Mechanical analysis of 3D braided composites: A finite element model", *Composite Structures*, **64**, pp. 399-404 (2004).
13. Kalidindi, S.R. and Abusafieh, A. "Longitudinal and transverse moduli and strengths of low angle 3-D braided composites", *J. of Composite Materials*, **30**, pp. 885-905 (1996).
14. Shokrieh, M.M. and Mazloomi, M.S. "An analytical method for calculating stiffness of two-dimensional tri-axial braided composites", *Composite Structures*, **92**, pp. 2901-2905 (2010).
15. Huang, Z.M. "A bridging model prediction of the ultimate strength of composite laminates subjected to biaxial loads", *Composites Science and Technology*, **64**, pp. 395-448 (2004).
16. Kregers, A.F. and Teters, G.A. "Use of averaging methods to determine the viscoelastic properties of spatially reinforced composites", *Mechanics of Composite Materials*, **4**, pp. 377-383 (1979).