

شبیه‌سازی فرایندهای با تغییر شکل‌های بزرگ با استفاده از روش اجزاء محدود ALE

امیررضا شاهانی* (استاد)

محمود براتی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیر طوسی

مهندسی مکانیک شریف
دربی ۳-۴۹، سالاری ۱، ص. ۵۳-۳۱

در این نوشتار تحلیل اجزاء محدود تغییر شکل موضعی در میله‌ی تحت کشش و همچنین تغییر شکل کرنش صفحه‌یی ورق به وسیله‌ی دو سنبه‌ی تخت و متقابل براساس الگوریتم ALE در نرم‌افزار ABAQUS 6.7 بررسی شده است. فرایند تغییر شکل کرنش صفحه‌یی ورق به وسیله‌ی دو سنبه‌ی تخت و متقابل با سطوح تماس بدون اصطکاک شبیه‌سازی شده است. در آغاز این فرایند بدون در نظر گرفتن اثرات نخ کرنش شبیه‌سازی شده و سپس با در نظر گرفتن یک ماده وابسته به نخ کرنش برای ورق، اثرات نخ کرنش بر چگونگی شکل‌دهی ورق لحاظ شده است. برای نشان دادن قابلیت الگوریتم ALE در شبیه‌سازی مسائل با تغییر شکل‌های بزرگ، نتایج به دست آمده از این روش با نتایج روش لاگرانژی مقایسه و برتری این روش نشان داده شده است. نتایج این شبیه‌سازی با نتایج موجود در مقالات مقایسه شده که مطابقت خوبی مشاهده می‌شود.

واژگان کلیدی: روش اجزاء محدود، الگوریتم ALE، تغییر شکل موضعی در میله تحت کشش، تغییر شکل کرنش صفحه‌یی ورق به وسیله‌ی دو سنبه‌ی تخت و متقابل.

مقدمه

در چند دهه‌ی اخیر روش اجزاء محدود به عنوان یکی از مؤثرترین ابزارهای شبیه‌سازی در طراحی و تحلیل بسیاری از پدیده‌ها، فرایندها و ماشین‌ها چنان کاربردی یافته که به عنوان یک ابزار استاندارد مورد پذیرش جامعه‌ی مهندسی قرار گرفته است. برخی از چالش‌هایی که در خلال تحلیل اجزاء محدود در حوزه‌ی مسائل مکانیک جامدات پیش می‌آید عبارت‌اند از: انتخاب شکل‌بندی جامع و مناسب برای تحلیل مسئله‌ی مورد نظر، ارائه‌ی روش مناسب برای جلوگیری از اعوجاج مش^۱ بر اثر تغییر شکل‌های بزرگ، نحوه‌ی اعمال اثر نخ کرنش در تغییر شکل و رفتار ماده، طریقه‌ی مدل‌سازی تماس در سطوح تماسی و بیان رفتار تماس مناسب همراه با مدل‌های اصطکاکی صحیح.

نخستین اصل مهم در شبیه‌سازی عددی فرایندهای دربرگیرنده‌ی تغییر شکل‌های بزرگ در مکانیک جامدات غیرخطی، استفاده از یک توصیف سینماتیکی مناسب برای تغییر شکل محیط پیوسته است. دو دیدگاه کلاسیک عمده برای توصیف سینماتیکی محیط پیوسته عبارت‌اند از دیدگاه لاگرانژی و دیدگاه اویلری. در دیدگاه لاگرانژی شبکه‌ی مش‌بندی به ماده چسبیده و از تغییر شکل ماده پیروی می‌کند (شکل ۱). این دیدگاه در حوزه‌ی مکانیک جامدات کاربرد گسترده‌یی دارد و به‌ویژه برای مسائلی مناسب است که درگیر جریان غیرمقید در مرزهای آزاد، و تداخل بین مواد مختلف و موادی هستند که تاریخچه‌ی تغییر شکل (مسائل شکل‌دهی) برای آن‌ها اهمیت دارد، زیرا مش به‌دقت بیان‌گر مرزهای ماده در حین آنالیز است. اعوجاج

* نویسنده مسئول

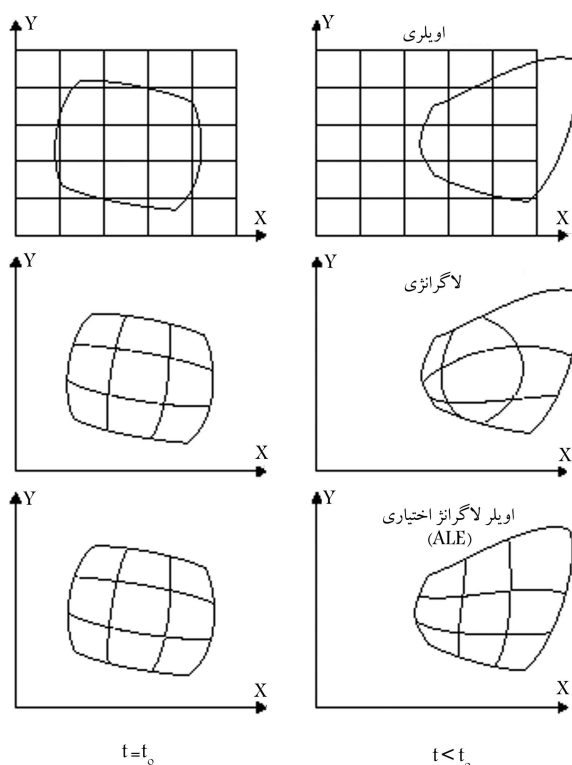
تاریخ: دریافت ۱۳۸۹/۶/۲۱، اصلاحیه ۱۳۹۰/۵/۱۶، پذیرش ۱۳۹۰/۶/۲۲.

shahani@kntu.ac.ir
mahmudbarati@gmail.com

مش و آشفستگی المان‌ها از عوارض جدی ناشی از به‌کارگیری این نوع شکل‌بندی است. علاوه بر این، اگر شرایط مرزی در طول فرایند تغییر شکل دچار تغییرات بشود، غالباً نوسانات نیرو نیز ظاهر می‌شود.

در دیدگاه دوم، شبکه‌ی مش‌بندی در فضای مورد نظر ثابت شده و جریان ماده از میان المان‌ها عبور می‌کند (شکل ۱). این اساساً دیدگاهی طبیعی برای مسائل مکانیک سیالات حاوی یک حجم کنترل است. در حوزه‌ی مکانیک جامدات، این شکل‌بندی برای آنالیزهای حالت پایدار فرایندهای شکل‌دهی که شامل جریان زیاد ماده هستند اما کم‌ترین تغییرات را در شکل مرزی دارند، مناسب است. اما به دلیل ثابت ماندن مش، مدل‌سازی تغییر شکل بر روی مرزهای آزاد که در طول تغییر شکل توسعه می‌یابد با این روش مشکل بوده و نیز انتقال خواص مادی به نقاط گرهی هزینه‌ی زیادی در بر خواهد داشت. به‌طور کلی روش اویلری به‌خاطر عدم بیان صحیح مرزهای آزاد برای تحلیل نواحی دارای مرزهای متحرک مناسب نیست. همچنین شبیه‌سازی فرایندهای غیر پایدار با استفاده از این روش آسان نیست.

از توضیحات یادشده می‌توان نتیجه گرفت هیچ‌کدام از دیدگاه‌های لاگرانژی و اویلری به‌تنهایی برای مدل‌سازی فرایندهای تغییرشکلی -- فرایندهای شامل تغییر شکل‌های بزرگ و نیز جریان غیر مقید -- مناسب نیست. درحقیقت نقطه‌ی قوت هرکدام از این روش‌ها، نقطه‌ی ضعف روش دیگر است و هر دو روش مکمل یکدیگرند. بنابراین یک نوع شکل‌بندی جدید که از قابلیت ترکیب فواید هر دو شکل‌بندی لاگرانژی و اویلری برخوردار است، برای شبیه‌سازی فرایندها در مکانیک جامدات غیرخطی، نظیر شکل‌دهی فلزات، ضروری است. این شکل‌بندی جدید را «روش اویلر-لاگرانژ»



شکل ۱. نمایش شماتیک شکل‌بندی‌های اولیری، لاگرانژی و ALE در روش اجزاء محدود.

اختیاری (ALE)» نامیده‌اند. عموماً ALE نوعی شکل‌بندی اجزاء محدود است که در آن شبکه‌ی مش‌بندی یا شبکه‌ی المان‌ها در فضای مورد نظر، نه ثابت (دیدگاه اولیری) و نه متصل به جسم یا ماده (دیدگاه لاگرانژی) است، بلکه دارای حرکتی دلخواه است (شکل ۱). به عبارت دیگر این روش ترکیبی از دو شکل‌بندی مذکور است و در آن، شبکه المان‌ها و ماده دارای حرکت نسبی‌اند. بنابراین هرکدام از شبکه‌ی المان‌ها و پیکره‌ی ماده می‌تواند حرکتی مستقل داشته باشد. شکل‌بندی مناسب ALE باید قابلیت تبدیل شدن به شکل‌بندی لاگرانژی یا اولیری را به عنوان حالت‌های خاص داشته باشد. این قابلیت روش ALE، ابزاری قدرتمند برای مدل‌سازی فرایندهایی است که در آن‌ها تغییر شکل‌های موضعی بزرگ و شدید در ماده رخ می‌دهد و نیز جریان غیرمقید بزرگی از ماده روی مرزهای آزاد وجود دارد. به این ترتیب ALE می‌تواند به شکل لاگرانژی روی مرزهای آزاد تبدیل شود اما در ناحیه‌هایی که تغییر شکل‌های بزرگ رخ می‌دهد فرم اولیری داشته باشد.

نفوذ سنبه یکی از فرایندهای دارای تغییر شکل‌های بزرگ است که طی آن، ماده‌ی قطعه‌کار وارد ناحیه‌ی خمیری می‌شود و سیلان اتفاق می‌افتد. محققین این فرایند را با روش اجزاء محدود و دیدگاه لاگرانژی شبیه‌سازی کردند.^[۱] با توجه به این که در دیدگاه لاگرانژی مش و ماده به همدیگر چسبیده و با هم حرکت می‌کنند، شبکه‌ی مش^۳ دچار تغییر شکل‌های ناموزون و اعوجاج شده و درکاهش ضخامت‌های زیاد (نفوذ زیاد سنبه در قطعه کار) ممکن است آنالیز اجزاء محدود مسئله هم‌گرا نشود و حل مسئله ناتمام بماند. بنابراین محققین از روش اجزاء محدود ALE کوپل^[۸-۲] و غیرکوپل^[۱۲-۹] برای شبیه‌سازی این فرایند استفاده کردند. آنان همچنین فرایند نفوذ سنبه را در حالت کرنش صفحه‌یی و شبه استاتیکی، و نیز با در نظر گرفتن سطح تماس بدون اصطکاک بین سنبه و قطعه کار با استفاده از روش ALE کوپل شبیه‌سازی کردند.^[۶-۲] شبیه‌سازی حرکت سنبه بدون استفاده از هیچ‌گونه المان تماسی برای

شبیه‌سازی تماس بین سنبه و قطعه کار، و با اعمال شرایط مرزی سرعت بر گره‌های زیر سنبه نیز انجام شد. در ادامه، با در نظر گرفتن اثرات دینامیکی و با سرعت‌های مختلف نفوذ سنبه، حرکت سنبه شبیه‌سازی شد.^[۷] در مطالعات بعدی، فرایند نفوذ سنبه در حالت کرنش صفحه‌یی با در نظر گرفتن اثرات نرخ کرنش بر تغییر شکل قطعه کار با استفاده از روش ALE کوپل شبیه‌سازی شد.^[۸] شبیه‌سازی فرایند نفوذ سنبه در حالت متقارن محوری با استفاده از روش ALE غیرکوپل نیز انجام شد.^[۱۳،۱۲] این محققین جنس ماده‌ی قطعه کار را هایپرکشسان -خمیری^۲ و هایپوکشسان -خمیری^۵ در نظر گرفتند و تغییر شکل قطعه کار را پس از ۶۰ درصد کاهش در ارتفاع قطعه کار مقایسه کردند. آن‌ها اصطکاک در سطح تماس بین سنبه و قطعه کار را به صورت چسبان در نظر گرفتند.

در این نوشتار ابتدا برای صحت‌گذاری نتایج مدل اجزاء محدود ALE در نرم‌افزار ABAQUS و اطمینان از درست بودن نحوه‌ی اعمال قیدها برای حرکت مش، گلوبی‌شدن موضعی یک میله تحت کشش با استفاده از روش ALE و با در نظر گرفتن یک الگوی حرکت مش ساده مدل شد، و نتایج حاصل از نرم‌افزار ABAQUS با نتایج موجود در مقالات مقایسه شد. در ادامه فرایند نفوذ سنبه در حالت کرنش صفحه‌یی با استفاده از روش ALE در نرم‌افزار ABAQUS شبیه‌سازی شده است. در آغاز این فرایند بدون در نظر گرفتن اثرات نرخ کرنش شبیه‌سازی شده و سپس با در نظر گرفتن یک ماده‌ی وابسته به نرخ کرنش برای قطعه کار، اثرات نرخ کرنش بر چگونگی شکل‌دهی قطعه کار لحاظ شده است. برای نشان دادن قابلیت الگوریتم ALE در شبیه‌سازی مسائل با تغییر شکل‌های بزرگ، نتایج حاصل از این روش با نتایج روش لاگرانژی مقایسه و برتری این روش نشان داده شده است. نتایج این شبیه‌سازی با نتایج موجود در مقالات مقایسه شده که مطابقت خوبی مشاهده می‌شود.

روش اولیر -لاگرانژی اختیاری (ALE)

در روش اولیر -لاگرانژی اختیاری (ALE) حرکت نقاط مادی مستقل از نقاط گرهی است؛ این در حالی است که شبکه‌ی مش در حین حل بدون تغییر باقی می‌ماند. برای این که حرکت نقاط مادی مستقل از نقاط گرهی باشد، علاوه بر ناحیه‌ی مادی^۶ و ناحیه‌ی فضایی^۷، یک ناحیه‌ی سومی در نظر گرفته می‌شود که آن را ناحیه‌ی مرجع^۸ می‌نامیم. ناحیه‌ی مادی شامل مختصات مادی X است و در توصیف لاگرانژی استفاده می‌شود و با Ω نشان داده می‌شود. ناحیه‌ی فضایی با مختصات فضایی x است و در توصیف اولیری استفاده می‌شود و با Ω نشان داده می‌شود. ناحیه‌ی سوم (ناحیه‌ی مرجع) مختص روش ALE است و متشکل از مختصات شبکه‌ی المان‌ها یا مش χ است و با Ω_χ نشان داده می‌شود. در شکل ۲ این نواحی نشان داده شده است. هر نقطه از ناحیه‌ی فضایی با مختصات فضایی

$$x_i = \phi_i(X_j, t) \quad (۱)$$

تابع برداری $\phi_i(X_j, t)$ باعث نگاشت جسم از پیکره‌ی اولیه یا ناحیه‌ی مادی Ω_0 به پیکره‌ی فضایی Ω می‌شود که همان حرکت ماده نام دارد. همچنین موقعیت نقطه‌یی مانند x_j از شبکه‌ی مش در زمان دلخواه t توسط x_i مشخص می‌شود. بنابراین:

$$x_i = \hat{\phi}_i(\chi_j, t) \quad (۲)$$

$$\left. \frac{\partial f_i(x_j, t)}{\partial t} \right|_x = f'_i(x_j, t) = \left. \frac{\partial f_i}{\partial t} \right|_x + \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \left. \frac{\partial x_j}{\partial t} \right|_x$$

$$= \left. \frac{\partial f_i}{\partial t} \right|_x + \hat{v}_j \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (6)$$

با ترکیب دو معادله‌ی بالا می‌توان مشتق مادی را به دست آورد:

$$\dot{f}_i = f'_i + (v_j - \hat{v}_j) \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (7)$$

به‌طوری‌که عبارت آخر در معادله‌ی ۷ بیانگر اثرات انتقالی ناشی از حرکت نسبی بین مش و ماده است. در معادله‌ی ۷، اگر سرعت ماده و مش برابر باشند ($v_j = \hat{v}_j$) آنگاه ماده و شبکه‌ی مش به یکدیگر متصل‌اند و حرکت مش همان حرکت ماده است و دیدگاه لاگرانژی شکل می‌گیرد که عاری از اثرات انتقالی است. اما اگر سرعت حرکت مش صفر در نظر گرفته شود یا به عبارتی شبکه‌ی مش ثابت باشد ($\hat{v}_j = 0$) آنگاه توصیف اویلری پدید می‌آید، و زمانی که مش با سرعت متفاوت نسبت به ماده حرکت کند $\hat{v} \neq v$ ، توصیف ALE پدید می‌آید.

قید مرزی بیانگر این است که نواحی ماده و شبکه‌ی مش دارای مرز یکسان در تمام زمان‌ها هستند، یا به عبارتی گره‌های مربوط به مرز مش روی مرز جامد باقی می‌مانند:

$$(\mathbf{v} - \hat{\mathbf{v}}) \cdot \mathbf{n}|_{on \ the \ boundary} = 0 \quad (8)$$

از طرفی معادلات بقاء جرم، اندازه حرکت، و انرژی در روش ALE عبارت است از:

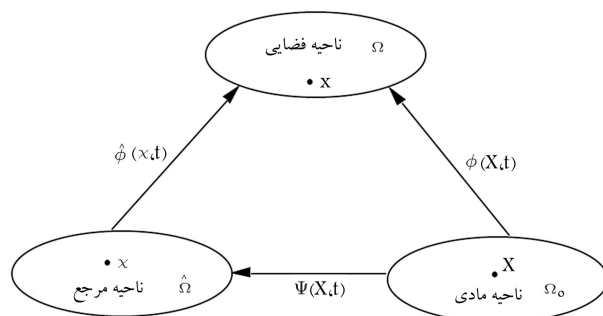
$$\left. \frac{\partial \rho}{\partial t} \right|_x + \bar{c} \cdot \bar{\nabla} \rho + \rho \bar{\nabla} \cdot \bar{v} = 0 \quad (9)$$

$$\nabla \cdot \bar{\sigma} + \bar{b} = \rho \left(\left. \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} \right|_x + (\bar{c} \cdot \bar{\nabla}) \bar{v} \right) \quad (10)$$

$$\bar{\sigma} : \bar{D} = \rho \left(\left. \frac{\partial e}{\partial t} \right|_x + \bar{c} \cdot \bar{\nabla} e \right) \quad (11)$$

در این معادلات ρ چگالی، σ تانسور تنش کوشی^{۱۲}، $\bar{b}$ بردار نیروی حجمی و e انرژی داخلی ویژه است. D نشان‌دهنده‌ی تانسور نرخ کرنش است که همان ناحیه‌ی متقارن تانسور گرادیان سرعت ∇v است. معادلات یادشده، از جایگذاری رابطه‌ی ۷ به‌جای مشتق زمانی مادی در معادلات بقاء (در دیدگاه لاگرانژی به‌هنگام شده) به دست آمده‌اند.

عبارات انتقالی موجود در معادلات بقاء نشان‌دهنده‌ی حرکت مستقل مش و ماده است. عموماً دو روش برای حل این معادلات وجود دارد. در روش اول دستگاه معادلات نامتقارن به‌صورت مستقیم و با هم حل می‌شوند که به آن روش ALE کویل می‌گویند. در روش دوم حرکت لاگرانژی (مادی) با استفاده از روش عملگر جداساز^{۱۳} از حرکت مش جدا می‌شود که به آن روش ALE غیرکویل می‌گویند. در این نوشتار از روش ALE غیرکویل توسط نرم‌افزار ABAQUS برای شبیه‌سازی مسائل با تغییر شکل‌های بزرگ استفاده شده است. در این روش به‌منظور کاهش محاسبات و ساده‌کردن معادلات، هر گام زمانی به دو بخش لاگرانژی به‌هنگام شده و بخش اویلری یا انتقالی^{۱۴} تقسیم می‌شود. در روش عملگر جداساز پس از حل لاگرانژی در هر گام زمانی، هموارسازی^{۱۵} مش صورت می‌پذیرد و پس از آن انتقال اطلاعات مربوطه در همان گام زمانی انجام می‌شود. به‌عبارت دیگر حرکت مستقل مش و ماده با انجام هموارسازی مش بین دو بخش لاگرانژی و اویلری صورت می‌پذیرد. در نرم‌افزار ABAQUS/Explicit سه روش برای هموارسازی مش وجود دارد: روش هموارسازی حجمی^{۱۶}، روش هموارسازی لاپلاس^{۱۷} و روش هموارسازی



شکل ۲. نگاشت بین نواحی مختلف لاگرانژی، اویلری و ALE.

جدول ۱. روابط حرکت مش و ماده در روش لاگرانژی، اویلری و ALE.

روش	حرکت	جابه‌جایی	سرعت	شتاب
مرجع (ALE) (χ, t)	ماده: ϕ $x = \phi(X, t)$	$u = x - X$	$v = u_{,t[X]}$	$a = v_{,t[x]}$
	مش: $\hat{\phi}$ $x = \hat{\phi}(\chi, t)$	$\hat{u} = x - X$	$\hat{v} = \hat{u}_{,t[X]}$	$\hat{a} = \hat{v}_{,t[x]}$
لاگرانژی ($\chi = X, t$)	$\hat{\phi} = \phi$	$\hat{u} = u$	$\hat{v} = v$	$\hat{a} = a$
اویلری ($\chi = x, t$)	$\hat{\phi} = I$	$\hat{u} = 0$	$\hat{v} = 0$	$\hat{a} = 0$

روابط حرکت، جابه‌جایی، سرعت و شتاب در روش لاگرانژی، اویلری و ALE در جدول ۱ ارائه شده است. در روش لاگرانژی حرکت مش و ماده یکسان بوده و در نتیجه $\hat{\phi} = \phi$. در حالی که در روش اویلری مش در فضا ثابت است و $\hat{\phi} = I$. در روش ALE اختلاف بین سرعت ماده و سرعت مش، «سرعت انتقالی»^۹ نام دارد و با c نشان داده می‌شود ($c = v - \hat{v}$). معادلات حاکم بر ALE شامل مشتق زمانی -مادی کمیت‌های گوناگون است. مشتق مادی تابع دلخواه f ، به‌صورت $\dot{f}$ نشان داده می‌شود و بیانگر نرخ تغییرات تابع با ثابت نگه‌داشتن ذرات مادی X است:

$$\dot{f} = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_X \quad (3)$$

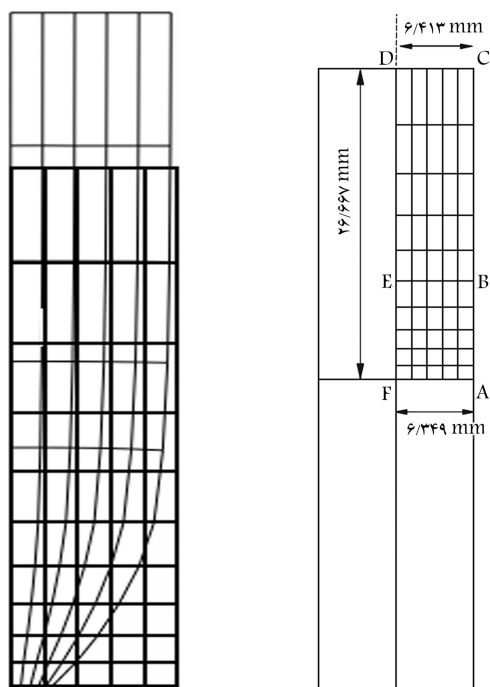
ناحیه‌ی شبکه‌ی مش، ناحیه یا پیکره‌ی محاسباتی است که تاریخچه‌ی تمام کمیت‌ها را دنبال می‌کند. بنابراین ارائه‌ی تعریف برای مشتق زمانی شبکه‌ی مش نیز مناسب است: مشتق زمانی شبکه‌ی مش، مشتق زمانی تابع f با ثابت نگه‌داشتن نقطه χ است و به‌صورت f' نشان داده می‌شود:

$$f' = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_\chi \quad (4)$$

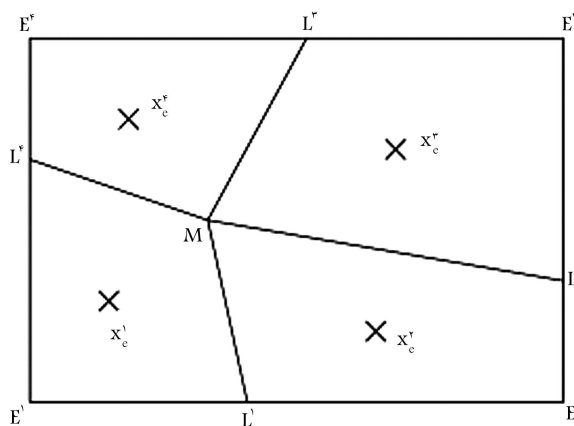
به‌منظور پیدا کردن ارتباط بین دو مشتق زمانی چنین عمل می‌شود:^[۱۵] برای یک تابع برداری دلخواه، هنگامی که برحسب مختصات فضایی و زمان بیان شده باشد، مشتق زمانی مادی^{۱۰} براساس رابطه‌ی ۵ و مشتق زمانی مرجعی^{۱۱} براساس رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید:

$$\left. \frac{Df_i(x_j, t)}{Dt} \right|_X = \dot{f}_i(x_j, t) = \left. \frac{\partial f_i}{\partial t} \right|_x + \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \left. \frac{\partial x_j}{\partial t} \right|_X$$

$$= \left. \frac{\partial f_i}{\partial t} \right|_x + v_j \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \quad (5)$$



شکل ۳. موقیعت گره قبل از هموارسازی مش. [۱۶]



شکل ۴. هندسه و مدل اجزاء محدود اولیه؛ (ب) مش اولیه و مش تغییر شکل یافته بعد از افزایش طول محوری.

شکل ۳. موقیعت گره قبل از هموارسازی مش. [۱۶]

در شکل ۴ الف هندسه و مش اولیه‌ی مورد استفاده در این مسئله نشان داده شده است. به دلیل تقارن فقط یک چهارم نمونه به صورت متقارن محوری مدل شده و از المان چهارگوش مرتبه اول CAX4R استفاده شده است. برای شبیه‌سازی تغییر شکل موضعی میله‌ی تحت کشش با استفاده از الگوریتم ALE، الگوریتم حرکت مش ساده برای ناحیه‌ی که در آن گلوپی شدن اتفاق می‌افتد، تجویز شده است. در این الگوریتم، المان‌هایی که در ناحیه‌ی ABEF (شکل ۴ الف) قرار دارند، در حین فرایند حل ارتفاع‌شان تغییر نمی‌کند. به عبارت دیگر تمام گره‌هایی که در ناحیه‌ی ABEF قرار دارند، در راستای عمودی مقید شده‌اند و حرکت آن‌ها در این راستا به صورت اولیری در نظر گرفته شده است. در شکل ۴ ب مش اولیه و مش تغییر شکل یافته بعد از افزایش طول محوری به اندازه ۱۶ mm (برای نصف میله) نشان داده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، استفاده از این الگوریتم حرکت مش موجب می‌شود که با وجود تغییر شکل زیاد ماده در ناحیه‌ی گلوپی شدن، المان‌هایی که در این ناحیه قرار دارند دچار اعوجاج نشوند و در نتیجه توصیف درستی از جریان ماده در این ناحیه به دست می‌آید.

در شکل‌های ۵ و ۶ نتایج حاصل از این شبیه‌سازی با نتایج دیگر تحقیقات [۱۳، ۱۴] مقایسه شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود مطابقت خوبی بین نتایج به دست آمده با نتایج موجود وجود دارد. در شکل ۵ نمودار نیروی اعمال شده بر لبه‌ی CD (شکل ۴ الف) بر حسب تغییر طول میله (جابه‌جایی لبه‌ی CD)، و در شکل ۶ نمودار کاهش شعاع بدون بعد (نسبت شعاع کنونی به شعاع اولیه) در ناحیه‌ی گلوپی شدن (لبه‌ی AF) بر حسب تغییر طول میله نشان داده شده است.

برای نشان دادن قابلیت بالای روش ALE در شبیه‌سازی مسائل با تغییر شکل‌های بزرگ، این مسئله را با استفاده از روش لاگرانژی شبیه‌سازی کرده و پس از بررسی هم‌گرایی جواب، نتایج حاصل از روش لاگرانژی را با نتایج حاصل از روش ALE مقایسه می‌کنیم.

هم‌پتانسیل^{۱۸}. در این نوشتار از روش هموارسازی حجمی استفاده شده است. این روش هموارسازی بر تمام گره‌ها اعمال می‌شود تا موقیعت جدید هر گره براساس گره‌ها یا المان‌های مجاورش به دست آید. در این روش هر گره با محاسبه‌ی میانگین حجمی مراکز المان‌های مجاور آن گره جابه‌جا می‌شود. این روش که الگوریتم کیکوشی^{۱۹} نیز نام دارد، یک الگوریتم تکراری است و جابه‌جایی n امین گره (مثلاً گره M در شکل ۳) در $1 + n$ تکرار از رابطه‌ی ۱۲ به دست می‌آید:

$$x_n^{i+1} = \frac{\sum_{e=1}^{n_{sel}} V_e^i x_e^i}{\sum_{e=1}^{n_{sel}} V_e^i} \quad (12)$$

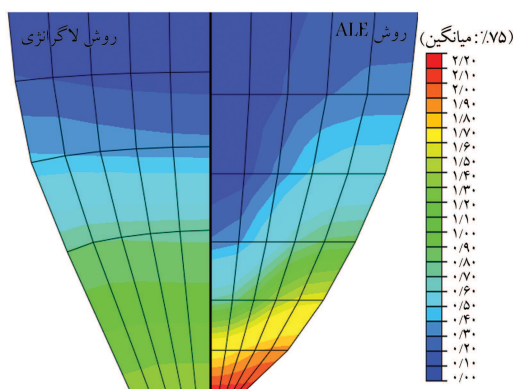
که در آن x_n^{i+1} موقیعت جدید گره M، V_e^i حجم e امین المان مجاور گره M، x_e^i موقیعت مرکز e امین المان مجاور گره M، و n_{sel} تعداد المان‌های مجاور گره M است. روش هموارسازی حجمی موجب می‌شود گره M در شکل ۳ از مرکز المان x_e^i به سمت مرکز المان x_e^j جابه‌جا شود، که این موجب کاهش اعوجاج المان‌ها می‌شود.

تغییر شکل موضعی میله تحت کشش

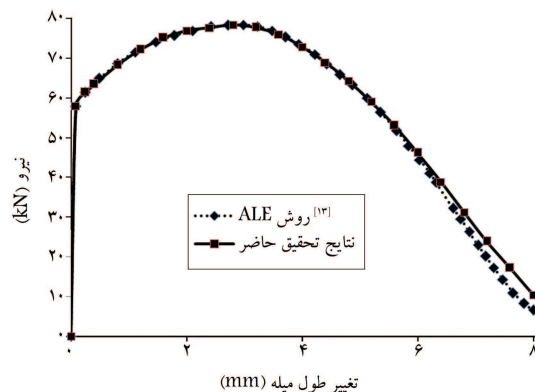
یکی از مسائل چالش‌برانگیز در حل عددی اجزاء محدود، مدل کردن تغییر شکل‌های موضعی در مسئله‌ی گلوپی شدن است. برای نشان دادن قابلیت روش ALE در شبیه‌سازی تغییر شکل‌های موضعی، صحنه‌گذاری نتایج مدل اجزاء محدود ALE در نرم‌افزار ABAQUS، و اطمینان یافتن از درستی نحوه‌ی اعمال قیدها برای حرکت مش، ابتدا مسئله‌ی گلوپی شدن موضعی یک میله‌ی تحت کشش با استفاده از روش ALE در نرم‌افزار ABAQUS شبیه‌سازی شده و خروجی‌های اجزاء محدود با نتایج ارائه شده در مقالات مقایسه شده است.

براساس مقالات موجود [۱۲-۱۴] یک میله‌ی استوانه‌یی با سطح مقطع دایروی، با شعاع ۶/۴۱۳ میلی‌متر و طول ۵۳/۳۳۴ میلی‌متر تحت کشش محوری و با استفاده از روش ALE مدل‌سازی شده است. برای این که گلوپی شدن در قسمت مرکزی میله اتفاق بیفتد، یک نقص اولیه به میزان ۱٪ کاهش شعاع در قسمت مرکزی میله استوانه‌یی در نظر گرفته شده است. مدول کشسانی ۱۰۶۹۰۰ Mpa و نسبت پواسون ۰/۲۹ و مدل کار سختی به صورت رابطه‌ی ۱۳ است.

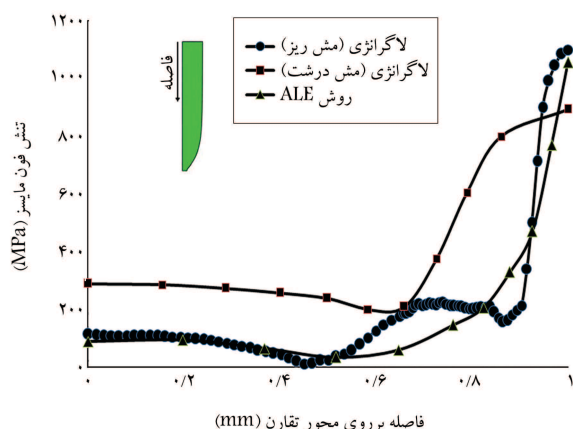
$$\sigma = 0.45 + 0.265(1 - e^{(-16.93\varepsilon^p)}) + 0.1292\varepsilon^p, \text{ (GPa)} \quad (13)$$



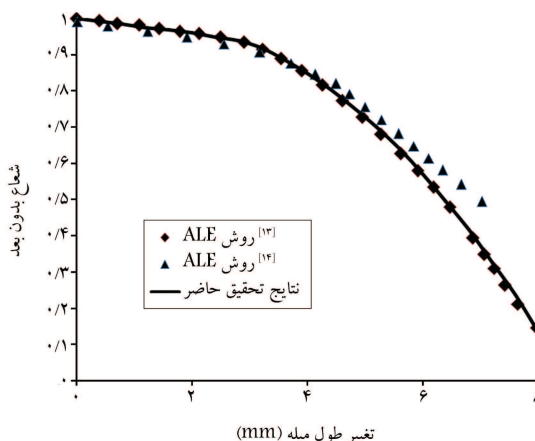
شکل ۸. مقایسه‌ی توزیع کرنش خمیری مؤثر حاصل از روش لاگرانژی و ALE با تعداد المان برابر.



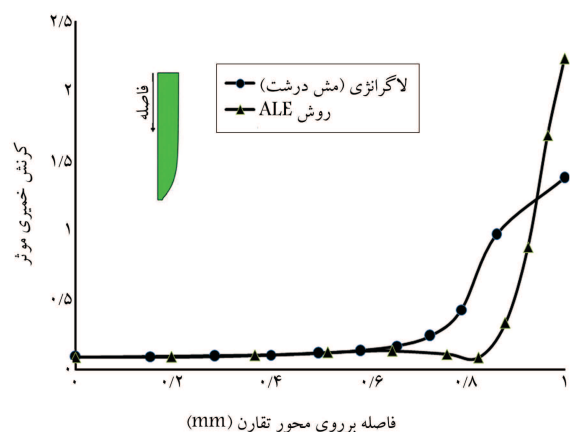
شکل ۵. نمودار نیرو بر حسب تغییر طول میله -مقایسه نتایج به دست آمده از روش ALE با نتایج موجود.^[۱۳]



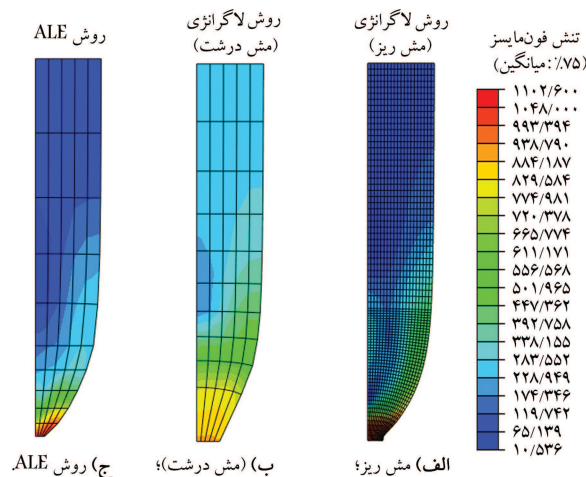
شکل ۹. نمودار تنش فون مایسز برحسب فاصله بر روی محور تقارن.



شکل ۶. نمودار کاهش شعاع بدون بعد بر حسب تغییر طول میله؛ مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از روش ALE با نتایج موجود.^[۱۳ و ۱۴]



شکل ۱۰. نمودار کرنش خمیری مؤثر برحسب فاصله بر روی محور تقارن.



شکل ۷. توزیع تنش فون مایسز در روش لاگرانژی.

در شکل ۷ توزیع تنش فون مایسز حاصل از روش لاگرانژی با دو مش ریز و درشت و روش ALE را نشان داده شده است؛ تعداد المان‌ها در روش لاگرانژی با مش ریز ۳۲ برابر تعداد المان‌ها در روش ALE است. چنان‌که در نمودار مشاهده می‌شود، تنش بیشینه‌ی حاصل از روش لاگرانژی با مش درشت حدود ۱۵ درصد با تنش بیشینه‌ی حاصل از روش ALE اختلاف دارد، این در حالی است که اختلاف تنش بیشینه حاصل از روش لاگرانژی با مش ریز با تنش بیشینه حاصل از روش ALE حدود ۴ درصد است. از آنجا که در روش ALE حرکت مش و ماده مستقل

در شکل‌های ۷ تا ۱۲ نتایج حاصل از روش لاگرانژی با دو مش ریز ۲° و درشت ۲۱°، با نتایج حاصل از روش ALE مقایسه شده‌اند. در این شکل‌ها تعداد المان‌ها در مش درشت برابر تعداد المان‌های در نظر گرفته شده در روش ALE است، و تعداد المان‌ها در مش ریز با افزایش تعداد المان‌ها و بررسی نمودار همگرایی به دست آمده که مقدار آن ۱۶۰۰ المان است.

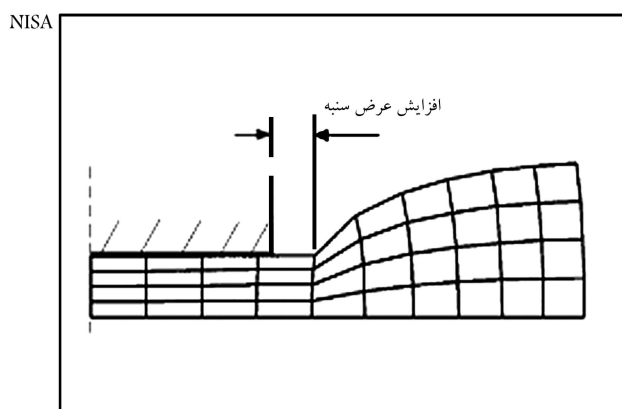
به شعاع اولیه) در ناحیه‌ی گلوبی‌شدن برحسب تغییر طول میله نشان داده شده است.

از آنجا که در روش ALE غیرکوپل هر گام زمانی به دو بخش لاگرانژی به‌هنگام شده و اویلری (انتقالی) تقسیم می‌شود، می‌توان گفت که زمان حل مسئله با استفاده از این روش در مقایسه با روش لاگرانژی به‌هنگام شده -- در صورت یکسان بودن تعداد المان مورد استفاده -- بیشتر است. اما در روش ALE حرکت مش و ماده مستقل از یکدیگرند و در بیشتر مسائل تعداد المان‌های مورد نیاز برای همگرایی مسئله با استفاده از روش ALE کم‌تر از روش لاگرانژی است. در مجموع می‌توان گفت هزینه‌های محاسباتی روش ALE کم‌تر از روش لاگرانژی به‌هنگام شده است؛ این نکته در شبیه‌سازی تغییر شکل موضعی میله‌ی تحت کشش با استفاده از دو روش ALE غیرکوپل و لاگرانژی به‌هنگام شده قابل مشاهده است. تعداد المان‌ها در روش لاگرانژی با مش ریز ۳۲ برابر تعداد المان‌ها در روش ALE غیرکوپل است؛ در نتیجه زمان حل مسئله با استفاده از روش لاگرانژی تقریباً ۱۱/۵ برابر زمان حل مسئله با استفاده از روش ALE غیرکوپل است.

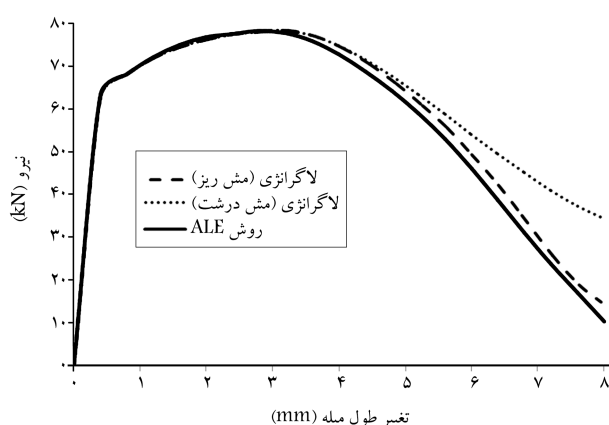
مشکلات شبیه‌سازی فرایند نفوذ سنبه با استفاده از روش لاگرانژی

این فرایند یکی از فرایندهای شکل‌دهی فلزات است که در آن ماده‌ی قطعه کار وارد ناحیه‌ی خمیری شده و سیلان می‌افتد. به دلیل تغییر شکل‌های بزرگی که در حین فرایند اتفاق می‌افتد، در شبیه‌سازی این فرایند با استفاده از روش لاگرانژی شبکه‌ی مش دچار تغییر شکل‌های ناموزون و اعوجاج شده و در کاهش ضخامت‌های زیاد (نفوذ زیاد سنبه در قطعه کار) ممکن است آنالیز اجزاء محدود مسئله همگرا نشده و حل مسئله ناتمام بماند.

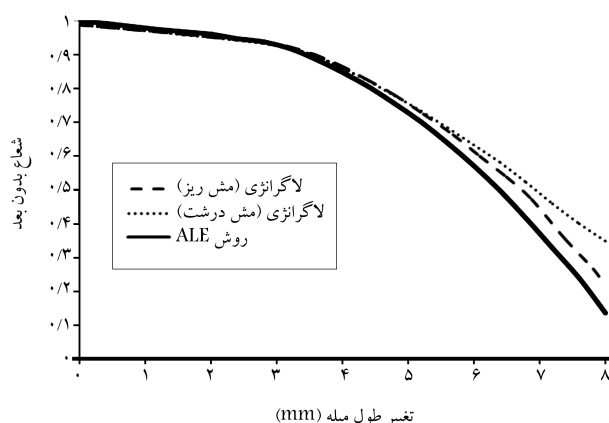
مشکل دیگر در شبیه‌سازی این فرایند با استفاده از دیدگاه لاگرانژی، مدل‌سازی صحیح شرایط مرزی تماس است. در شکل ۱۳ نتایج شبیه‌سازی نفوذ سنبه در حالت کرنش صفحه‌یی بدون استفاده از الگوریتم تماس برای سطوح تماس بدون اصطکاک، که با نرم‌افزار NISA انجام شده، نشان داده شده است. در این مدل، شرایط مرزی تماس به جای استفاده از الگوریتم تماس با اعمال مستقیم سرعت یا جابه‌جایی به گره‌هایی که در زیر سنبه قرار دارند، شبیه‌سازی شده است. از آنجا که این نرم‌افزار از دیدگاه لاگرانژی استفاده می‌کند، نمی‌تواند شرایط مرزی را به‌هنگام کند. در نتیجه با حرکت سنبه به سمت پایین، نقاط مادی که در زیرگوشه‌ی سنبه قرار



شکل ۱۳. شبیه‌سازی فرایند نفوذ سنبه در نرم‌افزار NISA. [۴]



شکل ۱۱. نمودار نیرو برحسب تغییر طول میله، و مقایسه‌ی نتایج حاصل از روش لاگرانژی با دو مش ریز و درشت با نتایج حاصل از روش ALE.

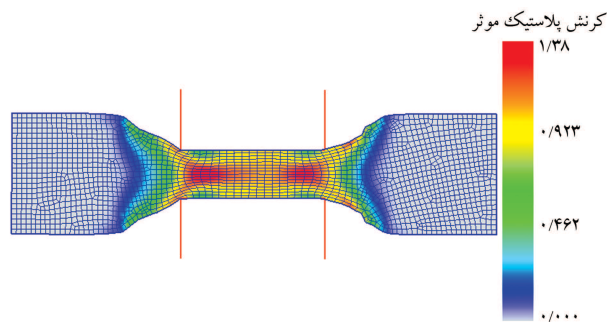


شکل ۱۲. نمودار کاهش شعاع بدون بعد برحسب تغییر طول میله، و مقایسه‌ی نتایج حاصل از روش لاگرانژی با دو مش ریز و درشت با نتایج به دست آمده از روش ALE.

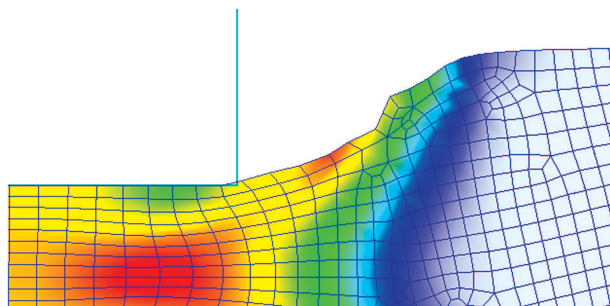
از یکدیگرند، تعداد کم المان‌ها تأثیر چندانی بر نتایج حاصله نخواهد داشت. به عبارت دیگر، با وجود کم‌تر بودن تعداد المان‌ها نسبت به روش لاگرانژی با مش ریز نتایج به دست آمده قابل قبول است.

در شکل ۸ توزیع کرنش خمیری مؤثر حاصل از روش لاگرانژی و روش ALE، با در نظر گرفتن تعداد المان برابر برای هر دو روش نشان داده شده است. روش لاگرانژی جنبه‌ی کلی میدان جابه‌جایی را می‌تواند توصیف کند اما در ناحیه‌ی گلوبی که تغییر شکل‌های خمیری بزرگ‌اند و سیلان ماده در این ناحیه زیاد است، روش لاگرانژی نمی‌تواند میدان جابه‌جایی را به‌خوبی روش لاگرانژی با مش ریز توصیف کند. چنان که در نمودار ۱۰ مشاهده می‌شود، توزیع کرنش خمیری مؤثر حاصل از روش لاگرانژی با مش درشت اختلاف زیادی با روش ALE دارد و می‌توان گفت روش لاگرانژی با مش درشت در تخمین بیشترین مقدار کرنش خمیری نسبت به روش ALE بیش از ۳۰ درصد خطا دارد.

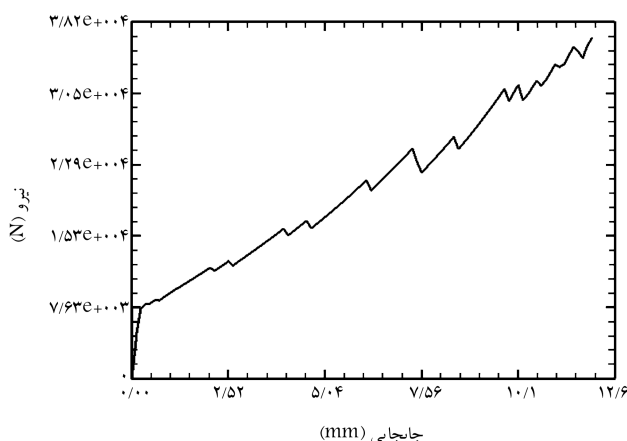
در شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نتایج به دست آمده از روش ALE با نتایج به دست آمده از روش لاگرانژی با مش ریز و مش درشت مقایسه شده است. چنان که مشاهده می‌شود، مطابقت خوبی بین نتایج حاصل از روش ALE با نتایج حاصل از روش لاگرانژی با مش ریز وجود دارد. در شکل ۱۱ نمودار نیرو برحسب تغییر طول میله، و در شکل ۱۲ نمودار کاهش شعاع بی‌بعد (نسبت شعاع کنونی



شکل ۱۶. توزیع کرنش خمیری مؤثر و تغییر شکل قطعه کار پس از ۶۰ درصد کاهش ارتفاع در نرم افزار DEFORM۲.



شکل ۱۷. پیش بینی غیر واقعی تغییر شکل مرزهای آزاد.



شکل ۱۸. نمودار نیروی سنبه بر حسب تغییر مکان آن برای فرایند نفوذ سنبه در نرم افزار DEFORM۲.

مشکل دیگری که در روش لاگرانژی در بالا به آن اشاره شد، نوسانات نیرو است. در نرم افزار DEFORM۲، اگرچه از تکنیک مش بندی مجدد استفاده می شود و فرایند تا کاهش ارتفاع ۶۰ درصد ادامه می یابد، باز هم شاهد نوسانات نیرو هستیم. چگونگی نوسان نیرو در شکل ۱۸ نشان داده شده است.

شبیه سازی فرایند نفوذ سنبه بدون در نظر گرفتن اثرات

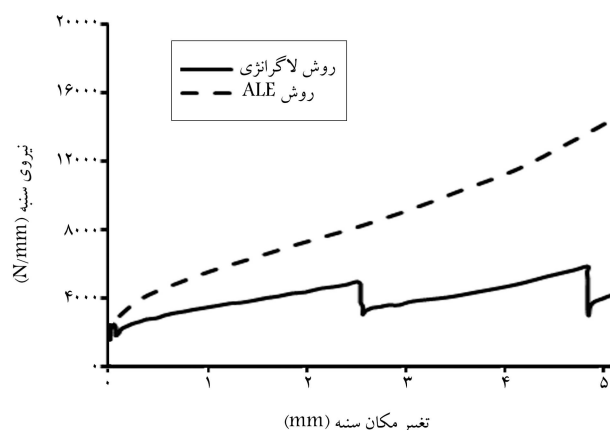
نرخ کرنش با استفاده از روش ALE

در این قسمت فرایند نفوذ سنبه در دو حالت ایستا و پویا، با استفاده از روش ALE بررسی می شود. سنبه با سرعت های مشخص شده به سمت پایین حرکت می کند و در قطعه کار نفوذ کرده و آن را شکل می دهد. به علت تقارن فقط یک چهارم از دامنه ی

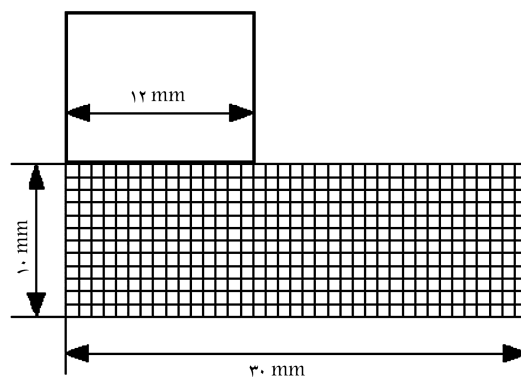
دارند، از زیر سنبه حرکت می کند (شکل ۱۳)، و عرض سنبه به طور غیر واقعی افزایش می یابد.

مشکل دیگر در شبیه سازی این فرایند با استفاده از دیدگاه لاگرانژی، نوسان نیروی سنبه است. در دیدگاه لاگرانژی هنگامی که سنبه در قطعه کار نفوذ می کند، گره ها روی سطح تماس به سمت راست حرکت کرده و به تدریج سطح سنبه را ترک می کنند. هنگامی که یکی از نقاط گرهی از تماس خارج می شود، تا رسیدن نقطه ی گرهی دیگر هیچ گونه نقطه ی مادی روی گوشه سنبه وجود ندارد و در نتیجه، بین ابزار و قطعه کار تداخل ایجاد می شود. [۶] به علت تداخل، نوسان نیروی سنبه قابل پیش بینی است زیرا هر بار که یک گره در لبه ی سنبه از تماس خارج می شود نیروی سنبه به طور ناگهانی افت می کند (شکل ۱۴). البته دقت این مسئله بسیار وابسته به چگالی مش است، اما چون مش ریزتر نسبت به اعوجاج مش مستعدتر است، همگرایی مسئله را مشکل تر می کند. [۱۷]

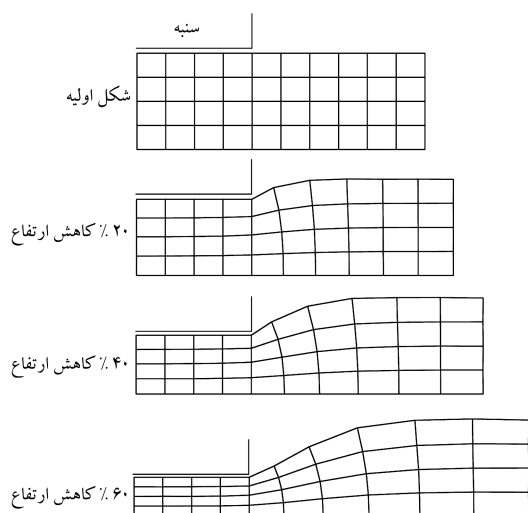
نرم افزار DEFORM۲ به دلیل برخورداری از قابلیت مش بندی مجدد خودکار [۲۲]، در شبیه سازی مسائل شکل دهی کاربرد گسترده دارد. بنابراین برای شبیه سازی فرایند نفوذ سنبه از این نرم افزار استفاده می کنیم. یک چهارم مدل اجزاء محدود فرایند نفوذ سنبه در نرم افزار DEFORM۲ در شکل ۱۵ نشان داده شده است. در شکل ۱۶ قطعه پس از تغییر شکل نشان داده شده است. چنان که مشاهده می شود، به دلیل مش بندی مجدد خودکار نرم افزار DEFORM۲ شاهد ۶۰ درصد کاهش در ارتفاع اعوجاج می شوند و مهم تر از این پیش بینی غیر واقعی تغییر شکل مرزهای آزاد در این ناحیه است (شکل ۱۷).



شکل ۱۴. نمودار نیروی سنبه بر حسب تغییر مکان آن برای فرایند نفوذ سنبه. [۶]



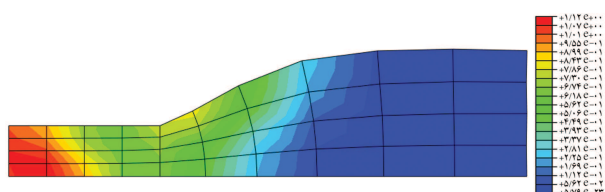
شکل ۱۵. یک چهارم مدل اجزاء محدود در نرم افزار DEFORM۲.



شکل ۱۹. هندسه و مدل اجزاء محدود اولیه.

جدول ۲. مشخصات مادی قطعه کار در مسئله نفوذ سنبه.

پارامتر	مقدار
مدول کشسانی	۲۰۰ Gpa
چگالی	۷۸۳۰ kg/m ^۳
تنش تسلیم اولیه	۲۵۰ Mpa
مدول خمیری	۱ Gpa
نسبت پواسون	۰/۳

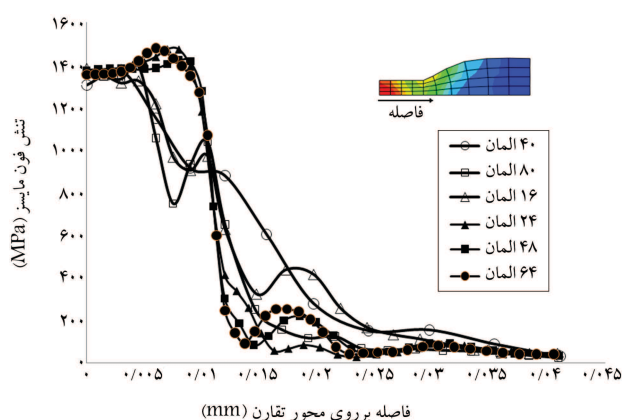


شکل ۲۰. نحوه حرکت مش در فرایند نفوذ سنبه.

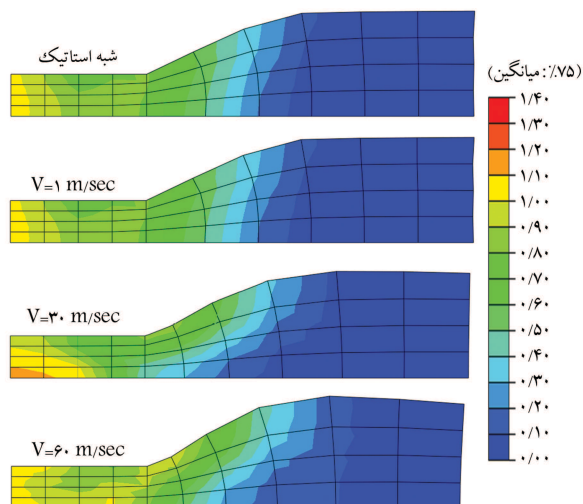
راستای عمودی حرکت کنند. مرز بین قطعه کار و ابزار (خط ED در شکل ۱۹) را مرز لغزنده^{۲۵} در نظر گرفته، و بر روی آن شرط مرزی سرعت قرار می‌دهیم. در شکل ۲۰ برای حالت شبه‌استاتیک چگونگی شکل‌دهی قطعه کار و اعمال شرایط مرزی به جای المان تماس نشان داده شده است. با توجه به این که ماده در زیر سنبه به سمت خارج حرکت می‌کند و با استفاده از خاصیت حرکت مش در نرم‌افزار ABAQUS، ترتیبی اتخاذ شده تا گره‌ها در زیر سنبه در موقعیت افقی ثابت بمانند و ناحیه‌ی تماس دقیقاً مدل شود. شکل ۲۱ توزیع کرنش خمیری مؤثر در فرایند شکل‌دهی نفوذ سنبه برای حالت شبه‌استاتیک را نشان می‌دهد. در شکل ۲۲ همگرایی منحنی تنش فون مایسز روی لبه‌ی پایینی مدل، برای شش مدل با تعداد المان ۴۰، ۸۰، ۱۶۰، ۲۴۰، ۴۸۰ و ۶۴۰ بررسی شده است. چنان‌که در این شکل مشاهده می‌شود، نتایج حاصله با در نظر گرفتن تعداد ۴۸۰

آنالیز مدل می‌شود. در شکل ۱۹ هندسه و مدل اجزاء محدود اولیه از جسم نشان داده شده است. ماده‌ی قطعه کار به صورت کشسانی-خمیری با سخت‌شوندگی خطی همسان‌گرد مدل می‌شود. برای تحلیل نیز از تابع تسلیم فون ماسیز و المان چهارگوش مرتبه اول CPE4R استفاده می‌شود. در جدول ۲ مشخصات مادی قطعه کار ارائه شده است. همچنین سطح تماس بین ابزار و قطعه کار را بدون اصطکاک در نظر می‌گیریم.

در شبیه‌سازی فرایند نفوذ سنبه با سطوح تماس بدون اصطکاک با استفاده از روش ALE، از هیچ‌گونه المان تماسی برای شبیه‌سازی تداخل بین قطعه کار و سنبه استفاده نشده، و حرکت سنبه با اعمال شرایط مرزی سرعت روی گره‌های زیر سنبه مدل‌سازی شده است. در نتیجه با توجه به شکل ۱۹ گره‌های موجود در فصل مشترک بین قطعه کار و سنبه (خط ED) در راستای Y دارای حرکت لاگرانژی‌اند و به عبارتی با سرعت سنبه یعنی V حرکت می‌کنند. حرکت این گره‌ها و بقیه‌ی گره‌هایی که در زیر سنبه قرار دارند در جهت X اولیه‌ی است، یعنی ثابت‌اند و جابه‌جا نمی‌شوند. این باعث می‌شود که شرط مرزی تماس در طول فرایند تغییر شکل به درستی مدل شود؛ به عبارت دیگر با مقید کردن گره‌های زیر سنبه از حرکت آن‌ها به سمت بیرون و خارج شدن از تماس جلوگیری می‌شود. گره‌های روی خط EO در جهت X لاگرانژی، و در جهت Y، دارای حرکت عمومی ALE است. حرکت گره‌های روی خط OA در جهت Y لاگرانژی، و در جهت X اولیه‌ی است. همچنین روی خط AB، رفتار گره‌ها در جهت Y لاگرانژی است و در جهت X، از رفتار عمومی روش ALE برخوردارند. بر روی مرزهای DC و CB شرط مرزی بارگذاری آزاد^{۲۳} اعمال شده است. بنابراین تمام گره‌های روی این مرزها باید در راستای عمود بر مرز لاگرانژی باشند؛ به عبارت دیگر این گره‌ها می‌توانند در راستای مماس بر مرز حرکت کنند، اما در راستای عمود بر مرز باید از حرکت ماده تبعیت کنند. نهایتاً رفتار و موقعیت گره‌های داخلی مدل در هر لحظه با استفاده از روش هموارسازی حجمی چنان تعیین می‌شود که همگن بودن مش در طول فرایند حفظ شود. بدین منظور تمام گره‌های زیر ابزار را در راستای افقی مقید^{۲۴} می‌کنیم، به طوری که این گره‌ها بتوانند فقط در



شکل ۲۲. بررسی همگرایی تنش حاصل از روش ALE در نرم‌افزار ABAQUS.



شکل ۲۵. نحوه تغییر شکل و توزیع کرنش خمیری در سرعت‌های مختلف سنبه.

جدول ۳. مقایسه نتایج نفوذ سنبه بدون در نظر گرفتن اثر نرخ کرنش.

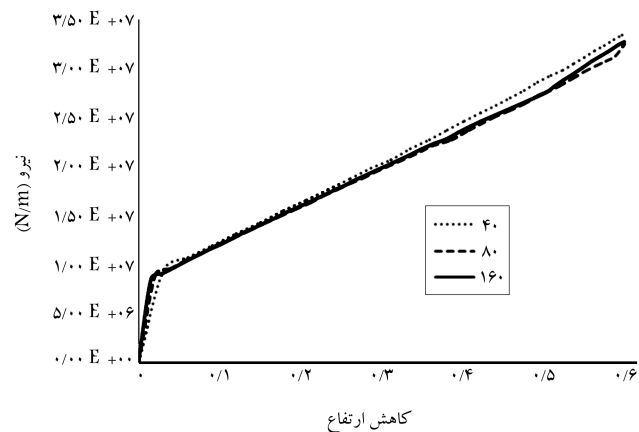
مرجع	H (mm)	L (mm)
[۱۶]	۱۱/۰	۳۶/۵
[۱۳]	۱۱/۰	۴۳
[۲۳]	۱۱/۵	۳۷/۷۵
نتایج این تحقیق	۱۰/۷	۳۹/۶

می‌یابد؛ ثانیاً الگوریتم تماس برای بیان حرکت سنبه مورد نیاز است و اعمال شرایط مرزی منجر به نتایج ناصحیح خواهد شد. در روش ALE با به‌کارگیری طرح حرکت مش مشخص می‌توان حرکت سنبه را مستقیماً با اعمال شرایط مرزی سرعت اعمال کرد و از اعوجاج مش نیز جلوگیری کرد.

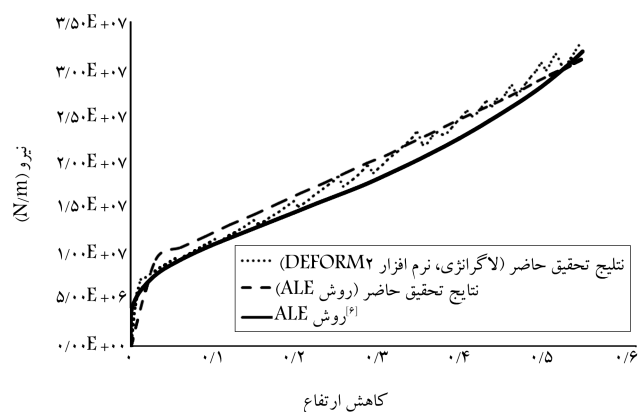
چنان‌که در شکل ۲۵ مشاهده می‌شود طول نهایی قطعه کار (L) و حداکثر ارتفاع قطعه کار (H) را می‌توان به‌عنوان ابعادی در نظر گرفت که تحت تأثیر سرعت‌های مختلف سنبه مقادیر متفاوتی به آن‌ها تعلق می‌گیرد. لذا از این دو پارامتر برای نشان دادن اثر بارگذاری دینامیکی استفاده شده است. در جدول ۳ اندازه‌ی این پارامترها برای حالت سرعت سنبه برابر با $v = 60 \text{ m/sec}$ و تغییر شکل بعد از کاهش ارتفاع اولیه برابر با ۶۰ درصد با نتایج موجود در مقالات مقایسه شده است. اگرچه بیشینه ارتفاع کم‌تر از مراجع دیگر است، اما طول نهایی محاسبه شده در این شبیه‌سازی برای قطعه تقریباً برابر با میانگین مراجع دیگر است. گرچه باید اشاره کرد که تعداد المان‌های مورد استفاده برای شبیه‌سازی و همچنین مرتبه المان‌ها در این مراجع یکسان نیستند.

شبیه‌سازی فرایند نفوذ سنبه با در نظر گرفتن اثرات نرخ کرنش با استفاده از روش ALE

در این بخش مسئله‌ی نفوذ سنبه -- که در بخش قبلی در حالت دینامیکی اما با رفتار مادی مستقل از نرخ حل شده بود -- با در نظر گرفتن اثر نرخ کرنش مجدداً



شکل ۲۳. بررسی همگرایی نیروی حاصل از روش ALE در نرم‌افزار ABAQUS.



شکل ۲۴. منحنی نیروی سنبه برحسب کاهش ارتفاع قطعه کار.

و ۶۴۰ المان تقریباً یکسان است و نتایج همگرا شده است. در شکل ۲۳ همگرایی نیروی سنبه برای سه مدل با تعداد المان ۴۰، ۸۰ و ۱۶۰ المان بررسی شده است. این نمودار نشان می‌دهد که نتایج به دست آمده برای این سه مدل با تعداد المان‌های مختلف تقریباً یکسان‌اند. با مقایسه این دو نمودار می‌توان گفت که همگرایی نیروی سنبه (شکل ۲۳) با تعداد المان کم‌تری نسبت به همگرایی تنش (شکل ۲۲) به دست آمده است. در شکل ۲۴ نتایج حاصل از روش ALE در نرم‌افزار ABAQUS با نتایج موجود پیشین^[۶] و نیز نتایج حاصل از نرم‌افزار DEFORM2 مقایسه شده است. به دلیل مقید کردن گره‌های زیر سنبه و جلوگیری از حرکت این گره‌ها در راستای افقی هیچ‌گونه نوسانی در نیروی به دست آمده از روش ALE مشاهده نمی‌شود. همچنین مطابقت خوبی بین این نتایج با نتایج موجود^[۶] مشاهده می‌شود.

برای بررسی نحوه تأثیر اثرات دینامیکی بر شکل قطعه کار، این فرایند با سرعت‌های مختلف سنبه شبیه‌سازی شده است. مقایسه‌ی شکل نهایی قطعه کار در سرعت‌های مختلف در شکل ۲۵ نشان داده شده است.

شبیه‌سازی انجام شده نشان می‌دهد که در سرعت‌های کم‌تر از ۲ m/sec می‌توان از اثرات دینامیکی صرف‌نظر کرد، اما اگر سرعت سنبه افزایش یابد میزان تغییر شکل خمیری در نواحی مختلف تغییر می‌کند، زیرا زمان کم‌تری برای انتشار موج خمیری در قطعه کار وجود دارد. به عبارت دیگر شکل نهایی قطعه کار وابسته به سرعت سنبه است.

در اینجا باید اشاره کرد که حل این‌گونه مسائل با روش لاگرانژی با مشکلاتی همراه خواهد بود، زیرا اولاً تجدید مش مکرر برای اجتناب از اعوجاج مش ضرورت

کرنش سختی است. ثابت‌های ماده در روابط ۱۴ و ۱۵، و مشخصات مادی برای مس OFHC در جدول ۴ آورده شده است.^[۸]

شرایط تماسی بین سنبه و قطعه کار همانند مسئله‌ی نفوذ سنبه در قسمت قبل است. در شکل ۲۶ توزیع کرنش خمیری معادل در خلال فرایند تغییر شکل برای حالت‌های مستقل از نرخ، وابسته به نرخ، و برای سرعت سنبه برابر $v = 60 \text{ m/sec}$ رسم شده است. برای حالت مستقل از نرخ کرنش از معادله‌ی تنش تسلیم ۱۵ استفاده شده است. چنان‌که در شکل ملاحظه می‌شود کرنش خمیری از گوشه‌ی سمت راست ابرار شروع می‌شود و گسترش می‌یابد. همچنین با در نظر گرفتن اثرات نرخ، تغییر شکل در لبه‌ها هموارتر از حالت مستقل از نرخ است.

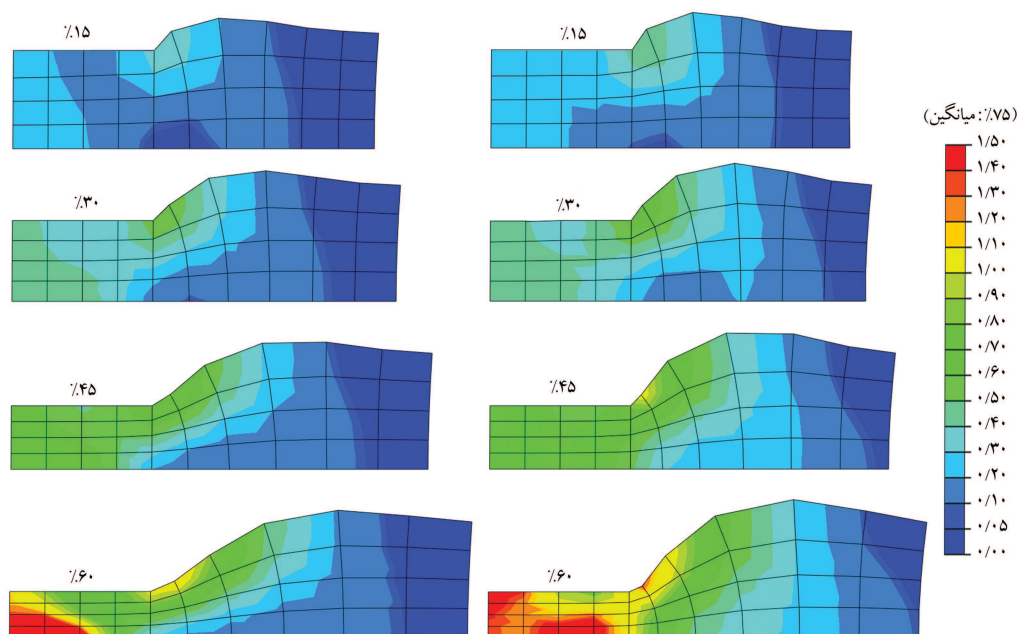
در شکل ۲۷ نتایج حاصل از شبیه‌سازی با سرعت‌های مختلف سنبه در دو حالت مستقل و وابسته به اثر نرخ کرنش مقایسه شده است. همچنین شکل نهایی قطعه در حالت‌های با اثر نرخ و بدون آن با هم مقایسه شده‌اند. چنان‌که ملاحظه

حل می‌شود. هندسه و شرایط مرزی دقیقاً مانند قسمت قبلی است با این تفاوت که در اینجا از معادله‌ی مشخصه‌ی جانسون-کوک^{۲۶} استفاده شده است. هدف از استفاده از این معادله‌ی مشخصه مقایسه‌ی نتایج حاصله با نتایج موجود^[۸] است. این معادله به صورت حاصل ضرب کرنش خمیری، نرخ کرنش خمیری و دماست، اما در اینجا اثر دما صرف‌نظر می‌شود و معادله‌ی ۱۴ برای بیان معادله‌ی مشخصه‌ی ویسکوپلاستیک استفاده می‌شود:

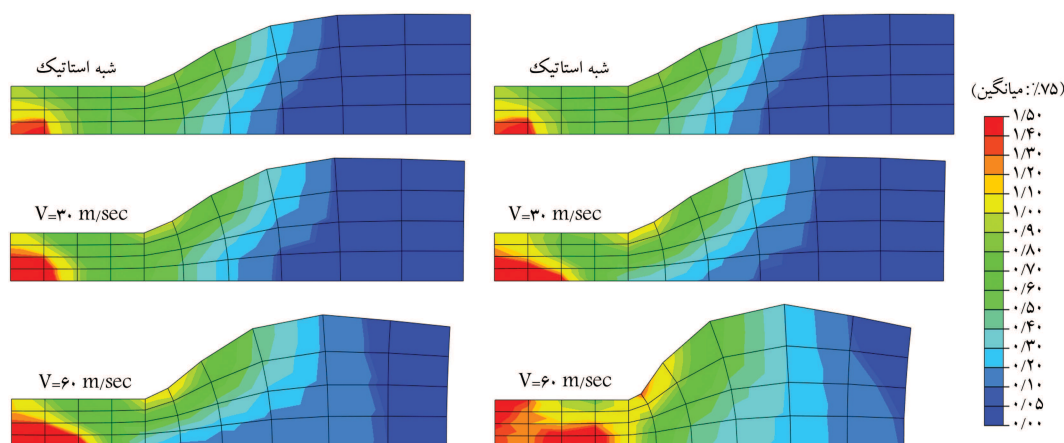
$$\sigma = (A + B\varepsilon_p^n)(1 + C \ln \frac{\dot{\varepsilon}_p}{\dot{\varepsilon}_0}) \quad \text{for} \quad \dot{\varepsilon}_p \geq \dot{\varepsilon}_0 \quad (14)$$

$$\sigma = (A + B\varepsilon_p^n) \quad \text{for} \quad \dot{\varepsilon}_p < \dot{\varepsilon}_0 \quad (15)$$

که در آن، σ تنش معادل، ε_p کرنش خمیری، $\dot{\varepsilon}_p$ نرخ کرنش، $\dot{\varepsilon}_0$ نرخ کرنش مرجع، A و B پارامترهای کرنش سختی و C ضریب بی‌بعد سختی نرخ کرنش، و n نمای



شکل ۲۶. توزیع کرنش خمیری معادل در حین تغییر شکل.
(الف) بدون اثر نرخ؛ (ب) همراه با اثر نرخ.



شکل ۲۷. شکل نهایی و توزیع کرنش خمیری معادل در سرعت‌های مختلف سنبه.
(الف) بدون اثر نرخ؛ (ب) همراه با اثر نرخ.

جدول ۴. مشخصات مادی مسئله نفوذ سنبه در حالت وابسته به نرخ.

پارامتر	مقدار
مدول کشسان	۱۲۴ Gpa
نسبت پواسون	۰/۳۴
دانسیته	۸۹۶۰ kg/m ^۳
A	۹۰ Mpa
B	۲۹۲ Mpa
C	۰/۲۵
n	۰/۳۱
$\dot{\epsilon}_0$	۱/ S ^{-۱}

جدول ۵. مقایسه‌ی نتایج نفوذ سنبه با در نظر گرفتن اثر نرخ کرنش.

مرجع	H (mm)	L (mm)
[۸]	۱۲/۸۵	۳۴/۹۷
نتایج این تحقیق	۱۲/۱۱	۳۶/۷۰

می‌شود با در نظر گرفتن اثر نرخ شکل هموارتر و تغییر شکل همگن‌تر در لبه‌ها به وجود می‌آید.

برای مقایسه‌ی نتایج به دست آمده با نتایج دیگر تحقیق‌ها^[۸] همچنان از دو پارامتر طول نهایی قطعه کار (L) و بیشینه ارتفاع قطعه کار (H)، برای حالتی که سرعت سنبه برابر با $v = 60 \text{ m/sec}$ است استفاده شده است. در جدول ۵

مقادیر به دست آمده از این شبیه‌سازی با نتایج موجود^[۸] مقایسه شده است. تطابق نسبتاً خوبی بین نتایج حاصله با نتایج موجود^[۸] وجود دارد که این نشان‌گر صحت شبیه‌سازی این فرایند با استفاده از روش ALE است.

نتیجه‌گیری

نمونه‌هایی از مشکلات شبیه‌سازی مسائل با تغییر شکل‌های بزرگ با استفاده از روش‌های لاگرانژی و اویلری عبارت است از: اعوجاج شدید مش، نوسان نیرو، توصیف نادرست شرایط مرزی تماسی در گوشه‌های نوک تیز، ضرورت تجدید مش، و عدم امکان مدل‌سازی توسعه‌ی ماده در مرزهای آزاد. هدف از شکل‌بندی ALE استفاده‌ی بیشینه از مزایای دو روش لاگرانژی و اویلری و به حداقل رساندن معایب آن‌ها از طریق ترکیب این دو دیدگاه است. بدین معنا که در روش ALE علاوه بر این که مسائل با تغییر شکل‌های بزرگ به راحتی مدل می‌شوند، مرزهای ماده نیز می‌تواند دارای حرکت آزاد باشد. در ضمن می‌توان تاریخچه‌ی انتقال تنش را نیز به خوبی مدل‌سازی کرد.

در این تحقیق دو فرایند شکل‌دهی با استفاده از الگوریتم ALE شبیه‌سازی شده و نتایج به دست آمده با نتایج لاگرانژی و نتایج موجود در مقالات مقایسه شده و قابلیت بالای این روش در شبیه‌سازی مسائل با تغییر شکل‌های بزرگ نشان داده شده است. با مقایسه‌ی نتایج حاصل از شبیه‌سازی تغییر شکل موضعی میله‌ی تحت کشش با استفاده از دو روش لاگرانژی به‌هنگام شده و ALE می‌توان گفت هزینه‌ی محاسباتی روش ALE در مقایسه با روش لاگرانژی به‌هنگام شده بسیار کم‌تر است.

پانویس‌ها

1. mesh distortion
2. arbitrary Lagrangian- Euler (ALE)
3. mesh connectivity
4. hyper elastic -plastic
5. hypo elastic -plastic
6. material domain
7. spatial domain
8. referential domain
9. convective velocity
10. material time derivative
11. referential time derivative
12. Cauchy stress
13. operator split technique
14. convection phase
15. smoothing phase
16. volume smoothing method
17. Laplacian smoothing method
18. equipotential smoothing method
19. Kikuchi algorithm
20. fine mesh
21. coarse mesh
22. automatic remeshing
23. traction free
24. ALE adaptive mesh constraint
25. sliding boundary region
26. Johnson- Cook

منابع (References)

1. Lee, C.H. and Kobayashi, S. "Elastoplastic analysis of plane-strain and axisymmetric flat punch indentation by the finite element method", *Int. J. of Mechanical Science*, **12**, pp. 349-370 (1970).
2. Gadala, M.S. and Wang, J. "A practical procedure for mesh motion in arbitrary Lagrangian-Eulerian method", *Eng. with Computers*, **14**, pp. 223-234 (1998).
3. Gadala, M.S. and Wang, J. "ALE formulation and its application in solid mechanics", *Computer Methods in Applied Mechanics and Eng.*, **167**, pp. 33-55 (1998).
4. Gadala, M.S. and Wang, J. "Simulation of metal forming processes with finite element method", *Int. J. for Numerical Methods in Eng.*, **44**, pp. 1397-1428 (1999).
5. Gadala, M.S. and Wang, J. "Computational implementation of stress integration in FE analysis of elastoplastic large deformation problems", *Finite Elements in Analysis and Design*, **35**, pp. 379-396 (2000).
6. Gadala, M.S., Movahhedy, M.R. and Wang, J. "On the mesh motion for ALE modeling of metal forming processes", *Finite Elements in Analysis and Design*, **38**, pp. 435-449 (2002).
7. Bayoumi, H.N. and Gadala, M.S. "A complete finite element treatment for the fully coupled implicit ALE for-

- mulation", *Computational Mechanics*, **33**, pp. 435-452 (2004).
8. Tadi Beni, Y., Movahhedy, M.R. and Farrahi, G.H. "Rate-dependent dynamic ALE analysis of finite deformation of elasto-viscoplastic solids", *Materials and Design*, **30**, pp. 2995-3004 (2009).
9. Huetink, J., Vreede, P.T. and Lugt, J.V.D. "Progress in mixed Eulerian-Lagrangian finite element simulation of forming process", *Int. J. for Numerical Methods in Eng.*, **30**, pp. 1441-1457 (1990).
10. Huerta, A. and Casadei, F. "New ALE application in non-linear fast-transient solid dynamics", *Eng. Computations*, **11**, pp. 317-345 (1994).
11. Martinet, F. and Chabrand, P. "Application of ALE finite elements method to a lubricated friction model in sheet metal forming", *Int. J. of Solids and Structures*, **37**, pp. 4005-4031 (2000).
12. Ferran, A.R., Casadei, F. and Huerta, A. "ALE stress update for transient and quasistatic processes", *Int. J. for Numerical Methods in Eng.*, **43**, pp. 241-262 (1998).
13. Ferran, A.R., Foguet, A.P. and Huerta, A. "Arbitrary Lagrangian-Eulerian (ALE) formulation for hyperelastoplasticity", *Int. J. for Numerical Methods in Eng.*, **53**, pp. 1831-1851 (2002).
14. Khoei, A.R., Anahid, M., Shahim, K. and DorMohammadi, H. "Arbitrary Lagrangian -Eulerian method in plasticity of pressure-sensitive material: Application to powder forming processes", *Computational Mechanics*, **42**, pp. 13-38 (2008).
15. Aymone, J.L.F., Bittencourt, E. and Creus, G.J. "Simulation of 3D metal forming using an arbitrary Lagrangian Eulerian finite element method", *J. of Materials Processing Technology*, **110**, pp. 218-232 (2001).
16. Karlson, H., Sorensen Inc., ABAQUS/Explicit User's Manual 6.7-1 (2003).
17. Tadi Beni, Y., *Development and Application of Thermomechanical ALE Formulation in Simulation of Machining Process*, PHD Thesis, Department of Mechanical Eng., Sharif University of Technology (In persian) (2009).