

تأثیر انحنای پیشانی ترک بر نرخ رهایی انرژی کرنشی در قطعه‌ی DCB تک‌جهته‌ی کامپوزیتی

محمد حیدری رارانی (دانشجوی دکتری)

محمود مهرداد شکریه* (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

مهندسی مکانیک شریف، (پاییز ۱۳۹۲)
دوری ۲ - ۲۹، شماره ۲، ص. ۸۱-۸۶ (یادداشت فنی)

نرخ رهایی انرژی کرنشی، و به عبارتی چقرمگی شکست بین لایه‌یی (G_{Ic})، در چند لایه‌های کامپوزیتی به شدت به طول ترک وابسته است. پیشانی ترک پس از رشد تورق در تیر یک‌سرگیردار دولبه (DCB) شکل منحنی به خود می‌گیرد، به‌گونه‌یی که در لبه‌ی قطعه و وسط عرض نمونه به ترتیب کم‌ترین و بیشترین مقدار را دارد. در این تحقیق، تأثیر استفاده از طول ترک معادل در نظریه‌های تیر ارائه شده برای تخمین نرخ رهایی انرژی کرنشی بررسی شده است. نتایج تجربی نشان می‌دهند که انحنای پیشانی ترک به‌طور غیرمستقیم در چقرمگی شکست تجربی محاسبه شده با روش کالیبراسیون نرمی اعمال می‌شود. این در حالی است که در پیش‌بینی چقرمگی شکست بین لایه‌یی با استفاده از نظریه‌ی تیر، باید از طول ترک معادل استفاده شود تا همخوانی خوبی با نتایج تجربی برقرار شود.

واژگان کلیدی: تورق، چقرمگی شکست، نظریه‌ی تیرها، تیر یک‌سرگیردار دولبه.

۱. مقدمه

تورق یا جدایی لایه‌ها از یکدیگر، یکی از حالات تخریب اصلی در کامپوزیت‌های لایه‌یی است که به دلیل فقدان تقویت‌کننده در راستای ضخامت بر اثر عواملی مانند لبه‌ی آزاد^۱، ناپوستگی‌های موجود در سازه، عیوب موضعی به وجود آمده در فرایند تولید، یا شرایط کارکرد -- مانند ضربه، سوراخ‌کاری، تغییرات دما و رطوبت، تغییر سازه‌های تخریب داخل سازه (مانند ترک خوردن ماتریس) -- به وجود می‌آید. حالت‌های مختلف تورق عبارت‌اند از: ۱. بازشوندگی؛ ۲. برش داخل صفحه‌یی؛ ۳. برش خارج صفحه‌یی. در دو دهه‌ی اخیر بازشوندگی (حالت اول تورق) یکی از موضوعات اصلی مورد توجه محققین بوده است. تیر یک‌سرگیردار دولبه (DCB) برای بررسی رفتار حالت نخست تورق (بازشوندگی) در تک‌جهته‌های کامپوزیتی، براساس استانداردهای ASTM D5528^[۱] و ISO ۱۵۰۲۴^[۲] پیشنهاد شده است. شکل ۱ نمای کلی نمونه‌ی تیر یک‌سرگیردار دولبه (DCB) را نشان می‌دهد.

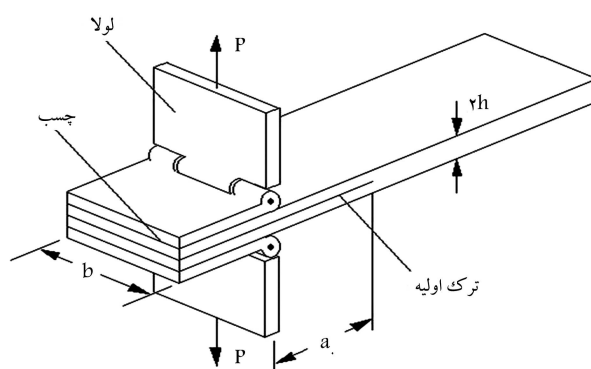
تاکنون مدل‌های نظری مختلفی برای پیش‌بینی نرخ رهایی انرژی کرنشی ارائه شده است^[۱۲-۳] این مدل‌ها برخی مبتنی بر نظریه‌های ورق و برخی بر پایه‌ی نظریه‌های تیر هستند. برای مثال، در برخی از این مدل‌ها با استفاده از نظریه‌ی ورق و با تغییر شکل برشی مرتبه‌ی دوم، پدیده‌ی تورق در نمونه‌ی DCB بررسی شد^[۳] مدل‌های براساس تیر به دلیل سادگی و در بعضی موارد منجر شدن به حل دقیق، در مقایسه با مدل‌های ورق، از محبوبیت بیشتری برخوردارند. مدل تیر اوپلر - برنولی بر بستر کشسان^[۹] و مدل تیر تیموشنکو بر بستر کشسان^[۱۰] از معروف‌ترین

* نویسنده مسئول

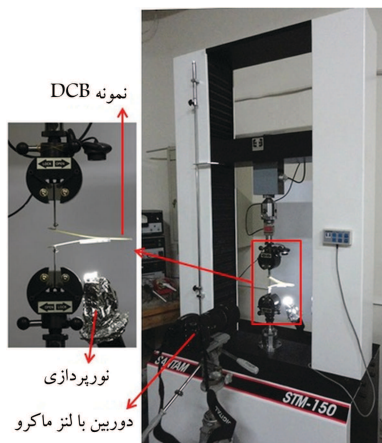
تاریخ: دریافت ۱۳۹۰/۴/۲۷، اصلاحیه ۱۳۹۱/۳/۱۶، پذیرش ۱۳۹۱/۴/۲۵.

این مدل‌هاست. همچنین با مقایسه‌ی مدل‌های نظری مختلف، دقت انواع مدل‌ها در پیش‌بینی نرخ رهایی انرژی کرنشی بررسی شد^[۱۳] نتایج حاصل از این بررسی‌ها نشان داد که مدل تیر تیموشنکو بر بستر کشسان بهترین پاسخ را برای چقرمگی شکست نمونه‌های DCB کامپوزیتی متقارن -- که در آنها مدول برشی پایین یا به عبارتی نسبت E_{11}/G_{12} مقدار بالایی است -- ارائه می‌دهد. تمامی مدل‌های موجود برای محاسبه‌ی چقرمگی شکست بین لایه‌یی از بار بحرانی استفاده می‌کنند؛ در حالی که برای محاسبه‌ی چقرمگی شکست تجربی از بار و جابه‌جایی بحرانی استفاده می‌شود. لذا در این تحقیق، ابتدا با توجه به معادل بودن تمامی روش‌های محاسبه‌ی چقرمگی شکست (روش‌های مبتنی بر انرژی)، تأثیر استفاده از بار بحرانی، بار - جابه‌جایی بحرانی، جابه‌جایی بحرانی بررسی شده است.

همچنین نتایج تجربی گویای آن است که در نمونه‌های DCB، پیشانی مستقیم ترک پس از شروع رشد تورق به شکل منحنی درمی‌آید. دلیل این پدیده وابستگی خمشی بین دو محور بارگذاری و محور عمود بر بارگذاری است. در واقع، خمش نمونه در راستای طولی باعث ایجاد انحنا در راستای عرضی نمونه می‌شود که به رشد ترک در وسط نمونه کمک می‌کند. محققین دیگر نیز به پدیده‌ی منحنی شدن پیشانی تورق اشاره کرده‌اند^[۱۸-۱۴] برخی از آنان دو کمیت بی‌بعد $D_c = D_{12}/D_{11}$ و $\beta_t = |D_{16}/D_{11}|$ را به ترتیب برای بیان اثرات وابستگی خمش - خمش و پیش - پیچش در چند لایه‌های کامپوزیتی پیشنهاد کردند^[۱۴]؛ و در نهایت به‌طور کیفی بیان کردند که اگر $D_c < 0.25$ و $\beta_t = 0$ ، اثر خمش - خمش و پیش - پیچش کمینه خواهد بود. اما تاکنون اثر انحنای پیشانی ترک به‌طور کمتی در روابط وارد نشده است.



شکل ۱. نمای کلی قطعه‌ی تیر یک سر گیردار دولبه (DCB).



شکل ۲. تجهیزات آزمایش اندازه‌گیری چقرمگی شکست بین لایه‌یی.

شکل ۲. تجهیزات آزمایش اندازه‌گیری چقرمگی شکست بین لایه‌یی. (Santam STM-۱۵۰) استفاده شده است. برای ثبت بار از یک نیروسنج بسیار دقیق با ظرفیت ۵۰ kg استفاده شده است. لولاهای چسبانده شده به سطح قطعه‌ی DCB به‌طور دقیق و هم‌راستا در فک دستگاه قرار می‌گیرند. این آزمایش با شرایط کنترل جابه‌جایی با نرخ بارگذاری ثابت ۷۵ mm/min انجام شده است. دستگاه کشش، مقادیر بار-جابه‌جایی را به‌صورت یک نمودار $P - \delta$ ثبت می‌کند. شروع رشد ترک با مشاهده‌ی دقیق لبه‌ی قطعه از طریق دوربین نصب شده در جلو قطعه کنترل می‌شود. شکل ۲ تجهیزات آزمایش حالت اول تورق را نشان می‌دهد. با شروع رشد ترک، دوربین روبروی قطعه به‌طور خودکار شروع به عکس‌برداری در بازه زمانی مشخص می‌کند. پس از اتمام آزمایش می‌توان با مشاهده‌ی عکس‌های کیفیت بالا طول ترک‌ها را اندازه‌گیری کرد. مزیت اصلی روش اندازه‌گیری پیشنهادی توسط نگارندگان آن است که با نصب دوربین دیگری در بالای نمونه می‌توان پیشانی ترک در امتداد عرض نمونه را نیز مشاهده کرد. همچنین برای محاسبه‌ی مقدار چقرمگی شکست لازم است پس از رشد ترک، مقادیر بار-جابه‌جایی-طول ترک به‌طور هم‌زمان ثبت شود. لذا برای عکس گرفتن از صفحه‌ی نمایش‌گر (ثبت مقدار جابه‌جایی و بار) برنامه‌ی نوشته شده است. به این ترتیب با داشتن عکس‌هایی که به‌طور هم‌زمان از طول ترک و نمودار بار-جابه‌جایی گرفته شده می‌توان در هر زمان بار-جابه‌جایی-طول ترک را داشت. شکل ۳ نمونه‌ی از عکس‌های مربوط به ثبت بار-جابه‌جایی، طول ترک و پیشانی ترک را نشان می‌دهد.

۳.۲. معیار شروع رشد تورق

در استاندارد ASTM D۵۵۲۸^[۱] سه معیار برای تشخیص شروع رشد تورق ذکر شده است. این معیارها مبتنی هستند بر ثبت بار و جابه‌جایی در: ۱. نقطه‌یی که نمودار بار-جابه‌جایی از حالت خطی به حالت غیرخطی تغییر کند (نقطه NL)؛ ۲. نقطه‌یی که به‌صورت چشمی در لبه‌ی نمونه مشاهده می‌شود که شروع به رشد کرده است (نقطه VIS)؛ ۳. نقطه‌ی تقاطع نمودار بار-جابه‌جایی با خطی که نرمی آن به‌اندازه ۵ درصد افزایش یافته است.

به دلیل وابستگی محورهای بارگذاری خمش-خمش، پیشانی ترک در قطعات کامپوزیتی به‌صورت منحنی رشد می‌کند. به عبارت دیگر، ترک ابتدا در وسط عرض قطعه و سپس در لبه‌ی قطعه شروع به رشد می‌کند. بنابراین روش غیرخطی شدن نمودار بار-جابه‌جایی بیان‌گر رشد ترک در وسط قطعه است و کم‌ترین مقدار چقرمگی شکست را در بین سه روش ذکر شده می‌دهد. روش چشمی به دلیل این که در

اهمیت این موضوع را می‌توان در کم پیش‌بینی کردن نرخ رهایی انرژی کرنشی توسط مدل‌های نظری براساس نظریه‌ی تیر دانست. لذا اصلاح طول ترک در روابط ساده‌ی تیرها ضرورت می‌یابد تا از این طریق بتوان اثرات چرخش پیشانی ترک و انحنای آن را به‌منظور دست‌یابی به پاسخ‌های دقیق‌تر در نظر گرفت. در این تحقیق ضمن مقایسه‌ی روابط نظری ارائه شده برای مقدار اصلاح طول ترک با مقادیر تجربی اصلاح طول ترک، در نهایت ساده‌ترین و دقیق‌ترین رابطه برای ماده‌ی کامپوزیتی الیاف شیشه/اپوکسی معرفی می‌شود.

۲. آزمایش‌های تجربی روی قطعه‌ی DCB تک‌جهته

۲.۱. مواد و آماده‌سازی نمونه‌ها

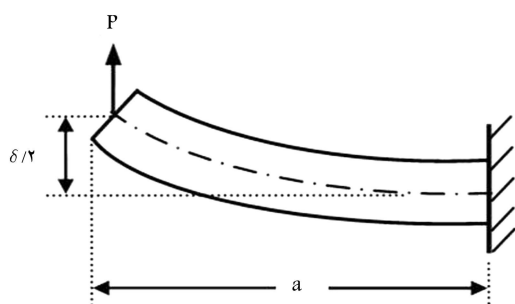
نمونه‌های DCB از ۲۴ لایه الیاف شیشه‌ی تک‌جهته نوع E با رزین اپوکسی ML۵۰۶ به روش لایه‌چینی دستی ساخته شده‌اند. نمونه‌ها پس از ساخت، به مدت ۷ روز در دمای محیط و مدت ۲ ساعت در دمای ۸۰ درجه سانتی‌گراد پخته شدند. خواص مکانیکی کامپوزیت تک‌جهته در جدول ۱ نشان داده شده است. کسر حجمی تمامی نمونه تقریباً ۴۷ درصد است. برای ایجاد ترک اولیه از یک لایه تفلون به ضخامت ۲۰ μm در حین لایه‌چینی در محل مورد نظر استفاده شده است. پس از اتمام ساخت، نمونه‌های DCB به طول ۱۵۰ mm و عرض ۲۵ mm از ورق‌های کامپوزیتی برش‌کاری شدند. لبه‌ی قطعات برش‌کاری شده با سنباده‌ی نرم ساییده شده تا بتوان رشد ترک را در حین آزمایش مشاهده کرد. لولاهای آلومینیومی با چسب اپوکسی به دو انتهای قطعه‌ی DCB چسبانده می‌شوند تا از طریق آنها بار به قطعه اعمال شود. همچنین خط‌کشی به مقیاس ۱ mm به لبه‌ی قطعه چسبانده تا طول ترک را در حین آزمایش بتوان به‌دقت اندازه‌گیری کرد. برای اندازه‌گیری طول ترک از یک دوربین کانن حرفه‌یی با لنز ماکرو ۱۵۰ mm استفاده شده است.

۲.۲. روش انجام آزمایش

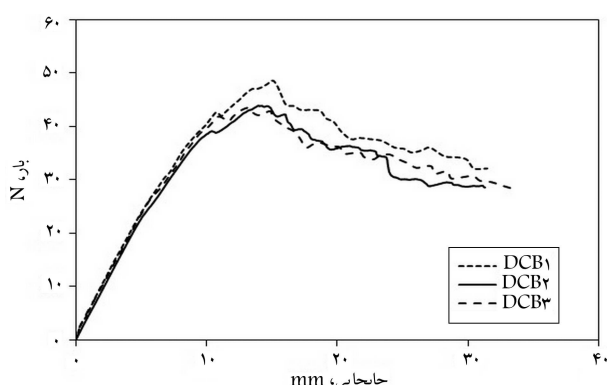
برای انجام آزمایش نمونه‌ی DCB، از یک دستگاه کشش یونیورسال ۱۵۰ kN

جدول ۱. خواص مکانیکی تک‌جهته‌ی کامپوزیتی الیاف شیشه/اپوکسی.

$E_{f\infty}$	$G_{۱۲}$	$\nu_{۱۲}$	$E_۲$	$E_۱$
(GPa)	(GPa)		(GPa)	(GPa)
۲۹/۵۴	۴/۲۶	۰/۲۷	۱۰/۲۳	۳۳/۵



شکل ۴. نمونه DCB ساده شده به صورت یک تیر یک سر گیردار.



شکل ۵. نمودار بار-جابجایی سه نمونه DCB با طول ترک اولیه ۵۴٫۷ میلی متر.

و در صورت استفاده از رابطه ۱ ب عبارت خواهد بود از:

$$G_I^{P\delta} = \frac{3 P \delta}{2 b a} \quad (4)$$

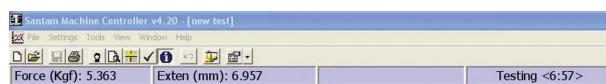
و در صورت استفاده از رابطه ۱ ج، این نرخ عبارت است از:

$$G_I^{\delta} = \frac{3 \delta^2 E_{fx} h^3}{4 a^4} \quad (5)$$

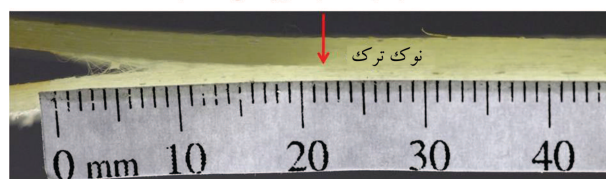
اندیس‌های بالایی در G_I نشان‌گر وابستگی نرخ رهایی انرژی کرنشی به بار یا جابه‌جایی، یا هر دو، است. به منظور مقایسه‌ی نتایج سه رابطه‌ی ۳، ۴ و ۵، یک نمونه‌ی DCB با طول ترک اولیه $a_0 = 54.7 \text{ mm}$ و ضخامت $h = 4.1 \text{ mm}$ تحت آزمایش حالت اول تورق قرار گرفتند. این آزمایش برای سه نمونه تکرار شد. شکل ۵ نمودار بار-جابجایی نمونه‌های آزمایش شده را نشان می‌دهد. این شکل تکرارپذیری آزمایش‌ها را به خوبی نشان می‌دهد. مقادیر حالت اول چقرمگی شکست با استفاده از روابط فوق و بدون اصلاح طول ترک، در جدول ۲ نشان داده شده است. چنان‌که از نتایج این جدول برمی‌آید، استفاده از بار بحرانی یا جابه‌جایی بحرانی، تأثیر به‌سزایی در مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی دارد. به‌طوری‌که استفاده از بار بحرانی کم‌ترین و استفاده از جابه‌جایی بحرانی بیشترین مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی را می‌دهد. به عبارت دیگر، $G_I^P < G_I^{P\delta} < G_I^{\delta}$.

۴. تأثیر اصلاح طول ترک اولیه در چقرمگی شکست بین لایه‌یی

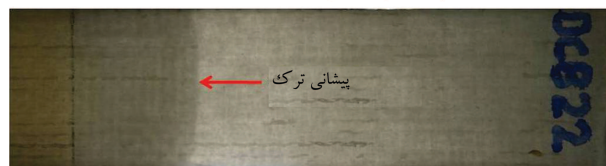
مدل‌سازی نمونه‌ی DCB با تیر یک‌سرگیردار به دلیل این‌که پیشانی ترک کاملاً گیردار نبوده و دارای چرخش است، صحیح نیست. بنابراین لازم است اثرات چرخش نوک



الف) ثبت بار و جابه‌جایی محل اعمال بار؛



ب) تصویر طول ترک در لبه‌ی قطعه؛



ج) منحنی پیشانی ترک در حین رشد ترک.

شکل ۳. اندازه‌گیری بار-جابجایی-طول ترک به‌طور هم‌زمان در قطعه‌ی DCB.

لبه‌ی قطعه کنترل می‌شود مقادیر چقرمگی بالاتری را می‌دهد. در این تحقیق از روش غیرخطی شدن نمودار بار-جابجایی به عنوان معیار شروع رشد ترک استفاده شده است.

۳. تأثیر استفاده از بار یا بار-جابجایی بحرانی بر محاسبه‌ی چقرمگی شکست با استفاده از نظریه‌های

ابتدایی تیر

محققین همواره کوشیده‌اند تا مقدار نرخ رهایی انرژی کرنشی را به صورت نظریه‌پیش‌بینی کنند. بیشتر روش‌های نظری براساس روش نرمی^۳ کار می‌کنند. این بدان معناست که با محاسبه‌ی نرمی (C) قطعه و فرض مکانیک شکست کشسان خطی^۴، نرخ رهایی انرژی کرنشی با استفاده از روابط مشهور ابروین-کیزه^۵ محاسبه می‌شود:^[۱۹]

$$G_I = \begin{cases} \frac{P^2}{2b} \frac{dC}{da} & \text{(الف)} \\ \frac{P\delta}{2bC} \frac{dC}{da} & \text{(ب)} \\ \frac{\delta^2}{2bC^2} \frac{dC}{da} & \text{(ج)} \end{cases}$$

روابط ۱ همگی معادل یکدیگرند. در این تحقیق، ابتدا با فرض قطعه DCB به صورت یک تیر یک سرگیردار (شکل ۴)، تأثیر استفاده از بار بحرانی، یا جابه‌جایی بحرانی و یا هر دو در محاسبه‌ی نرخ رهایی انرژی کرنشی بررسی شده است. نرمی یک تیر یک سرگیردار برابر است با:

$$C = \frac{\delta}{P} = \frac{1}{E_{fx} b} \left(\frac{a}{h} \right)^3 \quad (2)$$

که در آن a طول ترک، h ضخامت تیر، b عرض نمونه، و E_{fx} سفتی خمشی معادل تیر در راستای x است.

نرخ رهایی انرژی کرنشی در صورت جایگزینی رابطه‌ی ۲ در رابطه‌ی ۱ الف عبارت است از:

$$G_I^P = \frac{12 P^2 a^2}{E_{fx} b^2 h^3} \quad (3)$$

جدول ۲. مقایسه‌ی مقادیر نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی با استفاده از بار، یا جابه‌جایی بحرانی.

نمونه	مقادیر بحرانی در نقطه‌ی غیرخطی		نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی (J/m^2)		
	جابه‌جایی (mm)	بار (N)	G_I^{δ}	$G_I^{P\delta}$	G_I^P
DCB۱	۴٫۵۸	۲۱٫۰۲	۱۱۵٫۵۹	۱۰۵٫۰۶	۹۶٫۴۷
DCB۲	۴٫۹۱	۲۳٫۹	۱۳۲٫۸۵	۱۲۸٫۷۲	۱۲۴٫۷۲
DCB۳	۴٫۸۴	۲۳٫۰۱	۱۲۹٫۱	۱۲۲٫۱۶	۱۱۵٫۶۱

جدول ۳. مقایسه‌ی مقادیر تجربی نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی با استفاده از بار یا جابه‌جایی بحرانی با اصلاح طول ترک اولیه.

نمونه	مقادیر بحرانی در نقطه‌ی NL		نرخ رهایی انرژی کرنشی بحرانی (J/m^2)		
	جابه‌جایی (mm)	بار (N)	G_I^{δ}	$G_I^{P\delta}$	G_I^P
DCB۱	۴٫۵۸	۲۱٫۰۲	۱۰۱٫۱۲	۱۰۲٫۱۳	۱۰۳٫۱۵
DCB۲	۴٫۹۱	۲۳٫۹	۱۰۸٫۴۲	۱۲۲٫۳۴	۱۳۸٫۱
DCB۳	۴٫۸۴	۲۳٫۰۱	۱۰۷٫۶۵	۱۱۶٫۷۴	۱۲۶٫۵۹

چنین تصور کرد که طول ترک در نقطه‌ی عقب‌تری قرار دارد و هنگامی که به نقطه‌ی مبدأ می‌رسد نرمی سیستم افزایش یافته است. اما به صورت نظری (رابطه‌ی ۲) برای در نظر گرفتن اثرات چرخش پیشانی ترک لازم است طول ترک بزرگ‌تر در نظر گرفته شود تا مقدار نرمی در مبدأ جبران شود؛ از این رو در روابط مقدار قدر مطلق Δ وارد می‌شود. به این ترتیب طول ترک در روابط ۳ تا ۵ باید به اندازه Δ اصلاح شود. جدول ۳ مقادیر Δ تجربی به دست آمده از آزمایش و همچنین مقادیر چقرمگی شکست بین لایه‌ی را با اصلاح طول ترک اولیه نشان می‌دهد. چنان که در بخش ۳.۲ بیان شد، NL نقطه‌ی در نمودار بار-جابه‌جایی است که در آن نمودار از حالت خطی به غیرخطی تغییر می‌کند. از این نقطه به عنوان معیاری برای شروع رشد تورق استفاده می‌شود.

از نتایج جدول ۳ می‌توان دریافت که با اصلاح طول ترک به اندازه‌ی ثابت Δ ، چقرمگی شکست به مقدار قابل توجهی تغییر می‌کند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که اصلاح طول ترک باعث کاهش اختلاف سه رابطه‌ی ذکر شده برای محاسبه‌ی نرخ رهایی انرژی کرنشی می‌شود. مزیت رابطه‌ی ۴ نسبت به دو رابطه‌ی ۳ و ۵ این است که در آن اثر بار و جابه‌جایی به طور هم‌زمان دیده شده است، در حالی که در دو رابطه‌ی دیگر فقط بار بحرانی یا جابه‌جایی بحرانی کاربرد دارد. لذا در استانداردها^[۱۰] استفاده از رابطه‌ی ۴ توصیه شده است. همچنین در استاندارد ASTM، روش پیشنهادی توسط هاشمی و همکارانش^[۲۰] به دلیل این که کم‌ترین مقدار چقرمگی شکست را می‌دهد، به صورت رابطه‌ی ۶ پیشنهاد شده است:

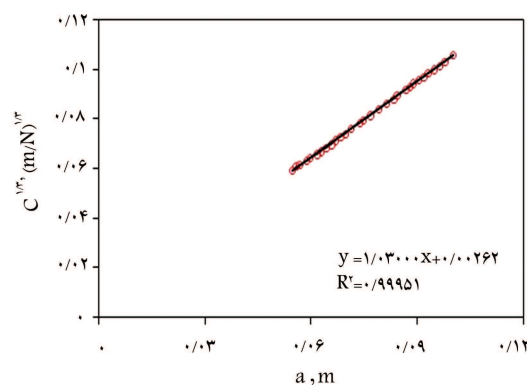
$$G_{Ic} = \frac{3P\delta}{2b(a + |\Delta|)} \quad (6)$$

که در آن P بار، δ جابه‌جایی، b عرض قطعه، a طول ترک و Δ ضریب تصحیح طول ترک در اثر چرخش نوک ترک است. مقدار Δ از تلاقی خط برازش شده بر داده‌های $a - C^{1/3}$ با محور x حاصل می‌شود. C نرمی است که از نسبت P/δ به دست می‌آید.

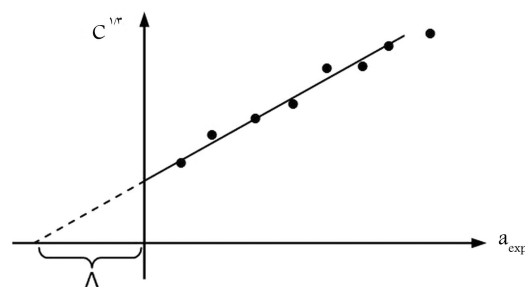
اما آنچه اهمیت دارد این است که در روش‌های نظری اکثرًا از رابطه‌ی ۳ برای محاسبه‌ی نرخ رهایی انرژی کرنشی استفاده می‌شود. دلیل اصلی این است که رابطه‌ی ۳ فقط به بار وابسته است و طبق نتایج بیان شده در بخش قبل، پاسخ محافظه‌کارانه‌تری نسبت به روابط دیگر ارائه می‌دهد. در حالی که روابط ۴ و ۵ به ترتیب تابعی از بار-جابه‌جایی و جابه‌جایی هستند. به این ترتیب برای پیش‌بینی نظریه‌ی نرخ رهایی انرژی کرنشی لازم است مقدار اصلاح طول ترک (Δ) را به طور

ترک لحاظ شود. مطابق رابطه‌ی نظری ۲ چنانچه که نمودار $a - C^{1/3}$ رسم شود باید از مبدأ مختصات عبور کند. در حالی که نتایج تجربی (شکل ۶) نشان می‌دهند که خط برازش شده بر نتایج تجربی از مبدأ عبور نمی‌کند. تقاطع این خط با محور افقی را با Δ نشان می‌دهند^[۲۰] و در شکل ۷ نحوه‌ی به دست آوردن آن به صورت شماتیک نمایش داده شده است. مقدار Δ همیشه منفی است. طبق رابطه‌ی ۲، نرمی سیستم زمانی تغییر می‌کند که طول ترک، ضخامت، عرض یا سفتی تغییر کند. می‌دانیم که سفتی نمونه، ضخامت و عرض ثابت است؛ بنابراین با افزایش طول ترک، نرمی نیز افزایش می‌یابد.

با دقت در شکل‌های ۶ و ۷ درمی‌یابیم هنگامی که طول ترک صفر است، نرمی سیستم مقدار قابل توجهی است در حالی که باید صفر باشد. بنابراین می‌توان



شکل ۶. به دست آوردن تجربی مقدار Δ .



شکل ۷. نحوه‌ی به دست آوردن ضریب تصحیح طول ترک.

جدول ۴. مقایسه مقادیر Δ با استفاده از نظریه‌های مختلف.

مدل ارائه شده	Δ (mm)
ویلیامز (۱۹۸۹)	۲/۱
کندو (۱۹۹۵)	۲/۴۴
آلسن (۱۹۹۹)	۲/۶

۸/۰ و ۴/۷ درصد است. بنابراین می‌توان دریافت که روش پیشنهادی توسط کندو^[۱۰] -- یعنی تیر تیموشنکو بر بستر کشسان تک پارامتری -- بهترین پیش‌بینی را برای اصلاح طول ترک دارد. در پایان می‌توان نتیجه گرفت که با استفاده از نظریه‌ی ابتدایی تیر که در آن اثر بار و جابه‌جایی بحرانی به‌طور هم‌زمان لحاظ شده، و همچنین با اصلاح طول ترک اولیه با رابطه‌ی ۸، می‌توان چقرمگی شکست بین لایه‌یی در کامپوزیت‌های تک‌جهته‌ی الیاف شیشه/اپوکسی را علی‌رغم سادگی با دقت خوبی پیش‌بینی کرد.

۵. نتیجه‌گیری

با توجه به شکل‌های مختلف رابطه‌ی ابروین-کیز (روابط ۱)، نرخ‌های انرژی کرنشی برحسب استفاده از بار بحرانی، جابه‌جایی بحرانی، یا بار-جابه‌جایی بحرانی را می‌توان به سه روش مختلف به دست آورد. در این تحقیق تأثیر استفاده از هر یک از موارد فوق در پیش‌بینی چقرمگی شکست بین لایه‌یی به‌صورت تجربی بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که استفاده از بار و جابه‌جایی بحرانی در نظریه‌ی ابتدایی تیرها به‌ترتیب کم‌ترین و بیشترین مقدار چقرمگی شکست را می‌دهند یا به عبارت دیگر $G_I^P < G_I^{\delta} < G_I^{\delta}$. در روش‌های تجربی و مدل‌های نظری به‌ترتیب از بار-جابه‌جایی بحرانی و بار بحرانی برای محاسبه‌ی چقرمگی شکست استفاده می‌شود. لذا اختلاف نتایج تحلیلی و تجربی چقرمگی شکست از این موضوع سرچشمه می‌گیرد. همچنین تأثیر اصلاح طول ترک بر مقادیر چقرمگی شکست بررسی شد. نتایج نشان دادند که اصلاح طول ترک اولیه به‌دلیل در نظر گرفتن انحنای پیشانی ترک و همچنین چرخش آن تأثیر به‌سزایی در نتایج دارد. از بین روابط نظری ارائه شده برای پیش‌بینی پارامتر اصلاح طول ترک (Δ)، مدل تیر تیموشنکو بر بستر کشسان تک پارامتری همخوانی خوبی با نتایج تجربی برای کامپوزیت‌های لایه‌یی الیاف شیشه-اپوکسی دارد.

نظری پیش‌بینی کنیم. در این تحقیق، سه روش پیشنهادی توسط محققین دیگر برای تخمین اصلاح طول ترک قطعه‌ی DCB ارزیابی می‌شود. با مدل‌سازی نمونه‌ی DCB به‌صورت تیر تیموشنکو بر بستر کشسان دو پارامتری، رابطه‌ی ۷ پیشنهاد شد:^[۷]

$$\frac{\Delta}{h} = \sqrt{\frac{E_{fx}}{11 G_{12}} \left(3 - 2 \left(\frac{\Gamma}{1 + \Gamma} \right)^2 \right)} \quad (7)$$

که در آن $\Gamma = \frac{6}{5} \sqrt{\frac{E_{fx} E_T}{G_{12}}}$. همچنین در سال ۱۹۹۵ رابطه‌ی دیگری براساس تیر تیموشنکو بر بستر کشسان تک پارامتری ارائه شد:

$$\frac{\Delta}{h} = \sqrt{\left(\frac{E_{fx}}{6 E_T} \right)^{1/2} + \frac{1}{12} \frac{E_{fx}}{k G_{12}}} \quad (8)$$

با استفاده از قانون جمع آثار و در نظر گرفتن اثرات بستر کشسان، تغییر شکل برشی و اثرات سنت-وانانت مطابق رابطه‌ی ۹ ارائه شد:

$$\frac{\Delta}{h} = \left(\frac{E_{fx}}{6 E_T} \right)^{1/4} + \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E_{fx}}{G_{12}}} \quad (9)$$

در جدول ۴ نتایج مقادیر اصلاح طول ترک پیش‌بینی شده با سه مدل فوق ارائه شده است. میانگین مقدار Δ به دست آمده از آزمایش (جدول ۳) برابر 2.42 ± 0.51 mm است. مقدار اختلاف Δ نزد ویلیامز، کندو و آلسن نسبت به مقدار تجربی برابر ۱۳/۲-

پانویس‌ها

1. double cantilever beam (DCB)
2. free edge
3. compliance method
4. linear elastic fracture mechanics
5. Irwin-Kies

منابع (References)

1. ASTM D5528, Standard Test Method for Mode I Interlaminar Fracture Toughness of Unidirectional Fiber-Reinforced Polymer Matrix Composites (2001).
2. ISO/DIS 15024, Standard Test Method for Mode I Interlaminar Fracture Toughness G_{Ic} of Unidirectional Fibre Reinforced Polymer Matrix Composites (2001).
3. Hamed, M.A., Nosier, A. and Farrahi, G.H., "Separation of delamination modes in composite beams with symmetric delaminations", *Mater. Des.*, **27**(10), pp. 900-910 (2006).
4. Gordnian, K., Hadavinia, H., Mason, P.J. and Madenci, E. "Determination of fracture energy and tensile cohesive strength in Mode I delamination of angle-ply laminated composites", *Compos. Struct.*, **82**(4), pp. 577-586 (2008).
5. Kanninen, M.F. "An augmented double cantilever beam model for studying crack propagation and arrest", *Int. J. Fract.*, **9**(1), pp. 83-91 (1973).
6. Whitney, J.M. "Stress analysis of the double cantilever beam specimen", *Compos. Sci. Technol.*, **23**(3), pp. 201-219 (1985).
7. Williams, J.G. "End corrections for orthotropic DCB specimens", *Comp Sci Technol*, **35**, pp. 367-376 (1989).

8. Olsson, R.A. "A simplified improved beam analysis of the DCB specimen", *Compos. Sci. Technol.*, **43**(4), pp. 329-338 (1992).
9. Ozdil, F. and Carlsson, L.A. "Beam analysis of angle-ply laminate DCB specimens", *Compos. Sci. Technol.*, **59**(2), pp. 305-315 (1999).
10. Kondo, K., "Analysis of double cantilever beam specimen", *Adv. Compos. Mater.*, **4**(4), pp. 355-366 (1995).
11. Prasad, B.K.R. and Kumar, D.V.T.G.P. "Fracture behavior of multidirectional DCB specimen: Higher-order beam theories", *J. Eng. Mech.*, **135**(10), pp. 1119-1128 (2009).
12. Shokrieh, M.M., Heidari-Rarani, M. and Ayatollahi M.R. "Calculation of G_I for a multidirectional composite double cantilever beam on two-parametric elastic foundation", *Aerosp. Sci. Technol.*, **15**(7), pp. 534-543 (2011).
13. Shokrieh, M.M. and Heidari-Rarani, M. "A comparative study for beams on elastic foundation models to analysis of mode-I delamination in DCB specimens", *Struct. Enging Mech.*, **37**(2), pp. 149-162 (2011).
14. Davidson, B.D. and Schapery, R.A. "Effect of finite width on deflection and energy release rate of an orthotropic double cantilever specimen", *J. Compos. Mater.*, **22**, pp. 640-656 (1988).
15. Davidson, B.D. and Schapery, R.A. "Technique for predicting mode I energy release rates using a first-order shear deformable plate theory", *Eng. Fract. Mech.*, **36**(1), pp. 157-65 (1990).
16. Davidson, B.D. "An analytical investigation of delamination front curvature in double cantilever beam specimens", *J. Compos. Mater.*, **24**, pp. 1124-1137 (1990).
17. de Morais, A.B. "Double cantilever beam testing of multidirectional laminates", *Compos. Part A*, **34**, pp. 1135-1142 (2003).
18. Gong, X.J., Hurez, A. and Verchery, G. "On the determination of delamination toughness by using multidirectional DCB specimens", *Polym. Test.*, **29**(6), pp. 658-666 (2010).
19. Irwin, G.R. and Kies, J.A. "Critical energy release rate analysis of fracture strength", *Weld Res Suppl*, **33**, pp. 193-198 (1954).
20. Hashemi, S., Kinloch, A.J. and Williams, J.G. "The analysis of interlaminar fracture in uniaxial fibre-polymer composites", *Proc of the Royal Society of London, Series A*, **427**(1872), pp. 173-199 (1990).

EFFECT OF CURVED CRACK FRONT ON STRAIN ENERGY RELEASE RATE OF UNIDIRECTIONAL DCB SPECIMENS

M. Heidari-Rarani

heidarirarani@iust.ac.ir

M.M. Shokrieh (corresponding author)

shokrieh@iust.ac.ir

Dept. of Mechanical Engineering
Iran University of Science and Technology

Sharif Mechanical Engineering Journal

Volume 29, Issue 2, Page 81-86, Research Note

© Sharif University of Technology

- Received 18 July 2011; received in revised form 5 June 2012; accepted 15 July 2012.

Abstract

Delamination is a typical fracture mechanism in fiber reinforced composite laminates that occurs due to low interlaminar strength. Some well-known sources of delamination under different loadings are free edges, cut out, low-velocity impact and fabrication defects. This damage may considerably reduce global stiffness and strength, leading to a catastrophic structure failure. Therefore, characterization of delamination resistance, based on fracture mechanics, is of great importance in engineering design. Regarding the experimental point of view, the double cantilever beam (DCB) specimen has been widely used to measure mode-I critical strain energy release rate (G_{Ic}). Many factors may affect the strain energy release rate of a composite DCB specimen. Among these factors, initial crack length has a significant effect on the interlaminar fracture toughness (G_{Ic}) of unidirectional, double cantilever beam (DCB) specimens. Crack propagation is not self-similar in composite DCB specimens, due to bending-bending coupling. As a result, straight crack front changes to thumb-nail shape during the propagation. The difference between analytical and experimental (G_{Ic}) results is related to the use of critical load or displacement during data reduction. In this study, at first, the effect of using critical load, critical displacement and critical load-displacement is examined in experimental calculation of (G_{Ic}). Results show that using only critical load underestimates initial fracture toughness, whereas using only critical displacement overestimates it. Afterwards, the influence of crack length correction on fracture toughness is experimentally investigated. The proposed relations, by other

researchers, for crack length correction, are assessed by experimental results. Results showed that crack length correction, based on the Timoshenko beam on a Winkler elastic foundation model, are in good agreement with experimental ones. Finally, engineers can predict the (G_{Ic}) value of a unidirectional DCB specimen with good accuracy using a simple beam theory with correction in initial crack length.

Key Words: delamination toughness, DCB, curved crack front.