

# تعیین تحلیلی تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی برای دیوارها در شرایط اقلیمی تهران

امین حدیدی (کارشناس ارشد)

مهدی معرفت\* (دانشیار)

امین داوری ملک آبادی (کارشناس ارشد)

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

مهندسی مکانیک شریف، (پاییز ۱۳۹۳)  
دوری ۲ - ۳، شماره ۱/۲، ص. ۳۹-۴۶

در تعیین ظرفیت ذخیره‌سازی انرژی مواد، «تأخیر زمانی» و «عامل کاهیدگی» پارامترهای بسیار مهمی هستند. در این تحقیق، تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی برای دیوارها در شرایط اقلیمی شهر تهران، به‌طور تحلیلی مطالعه شده است. برخلاف تحقیقات قبلی که اساساً بر روش‌های عددی متمرکز بوده، در تحقیق حاضر روشی تحلیلی با کاربرد تابع گرین برای حل معادله‌ی گرمای گذرا با شرایط مرزی جابه‌جایی (نوع سوم) وابسته به زمان مربوط به تعیین عامل کاهیدگی و تأخیر زمانی، ارائه شده است. اثر پارامترهای مختلف — نظیر ضخامت و ضریب انتقال گرمای محیط داخل و خارج — و نیز اثر لایه‌ی عایق گرمایی در دیوارهای ساندویچی معمول بر تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج این تحقیق را می‌توان در طراحی کاراتر ساختمان‌های غیرفعال خورشیدی و طراحی بهینه‌ی دیوارها و سایر زمینه‌های مرتبط در کشور، که سبب کاهش مصرف انرژی و همچنین کاهش آلودگی محیط زیست می‌شود، به کار برد.

واژگان کلیدی: تأخیر زمانی، عامل کاهیدگی، شرایط اقلیمی تهران، کاهش مصرف انرژی.

amin.hadidi@yahoo.com  
maerefat@modares.ac.ir  
amin\_davari\_me@yahoo.com

## ۱. مقدمه

استفاده از سیستم‌های گرمایشی و سرمایشی غیرفعال در ساختمان‌ها باعث بهبود کیفیت هوای داخل، ایجاد شرایط آسایش و در نهایت باعث کاهش مصرف انرژی می‌شود. در این سیستم‌ها، گرمایش ساختمان از طریق بهره‌ی گرمایی مستقیم<sup>۱</sup> یا روش ذخیره‌ی گرمایی صورت می‌گیرد. در این ساختمان‌ها، دیوارها و کف به‌عنوان محیط ذخیره‌کننده‌ی گرما مورد استفاده قرار می‌گیرند و از انرژی ذخیره شده در دیوارها و کف در طی روز می‌توان برای گرمایش در شب استفاده کرد.

در سطح دیوار خارجی ساختمان در هر لحظه از دوره‌ی یک شبانه‌روز، پروفیل‌های دمایی مختلفی وجود دارد. این پروفیل‌ها تابع دمای داخل ساختمان، دمای بیرون ساختمان، و نیز خواص ترموفیزیکی دیوارند. از آنجا که دمای بیرون در یک شبانه‌روز تغییرات نوسانی دارد، در هر لحظه از روز پروفیل دمای جدیدی وجود خواهد داشت. در طول این مدت یک موج گرمایی از خارج ساختمان به داخل ساختمان انتشار می‌یابد که دامنه‌ی آن نشان‌گر اندازه دما، و طول موج آن نشان‌گر زمان است. دامنه‌ی موج گرمایی در سطح خارجی دیوار مربوط به تشعشع خورشیدی، و انتقال گرما بین دیوار و هوای محیط است. طی انتشار این موج گرمایی در دیوار، دامنه‌ی آن با توجه

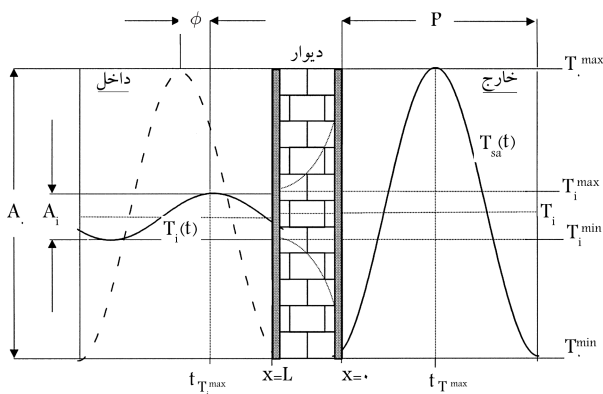
\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۱/۷/۲۵، اصلاحیه ۱۳۹۱/۱۰/۲۴، پذیرش ۱۳۹۱/۱۱/۲۳

به خواص ترموفیزیکی ماده‌ی تشکیل‌دهنده دیوار کاهش می‌یابد. زمانی که این موج به سطح داخلی دیوار می‌رسد دامنه‌ی دارد که مقدار آن در مقایسه با دامنه‌اش در سطح خارجی به‌طور چشم‌گیری کم‌تر است. نسبت کاهش دامنه‌ی موج طی انتشار در طول ماده از یک سطح به سطح دیگر را «عامل کاهیدگی»<sup>۲</sup> می‌نامند.<sup>[۱]</sup>

تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی دامنه، دو مشخصه‌ی بسیار مهم در تعیین قابلیت ذخیره‌سازی انرژی در هر ماده است که براساس خواص ترموفیزیکی و ضخامت دیوار یا هر ماده دیگر، مقادیر متفاوتی از این دو پارامتر به‌دست خواهد آمد. ارزیابی تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی معیاری از شرایط آسایش حرارتی داخل<sup>۳</sup>، و از دیدگاه انرژی، امکان کاهش تقاضای بار انرژی است.<sup>[۱]</sup> از انرژی ذخیره شده در طول روز می‌توان در طول شب — زمانی که دمای خارج کم است — بهره برد. در برخی نواحی خشک، دمای داخل برای برقراری شرایط آسایش حرارتی بسیار بالاست. دیوارهایی با تأخیر زمانی بالا و عامل کاهیدگی کم، با وجود دمای بالای هوای بیرون، دمای داخلی مناسبی فراهم می‌کنند. با طراحی دیوارهای مخصوصی که در آن‌ها عامل کاهیدگی دامنه بسیار پایین و تأخیر زمانی بسیار بالاست، می‌توان از انتشار نوسانات شدید دمای بیرون به داخل جلوگیری کرد و به دمای داخلی ثابتی که مناسب آسایش حرارتی است دست یافت.<sup>[۳]</sup>

به‌دلیل پتانسیل بالای ارتقاء و بهینه‌سازی گرمایی عملکرد دیوار ساختمان‌ها،



شکل ۱. نمایش شماتیک تأخیر زمانی  $\phi$  و عامل کاهیدگی  $f$  [۱].

که در آن  $t_{T_o}^{\max}$  و  $t_{T_i}^{\max}$  به ترتیب زمان مربوط به بیشینه دمای سطوح خارجی و داخلی اند؛  $P(86400 \text{ sec})$  نیز بیانگر دوره تناوب موج گرما برحسب ثانیه است. عامل کاهیدگی نیز چنین تعریف می‌شود:

$$f = \frac{A_i}{A_o} = \frac{T_i^{\max} - T_i^{\min}}{T_o^{\max} - T_o^{\min}} \quad (2)$$

که در آن مقادیر  $A_i$  و  $A_o$  نشانگر دامنه‌های موج در سطوح بیرونی و درونی دیوار هستند. فرض می‌شود دمای هوای محیط خارج ( $T_a$ ) مطابق با تغییرات دمایی در یک شبانه‌روز (۲۴ ساعت) گرم تابستانی، به صورت تابع سینوسی تغییر می‌کند. در نهایت معادله‌ی عمومی برای دمای هوای بیرون عبارت است از:

$$T_a(t) = \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} + \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2} \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (3)$$

که در آن  $T_{\max}$  و  $T_{\min}$  به ترتیب کمینه و بیشینه دمای محیط خارج در یک شبانه‌روز (۲۴ ساعت) است؛  $\omega$  نیز عبارت است از:

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} \quad (4)$$

که در آن  $\tau$  معرف پریود تابع سینوسی است و با توجه به این که در این مسئله دوره تناوب را یک شبانه‌روز در نظر گرفته‌ایم،  $\tau$  مطابق رابطه‌ی ۵ محاسبه می‌شود:

$$\tau = 24 \times 3600 = 86400 \text{ (s)} \quad (5)$$

$\omega$  نیز با قرار دادن دوره تناوب در رابطه‌ی ۴ تعیین می‌شود:

$$\omega = \frac{2\pi}{86400} \text{ (rad/s)} \quad (6)$$

با توجه به داده‌های هواشناسی (www.irimo.ir)، بیش‌ترین دمای هوا در تهران از تاریخ ۱۳۸۳/۰۱/۰۱ تا ۱۳۸۹/۰۱/۰۱، در روز ۱۳۸۷/۰۴/۲۵ بوده که در این تحقیق به‌عنوان گرم‌ترین روز چند سال اخیر شهر تهران انتخاب شده است؛ دمای کمینه و بیشینه در این روز به ترتیب ۲۹ و ۴۳ درجه سانتی‌گراد است. در نتیجه، مدل تغییرات دمای گرم‌ترین روز تهران مطابق رابطه‌ی ۷ ارائه می‌شود:

$$T_a(t) = 36 + 7 \sin\left(\frac{2\pi}{86400} t - \frac{\pi}{2}\right) \quad (7)$$

تعیین مشخصه‌های گرمایی دینامیکی این دیوارها شدیداً مورد توجه قرار گرفته است. در تحقیقی که به‌منظور بررسی تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی با استفاده از روش عددی کرنک - نیکولسن مورد تحقیق قرار گرفت، [۳۱-۳۵] موج گرمایی مبین دمای sol-air دارای تغییرات سینوسی فرض شد. پاسخ گرمایی آرایش‌های مختلف دیوار، تحت اثر تابش خورشیدی به‌طور تجربی و تحلیلی مورد مطالعه قرار گرفته است. [۶] در تحلیل مشخصه‌های گرمایی مواد ساختمانی سبک با استفاده از مدل عددی دوبعدی، [۷] این مشخصه‌ها -- نظیر تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی -- برای ساختارهای مختلف مورد مقایسه قرار گرفت. به دلیل اهمیت تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی در بهینه‌سازی مصرف انرژی، طراحی بهینه، و نیز بهینه‌سازی ضخامت دیوارها، محققین زیادی این دو پارامتر را برای شرایط اقلیمی کشورهای مختلف مورد مطالعه قرار داده‌اند. [۲۱-۲۳، ۲۸-۳۰] در نوشتار حاضر نیز شرایط اقلیمی شهر تهران با در نظر گرفتن مصالح ساختمانی معمول در ایران مورد مطالعه قرار گرفته است. با توجه به تحقیقات انجام‌شده پیشین، که اساساً بر روش‌های عددی متمرکز بوده، در این تحقیق روش حل تحلیلی معادله‌ی گرمای گذرا با شرایط مرزی جابه‌جایی (نوع سوم) وابسته به زمان با استفاده از تابع گرین برای تعیین عامل کاهیدگی و تأخیر زمانی ارائه شده است. شایان ذکر است در تحقیقات گذشته، به‌ویژه در تحقیقات انجام‌شده توسط اسن [۳۱-۳۵] که عمدتاً به تعیین تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی اختصاص دارد، اثرات پارامترهای مختلف بر این مشخصه‌ها مورد بررسی قرار نگرفته و مسئله با فرض عدم اثر ضریب انتقال گرمای محیط داخل و خارج بر تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی حل شده است. این در حالی است که در تحقیق حاضر وابستگی تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی به ضریب انتقال گرمای محیط داخل و خارج مورد مطالعه قرار گرفته است.

همچنین برخلاف تحقیق اسن [۳۱] که در آن تغییرات دمای محیط خارج در طی شبانه‌روز به‌صورت ساده، با بازه تغییرات دمایی ۱ درجه سانتی‌گراد در نظر گرفته شده، در تحقیق حاضر تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی برای فصل گرم در شرایط واقعی اقلیمی ایران به‌طور تحلیلی محاسبه شده است. در این تحقیق، تغییرات دمای گرم‌ترین روز سال در شهر تهران طی شش سال اخیر، به‌صورت تابع سینوسی مدل‌سازی شده و از آن به‌عنوان شرایط دمایی محیط خارج استفاده شده است. همچنین تأثیر ضخامت مواد، نوع مواد استفاده شده و ضریب انتقال گرمای محیط خارج و داخل بر تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی مطالعه شده است. در انتها، با استفاده از روش تحلیلی ارائه شده، اثر استفاده از عایق گرمایی در ساختار ساندویچی دیوارهای معمول بر تأخیر زمانی، عامل کاهیدگی و گرمای مبادله شده در یک شبانه‌روز از واحد سطح دیوار بررسی شده است.

## ۲. تأخیر زمانی، عامل کاهیدگی $f$ و دمای هوای بیرون $T_a$

تأخیر زمانی و ضریب کاهش از عوامل اساسی برای تعیین قابلیت‌های ذخیره‌سازی گرما برای هر ماده محسوب می‌شوند. مدت زمانی که طول می‌کشد تا موج گرمایی از سطح بیرونی به سطح درونی منتشر شود، تأخیر زمانی ( $\phi$ ) و نسبت کاهش دامنه‌ی آن طی این مرحله عامل کاهیدگی ( $f$ ) نامیده می‌شود. شماتیک تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی در شکل ۱ نشان داده شده است. بر این اساس، تأخیر زمانی عبارت است از: [۱]

$$\begin{aligned} t_{T_i}^{\max} < t_{T_o}^{\max} &\Rightarrow \phi = t_{T_i}^{\max} - t_{T_o}^{\max} \\ t_{T_i}^{\max} > t_{T_o}^{\max} &\Rightarrow \phi = t_{T_i}^{\max} - t_{T_o}^{\max} + P \end{aligned} \quad (8)$$

### ۳. تعریف مسئله و معادلات حاکم

در این تحقیق، فرض می‌شود که دمای دیوار مورد مطالعه فقط وابسته به راستای  $x$  و زمان باشد. هندسه‌ی مسئله در شکل ۲ نشان داده شده است. با فرض ثابت بودن خواص گرمایی، معادله‌ی گذرا و یک‌بعدی هدایت برای این مسئله عبارت است از:

$$f(x) = \left( \frac{1}{\frac{h_o}{k} + \frac{h_i}{k} + \frac{h_o}{k} \times \frac{h_i}{k} \times L} \right) \times \left\{ \left[ -\frac{h_o}{k} \times \frac{h_i}{k} \times \left( \frac{T_{\max} + T_{\min}}{2} - \frac{T_{\max} - T_{\min}}{2} \right) + \frac{h_o}{k} \times \frac{h_i}{k} \times T_i \right] x + \left[ \frac{h_i}{k} \times T_i + \left( 1 + \frac{h_o}{k} \times L \right) \times \frac{h_i}{k} \right] \right\} \quad (12)$$

$$\frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} \quad (8)$$

$\alpha$  ضریب توزیع (پخشندگی) گرمایی دیوار است.

برای حل این مسئله، دو شرط مرزی و یک شرط اولیه مورد نیاز است؛ شرط مرزی جابه‌جایی در دو طرف دیوار اعمال می‌شود. شرط مرزی در سطوح خارجی و داخلی عبارت است از:

$$\frac{h_o}{k} T(x=0, t) - \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} = \frac{h_o}{k} T_a(t) \quad (9)$$

$$\frac{h_i}{k} T(x=L, t) + \frac{\partial T(L, t)}{\partial x} = \frac{h_i}{k} T_i \quad (10)$$

### ۴. حل تحلیلی

حال مسئله‌ی مورد نظر به مسئله‌ی هدایت گرمایی یک‌بعدی -- که دارای شرایط مرزی تناوبی روی سطح بیرونی و شرط مرزی جابه‌جایی روی سطح داخلی است -- تبدیل می‌شود. برخلاف اسن<sup>[۱]</sup> که این مسئله را به صورت عددی حل کرد، در این تحقیق معادله‌ی حاکم به همراه شرایط مرزی مذکور به‌طور تحلیلی و با استفاده از تابع گرین حل می‌شود.

در تحقیق حاضر با در نظر گرفتن معادله‌ی گرمایی (معادله‌ی ۸) به همراه شرایط مرزی اولیه (معادلات ۱۰ تا ۱۲) و با استفاده از اصل برهم‌نهی، پاسخ معادله‌ی گرمایی به صورت مجموع پاسخ گذرا و پاسخ پایایی نوسانی در نظر گرفته می‌شود. از آنجا که شرط مرزی وابسته به زمان است و در هر لحظه از زمان تغییر می‌کند، حل پایا نیز تحت تأثیر این تغییرات زمانی قرار می‌گیرد.

$$T(x, t) = v(x, t) + s(x, t) \quad (13)$$

با قرار دادن عبارت بالا در معادلات ۸ تا ۱۰، معادله‌ی گرما را به همراه شرایط مرزی اولیه می‌توان چنین نوشت:

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial s(x, t)}{\partial t} = \alpha \left[ \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s(x, t)}{\partial x^2} \right] \quad (14)$$

$$\frac{h_o}{k} v(0, t) - \frac{\partial v(0, t)}{\partial x} + \frac{h_o}{k} s(0, t) - \frac{\partial s(0, t)}{\partial x} = \frac{h_o}{k} T_a(t) \quad (15)$$

$$\frac{h_i}{k} v(L, t) + \frac{\partial v(L, t)}{\partial x} + \frac{h_i}{k} s(L, t) + \frac{\partial s(L, t)}{\partial x} = \frac{h_i}{k} T_i \quad (16)$$

$$v(x, 0) + s(x, 0) = f(x) \quad (17)$$

با فرض این که  $s(x, t)$  تابعی خطی از  $x$  باشد، معادله‌ی دیفرانسیل اصلی به دو معادله‌ی دیفرانسیل (معادلات ۱۸ و ۱۹) تقسیم می‌شود. قسمت گذرا با شرط مرزی همگن (معادلات ۱۸ تا ۲۱):

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} - \frac{\partial s(x, t)}{\partial t} \quad (18)$$

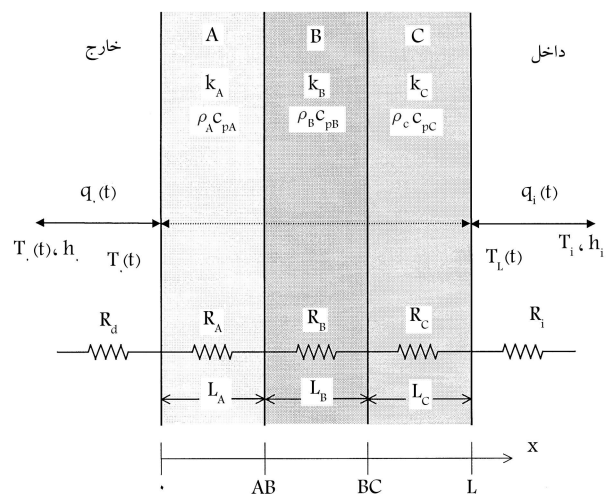
$$\frac{h_o}{k} v(0, t) - \frac{\partial v(0, t)}{\partial x} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{h_i}{k} v(L, t) + \frac{\partial v(L, t)}{\partial x} = 0 \quad (20)$$

$$v(x, 0) = f(x) - s(x, 0) \quad (21)$$

$h_i$  ضریب انتقال گرمای ناشی از جابه‌جایی در محیط داخل، و  $h_o$  ضریب انتقال گرما در محیط خارج در مجاورت سطح بیرونی هستند که با در نظر گرفتن اثر ترکیبی تشعشع و جابه‌جایی و همچنین سرعت باد معادل  $12 \text{ km/h}$ ، به ترتیب مقادیر  $22 \text{ W/m}^2\text{K}$  و  $9 \text{ W/m}^2\text{K}$  برای ضرایب انتقال گرما در سطح خارج و داخل منظور شده است.<sup>[۱]</sup> در روابط ۹ و ۱۰،  $T_x = 0$  معرف دمای سطح خارجی دیوار،  $T_x = L$  معرف دمای سطح داخلی دیوار، و  $T_i$  بیان‌گر دمای داخل اتاق است که در تابستان دمای  $25$  درجه سانتی‌گراد برای طرح داخل در نظر گرفته می‌شود. پاسخ حالت پایایی مسئله در  $t = 0$  به‌عنوان شرط اولیه لحاظ شده،<sup>[۱]</sup> و دمای داخل اتاق نیز ثابت است. در نهایت پاسخ مسئله در لحظه‌ی  $t = 0$  با حل معادله‌ی ۸ به همراه شرایط مرزی بیان شده در روابط ۹ و ۱۰ چنین به دست می‌آید:

$$T(x, 0) = f(x) \quad (11)$$



شکل ۲. شماتیک هندسه‌ی مسئله.<sup>[۱]</sup>

و قسمت پایا با شرایط مرزی و اولیه غیرهمگن (معادلات ۲۲ تا ۲۴) حل می‌شود: در نتیجه:

$$v(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} T_n(t) X_n(x) \quad (39)$$

همچنین بسط تابع ویژه بعدی را می‌توان چنین نوشت:

$$q(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} Q_n(t) X_n(x) \quad (40)$$

$$Q_n(t) = \int_0^L q(x, t) X_n(x) dx \quad (41)$$

که در آن  $q(x, t)$  مطابق رابطه‌ی ۲۸ محاسبه می‌شود.

$$q(x, t) = \frac{(h_i/k) \cdot (h_o/k) T_a'(t)}{(h_o/k) \cdot (h_i/k) \cdot L + (h_o/k) + (h_i/k)} x - \frac{(h_i/k) \cdot L \cdot (h_o/k) T_a'(t) + (h_o/k) T_a'(t)}{(h_o/k) \cdot (h_i/k) \cdot L + (h_o/k) + (h_i/k)} \quad (42)$$

$$Q_n(t) = \int_0^L (q(x, t) \cdot \frac{\cos(\sqrt{\lambda_n} x) + \frac{h_o}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} \cdot \sin(\sqrt{\lambda_n} x)}{\int_0^L (\cos(\sqrt{\lambda_n} x) + \frac{h_o}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} \cdot \sin(\sqrt{\lambda_n} x))^2 dx}) dx \quad (43)$$

با استفاده از معادلات ۳۹ و ۴۰، معادله‌ی ۲۹ را می‌توان چنین نوشت:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{\partial T_n(t)}{\partial t} \right) X_n(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \alpha T_n(t) \left( \frac{\partial^2 X_n(x)}{\partial x^2} \right) + Q_n(t) X_n(x) \right] \quad (44)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{\partial T_n(t)}{\partial t} + \alpha \lambda_n T_n(t) \right] X_n(x) = \sum_{n=0}^{\infty} [Q_n(t) X_n(x)] \quad (45)$$

$$\Rightarrow \left[ \frac{\partial T_n(t)}{\partial t} + \alpha \lambda_n T_n(t) \right] = Q_n(t) \quad (46)$$

حل معادله‌ی دیفرانسیل معمولی وابسته به زمان (معادله‌ی ۴۴) به صورت رابطه‌ی ۴۷ نشان داده می‌شود:

$$T_n(t) = C(n) e^{(-\alpha \lambda_n t)} + \int_0^t G_1(t, \tau) Q_n(\tau) d\tau \quad (47)$$

که در آن  $G_1(t, \tau)$  تابع گرین مرتبه یک است و عبارت است از:

$$G_1(t, \tau) = e^{[-\alpha \lambda_n (t-\tau)]} \quad (48)$$

در نهایت، حل معادله‌ی دیفرانسیل اصلی (معادله‌ی گرما) مطابق رابطه‌ی ۴۹ عبارت است از:

$$T(x, t) = v(x, t) + s(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ C(n) e^{(-\alpha \lambda_n t)} + \int_0^t e^{[-\alpha \lambda_n (t-\tau)]} Q_n(\tau) d\tau \right] X_n(x) + s(x, t) \quad (49)$$

ضرایب فوریه  $C(n)$  با قراردادن شرط اولیه در معادله‌ی ۴۹ حاصل می‌شود.

$$T(x, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} C(n) X_n(x) + s(x, 0) \quad (50)$$

$$C(n) = \int_0^L [f(x) - s(x, 0)] X_n(x) dx \quad (51)$$

$$\frac{\partial^2 s(x, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{h_o}{k} s(0, t) - \frac{\partial s(0, t)}{\partial x} = \frac{h_o}{k} T_a(t) \quad (23)$$

$$\frac{h_i}{k} s(L, t) + \frac{\partial s(L, t)}{\partial x} = \frac{h_i}{k} T_i \quad (24)$$

با حل معادله‌ی پایا ۲۲ خواهیم داشت:

$$s(x, t) = m(t)x + b(t) \quad (25)$$

$$b(t) = \frac{(h_i/k) \cdot L \cdot (h_o/k) T_a(t) + (h_o/k) T_a(t) + (h_i/k) T_i}{(h_o/k) \cdot (h_i/k) \cdot L + (h_o/k) + (h_i/k)} \quad (26)$$

$$m(t) = \frac{(h_o/k) \cdot (h_i/k) T_i - (h_i/k) \cdot (h_o/k) T_a(t)}{(h_o/k) \cdot (h_i/k) \cdot L + (h_o/k) + (h_i/k)} \quad (27)$$

اکنون با حل معادله‌ی گرمای گذرا (معادله ۱۸) داریم:

$$q(x, t) = -\frac{\partial s(x, t)}{\partial t} \quad (28)$$

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} + q(x, t) \quad (29)$$

به طور موقت با قرار دادن  $q(x, t) = 0$ ، معادله‌ی ۲۹ چنین حل می‌شود:

$$\frac{\partial v(x, t)}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial x^2} \quad (30)$$

$$\frac{h_o}{k} v(0, t) - \frac{\partial v(0, t)}{\partial x} = 0 \quad (31)$$

$$\frac{h_i}{k} v(L, t) + \frac{\partial v(L, t)}{\partial x} = 0 \quad (32)$$

$$v(x, 0) = f(x) - s(x, 0) \quad (33)$$

با تفکیک متغیرها، توابع و مقادیر ویژه محاسبه می‌شود:

$$\frac{\partial^2 X(x)}{\partial x^2} + \lambda X(x) = 0 \quad (34)$$

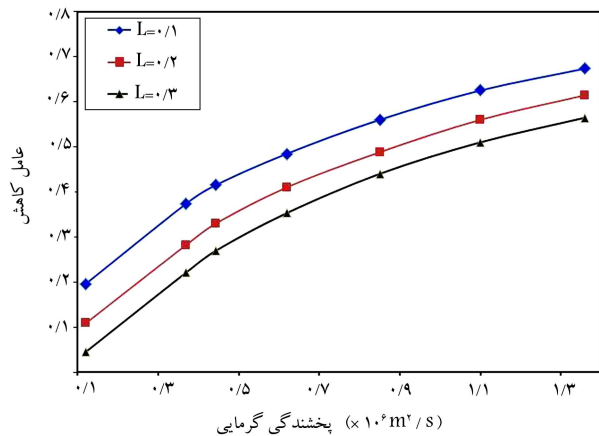
$$\frac{h_o}{k} X(0) - \frac{\partial X(0)}{\partial x} = 0 \quad (35)$$

$$\frac{h_i}{k} X(L) + \frac{\partial X(L)}{\partial x} = 0 \quad (36)$$

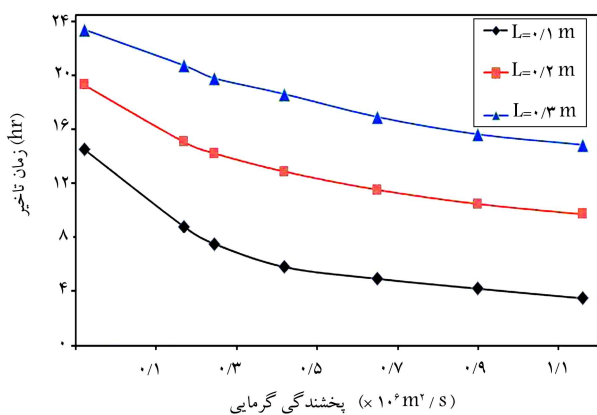
تابع ویژه و متناظر، شامل معادله‌ی اولر با شرایط مرزی همگن است. معادله‌ی مقدار ویژه و تابع ویژه به‌همین‌جاری شده مسئله‌ی مورد نظر به ترتیب به صورت معادلات ۳۷ و ۳۸ نشان داده شده است؛ مقادیر ویژه  $(\lambda_n)$  ریشه‌های معادله‌ی مقدار ویژه هستند. لازم به ذکر است که معادله‌ی مقدار ویژه از شرایط مرزی همگن (معادله‌های ۳۵ و ۳۶) به دست می‌آید:

$$\tan(\sqrt{\lambda_n} L) = \frac{\sqrt{\lambda_n} \cdot \left( \frac{h_i}{k} + \frac{h_o}{k} \right)}{\lambda_n - \left( \frac{h_i}{k} \cdot \frac{h_o}{k} \right)} \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (37)$$

$$X_n(x) = \frac{\cos(\sqrt{\lambda_n} x) + \frac{h_o}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} \cdot \sin(\sqrt{\lambda_n} x)}{\int_0^L \left( \cos(\sqrt{\lambda_n} x) + \frac{h_o}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda_n}} \cdot \sin(\sqrt{\lambda_n} x) \right)^2 dx} \quad (38)$$



شکل ۳. عامل کاهیدگی به صورت تابعی از ضخامت ماده و ضریب توزیع (پخشندگی) گرمایی.



شکل ۴. تأخیر زمانی به صورت تابعی از ضخامت ماده و ضریب پخشندگی گرمایی.

چنان که در شکل ۴ نمایش داده شده است، افزایش ضخامت به افزایش تأخیر زمانی می انجامد؛ در توجیه این امر می توان گفت که با افزایش ضخامت دیوار، قابلیت جذب و ذخیره سازی انرژی افزایش می یابد که این سبب ایجاد اختلاف فاز در توزیع دمای داخل و خارج و در نتیجه افزایش تأخیر زمانی می شود. افزایش ضریب پخشندگی مواد، کاهش تأخیر زمانی را نیز به همراه دارد. از آنجا که افزایش ضریب پخشندگی مواد به سهولت انتقال گرما و کاهش قابلیت جذب گرما می انجامد، در نتیجه میزان ذخیره و به تبع آن تأخیر در انتقال گرما از دیوار نیز کاهش می یابد. بنابراین با افزایش پخشندگی گرمایی، تأخیر زمانی کاهش و با کاهش پخشندگی گرمایی، تأخیر زمانی افزایش می یابد. نتایج ارائه شده در شکل های ۳ و ۴ از نظر کیفی با نتایج اسن<sup>[۱]</sup> مطابقت دارد. اسن نیز در تحقیقات خود بیان داشته که با افزایش پخشندگی گرمایی مواد و نیز کاهش ضخامت آنها، عامل کاهیدگی افزایش پیدا می کند و تأخیر زمانی کاهش می یابد. نتایج تحقیق حاضر نیز همین روند را نشان می دهند (شکل های ۳ و ۴).

چنان که گفته شد محققین قبلی -- از جمله اسن<sup>[۱]</sup> که کارهای زیادی در زمینه تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی انجام داده است -- وابستگی تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی به پارامترهای مسئله، از جمله ضریب انتقال گرمای جابه جایی، را مورد بررسی قرار ندادند. در تحقیق حاضر، وابستگی تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی به ضریب انتقال گرمای محیط داخل و خارج مورد بررسی قرار گرفته است. بدین منظور، تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی برای آجر ساختمانی با ضخامت ۰/۲ م با تغییرات

که  $f(x)$ ،  $s(x, 0)$  و  $X_n(x)$  به ترتیب در روابط ۱۱، ۲۵ و ۳۸ آمده اند. حال، با معلوم شدن ضرایب، با استفاده از توزیع دمای داخل دیواره (رابطه ۴۹) می توان تمام مشخصه های گرمای دیوارهای مختلف را تعیین کرد. محاسبه تأخیر زمانی:

$$\frac{\partial T(x=0, t)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial^2 T(x=0, t)}{\partial t^2} \Big|_{t=0} \rightarrow t = t_{T(x=0)}^{\max}$$

$$\frac{\partial T(x=L, t)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial^2 T(x=L, t)}{\partial t^2} \Big|_{t=0} \rightarrow t = t_{T(x=L)}^{\max}$$

$$\Rightarrow \phi = t_{T(x=0)}^{\max} - t_{T(x=L)}^{\max}$$

محاسبه عامل کاهیدگی:

$$f = \frac{A_i}{A_o} = \frac{T_i^{\max} - T_i^{\min}}{T_o^{\max} - T_o^{\min}} = \frac{T(x=L, t = t_{T(x=L)}^{\max}) - T(x=L, t = t_{T(x=L)}^{\min})}{T(x=0, t = t_{T(x=0)}^{\max}) - T(x=0, t = t_{T(x=0)}^{\min})}$$

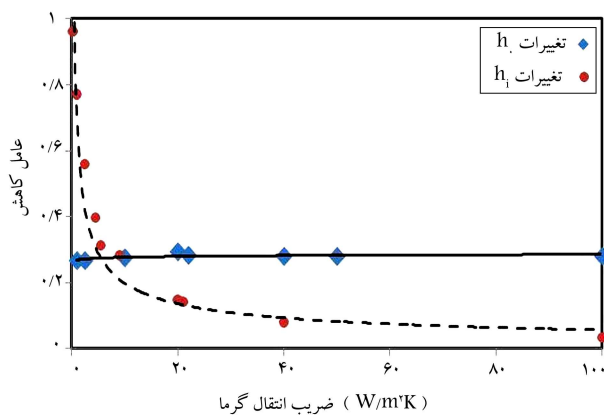
## ۵. نتایج و بحث

مشخصات مواد و مصالح ساختمانی که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته اند در جدول ۱ ارائه شده است. مواد انتخاب شده از مواد اصلی و متداول ساخت ساختمان ها، مخصوصاً در ایران است.

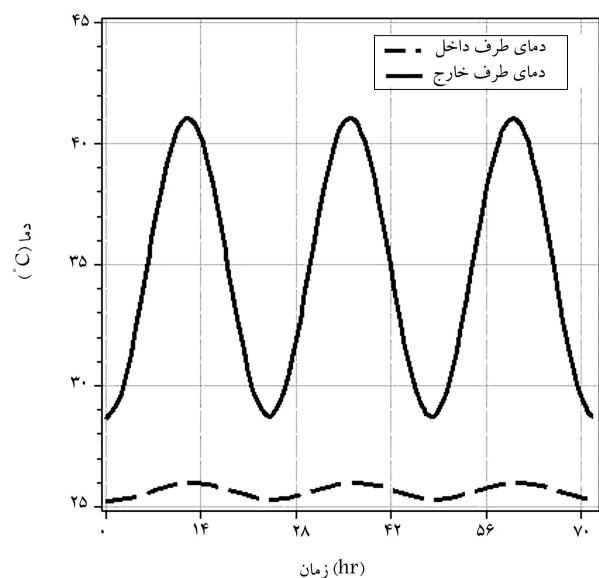
عامل کاهیدگی برای مصالح ساختمانی موجود در جدول ۱ برای ضخامت های ۰/۱، ۰/۲ و ۰/۳ متر مورد بررسی قرار گرفته و نتایج در شکل ۳ ارائه شده است. چنان که در شکل ۳ مشاهده می شود با افزایش ضخامت مواد، عامل کاهیدگی کم می شود. علت این امر را می توان چنین توجیه کرد که با افزایش ضخامت مواد، مقاومت در برابر نفوذ گرما از دیوار و نیز ظرفیت آن برای ذخیره سازی گرما بیشتر می شود؛ این بدان معناست که در زمستان میزان نفوذ گرما از داخل به بیرون، و در تابستان از بیرون به داخل کاهش می یابد. با افزایش ضخامت دیوار عامل کاهیدگی کاهش می یابد و در نتیجه، می توان با وجود نوسانات دمایی شدید محیط خارج، توزیع دمای یکنواختی در محیط داخل فراهم کرد. چنان که در شکل ۳ مشاهده می شود، با افزایش ضریب توزیع (پخشندگی) گرمایی، عامل کاهیدگی افزایش می یابد. ضریب پخشندگی یک ماده نشانگر قابلیت آن ماده در گذردهی گرماست و از این رو، مواد عایق گرمایی، در مقایسه با مواد رسانای گرمایی، پخشندگی گرمایی کمتری دارند. براین اساس هرچه پخشندگی گرمایی یک ماده بیشتر باشد، مقاومت ماده در برابر عبور گرما از آن کم تر خواهد بود و در نتیجه عامل کاهیدگی برای آن مواد بیشتر خواهد بود؛ در حالی که مواد با ضریب پخشندگی کم، مقاومت بیشتری در برابر عبور گرما دارند و به تبع آن عامل کاهیدگی کمتری خواهند داشت.

جدول ۱. مشخصات مصالح ساختمانی متداول مورد استفاده.

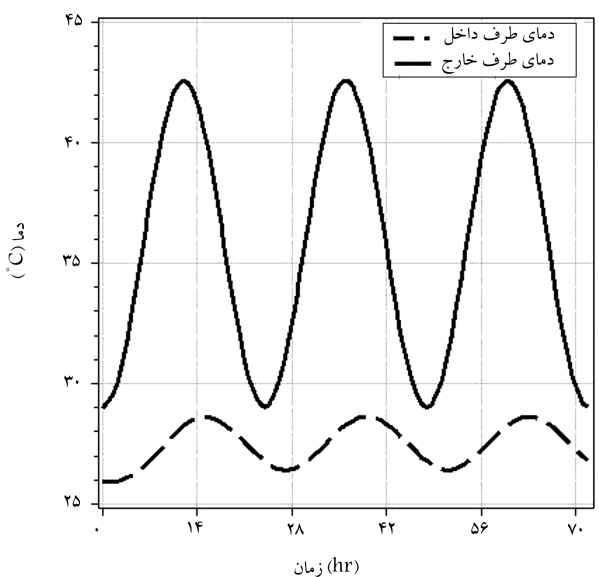
جنس مواد	$k$ (W/mK)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$C_p$ (J/kgK)	$\alpha \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)
مرمر	۲/۹۴	۲۷۰۰	۸۰۰	۱/۳۶
بتن	۰/۹۳	۲۳۰۰	۶۵۳	۰/۶۱۹۲
سیمان	۰/۷۲	۱۸۶۰	۱۰۵۰	۰/۳۶۸۶
آجر	۰/۷	۱۹۷۰	۸۰۰	۰/۴۴۴۱
گچ	۰/۲۲	۱۶۸۰	۱۰۸۵	۰/۱۲۰۷



شکل ۵. تغییرات عامل کاهیدگی در ازاء تغییرات ضریب انتقال گرمای محیط داخل و خارج.



شکل ۶. توزیع دما در سطوح داخلی و خارجی دیوار به ازای  $h_i = 40 \text{ W/m}^2\text{K}$ .



شکل ۷. توزیع دما در سطوح داخلی و خارجی دیوار به ازای  $h_o = 100 \text{ W/m}^2\text{K}$ .

ضریب انتقال گرمای محیط داخل و خارج محاسبه و نتایج در شکل ۵ ارائه شده است. لازم به ذکر است که در این شکل‌ها،  $h_o$  معرف ضریب انتقال گرمای محیط خارج و  $h_i$  معرف ضریب انتقال گرمای محیط داخل است.

با توجه به شکل ۵ مشاهده می‌شود که با تغییرات ضریب انتقال گرمای محیط خارج در عامل کاهیدگی تغییرات چندانی ایجاد نمی‌شود در حالی که تغییرات ضریب انتقال گرمای محیط داخل به شدت در این پارامتر تغییر ایجاد می‌کند، به طوری که در یک محدوده از  $h_i$ ، تغییرات عامل کاهیدگی محسوس تر و از یک حد به بعد شدت وابستگی به ضریب انتقال گرما کاهش می‌یابد. گفتنی است که در نمودار شکل ۵، تغییرات  $h_o$  به ازای یک مقدار ثابت از ضریب انتقال حرارت داخل  $9 \text{ W/m}^2\text{K}$  و همچنین تغییرات  $h_i$  برای یک مقدار مشخص از ضریب انتقال حرارت خارج  $(h_i = 22 \text{ W/m}^2\text{K})$  رسم شده است.

با توجه به سینوسی بودن تغییرات دمای محیط خارج، تغییرات ضریب انتقال گرمای محیط خارج تغییری در نوسانات دما در سطح خارجی ایجاد نمی‌کند، در حالی که با افزایش ضریب انتقال گرمای محیط داخل، عامل کاهیدگی به شدت کاهش می‌یابد. باید توجه داشت که  $h_i$  عملاً در دامنه‌ی تغییرات بین صفر تا حدود  $10 \text{ W/m}^2\text{K}$  قرار دارد و تغییرات شدید عامل کاهیدگی نیز در همین دامنه رخ می‌دهد (شکل ۶). با افزایش ضریب انتقال گرمای محیط داخل، انتقال گرمای جابه‌جایی از دیوار داخلی به شدت افزایش می‌یابد؛ این امر سبب کاهش نوسانات دمایی در سطح داخلی دیوار شده و در نهایت باعث یکنواختی دمای سطح داخلی می‌شود. به همین دلیل با کاهش نوسانات دمای سطح داخلی، عامل کاهیدگی -- که همان نسبت اختلاف بیشینه و کمینه‌ی مقدار دما در سطح داخلی و خارجی دیوار است -- کاهش می‌یابد.

برای نشان دادن اثر ضریب جابه‌جایی محیط داخل در تغییرات دمای سطح داخلی دیوار، توزیع دما در حالتی که ضریب انتقال گرما در محیط داخل خیلی بزرگ است ( $h_i = 40$ )، رسم و در شکل ۶ نمایش داده شده است. افزایش ضریب انتقال گرمای محیط داخل به افزایش انتقال گرمای جابه‌جایی و یکنواختی بیشتر توزیع دما می‌شود و این امر سبب کاهش عامل کاهیدگی می‌شود. توزیع دما روی سطح داخلی و خارجی دیوار به ازای مقدار بزرگ ضریب انتقال گرمای محیط بیرون ( $h_o = 100$ ) در شکل ۷ رسم شده است. با توجه به شکل ۵، مشاهده می‌شود که برخلاف ضریب انتقال گرمای داخل، مقادیر بزرگ تر ضریب انتقال گرمای خارج تأثیری بر نوسانات دما، مخصوصاً نوسانات دمایی سطح داخل نداشته و در نتیجه عامل کاهیدگی دچار تغییرات محسوسی نمی‌شود.

### ۱.۵. اثر تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی

در این قسمت، ترکیب متداول دیوارهای ساختمانی متشکل از آجر، گچ بر پایه‌ی سیمان و یک عایق گرمایی در نظر گرفته می‌شود (شکل ۸). خواص گرمایی و ضخامت مصالح در نظر گرفته شده در جدول ۲ ارائه شده است. برای ساختار ذکر شده، با استفاده از تحلیل یک‌بعدی پایا و تعریف مقاومت گرمایی معادل، هدایت گرمایی معادل به صورت رابطه‌ی ۵۲ محاسبه می‌شود:

$$k_{tot} = \frac{L_{tot}}{\frac{L_1}{k_1} + \frac{L_2}{k_2} + \frac{L_3}{k_3} + \frac{L_4}{k_4} + \frac{L_5}{k_5}} \quad (52)$$

که در آن  $L_{tot}$  (ضخامت کل)، برابر مجموع ضخامت همه لایه‌ها می‌باشد. می‌توان ضریب پخش گرمایی یک دیواره‌ی چندلایه را با استفاده از تشابه گرمایی

جدول ۲. مصالح ساختمانی مورد استفاده در ساختار معمول دیوار.

مصالح ساختمانی	ضخامت (cm)	$k$ (W/mK)	$\rho$ (kd/m <sup>3</sup> )	$C_p$ (J/kgK)	$\alpha \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)
گچ بر پایه سیمان، لایه خارجی	۲	۰٫۷۲	۱۷۰۰	۹۲۱	۰٫۴۶
گچ بر پایه سیمان، لایه داخلی	۲	۰٫۷۲	۱۷۰۰	۹۲۱	۰٫۴۶
آجر ساختمان، لایه داخلی	۱۵	۰٫۶۹	۱۹۰۰	۴۲۷	۰٫۸۵
آجر ساختمان، لایه خارجی	۶٫۵	۰٫۶۹	۱۹۰۰	۴۲۷	۰٫۸۵
پلی‌استایرن منبسط شده	۴	۰٫۰۳۷	۲۵	۱۴۶۵	۱

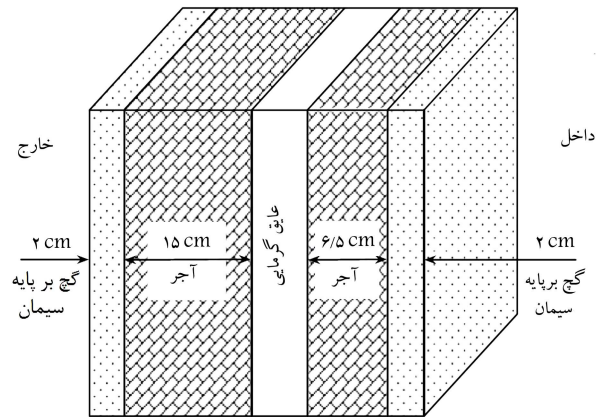
جدول ۴. مشخصات گرمایی دیوار با ساختار معمول، بدون عایق گرمایی.

ضخامت (cm)	$k$ (W/mk)	$\alpha \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)
۲۵٫۵	۰٫۶۹۱۸	۰٫۷۶۱

عامل کاهیدگی و تأخیر زمانی در این حالت، برابر خواهد بود با:

$$f = ۰٫۲, \quad \phi = ۰٫۴ \text{ hr}$$

مقایسه‌ی عامل کاهیدگی در دو حالت مختلف -- استفاده از عایق پلی‌استایرن ( $f = ۰٫۱۶$ ) و عدم استفاده از این عایق ( $f = ۰٫۲$ ) -- نشان می‌دهد که استفاده از عایق پلی‌استایرن به ضخامت ۴ سانتی‌متر سبب می‌شود نوسانات دمایی در طرف داخل دیوار کم‌تر شده و توزیع دما در سطح داخلی دیوار، نزدیک به دمای ۲۵ درجه‌ی سیلسیوس باشد که مطلوب مسئله است و استفاده از این عایق سبب افزایش در مقدار تأخیر زمانی (معادل ۶٫۶ hr) نسبت به حالت بدون عایق شده است.



شکل ۸. ساختار معمول دیوار ساندویچی آجر با عایق.

جدول ۳. مشخصات گرمایی دیوار با ساختار معمول، با عایق گرمایی.

ضخامت (cm)	$k$ (W/mk)	$\alpha \times 10^6$ (m <sup>2</sup> /s)
۲۹٫۵	۰٫۲۰۴	۰٫۷۸۸

## ۶. نتیجه‌گیری

برخلاف تحقیقات قبلی که در آن عملکرد گرمایی اجزاء ساختمانی با حل عددی معادله گرما مورد بررسی قرار گرفته، در تحقیق حاضر تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی برای مواد ساختمانی متداول در ایران و برای شرایط اقلیمی کشور با حل تحلیلی مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور، گرم‌ترین روز سال در شش سال اخیر تهران انتخاب، و تغییرات دمایی آن به صورت سینوسی مدل‌سازی شد. معادله‌ی گرما با شرایط مرزی نوع سوم برای سطوح داخل و خارج، با توزیع دمای محیط خارج به صورت سینوسی وابسته به زمان و با فرض دمای مطلوب ۲۵ درجه سانتی‌گراد برای محیط داخل، به صورت تحلیلی و با استفاده از تابع گرین حل شد. نتایج حاصله عبارت است از:

۱. بررسی تأثیر ضخامت و نوع مواد بر عامل کاهیدگی و تأخیر زمانی نشان داد که ضخامت مواد بر تأخیر زمانی و عامل کاهیدگی تأثیر قابل توجهی دارد، به این صورت که می‌توان از موادی با تأخیر زمانی بالا به منظور ذخیره‌سازی گرما در طول روز استفاده کرد. این بررسی برای طراحی کاراتر سیستم‌های غیرفعال خورشیدی از اهمیت بالایی برخوردار است.

۲. مطالعه‌ی اثر ضریب انتقال گرمای محیط خارج و داخل بر عامل کاهیدگی نشان داد که با افزایش ضریب انتقال گرمای محیط داخل، عامل کاهیدگی کاهش می‌یابد. این کاهش به‌زای ضریب انتقال گرمای کم‌تر از ۲۰ W/m<sup>2</sup>K، شدید است و بعد از این مقدار تغییرات آن ناچیز است.

با دیوار تک‌لایه مطابق رابطه‌ی ۵۳ تعریف کرد. [۱۲]

$$\frac{L_{tot}}{\sqrt{\alpha_{tot}}} = \sum_{j=1}^n \frac{l_j}{\sqrt{\alpha_j}} \quad (53)$$

که در آن  $l_j$  و  $\alpha_j$  به ترتیب ضخامت و ضریب پخش گرمایی هر لایه است. در نهایت چند جمله‌ی اول از حل تحلیلی توزیع دما در کلی‌ترین حالت، یعنی ساختار لایه‌ی معمول دیوار با لایه‌ی عایق گرمایی مطابق رابطه‌ی ۵۴ به دست آمده است.

$$T(x, t) = \left[ -۳۳٫۶۵ - ۲۱٫۴۱ \sin \left( \frac{\pi}{۴۳۲۰۰} t - \frac{\pi}{۲} \right) \right] x + ۳۵٫۷ + ۶٫۸ \sin \left( \frac{\pi}{۴۳۲۰۰} t - \frac{\pi}{۲} \right) \quad (54)$$

که در آن  $t$  برحسب ثانیه است. در نتیجه عامل کاهیدگی و تأخیر زمانی در دیواری با مشخصات درج شده در جدول ۳ و در شرایط جوی ذکر شده، چنین خواهد بود:

$$f = ۰٫۱۶, \quad \phi = ۷ \text{ hr}$$

در صورتی‌که از لایه‌ی عایق پلی‌استایرن استفاده نشود، مشخصات گرمایی دیوار مطابق داده‌های جدول ۴ خواهد بود.

۳. تغییرات ضریب انتقال گرمای محیط خارج اثر محسوسی بر عامل کاهیدگی ندارد.

۴. حل مسئله برای دو ساختار مختلف از دیواره (یکی با عایق و دیگری بدون عایق) نشان داد که استفاده از عایق گرمایی به کاهش عامل کاهیدگی و نیز افزایش قابل توجه تأخیر زمانی می‌انجامد.

### فهرست علائم

$f$ : عامل کاهیدگی

$h$ : ضریب انتقال گرما ( $W/m^2K$ )

$k$ : ضریب هدایت گرمایی ( $W/mK$ )

$t$ : زمان (s)

$T$ : دما (K)

$x$ : جهت انتقال گرما (m)

### علائم یونانی

$\alpha$ : ضریب توزیع (پخشندگی) گرمایی ( $m^2/s$ )

$\phi$ : تأخیر زمان (s)

$\rho$ : چگالی ( $kg/m^3$ )

$\tau$ : دوره‌ی تناوب (s)

### زیر نویس‌ها

$i$ : محیط داخل

$o$ : محیط خارج

### پانوشتها

1. direct heat gain
2. decrement factor
3. indoor thermal comfort

### منابع (References)

1. Asan H. "Numerical computation of time lags and decrement factors for different building materials", *Building and Environment*, **41**, pp. 615-20 (2006).
2. Kontoleon, K.J. and Eumorfopoulou, E.A. "The influence of wall orientation and exterior surface solar absorptivity on time lag and decrement factor in the greek region", *Renewable Energy*, **33**, pp. 1652-1664 (2008).
3. Asan, H. "Investigation of wall's optimum insulation position from maximum time lag and minimum decrement factor point of view", *Energy and Buildings*, **32**, pp. 197-203 (2000).
4. Asan, H. and Sancaktar, Y.S. "Effects of wall's thermophysical properties on time lag and decrement factor", *Energy and Buildings*, **28**, pp. 159-66 (1998).
5. Asan, H. "Effects of wall's insulation thickness and position on time lag and decrement factor", *Energy and Buildings*, **28**, pp. 299-305 (1998).
6. Ulgen, K. "Experimental and theoretical investigation of effects of wall's thermophysical properties on time lag and decrement factor", *Energy and Buildings*, **34**, pp. 273-278 (2002).
7. Cerne, B. and Medved, S. "The dynamic thermal characteristics of lightweight building elements with a forced ventilated cavity and radiation barriers", *Energy and Building*, **37**, pp. 972-81 (2005).
8. Ozkan, B.D. and Onan, C. "Optimization of insulation thickness for different glazing areas in buildings for various climatic regions in Turkey", *Applied Energy*, **88**, pp. 1331-1342 (2011).
9. Daouas, N., Hassen, Z. and Aissia, B.H. "Analytical periodic for the study of thermal performance and optimum insulation thickness of building walls in Tunisia", *Applied Thermal Energy*, **30**, pp. 319-326 (2010).
10. Dili, A.S., Naseer, M.A. and Varghese, T.Z. "Passive environment control system of kerala vernacular residential architecture for a comfortable indoor environment: A qualitative and quantitative analyses", *Energy and Buildings*, **42**, pp. 917-927 (2010).
11. Yumrutas, R., Unsal, M. and Kanoglu, M. "Periodic solution of transient heat flow through multilayer walls and flat roofs by complex finite fourier transform technique", *Building and Environment*, **40**, pp. 1117-1125 (2005).
12. Balderas-Lopez, J.A., Mandelis, A. and Garcia, J.A. "Normalized photoacoustic techniques for thermal diffusivity measurements of buried layers in multilayered systems", *Journal of Applied Physics*, **92**, pp.3047-3055 (2002).