مهندسی مکانیک شریف، (پاییز ۱۳۹۳)
دوره‌ی ۳ - ۳۰، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۱۰۷-۱۱۶، (یادداشت فنّی)

Research Note

# تحلیل جریان حفره‌سازی جزئی بر روی پرتابه‌های متقارن محوری و انتخاب حفره‌ساز بهینه متناسب با سرعت پرتابه

**ایمان رشیدی‌طرقی (دانشجوی دکتری)**
**محمود پسندیده‌فرد* (دانشیار)**
**محمد پسندیده‌فرد (استاد)**
**گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد**

هدف از این تحقیق به دست آوردن شکل یک حفره‌ساز بهینه است به‌گونه‌یی که در سرعت مشخص پرتابه، ضریب پسای کلی وارد به پرتابه کمینه باشد. برای رسیدن به این هدف از روش المان مرزی و شبیه‌سازی عددی استفاده شده است. تعداد زیادی حفره‌ساز توسط یک رابطه‌ی سهموی با سه متغیر هندسی تولید شده و به‌وسیله‌ی برنامه‌ی المان مرزی حل می‌شود. با توجه به معیار انتخاب حفره‌ساز بهینه که ضریب پسای کل کمینه است بهترین حفره‌ساز انتخاب شده است. برای اطمینان از نتایج، چندین حفره‌ساز که کم‌ترین ضریب پسای کل را داشته‌اند به‌کمک شبیه‌سازی عددی حل شده‌اند و در نهایت به‌کمک این دو روش حفره‌ساز بهینه انتخاب شده است. نتایج نشان می‌دهد که در همه اعداد حفره‌سازی، حفره‌ساز بهینه آنی است که در کم‌ترین ضریب پسای کل، حفره‌یی تولید کند که بخش مخروطی پرتابه را احاطه کند.

im.rashidi@gmail.com
mpfard@um.ac.ir
fard_m@um.ac.ir

**واژگان کلیدی:** حفره‌سازی جزئی، روش المان مرزی، بهینه، حفره‌ساز، پرتابه.

## ۱. مقدمه

حفره‌سازی (کاویتاسیون) در بسیاری از پدیده‌های مهندسی، که با حرکت سریع اجسام داخل مایع همراه است، اتفاق می‌افتد. این پدیده در بسیاری از موارد مخرب است ولی در مواردی به‌علت کاهش نیروی پسای وارد برجسم به‌دلیل کاهش لزجت در فاز بخار مطلوب است. همین ویژگی مطالعه‌ی حفره‌سازی را جذاب کرده است. براساس رابطه‌ی برنولی در جریان مایع افزایش سرعت روی یک جسم باعث کاهش فشار جریان می‌شود. اگر افزایش سرعت به حدی باشد که فشار به فشار بخار کاهش یابد سیال در آن منطقه به بخار تبدیل می‌شود، و اصطلاحاً حفره‌سازی رخ می‌دهد. اگر طول حفره (کاویتی) کم‌تر از طول جسم باشد یا اصطلاحاً حفره روی جسم بسته شود، «حفره‌سازی جزئی[1]» رخ داده است. با افزایش بیشتر سرعت جسم، طول حفره ممکن است از طول جسم نیز بیشتر شود و کل جسم را احاطه کند؛ در این حالت حفره‌سازی گسترده یا سوپرکاویتاسیون[2] رخ داده است. حفره‌سازی گسترده ضریب پسای اصطکاکی را به‌شدت کاهش می‌دهد، اما زمانی که مانورپذیری پرتابه‌ها مد نظر باشد حفره‌سازی جزئی ضروری است.[1] در این حالت پسای کل وارد بر پرتابه‌ها شامل دو بخش پسای اصطکاکی و پسای فشاری است. در حفره‌سازی گسترده به‌دلیل احاطه‌ی پرتابه توسط بخار، پسای اصطکاکی خیلی ناچیز و قابل چشم‌پوشی است.[2] ولی در حفره‌سازی جزئی، به‌دلیل این که حفره روی جسم بسته می‌شود و سیال با بخشی از جسم در ارتباط است پسای اصطکاکی قابل چشم‌پوشی نیست. با توجه به این که در این تحقیق حفره‌سازی جزئی مورد بررسی قرار می‌گیرد، پسای اصطکاکی و فشاری در محاسبه‌ی پسای کل در نظرگرفته می‌شوند.

در روش‌های المان مرزی محاسبه‌ی پسای اصطکاکی امکان‌پذیر نیست، لذا برای محاسبه‌ی پسای اصطکاکی باید از نتایج تجربی استفاده کرد. برای محاسبه‌ی پسای فشاری از انتگرال توزیع فشار ایجادشده توسط جریان روی دماغه‌ی جسم (حفره‌ساز) و تمامی سطوح خارجی جسم استفاده می‌شود. پسای کل وارده بر جسم از مجموع این دو پسا محاسبه می‌شود. چون پسای وارده به حفره‌ساز سهم زیادی در پسای کل وارده بر جسم دارد و نیز از آنجا که طول حفره ــ که می‌تواند نقش زیادی در پسای اصطکاکی و فشاری ایجاد کند ــ به شکل حفره‌ساز وابسته است، در این تحقیق کوشیده‌ایم تا برای هندسه‌ی کاربردی پرتابه، حفره‌ساز بهینه‌یی پیدا کنیم که در یک سرعت یا عدد حفره‌سازیِ مشخصِ پرتابه، کم‌ترین ضریب پسا را تولید کند.

در فرایند انتخاب حفره‌ساز بهینه، به‌دنبال هر تغییر شکل حفره‌ساز، حفره‌سازی جزئی روی جسم با استفاده از روش تکرارپذیر المان مرزی ــ که مبتنی است بر جریان پتانسیل و سرعت همگرایی بالایی دارد ــ حل می‌شود. به‌همین منظور تلاش‌های بسیاری برای به دست آوردن روش‌های مناسبِ حل جریان‌های حفره‌سازی بر پایه جریان پتانسیل به‌عمل آمده است.

---

* نویسنده مسئول
*تاریخ: دریافت ۱۳۹۱/۳/۲۰، اصلاحیه ۱۳۹۲/۴/۴، پذیرش ۱۳۹۲/۶/۲۴.*

در تحقیقات اولیه در زمینه‌ی حفره‌سازی گسترده (سوپرکاویتاسیون)،[۳] از نگاشت‌های همدیس[۳] برای تحلیل جریان حفره‌سازی گسترده استفاده شد. تولین[۴] برای اولین‌بار از روش پرتوربیشن[۵] برای بررسی حفره‌سازی‌های گسترده‌ی دوبعدی استفاده کرد.[۴] با استفاده از ترکیب توابع پتانسیل چشمه و چاه بر روی محور تقارن یک جسم متقارن محوری و مدل ریبوشینسکی[۶] برای پیش‌بینی ناحیه‌ی حفره روی برخی از هندسه‌های متقارن محوری استفاده شد.[۵] پس از آن با گسترش مطالعات کاتبرت و استریت، و نیز با استفاده از نظریه‌ی جسم نازک، جریان سوپرحفره روی هندسه‌های متقارن محوری حل شد.[۶] در مطالعه‌یی دیگر، برای بررسی ناحیه‌ی حفره‌ی گسترده از بسط سری لورانت[۷] استفاده شد.[۷] به‌دلیل نبود فرضیات ساده‌کننده، این روش در مقایسه با روش پیشنهادی توسط چو دقت بیشتری داشت.[۷] کاریا تلاش کرد تا مسائل جسم نازک را با روش مشابه چو حل کند، با این تفاوت که برای این کار از یک روش فرضی با چندجمله‌یی‌های بهبودیافته‌ی چبیشف[۸] استفاده کرد.[۸]

تا سال ۱۹۷۰ میلادی، بیشتر روش‌های نظری برای حل جریان حفره‌سازی گسترده کاربرد داشتند. بعد از سال ۱۹۸۰ میلادی، بعضی روش‌های عددی نیز توسعه یافت. در این هنگام از روش المان‌های مرزی غیرخطی برمبنای سرعت (با استفاده از توزیع گردابه در مرز جریان) برای حل جریان حفره‌سازی جزئی بر روی هیدروفویل دوبعدی استفاده شد[۹] و دو سال بعد همان روش برای حل جریان حفره‌سازی گسترده مورد استفاده قرارگرفت.[۱۰] سپس روش چشمه‌ی داخلی[۹] برای حل حفره‌سازی متقارن محوری و دوبعدی ارائه شد.[۱۱]

در مطالعه‌یی دیگر، با استفاده از روش المان مرزی، حفره‌سازی جزئی روی هندسه‌های متقارن محوری مورد بررسی قرارگرفت.[۱] حفره‌سازی گسترده و جزئی روی هندسه‌های دوبعدی نیز به‌کمک روش المان مرزی و با استفاده از توزیع گردابه در مرز جریان حل شد.[۱۲] همچنین با استفاده از روش‌های المان مرزی و نسبت حجمی سیال[۱۰]، حفره‌سازی جزئی و گسترده روی هندسه‌های متقارن محوری مختلف حل شد.[۱۳]

نیروی پیش‌رانش لازم برای حرکت پرتابه‌ها با سرعت ثابت، متناسب با نیروی پسای وارد بر پرتابه است؛ بنابراین هرگونه کاهش پسا با بهبود شکل حفره‌ساز می‌تواند نقش مؤثری در کاهش نیروی پیش‌رانش ایفا کند. در مطالعه و بررسی جریانِ پیرامونِ هیدروفویل‌های حفره‌ی گسترده، به‌کمک روش تکثیرکننده‌ی لاگرانژ[۱۱] شکل بهینه‌یی برای هیدروفویل به دست آمد.[۱۴و۱۵] محققین به‌کمک روش المان مرزی، حفره‌سازی روی اژدرها را مدل کردند و حفره‌ساز بهینه را به دست آوردند.[۱۶] معیار آنان برای انتخاب حفره‌ساز بهینه ضریب پسای کمینه با قید عدد حفره‌سازی بوده است. در مورد جریان حفره گسترده، با استفاده از روش مقدار مرزی[۱۲] ــ که مبتنی است بر جریان پتانسیل، حفره‌ساز متقارن محوری مورد تحلیل قرارگرفت،[۱۷] و نیز برای تولید انواع حفره‌سازها به‌منظور بهینه‌سازی از معادله‌ی سهموی سه‌متغیره استفاده شد. در این تحلیل برای معیار به کار گرفته شده برای بهینه‌سازی حفره‌ساز، صرفاً ضریب پسای فشاری کمینه بوده است. پژوهش‌گران در مطالعه‌یی دیگر حفره‌ساز دوبعدی و متقارن محوری را برای جریان سوپرحفره به‌کمک روش المان مرزی مورد تحلیل قرار دادند.[۱۸و۲] آنها نیز همچون محققین پیشین[۱۷] برای تولید انواع حفره‌سازها به‌منظور بهینه‌سازی، از معادله‌ی سهموی سه‌متغیره استفاده کردند؛ با این تفاوت که معیارشان برای بهینه‌سازی حفره‌ساز ضریب پسای فشاری کمینه و عدد حفره‌سازی بیشینه بود. آنها برای بهینه‌سازی حفره‌ساز از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند.

تمامی محققین پیشین بهینه‌سازی حفره‌ساز را با روش‌های بهینه‌سازی مختلف در جریان حفره‌سازی گسترده انجام داده‌اند. هنگامی که مانورپذیری پرتابه‌ها مدنظر باشد معمولاً با حفره‌سازی جزئی سروکار داریم و بنابراین، در این تحقیق حفره‌سازی جزئی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. روش المان مرزی که در این مطالعه از آن استفاده شده است مبتنی بر «انتگرال مرتبه ۳ گرین[۱۳]» است که با حل آن می‌توان قدرت چشمه‌ها[۱۴] و دوگان‌های[۱۵] روی سطح حفره و جسم را به دست آورد. سرعت هم‌گرایی این روش بسیار بالاست. برای یافتن بهترین شکل حفره‌ساز متناسب با سرعت پرتابه، به‌کمک یک رابطه‌ی سهموی با تغییر سه پارامتر هندسی تعداد زیادی حفره‌ساز تولید، و سپس با استفاده از روش المان مرزی ذکر شده حل شده‌اند. با توجه به معیار انتخاب بهترین حفره‌ساز ــ کمینه‌بودن ضریب پسای کل ــ نسبت به انتخاب بهترین حفره‌ساز اولیه اقدام شد. سپس برای اطمینان از این نتایج، چندین حفره‌ساز که ضریب پسای کل آنها نزدیک به ضریب پسای بهترین حفره‌ساز مذکور بود، به‌کمک نرم‌افزار فلوئنت ۶٫۳ نیز حل شده‌اند و در نهایت بهترین حفره‌ساز نهایی حاصل شده است.

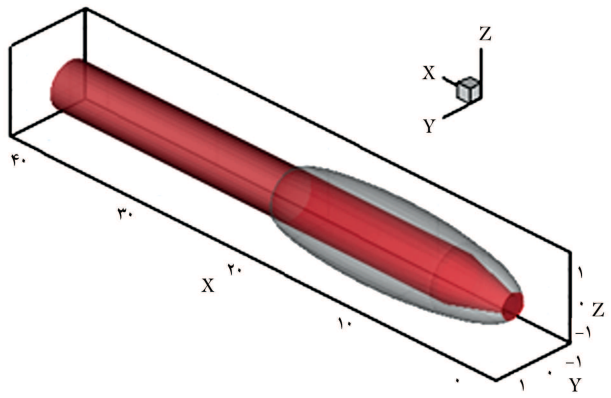
## ۲. معادلات حاکم

در پرتابه‌های دارای حفره‌سازی جزئی، حفره روی جسم بسته می‌شود و جسم از نقطه‌ی بسته‌شدن حفره ادامه می‌یابد (شکل ۱). هندسه‌ی پرتابه‌ی مورد بررسی در شکل ۲ مشاهده می‌شود. این پرتابه در دماغه دارای یک حفره‌ساز است که در طول فرایند انتخاب حفره‌ساز بهینه تغییر می‌کند، و از بخش‌های مخروطی و استوانه‌یی تشکیل شده است که طول این قسمت‌ها به‌ترتیب با $L_{cone}$ و $L_{cyl}$ مشخص شده‌اند. همچنین $R_{cyl}$ و $\alpha$ نیز به‌ترتیب شعاع بخش استوانه‌یی و زاویه‌ی مخروط را نشان می‌دهند.

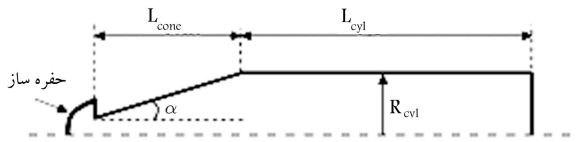
### ۱.۲. روش المان مرزی

معادله‌ی حاکم بر جریان معادله‌ی لاپلاس[۱۶] است:

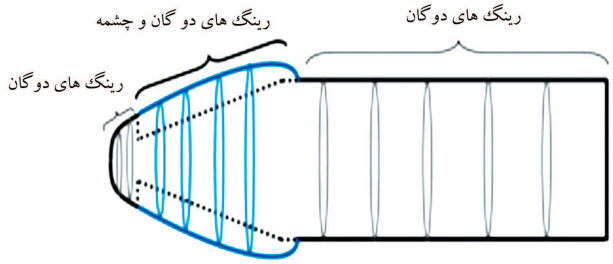
$$\nabla^2 \Phi = 0 \qquad (1)$$




شکل ۱. پرتابه با حفره‌سازی جزئی.




شکل ۲. هندسه‌ی پرتابه.




**شکل ۳. توزیع رینگ چشمه‌ها و دوگان‌ها روی سطح حفره و جسم.**

پتانسیل کلی $\Phi$ جمع پتانسیل جریان آزاد و پتانسیل اختلالی $\varphi$ است که معادله‌ی لاپلاس را نیز ارضاء می‌کند.

$$\Phi = \varphi + x \qquad (۲)$$

تمامی کمیت‌ها نسبت به چگالی سیال، سرعت جریان آزاد و قطر حفره‌ساز بی‌بعد شده‌اند.

پتانسیل اختلالی، معادله‌ی مرتبه‌ی ۳ گرین را نیز ارضاء می‌کند بنابراین پتانسیل اختلالی در هر نقطه از سطح حفره‌ی جسم ($S$) از رابطه‌ی ۳ محاسبه می‌شود:

$$۲\pi\varphi(x) = -\oiint_S \left[\varphi(x')\frac{\partial}{\partial n}G(x,x') - G(x,x')\frac{\partial}{\partial n}\varphi(x')\right] dS(x') \qquad (۳)$$

که در آن $G$ تابع پتانسیل رینگ چشمه[۱۷] و $\frac{\partial G}{\partial n}$ تابع پتانسیل رینگ دوگان[۱۸] با قدرت واحد است:

$$G(x,x') = \frac{۱}{|x-x'|} \qquad (۴)$$

در شکل ۳ توزیع رینگ‌های چشمه و دوگان روی سطح حفره و جسم مشاهده می‌شود.

شرط مرزی دینامیکی که به‌کمک معادله برنولی به دست می‌آید و روی سطح حفره اعمال می‌شود عبارت است از:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial s} = \sqrt{۱+\sigma} \qquad (۵)$$

که در آن $\sigma$ عدد حفره‌سازی است.

شرط مرزی سینماتیکی ــ هیچ جریانی از سطح حفره و جسم خارج نمی‌شود ــ هم روی سطح حفره اعمال می‌شود و هم روی سطح جسم:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = -n_x \qquad (۶)$$

شرط شار خاص صفر نیز برای تکمیل معادلات اعمال می‌شود:

$$\oiint_S \frac{\partial\varphi(x)}{\partial n} dS = ۰ \qquad (۷)$$

در این روش شکل و طول حفره به‌عنوان حدس اولیه داده شده و با یک روش تکرارپذیر مجهولات مسئله، شامل قدرت چشمه‌ها، دوگان‌ها و عدد حفره‌سازی، محاسبه می‌شود. برای یافتن بهترین حفره‌ساز در یک سرعت یا عدد حفره‌سازی مشخص، باید عدد حفره‌سازی به‌عنوان داده‌ی مسئله و طول حفره به‌عنوان خروجی آن باشد. بنابراین برای رسیدن به این هدف، روش فوق بهبود یافته است؛ به این‌ترتیب که با توجه به عدد حفره‌سازی مورد نظر، معادله‌ی ۳ حل شده و طول حفره به دست می‌آید. چون با معلوم بودن عدد حفره‌سازی تعداد مجهولات (قدرت چشمه‌ها و دوگان‌ها) و معادلات برابرند نیازی به استفاده از معادله کمکی ۷ نیست، ولی می‌دانیم که طول حفره‌ی به دست آمده در این مرحله، نتیجه‌ی نهایی برای عدد حفره‌سازی مورد نظر نیست. بنابراین با استفاده از طول حفره‌ی به دست آمده به‌عنوان حدس اولیه برای معادلات ۳ و ۷، مجهول مسئله که عدد حفره‌سازی است محاسبه می‌شود. اگر عدد حفره‌سازی به دست آمده در این مرحله با عدد حفره‌سازی مورد نظر برابر باشد، حل متوقف می‌شود و در غیر این‌صورت، تا رسیدن به جواب‌های تقریباً برابر، حل به‌صورت تکراری ادامه خواهد یافت. به این ترتیب که به‌کمک عدد حفره‌سازی به دست آمده در این مرحله و عدد حفره‌سازی مورد نظر و به‌وسیله‌ی الگوریتم سکانت[۱۹]، عدد حفره‌سازی جدیدی محاسبه می‌شود و با اعمال آن در معادله‌ی ۳ و حل این معادله، طول حفره‌ی جدید برآورد می‌شود که حدس اولیه برای معادلات ۳ و ۷ خواهد بود. روش تکرار فوق تا زمانی که عدد حفره‌سازی به دست آمده در هر مرحله با عدد حفره‌سازی مورد نظر تقریباً برابر شوند ادامه می‌یابد. در انتها طول حفره‌ی به دست‌آمده از حل معادله‌ی ۳، طول حفره برای عدد حفره‌سازی مورد نظر خواهد بود. ضریب فشار به‌کمک معادله‌ی برنولی به دست می‌آید:

$$C_p = ۱ - q^۲ \qquad (۸)$$

که در آن $q$ مقدار بی‌بعد بردار سرعت محلی است. به‌کمک ضریب فشار، ضریب پسای فشاری پرتابه از طریق رابطه‌ی ۹ محاسبه می‌شود:

$$CD_p = \frac{۴}{\pi}\oiint_S C_p n_x dS \qquad (۹)$$

در حفره‌سازی جزئی، چون حفره روی جسم بسته می‌شود و سیال با بخشی از جسم در ارتباط است، پسای اصطکاکی مهم است. چون در سرعت‌های بالا ضخامت لایه‌ی مرزی نسبت به شعاع انحنای جسم خیلی کوچک است، می‌توان برای محاسبه‌ی پسای اصطکاکی از انتگرال‌گیری ضریب پسای اصطکاکی صفحه‌ی تخت روی سطح خیس شده‌ی جسم استفاده کرد.[۱] برای ضریب اصطکاک $c_f$، ضریب پسای اصطکاکی می‌شود:

$$CD_f = \frac{۴}{\pi}\oiint_{Swetted} c_f s_x dS \qquad (۱۰)$$

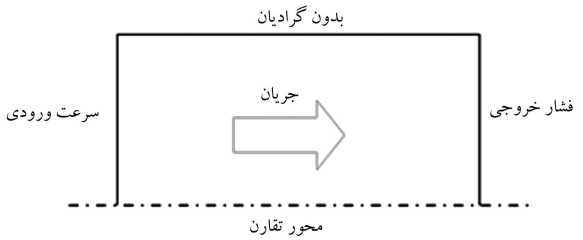
ضریب پسای کل وارد به پرتابه برابر است با مجموع این دو ضریب پسا:

$$CD = CD_p + CD_f \qquad (۱۱)$$

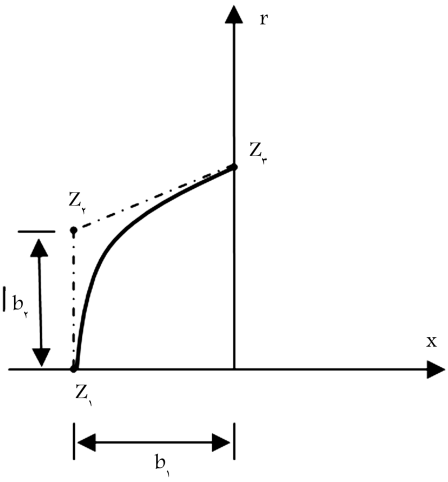
معیار انتخاب بهترین حفره‌ساز برای پرتابه‌ی مورد نظر در یک عدد حفره‌سازی مشخص، ضریب پسای کل کمینه است؛ البته تأثیر طول حفره در ضریب پسای اصطکاکی نمایان می‌شود. روش انتخاب بهترین حفره‌ساز با جزئیات بیشتر در ادامه خواهد آمد.

## ۲.۲. شبیه‌سازی عددی

برای شبیه‌سازی پرتابه‌ها به روش عددی حجم کنترل، از نرم‌افزار تجاری فلوئنت ۶٫۳ استفاده شده است. در این نرم‌افزار برای حل میدان جریان، معادلات متوسط زمانی ناویر ـ استوکس حل می‌شود. برای مدل آشفتگی از مدل تنش‌های رینولدز (RSM) و برای حفره‌سازی از مدل مخلوط استفاده شده است. شرایط مرزی استفاده شده در نرم‌افزار در شکل ۴ مشاهده می‌شود.




**شکل ۴. شرایط مرزی.**




**شکل ۵. پارامترهای طراحی هندسه‌ی حفره‌ساز.**

## ۳. مدل‌سازی حفره‌ساز

هندسه‌ی حفره‌ساز توسط تعدادی از نقاط که یک منحنی بر آنها منطبق شده است مدل‌سازی می‌شود. در این تحقیق از منحنی سهموی زیر استفاده شده است (شکل ۵):[۱۹]

$$Z(\eta) = \frac{(1-\eta)^2 Z_1 w_1 + 2\eta(1-\eta) Z_2 w_2 + \eta^2 Z_3 w_3}{(1-\eta)^2 w_1 + 2\eta(1-\eta) w_2 + \eta^2 w_3} \qquad (12)$$

که در آن:

$$Z_1 = (-b_1, 0), \quad Z_2 = (-b_1, b_2), \quad Z_3 = (0, 0.5)$$
$$w_1 = 1, \quad w_3 = 1$$

در این معادله نقاط $Z_1$ تا $Z_3$ نقاط کنترل، و $w_1$ تا $w_3$ ضریب وزنی هر نقطه است. $b_1$ و $b_2$ پارامترهای طراحی هستند. با افزایش $w_2$ شکل منحنی به نقطه‌ی $Z_2$ نزدیک می‌شود و با کاهش $w_2$ به سمت صفر، شکل منحنی به خط مستقیمی که $Z_1$ را به $Z_3$ وصل می‌کند تبدیل می‌شود و حفره‌ساز مخروطی را مدل‌سازی می‌کند.

## ۴. روش انتخاب بهترین حفره‌ساز

پارامترهای مهم در انتخاب حفره‌ساز بهینه عبارت‌اند از:

$CD$: ضریب پسای کلی پرتابه؛

$\sigma$: عدد حفره‌سازی؛

$b_1$، $b_2$ و $w_2$: پارامترهای هندسی حفره‌ساز و ضریب وزنی.

با توجه به این‌که در پرتابه‌ی مورد نظر از سیستم هوادهی استفاده نمی‌شود، سرعت این پرتابه‌ها خیلی بالا نیست. به‌عبارت دیگر، عدد حفره‌سازی آنها خیلی کوچک نیست و لذا در این تحقیق مقدار عدد حفره‌سازی در محدوده $0.1 \le \sigma \le 0.15$ در نظر گرفته شده است.

پارامترهای هندسی $b_1$، $b_2$ و $w_2$ در تشکیل شکل حفره‌ساز خیلی مهم‌اند. مقدار $b_2$ با توجه به مقدار $Z_3$ تعیین می‌شود و برای مدل‌سازی یک حفره‌ساز واقعی باید کوچک‌تر از آن باشد. پس همواره مقدار آن در محدوده‌ی $0 \le b_2 \le Z_3$ در نظر گرفته می‌شود. در تعیین مقدار $b_1$ محدودیت ناچیز بودن پسای اصطکاکی روی سطح حفره مورد توجه قرار می‌گیرد.[۱۸] برای تحت پوشش قراردادن محدوده‌ی وسیعی از حفره‌سازها و افزایش دقت نتایج $0 \le b_1 \le 1$ در نظر گرفته شده است. پس محدوده‌ی تغییرات این پارامترها برای انتخاب بهترین حفره‌ساز عبارت‌اند از:

$$0 \le b_2 \le Z_3$$
$$0 \le b_1 \le 1$$
$$0 \le w_2 \le 2 \qquad (13)$$

که تمامی آنها نسبت به قطر حفره‌ساز بی‌بعد شده‌اند. سایر پارامترهای هندسی پرتابه که در شکل ۲ مشاهده می‌شوند ثابت فرض شده‌اند. این پارامترها برای یک پرتابه‌ی کاربردی عبارت‌اند از:

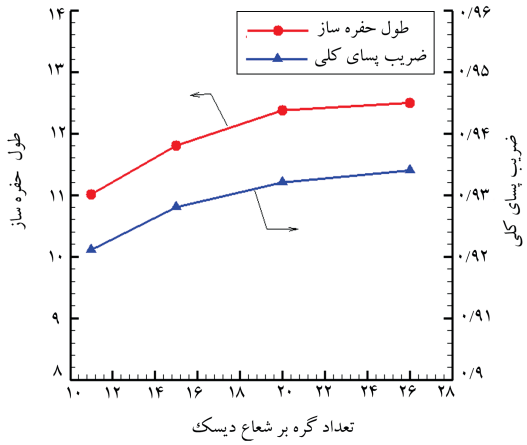
$$L_{cone} = 5, \quad L_{cyl} = 30, \quad R_{cyl} = 0.9, \quad \alpha = 37.75^\circ$$

با تغییر سه پارامتر هندسی حفره‌ساز، محدوده‌ی وسیعی از حفره‌سازها برای یک عدد حفره‌سازی مشخص به دست آمده و توسط برنامه‌ی المان مرزی که مبتنی بر انتگرال مرتبه ۳ گرین است و سرعت همگرایی بسیار بالایی دارد حل شده است. ضریب پسای کل پرتابه ($CD$) محاسبه می‌شود. حفره‌ساز بهینه حفره‌سازی است که در یک عدد حفره‌سازی مشخص، کم‌ترین ضریب پسای فشاری را داشته باشد و نیز طول حفره بزرگ‌تری تولید کند تا سطح بیشتری از پرتابه را بپوشاند و منجر به ضریب پسای اصطکاکی کم‌تری شود. بنابراین حداقل ضریب پسای کل پرتابه را به‌صورت تابعی از متغیرهای $b_1$، $b_2$ و $w_2$ در نظر می‌گیریم. برای اطمینان از نتایج حاصله، چندین حفره‌ساز که دارای ضریب پسای کل نزدیک به حفره‌ساز بهینه بوده‌اند به‌کمک نرم‌افزار فلوئنت ۶/۳ نیز حل شده‌اند. در نهایت، بهترین حفره‌ساز به‌کمک روش المان مرزی و شبیه‌سازی عددی انتخاب شده است.

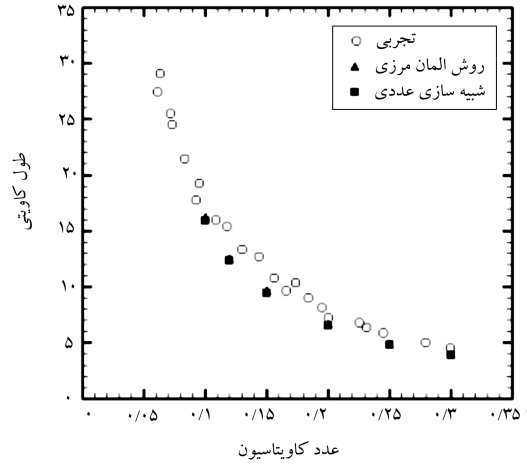
## ۵. نتایج و بحث

اثر ریزکردن شبکه‌ی محاسباتی در روش عددی برای حفره‌سازی گسترده‌ی پشت دیسک با شعاع ۵ سانتی‌متر و در عدد حفره‌سازی ۰/۱۲ بررسی شده است. شبکه‌های مرتبط، با چهار اندازه‌ی مختلف گره بر شعاع دیسک (۱۱، ۱۵، ۲۰ و ۲۶) در نظر گرفته شده است. چنان که در شکل ۶ ملاحظه می‌شود با افزایش تعداد گره‌ها به بیش از ۲۰، تغییر قابل ملاحظه‌یی روی نتایج مشاهده نمی‌شود. بر پایه‌ی این مطالعه، شبکه مرتبط با ۲۰ المان بر شعاع دیسک، به‌عنوان شبکه‌ی مناسب برای تمامی شبیه‌سازی‌های با استفاده از روش عددی در نظر گرفته شده است.

برای بررسی دقت روش‌های المان مرزی و عددی در مدل‌سازی جریان حفره‌سازی و محاسبه‌ی ضریب پسا، نتایج این دو روش با نتایج تجربی موجود[۱۹] مقایسه شده است. در شکل ۷ نتایج تغییرات طول حفره برحسب عدد حفره‌سازی،



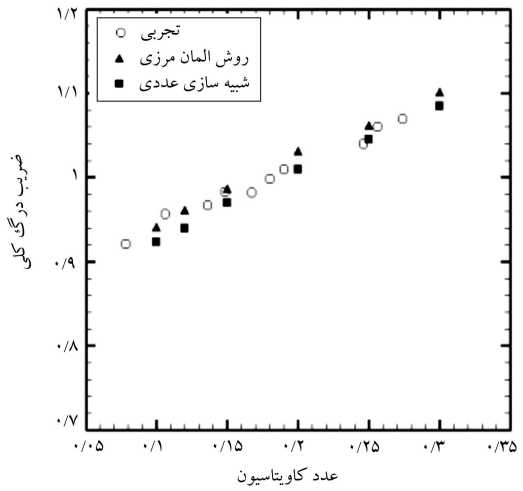

شکل ۶. تأثیر ریزکردن شبکه‌ی محاسباتی (با افزایش تعداد المان‌ها برای شعاع ثابت دیسک) بر طول و ضریب پسای سوپرحفره پشت دیسک در روش عددی.



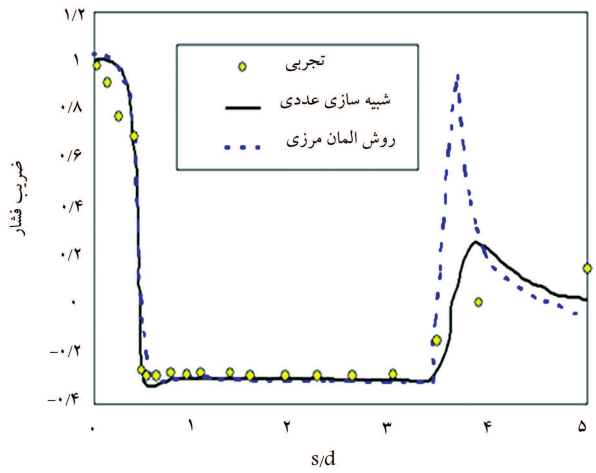

شکل ۷. تغییرات طول حفره برحسب عدد حفره‌سازی؛ مقایسه‌ی نتایج روش المان مرزی و شبیه‌سازی عددی با نتایج تجربی.[۱۹]

و در شکل ۸ تغییرات ضریب پسا برحسب عدد حفره‌سازی برای جریان حفره‌سازی گسترده پشت دیسک، با نتایج تجربی مقایسه شده است. چنان که ملاحظه می‌شود، تطابق خوبی که بین نتایج وجود دارد حاکی از قابلیت این روش‌ها در محاسبه‌ی طول حفره و ضریب پساست. همچنین در شکل ۹ تغییرات ضریب فشار روی استوانه با نتایج تجربی موجود[۲۰] مقایسه شده است. چنان که مشاهده می‌شود هر دو روش تغییرات فشار را به‌خوبی نشان داده و طول حفره (طول ناحیه‌ی با ضریب فشار ۰٫۳۰-) را به‌دقت شبیه‌سازی می‌کنند. در روش المان مرزی به‌دلیل استفاده از مدل بستن ساده در انتهای حفره، در انتهای حفره افزایش فشاری دیده می‌شود که در شبیه‌سازی عددی دیده نمی‌شود.

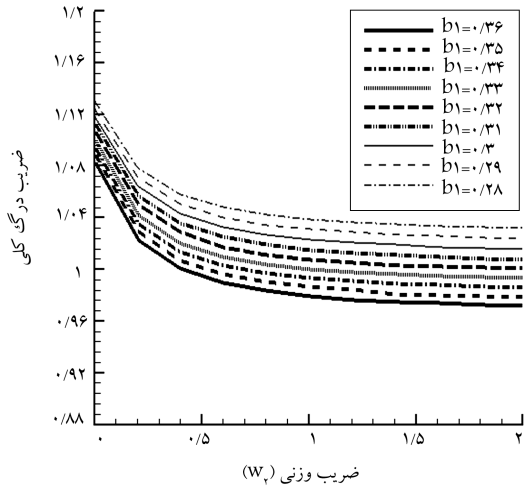
چنان که پیش‌تر ذکر شد برای انتخاب بهترین حفره‌ساز در یک عدد حفره‌سازی یا سرعت مشخص پرتابه، تعداد زیادی حفره‌ساز (حدود ۹۰۰۰) توسط یک رابطه‌ی سهموی به دست آمده و جریان حفره‌سازی جزئی حول آنها توسط برنامه المان مرزی حل شده است. بخشی از این نتایج برای عدد حفره‌سازی ۰٫۱۲ در شکل‌های ۱۰ تا ۱۳ مشاهده می‌شوند. از بین این نتایج هفت حفره‌ساز (جدول ۱) که دارای کم‌ترین ضریب پسای کلی هستند انتخاب شده است تا توسط نرم‌افزار فلوئنت نیز حل شوند. در شکل ۱۴ طول حفره و در شکل ۱۵ ضریب پسای فشاری (برای مقایسه‌ی



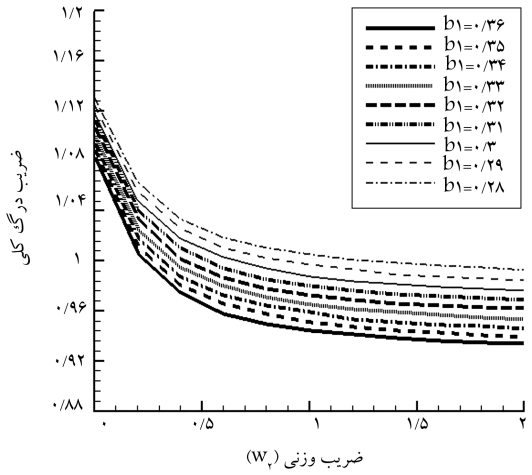

شکل ۸. تغییرات ضریب پسا برحسب عدد حفره‌سازی؛ مقایسه‌ی نتایج روش المان مرزی و شبیه‌سازی عددی با نتایج تجربی.[۱۹]



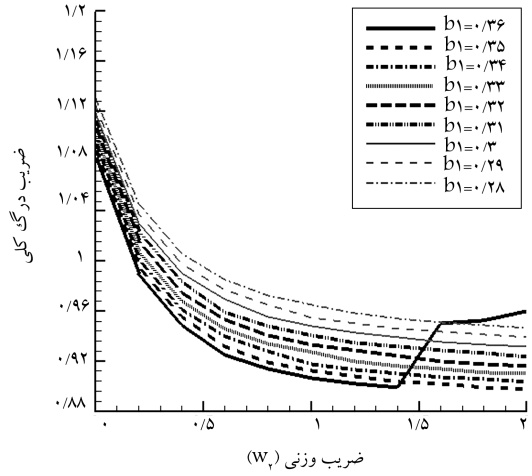

شکل ۹. تغییرات ضریب فشار بر روی استوانه؛ مقایسه‌ی نتایج روش‌های المان مرزی و شبیه‌سازی عددی با نتایج تجربی[۲۰] در $\sigma = ۰٫۳$.



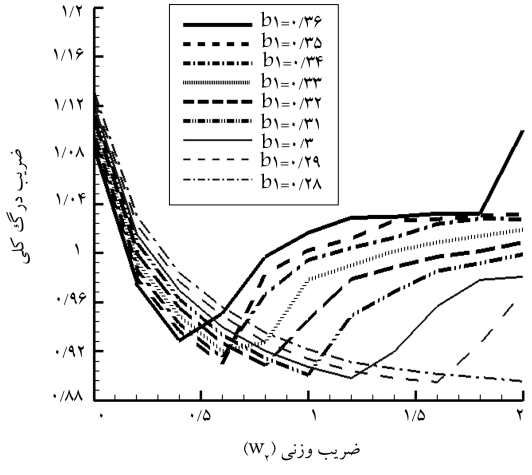

شکل ۱۰. تغییرات ضریب پسای کل پرتابه نسبت به ضریب وزنی $w_2$ در $b_1$های مختلف برای $b_2 = ۰٫۲$، به دست آمده توسط تحلیل المان مرزی.




**شکل ۱۱.** تغییرات ضریب پسای کل پرتابه نسبت به ضریب وزنی $w_۲$ در $b_۱$های مختلف برای $b_۲ = ۰/۲۵$، به دست آمده توسط تحلیل المان مرزی.



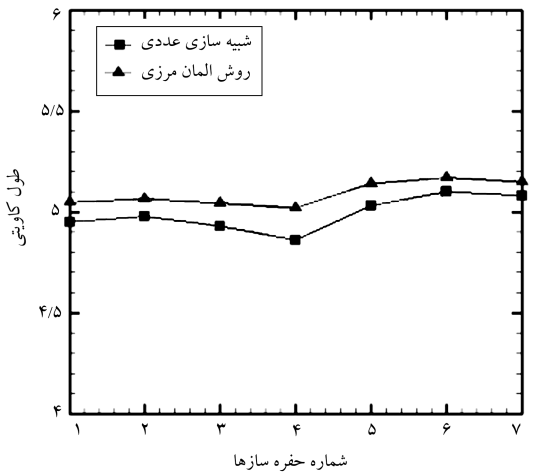

**شکل ۱۲.** تغییرات ضریب پسای کل پرتابه نسبت به ضریب وزنی $w_۲$ در $b_۱$های مختلف برای $b_۲ = ۰/۳$، به دست آمده توسط تحلیل المان مرزی.



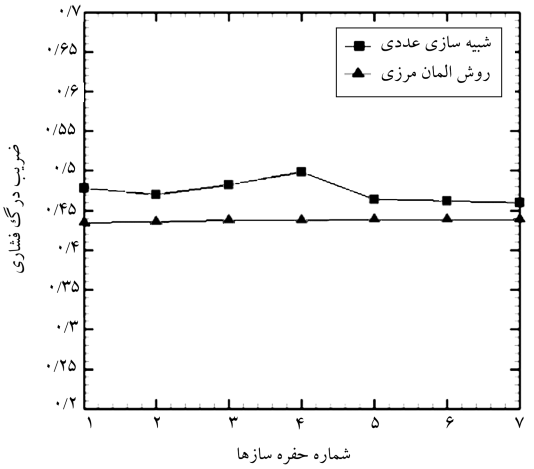

**شکل ۱۳.** تغییرات ضریب پسای کل پرتابه نسبت به ضریب وزنی $w_۲$ در $b_۱$های مختلف برای $b_۲ = ۰/۳۵$، به دست آمده توسط تحلیل المان مرزی.

**جدول ۱.** مشخصات حفره‌سازهای انتخاب شده از روش المان مرزی و تحلیل شده توسط نرم‌افزار فلوئنت برای $\sigma = ۰/۱۲$.

| شماره‌ی حفره‌سازها | $b_۱$ | $b_۲$ | $w_۲$ |
|---|---|---|---|
| ۱ | ۰/۲۹ | ۰/۳۵ | ۱/۶ |
| ۲ | ۰/۲۸ | ۰/۳۵ | ۲ |
| ۳ | ۰/۳۶ | ۰/۳ | ۱/۴ |
| ۴ | ۰/۳۵ | ۰/۳ | ۲ |
| ۵ | ۰/۳ | ۰/۳۵ | ۱/۲ |
| ۶ | ۰/۲۹ | ۰/۳۵ | ۱/۴ |
| ۷ | ۰/۲۸ | ۰/۳۵ | ۱/۸ |




**شکل ۱۴.** مقایسه‌ی طول حفره با استفاده از روش المان مرزی و نرم‌افزار فلوئنت برای هفت حفره‌ساز ارائه‌شده در جدول ۱ در $\sigma = ۰/۱۲$.




**شکل ۱۵.** مقایسه‌ی ضریب پسای فشاری از روش المان مرزی و نرم‌افزار فلوئنت برای هفت حفره‌ساز ارائه‌شده در جدول ۱ در $\sigma = ۰/۱۲$.

دقیق‌تر) این دو روش برای این حفره‌سازها با هم مقایسه شده است. چنان که در شکل ۱۴ مشاهده می‌شود طول حفره‌ی به دست‌آمده از روش المان مرزی کمی بزرگ‌تر از طول حفره‌ی حاصل از نرم‌افزار فلوئنت است (۲ تا ۳٪). برای بعضی از حفره‌سازها نرم‌افزار فلوئنت طول حفره‌ی کم‌تر از ۵ را ارائه می‌دهد و این بدان معناست که حفره روی ناحیه‌ی مخروطی بسته می‌شود. بسته‌شدن حفره روی ناحیه‌ی

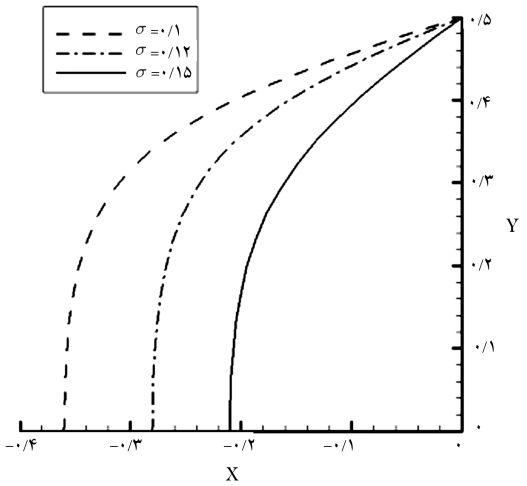
مخروطی پرتابه، ضریب پسای فشاری زیادی تولید می‌کند و منجر به اختلاف بیشتر دو روش در ضریب پسای فشاری می‌شود (۷ تا ۱۲٪) که در شکل ۱۵ ملاحظه می‌شود. چنان که در این شکل‌ها مشاهده می‌شود وقتی طول حفره‌ی حاصل از نرم‌افزار فلوئنت از ۵ بزرگ‌تر باشد، یعنی وقتی که حفره کل ناحیه‌ی مخروطی را احاطه کرده باشد، اختلاف ضریب پسای فشاری دو روش کم‌تر می‌شود (حدود ۵٪). این حالت با توجه به اشکال ۱۴ و ۱۵ در حفره‌سازهای ۵، ۶ و ۷ (جدول ۱) مشاهده می‌شود. چون ضریب پسای فشاری در روش المان مرزی برای این سه حفره‌ساز تقریباً برابر است، نتایج حاصل از نرم‌افزار فلوئنت به‌عنوان معیار انتخاب می‌شود و با در نظرگرفتن ضریب پسای اصطکاکی، حفره‌ساز ۷ را به‌عنوان حفره‌ساز بهینه برای پرتابه‌ی مورد بحث در عدد حفره‌سازی ۰٫۱۲ معرفی می‌کنیم. انتخاب حفره‌ساز بهینه برای سایر اعداد حفره‌سازی نیز مشابه همین روش انجام شده است.

در جدول ۲ پارامترهای هندسی حفره‌ساز بهینه، طول بی‌بعد حفره، و ضریب پسای کل پرتابه برای سه عدد حفره‌سازی مورد بحث ارائه شده است. در شکل ۱۶ این سه حفره‌ساز بهینه ترسیم شده‌اند؛ چنان که مشاهده می‌شود با افزایش عدد حفره‌سازی، حفره‌ساز بهینه دماغه‌ی کوچک‌تری خواهد داشت و به حفره‌ساز دیسکی نزدیک می‌شود.

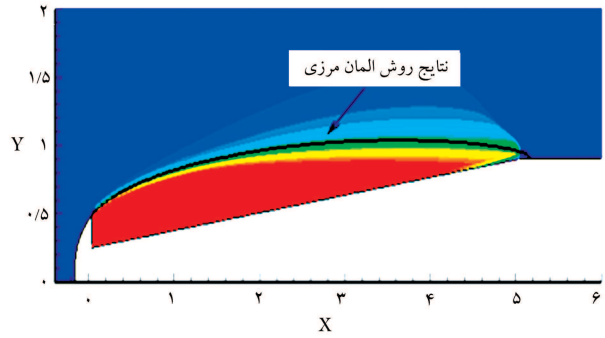
در شکل‌های ۱۷ تا ۱۹ نتایج دو روش المان مرزی و نرم‌افزار فلوئنت برای سه حفره‌ساز بهینه (جدول ۲) با هم مقایسه شده است. چنان که ملاحظه می‌شود این نتایج تطابق خیلی خوبی با یکدیگر دارند و دقت روش مورد استفاده را تضمین می‌کنند. چنان که در این شکل‌ها و نیز در جدول ۲ مشاهده می‌شود حفره‌سازهای بهینه حفره‌یی را تولید می‌کنند که بخش مخروطی پرتابه را احاطه کند، زیرا چنانچه حفره روی بخش مخروطی پرتابه بسته شود پسای فشاری زیادی ایجاد خواهد شد. حفره‌سازهای دیگری نیز وجود دارند که طول حفره‌ی بزرگ‌تر و پسای اصطکاکی کم‌تری تولید می‌کنند، ولی به‌دلیل اعمال پسای فشاری زیاد در مجموع پسای کل وارد بر پرتابه را افزایش می‌دهند و حفره‌ساز بهینه محسوب نمی‌شوند. برای درک بهتر، در

**جدول ۲. نتایج حفره‌سازهای بهینه برای اعداد حفره‌سازی مختلف.**

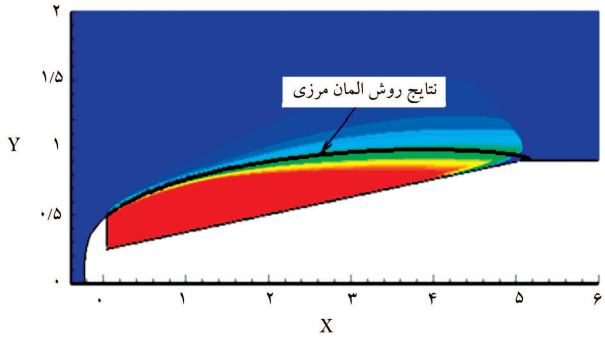
| $\sigma$ | $b_1$ | $b_2$ | $w_2$ | $\frac{L_c}{D}$ | $CD$ |
|---|---|---|---|---|---|
| ۰٫۱۵ | ۰٫۲۱ | ۰٫۳ | ۱٫۶ | ۵٫۰۸ | ۱٫۰۷۸ |
| ۰٫۱۲ | ۰٫۲۸ | ۰٫۳۵ | ۱٫۸ | ۵٫۰۸ | ۰٫۸۹۸ |
| ۰٫۱ | ۰٫۳۶ | ۰٫۳۵ | ۲ | ۵٫۵ | ۰٫۸ |



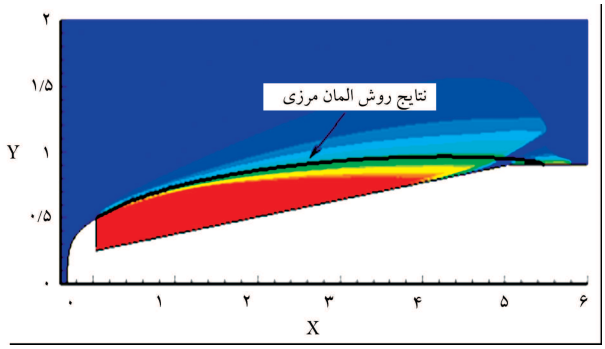

**شکل ۱۶. بهترین حفره‌سازها در اعداد حفره‌سازی مختلف.**




**شکل ۱۷. مقایسه‌ی شکل حفره از روش المان مرزی و فلوئنت برای حفره‌ساز بهینه در $\sigma = ۰٫۱۵$ (جدول ۲).**

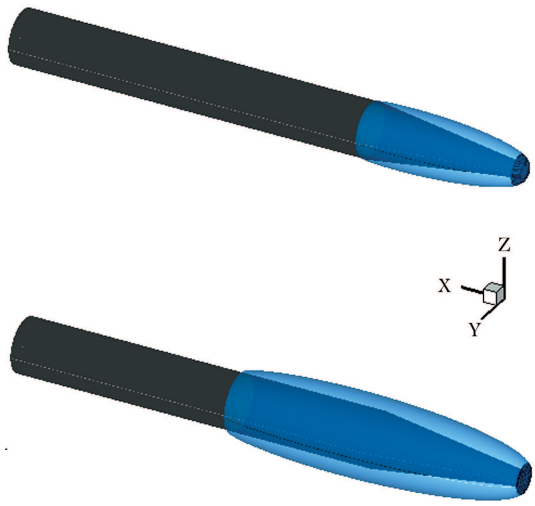



**شکل ۱۸. مقایسه‌ی شکل حفره از روش المان مرزی و فلوئنت برای حفره‌ساز بهینه در $\sigma = ۰٫۱۲$ (جدول ۲).**

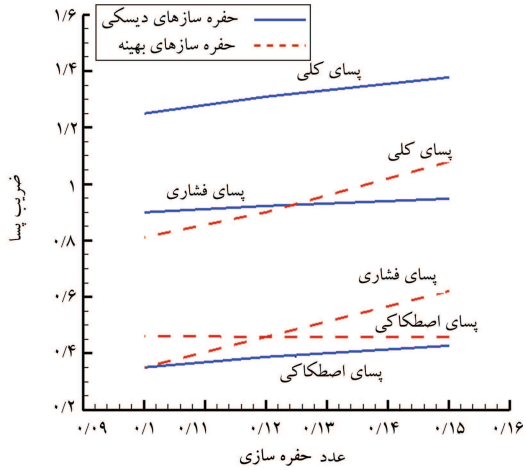



**شکل ۱۹. مقایسه‌ی شکل حفره از روش المان مرزی و فلوئنت برای حفره‌ساز بهینه در $\sigma = ۰٫۱$ (جدول ۲).**

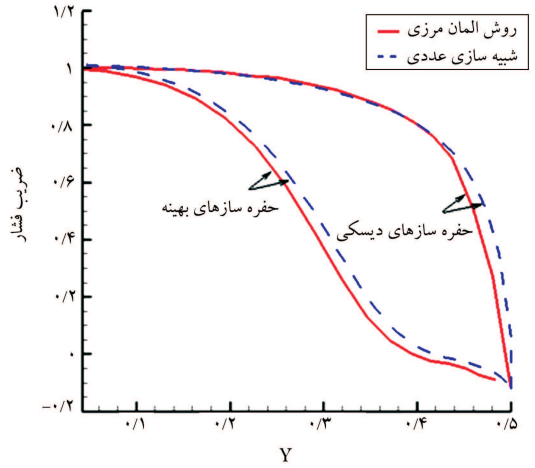
شکل ۲۰ حفره‌ی تشکیل شده به‌وسیله‌ی حفره‌ساز بهینه با حفره‌ساز دیسکی در عدد حفره‌سازی ۰٫۱۲ مقایسه شده است. چنان که ملاحظه می‌شود حفره‌ساز دیسکی حفره‌یی بلندتر و ضخیم‌تر، نسبت به حفره‌ساز بهینه، تولید می‌کند ولی ضریب پسای کلی پرتابه با حفره‌ساز بهینه کم‌تر از حفره‌ساز دیسکی است. این موضوع به‌طور روشن در شکل ۲۱ که در آن ضرایب پسای دو حفره‌ساز در اعداد حفره‌سازی مختلف با هم مقایسه شده است، دیده می‌شود. چنان که مشاهده می‌شود، در حالی که ضریب پسای اصطکاکی پرتابه با حفره‌ساز بهینه کمی از حفره‌ساز دیسکی بیشتر است ولی پسای فشاری حفره‌ساز بهینه خیلی کم‌تر از حفره‌ساز دیسکی است که درنتیجه ضریب پسای کل این حفره‌ساز به‌طور قابل توجهی کم‌تر از حفره‌ساز دیسکی است. چنان که گفته شد، پسای فشاری نقش مهمی در تعیین حفره‌ساز بهینه دارد. این موضوع در شکل ۲۲، که در آن توزیع ضریب فشار روی حفره‌ساز بهینه و دیسکی




شکل ۲۰. مقایسه‌ی شکل و طول حفره حفره‌ساز بهینه با حفره‌ساز دیسکی در $\sigma = ۰/۱۲$.




شکل ۲۱. تغییر ضرایب پسای حفره‌ساز دیسکی و بهینه نسبت به عدد حفره‌سازی.




شکل ۲۲. مقایسه‌ی توزیع فشار روی حفره‌ساز بهینه با حفره‌ساز دیسکی به دست آمده از روش‌های المان مرزی و دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) در $\sigma = ۰/۱۲$.

حاصل از دو روش با هم مقایسه شده، به‌وضوح مشاهده می‌شود. این شکل نشان می‌دهد که در حفره‌ساز دیسکی، فشار سکون حاصل از جریان سطح بیشتری از حفره‌ساز را نسبت به حفره‌ساز بهینه تحت تأثیر قرار می‌دهد و منجر به افزایش شدید پسای فشاری در این حفره‌ساز نسبت به حفره‌ساز بهینه می‌شود.

## ۶. نتیجه‌گیری

تحلیل جریان حفره‌سازی جزئی بر روی یک پرتابه‌ی متقارن محوری برای به دست آوردن بهترین حفره‌ساز، متناسب با سرعت پرتابه به‌کمک روش‌های المان مرزی و دینامیک سیالات محاسباتی در این مطالعه ارائه شد. کمینه‌کردن ضریب پسای کل پرتابه برای اعداد حفره‌سازی مختلف، مهم‌ترین هدف این تحقیق بود. برای رسیدن به این هدف از روش المان مرزی و شبیه‌سازی عددی استفاده شده است. تعداد زیادی حفره‌ساز توسط یک رابطه‌ی سهموی سه‌متغیره‌ی هندسی تولید و جریان پتانسیل اطراف آنها به‌وسیله‌ی روش المان مرزی حل شد. با توجه به معیار انتخاب که ضریب پسای کل کمینه است، حفره‌ساز مطلوب انتخاب شد. برای اطمینان از نتایج حاصله، چندین حفره‌ساز که دارای ضریب پسای کل کمینه بوده‌اند به‌کمک شبیه‌سازی عددی (CFD) نیز حل شد و در نهایت بهترین حفره‌ساز انتخاب شد. نتایج نشان می‌دهد که برای تمامی اعداد حفره‌سازی، حفره‌ساز بهینه حفره‌سازی است که در کم‌ترین ضریب پسا حفره‌یی تولید کند که بخش مخروطی پرتابه را احاطه کند، زیرا این بخش پسای فشاری زیادی تولید می‌کند. بنابراین با افزایش عدد حفره‌سازی، حفره‌ساز بهینه دماغه‌ی کوچک‌تری خواهد داشت و به حفره‌ساز دیسکی نزدیک می‌شود. مشاهده می‌شود که حفره‌سازهای بهینه حفره‌ی کوچک‌تر و پسای اصطکاکی بیشتری نسبت به حفره‌ساز دیسکی تولید می‌کنند ولی به‌دلیل کاهش شدید ضریب پسای فشاری، در مجموع ضریب پسای کل پرتابه را نسبت به حفره‌ساز دیسکی به مقدار قابل توجهی کاهش می‌دهند که منجر به کاهش زیاد نیروی پیش‌رانش لازم برای حرکت پرتابه خواهد شد.

## فهرست علائم

$A$: سطح تصویر شده حفره‌ساز

$b$: پارامتر هندسی حفره‌ساز

$CD$: ضریب پسای کلی، $D/\frac{1}{2}\rho_l U_\infty^2 A$

$CD_f$: ضریب پسای اصطکاکی، $D_f/\frac{1}{2}\rho_l U_\infty^2 A$

$CD_p$: ضریب پسای فشاری، $D_p/\frac{1}{2}\rho_l U_\infty^2 A$

$cf$: ضریب اصطکاک، $\tau_w/\frac{1}{2}\rho_l U_\infty^2$

$C_p$: ضریب فشار، $(p-p_\infty)/\frac{1}{2}\rho_l U_\infty^2$

$D$: قطر حفره‌ساز

$L_c$: طول کاویتی

$L_{cone}$: طول قسمت مخروطی پرتابه

$L_{cyl}$: طول قسمت استوانه‌یی پرتابه

$n$: بردار عمود بر سطح

$P_\infty$: فشار محیط

$q$: سرعت محلی بی‌بعد

$R_{cyl}$: شعاع قسمت استوانه‌یی پرتابه

$S$: بردار مماس بر سطح
$U_\infty$: سرعت جریان آزاد
$x$: مولفه $x$ محور مختصات
$w$: ضریب وزنی
$Z$: نقاط کنترل حفره‌ساز
$\rho_l$: چگالی آب
$\sigma$: عدد حفره‌سازی، $(p_\infty - p_v)/\frac{1}{2}\rho_l U_\infty^2$
$\Phi$: پتانسیل کلی
$\varphi$: پتانسیل اختلالی

## پانوشت‌ها

1. partial cavitation
2. Supercavitation
3. conformal mapping
4. Tulin
5. Perturbation
6. Riabouchinsky
7. Lourant
8. Chebyshev polynomials
9. interior source method
10. volume of fluid
11. Lagrange multiplier
12. boundary value problem (BVP)
13. Green's third identity
14. sources
15. dipoles
16. Laplace
17. source ring
18. dipole ring
19. Secant

## منابع (References)


1. Varghese, A.N., Uhlman, J.S. and Kirschner, I.N. "Numerical analysis of high-speed bodies in partially cavitation axisymmetric flow", *Trans ASME, J. Eng.,* **127**, pp. 41-54 (2005).
2. Shafaghat, R., Hosseinalipour, S.M., Nouri, N.M. and Lashgari, I. "Shape optimization of two dimensional cavitators in supercavitating flows, using NSGA II algorithm", *Applied Ocean Research,* **30**, pp. 305-10 (2008).
3. Efros, D.A. "Hydrodynamic theory of two-dimensional flow with cavitation", *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, **51**, pp. 267-270 (1946).
4. Tulin, M.P. "Supercavitating flows-small perturbation theory", *J. Ship Res.,* **7**, pp. 3 (1964).
5. Cuthbert, J. and Street, R. "An approximate theory for supercavitating flow about slender bodies of revolution", LMSC Report, TM81-73/39, Lockheed Missiles and Space Co., Sunnyvale, CA (1964).
6. Chou, Y.S. "Axisymmetric cavity flows past slender bodies of revolution", *J. Hydronautics,* **8**, pp. 1 (1974).
7. Vorus, W.S. "A theoretical study of the use of supercavitation/ventilation for underwater body drag reduction", VAI Technical Report, Vorus & Associates, Inc., Gregory, MI. (1991).
8. Kuria, I.M., Kirschner, I.N., Varghese, A.N. and Uhlman, J.S. "Compressible cavity flows past slender non-lifting bodies of revolution", *Proceedings of the ASME & JSME Fluids Engineering Annual Conference & Exhibition, Cavitation and Multiphase Flow Forum,* FEDSM97-3262, Vancouver, BC. (1997).
9. Uhlman, J.S. "The surface singularity method applied to partially cavitating hydrofoils", *Journal of Ship Research,* **31**(2), pp. 107-124 (1987).
10. Uhlman, J.S. "The surface singularity or boundary integral method applied to supercavitating hydrofoils", *Journal of Ship Research,* **33**(1), pp. 16-20 (1989).
11. Hase, P.M. "Interior source methods for planar and axisymmetric supercavitating flows", Ph. D. Thesis, Adelaide, Australia: University of Adelaide (2003).
12. Pasandideh Fard, M., Rashidi, I. and Tolami, M. "Numerical simulation of 2-D supercavitation and partial cavitation, using boundary element method", *Journal of Mechanic and Airspace,* **4**(2), pp. 15-28 (2006).
13. Rashidi, I., Moin, H., Pasandideh Fard, M. and Pasandideh Fard, M. "Numerical simulation of partial cavitation over axisymmetric bodies VOF method vs. potential flow theory", *Aerospace Science and Technology,* **5**(1), pp. 23-33 (2008).
14. Kinnas, S.A., Mishima, S. and Savineau, C. "Application of optimization techniques to the design of cavitating hydrofoils and wings", Department of Ocean Engineering Massachusetts Institute of Technology, International Symposium on Cavitation Deauville, France (2-5 May 1995).
15. Mishima, S.H. and Kinnas, S.A., " A Numerical optimization technique applied to the design of two-dimensional cavitating hydrofoil sections" J. Ship Res., **40**, pp.28-38 (1995).
16. Alyanak, E., Venkayya, V., Grandhi, R.V. and Penmetsa, R.C. "Variable shape cavitator design for a supercavitating torpedo", *10th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference*, Dayton

(OH 45345, United States), Department of Mechanical and Material Engineering, Wright State University.

17. Choi, J.H., Penmetsa, R.C. and Grandhi, R.V. "Shape optimization of the cavitator for a supercavitating torpedo", *IStruct Multidisk Optim, Aerospace and Mechanical Engineering*, Hankuk Aviation University, **29**, pp. 159-67 (2005).

18. Shafaghat, R., Hosseinalipour, S.M., Lashgari, I. and Vahedgermi, A. "Shape optimization of axisymmetric cavitators in supercavitating flows, using the NSGA II algorithm", *Applied Ocean Res*, **33**, pp. 193-98 (2011).

19. Franc, J.P. and Michel, J.M., *Fundamentals of Cavitation*, Kluwer Academic Publisher Netherlands (2004).

20. Farouk, M.O. and Ali, H.N. "Numerical simulation of 3-D incompressible multi-phase flows over cavitating projectiles", *European Journal of Mechanics, B/Fluids,* **23**, pp. 339-351 (2004).