

بررسی تحلیلی تأثیر معادلات حالت و خواص ترموفیزیکال بخار آب بر جریان دوفازی مافوق صوت

نیما یاسائی (کارشناس ارشد)

محمدرضا مهپیکر* (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

مهندسی مکانیک شریف، (پاییز ۱۳۹۳)
دوره‌ی ۲ - ۳، شماره‌ی ۲/۲، ص. ۱۳-۳

بخار آب در طبقات کم فشار توربین دارای فاز مایع است و این جریان دوفازی در نازل به صورت ریاضی مدل سازی می شود. هدف اصلی این مقاله بررسی میزان اهمیت معادله‌ی حالت و خواص ترموفیزیکال بخار در شبیه سازی بهتر جریان دوفازی مافوق صوت است. در این تحقیق معادله‌ی حالت ویرالی و کائوپچ و خواص بخار وابسته به آن با معادلات حالت و خواص ترموفیزیکال بخار در جدول بخار ASME (۲۰۰۶) برای اولین بار مقایسه می شود. معادلات دیفرانسیلی اصلی دینامیک گاز جریان با به کارگیری معادلات جوازهای و رشد قطرات بر اساس معادلات حالت و خواص ترموفیزیکال از دو مرجع فوق الذکر، با استفاده از روش عددی رانگ - کوتا حل شده و نتایج حاصل از آن با داده های آزمایشگاهی نسبت فشار و قطر قطره مقایسه شده است. طبق نتایج حاصله، در فشار و دمای سکون ورودی کم تر از ۱/۵ بار و ۴۰۰ درجه کلوین، معادلات پیشنهادی جدول بخار ASME سال ۲۰۰۶ آب تأیید می شود.

واژگان کلیدی: جریان دوفازی، معادله‌ی حالت، بخار مافوق سرد، جوازهای، حالت فوق اشباع.

nima_yasaei@yahoo.com
mahpeymr@um.ac.ir

۱. مقدمه

میعان است تا با شناخت بیشتر این پدیده بتوان نسبت به کنترل و کاهش اثرات مخرب آن اقدام کرد.

در این نوشتار برای اولین بار از معادله‌ی حالت و خواص بخار آب، به ویژه بخار مافوق سرد^۲ (مستقل از بخار مافوق گرم^۳) بر اساس جدول بخار ASME (۲۰۰۶) استفاده شده است. تا پیش از این محققین در مطالعات خود از معادله‌ی حالت و خواص بخار مافوق گرم بر اساس جداول بخار موجود، مانند کینان - کیز^۴ و یا بر اساس مراجع دیگر که متعاقباً آورده می شود در منطقه‌ی مافوق سرد، بهره جسته اند.^{۴-۶} لازم به ذکر است به عملت روش مدل سازی ریاضی جریان، ابتدا باید معادلات مذکور به معادلات دیفرانسیلی تبدیل، و سپس با کل معادلات دیفرانسیلی اصلی جریان کوپل شود. بنابراین جایگزینی معادلات جدید در معادلات دینامیک گاز جریان، چنان که متعاقباً تشریح می شود، باید با دقت لازم صورت پذیرد.

نوآوری این مقاله در استفاده از معادله‌ی حالت جدید برای بخار آب (بخار مافوق گرم و مافوق سرد به طور مجزا)، و نیز به کارگیری معادلات جدید برای خواص ترموفیزیکال بخار به طور مجزا (برای بخار مافوق گرم و مافوق سرد) در مدل سازی جریان دوفازی است.

یکی از مهم ترین کاربردهای جریان دوفازی در توربین بخار نیروگاه های تولید برق است. مطالعات دربارۀ جریان دوفازی بخار آب بیش از یک قرن پیش آغاز شده است. در اواخر قرن نوزدهم تحقیقات مفصلی پیرامون انبساط بخار مافوق اشباع^۱ و نهایتاً پدیده‌ی چگالش انجام شد. در دهه‌ی چهل برای اولین بار نظریه‌ی جوازهای با معادلات دینامیک گاز ترکیب شد. هم زمان با پیشرفت روزافزون توربین های بخار و استفاده‌ی وسیع تر از آنها، پدیده‌ی چگالش و حضور فاز مایع در طبقات کم فشار توربین -- به عملت کاهش راندمان و خوردگی پره ها -- به یکی از مشکلات اساسی تبدیل شده است. در این راستا تحقیقات گسترده‌ی برای شناخت و کنترل پدیده‌ی چگالش و کاهش اثرات ترمودینامیکی و مکانیکی آن به عمل آمده، که تعدادی از آنها^{۱۱} -- که در دهه‌ی اخیر منتشر شده اند -- مورد ارجاع این نوشتار بوده است.

در این تحقیق با استفاده از روش تحلیلی یک بعدی، جریان چگالشی بخار در کانال همگرا - واگرای مافوق صوت (که در ادامه توضیح داده می شود) مدل سازی شده است. هدف از این کار، مدل سازی دقیق تر ناحیه‌ی جوازهای و به ویژه شوک

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۱/۹/۱۲، اصلاحیه ۱۳۹۲/۴/۲۲، پذیرش ۱۳۹۲/۵/۲۷.

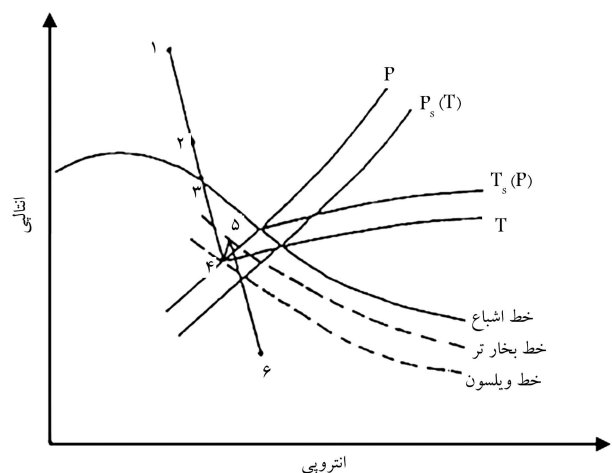
۲. بررسی تحلیلی جریان دوفازی

برای بررسی رفتار جریان‌های دوفازی بخار - مایع از مدل جریان مجزا استفاده می‌شود. مخلوط بخار تر همواره به صورت مجموعه‌یی از قطرات کروی به هم نجسیده، و به صورت پیوسته و یکنواخت و معلق در بخاری که فضای بین آنها را پر کرده، فرض می‌شود. فازهای بخار و مایع از طریق تبادل جرم، گشتاور و انرژی در تعامل با یکدیگرند. لغزش بین فازها اندک و معمولاً قابل چشم‌پوشی است. برای حل جریان دوفازی بخار - مایع از چهار دسته معادلات استفاده می‌شود: ۱. معادله‌ی حاصل از نظریه‌ی جوانه‌زایی توصیف‌گر تشکیل جوانه‌های قطره‌ی آب از بخار مافوق سرد؛ ۲. معادلات توصیف‌گر رشد و دمای قطرات مایع؛ ۳. معادلات دینامیک گاز جریان دوفازی؛ ۴. معادله‌ی حالت برای بخار مافوق گرم (حدود اشباع) و مافوق سرد همراه با معادلات توصیف‌گر خواص اشباع و انتقال^۴.

۱.۲. تشریح مسئله

از نظر ترمودینامیکی جریان در توربین‌های بخار را می‌توان با یک نازل همگرا - واگرای مافوق صوت یک‌بعدی مدل‌سازی کرد. با توجه به شکل ۱، بخار خشک مافوق گرم وارد قسمت همگرا شده و در آن قسمت همچنان خشک یا تک‌فاز باقی می‌ماند (خط ۱-۲). این بخار در قسمت واگرا مافوق صوت می‌شود و در اثر انبساط به حالت اشباع می‌رسد (نقطه‌ی ۳) اما به دلیل سرعت بالای جریان فرصت مایع شدن پیدا نمی‌کند. از این نقطه به بعد، بخار قادر به حفظ حالت تعادلی خود نبوده و تا زیر شرایط اشباع سرد می‌شود، و بدین ترتیب بخار مافوق سرد یا مافوق اشباع ایجاد می‌شود.

بخار مافوق سرد در نقطه‌ی ویلسون^۵ (نقطه‌ی ۴) که معرف بیشترین درجه‌ی مافوق سردی یا بیشینه انحراف بخار از حالت تعادلی است، شروع به تقطیر یا جوانه‌زایی می‌کند. این جوانه‌زایی از نوع همگن^۶، یعنی در غیاب ذرات خارجی و بدون در اختیار داشتن سطحی برای تقطیر فرض می‌شود. گرمای نهان^۷ حاصل از تقطیر بخار (فرایند ۴-۵) ابتدا به قطره می‌رسد و سپس به بخار برگشت می‌کند. در جریان مافوق صوت در صورتی که به جریان حرارت داده شود، باعث کاهش سرعت و افزایش فشار سیال می‌شود. این افزایش فشار در



شکل ۱. نمودار آنتالپی - آنتروبی برای انبساط بخار در یک نازل همگرا - واگرا همراه با چگالش.

جریان دوفازی، شوک میعان^۸ نامیده می‌شود و تا خط تر^۹ (نقطه‌ی ۵) ادامه می‌یابد. موقعیت شوک میعان به عوامل مختلف، شامل شرایط ورودی جریان، ضریب اصطکاک، ضریب چگالش، هندسه‌ی نازل و معادله‌ی حالت مورد استفاده بستگی دارد و باعث افزایش آنتروبی و تلفات در جریان می‌شود. در جریان مافوق صوت افزایش سطح مقطع در جهت کاهش فشار است، اما دادن گرما به سیال باعث افزایش فشار آن می‌شود. از نقطه‌ی ویلسون تا قبل از خط تر، که ناحیه‌ی جوانه‌زایی^{۱۰} نامیده می‌شود، عامل گرما غالب می‌شود و فشار افزایش می‌یابد؛ اما پس از آن عامل افزایش سطح مقطع غالب می‌شود و باعث کاهش مجدد فشار می‌شود. بعد از اوج پدیده‌ی جوانه‌زایی، تقطیر بخار بیشتر روی سطح قطرات تشکیل شده اتفاق می‌افتد و جوانه‌زایی قطرات مایع جدید نامحسوس‌تر می‌شود. تقریباً تعداد قطرات ثابت می‌ماند، قطرات تشکیل شده شروع به رشد می‌کنند، جریان به حالت تعادل یا اشباع نزدیک می‌شود و دمای قطره و بخار در قسمت بیش از یک درصد رطوبت، به سمت یکسان شدن پیش می‌رود (خط ۵-۶).

۲.۲. بررسی نظریه‌ی جوانه‌زایی و تشکیل قطرات مایع در بخار

مافوق سرد

بررسی پدیده‌ی چگالش در جریان‌های دوفازی به دو بخش تقسیم می‌شود: در بخش اول تشکیل جوانه‌های بسیار ریز یا میکروسکوپی مایع از بخار مافوق سرد مورد نظر قرار گرفته و با استفاده از معادلات جوانه‌زایی تعداد کل جوانه‌ها در واحد زمان و واحد حجم بخار به دست می‌آید. در بخش دوم رشد این جوانه‌ها تا ابعاد بزرگ‌تر یا ماکروسکوپی مطرح می‌شود.

۱.۲.۲. معادله‌ی جوانه‌زایی قطرات

نظریه‌ی جوانه‌زایی اولین بار به وسیله‌ی بکر - دورینگ و سپس به صورت کامل‌تر به وسیله‌ی مک‌دونالد^{۱۱} ارائه شد. اساساً جوانه‌زایی عبارت است از واکنش جریان به خروج از حالت تعادلی بخار. گفتنی است حالت بخار در هر مرحله از جریان با فشار (P) و دمای آن (T_G) معلوم می‌شود. اگر دمای اشباع متناظر با فشار P را T_s(P) و فشار اشباع متناظر با دمای T_G را P_s(T_G) بنامیم، از مقایسه‌ی این پارامترها با هم می‌توان خروج بخار از حالت تعادل را دریافت. به عنوان مثال به ازای P = ۲ bars و T_G = ۸۰ °C آنگاه T_s(P) = ۱۲۰٫۲ °C و T_s(P) = ۰٫۴۷۴ bar خواهد بود. با مقایسه‌ی P و P_s(T_G) یا T_G و T_s(P) معلوم می‌شود بخار از حالت تعادلی خارج شده است. برای تعیین میزان این انحراف به صورت کمی، پارامترهای نسبت فوق اشباع (S) و درجه‌ی فوق سردی (ΔT) چنین تعریف می‌شود:

$$S = \frac{P}{P_s(T_G)} \quad (۱)$$

$$\Delta T = T_s(P) - T_G \quad (۲)$$

در مثال مذکور، مقادیر S و ΔT به ترتیب ۴٫۲۲ و ۴۰٫۲ درجه‌ی سانتی‌گراد خواهد شد. وقتی جرم مشخصی از بخار در فشار P و دمای T_G به قطره‌یی با شعاع r در همان فشار و دما تبدیل می‌شود، تغییر در انرژی آزاد گیبس از رابطه‌ی ۳ به دست می‌آید:

$$\Delta G = 4\pi r^2 \sigma_r - \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_L RT_G \ln \left(\frac{P}{P_s(T_G)} \right) \quad (۳)$$

برای هر نسبت فوق اشباع بزرگ‌تر از ۱ (S > ۱)، تغییرات انرژی آزاد گیبس دارای یک نقطه‌ی اوج است. شعاع متناظر با این نقطه را «شعاع بحرانی» (r*) می‌نامند.

با چشم‌پوشی از اینرسی حرارتی قطره به علت کوچک بودن جرم آن، نرخ انتقال حرارت از قطره به بخار عبارت است از:

$$L \frac{dm_r}{dt} = 4\pi r^2 \alpha_r (T_L - T_G) \quad (8)$$

که در آن L آنتالپی تبخیر بخار و α_r ضریب انتقال حرارت از سطح قطره به بخار است. یک رابطه‌ی تجربی داده شده برای α_r عبارت است از: [4]

$$\alpha_r = \frac{\lambda}{r(1 + 3/18Kn)} \quad (9)$$

λ ضریب هدایت حرارتی بخار است. با ساده کردن رابطه‌ی ۸ برای جرم قطره m_r ، به رابطه‌ی ۱۰ دست می‌یابیم:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\alpha_r (T_L - T_G)}{\rho_L L} \quad (10)$$

با استفاده از یک روش نیمه‌تجربی رابطه‌ی برای نرخ رشد قطره ارائه شد [4] که می‌توان از آن در تمامی رژیم‌های جریان با وارد کردن عدد ندسن در معادله‌ی رشد قطره استفاده کرد:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{Kn}{Kn + 0.375q_c S_c} \frac{q_c}{\rho_L} \left(\frac{R}{2\pi}\right)^{0.5} \left[\rho_G \sqrt{T_G} - \rho_s(T_L, r) \sqrt{T_L}\right] \quad (11)$$

در رابطه‌ی فوق S_c عدد اشمیت^{۱۲} نامیده می‌شود و برابر است با $S_c = \mu_G / (\rho_G D)$ همچنین μ_G لزجت دینامیکی بخار و D ضریب نفوذ است. با حذف dr/dt بین معادلات ۱۰ و ۱۱، و استفاده از معادله‌ی معروف جرماسی (که مورد استفاده‌ی محققین متعددی است):

$$T_L = T_s(P) - [T_s(P) - T_G] \frac{r^*}{r} \quad (12)$$

رابطه‌ی بین شعاع (r) و دمای قطره (T_L) به دست می‌آید. با دیفرانسیل‌گیری عددی از این رابطه، dT_L/dr حاصل می‌شود. سپس نرخ تغییر درجه حرارت قطره از رابطه‌ی ۱۳ قابل محاسبه خواهد بود:

$$\frac{dT_L}{dt} = \frac{dT_L}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} \quad (13)$$

با داشتن dT_L/dr ، از روابط ۱۱ و ۱۳ به روش استاندارد عددی رانگ - کوتا انتگرال‌گیری عددی می‌شود و بدین ترتیب مقادیر T_L و r برحسب زمان به دست می‌آید. این روش یک روش تحلیلی یا ریاضی است که با استفاده از آن مقادیر دقیقی از این دو متغیر به دست می‌آید.

در قسمت جوانه‌زایی دو دسته قطره وجود دارد. دسته‌ی اول قطراتی هستند که قبلاً به وجود آمده و در حال رشدند و دسته‌ی دوم قطرات جدید ناشی از جوانه‌زایی است. در داخل یک المان رشد قطرات قدیم (ورودی از المان قبلی) و رشد قطرات جدید با استفاده از معادلات رشد قطرات محاسبه می‌شود. سپس براساس سطح قطرات و تعداد آنها، متوسط‌گیری انجام شده و سپس قطر قطره برای خروج از المان یا ورود به المان بعدی محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که پس از جوانه‌زایی، فقط رشد قطرات قدیم وجود دارد و نحوه‌ی متوسط‌گیری هم مشابه قبل است.

r^* و تغییرات انرژی گیبس متناظر با آن (ΔG^*)، از روابط ۴ و ۵ حاصل می‌شوند:

$$r^* = \frac{2\sigma_r}{\rho_L RT_G \ln\left(\frac{P}{P_s(T_G)}\right)} \quad (4)$$

$$\Delta G^* = \frac{16\pi\sigma_r^2}{3\left(\rho_L RT_G \ln\left(\frac{P}{P_s(T_G)}\right)\right)^2} \quad (5)$$

قطراتی که شعاع آنها از شعاع بحرانی (r^*) کم‌تر است با از دست دادن مولکول‌ها و کاهش انرژی گیبس، تمایل درونی به تبخیر دارند. عکس این قضیه برای قطرات بزرگ‌تر از r^* نیز صادق است؛ هرچه مقدار r^* کوچک‌تر باشد امکان جوانه‌زایی و تشکیل قطرات بیشتر می‌شود.

به کارگیری جنبه‌ی سینماتیکی جوانه‌زایی، علاوه بر جنبه‌ی ترمودینامیکی آن، منجر به تعیین رابطه‌ی برای نرخ جوانه‌زایی می‌شود. رابطه‌ی معروف زیر (رابطه‌ی ۶) توسط محققینی چون پیکر و دورینگ به‌عنوان نرخ جوانه‌زایی حالت یکنواخت ارائه شد:

$$J_{st} = J_{class} = q_c \frac{\rho_G^*}{\rho_L} \sqrt{\left(\frac{2\sigma_r}{\pi M^2}\right)} EXP\left[-\frac{\Delta G^*}{KT_G}\right] \quad (6)$$

این رابطه به رابطه‌ی جوانه‌زایی کلاسیک معروف بوده و واحد آن $(m^3 \cdot sec)^{-1}$ است. [4]

در این تحقیق از معادله‌ی جوانه‌زایی کلاسیک با اصلاحات کورتنی - کنترویتز [5] استفاده شده است. ضریب تقطیر (q_c) در این مقاله با توجه به توصیه‌ی بیشتر محققین مقدار ۱، و تنش سطحی قطرات معادل تنش سطحی سطح صاف در نظر گرفته شده است.

۳.۲. محاسبه‌ی رشد و درجه‌ی حرارت قطرات مایع

قطرات وقتی به‌اندازه‌ی بحرانی یا جوانه‌زایی ماندگار می‌رسند، شروع به رشد و بزرگ‌شدن می‌کنند. معادلات مربوط به رشد و درجه حرارت قطرات با نوشتن معادلات مربوط به تحولات انتقال جرم، مومنتوم و انرژی بین قطره و جریان بخار به دست می‌آید. در این تحقیق از سرعت لغزشی بین قطره و بخار به‌علت کوچکی قطر قطرات صرف‌نظر شده است، حجم فاز مایع به‌علت کوچکی مقدار آن در مقایسه با حجم اشغال شده فاز بخار یا فاز غالب نیز قابل چشم‌پوشی است. فشار داخل قطرات با فشار محیط که فشار بخار است یکسان فرض می‌شود، لذا تنها فرایندهای انتقال جرم و انرژی به‌طور همزمان مد نظر قرار می‌گیرد. بدین منظور برای تقسیم جریان بخار تر به رژیم‌های مختلف، از پارامتر بی‌بعدی به‌نام عدد ندسن^{۱۱} استفاده می‌شود. عدد ندسن (Kn)، براساس تعریف عبارت است از:

$$Kn = \frac{\bar{l}}{2r} \quad (7)$$

که در آن \bar{l} طول میانگین آزاد مولکولی است. بسته به مقدار عدد ندسن، جریان دارای رژیم‌های پیوسته، لغزشی، گذرا یا مولکولی آزاد خواهد بود. با استفاده از نظریه‌ی جنبشی گازها و بالانس جرم و انرژی می‌توان نشان داد نرخ رشد قطره‌ی به جرم m_r برابر است با اختلاف بین نرخ چگالش و تبخیر. با نوشتن معادلات دیفرانسیلی مربوط به نرخ رشد جرمی و انتقال انرژی در هر یک از این نواحی و انتگرال‌گیری از آنها، شعاع و دمای قطره محاسبه می‌شود.

۳.۴.۲. معادله کمی عدد ماخ فاز بخار

برای راحتی عملیات جبری از مجذور عدد ماخ فاز بخار استفاده می‌شود:

$$Z = Ma^{\prime} = \frac{u^{\prime}}{\left(\frac{\gamma P}{\rho_G}\right)} \quad (19)$$

با دیفرانسیل‌گیری از رابطه‌ی ۱۹:

$$\frac{dZ}{Z} = \frac{\gamma dMa}{Ma} = \gamma \frac{du}{u} + \frac{d\rho_G}{\rho_G} - \frac{dP}{P} \quad (20)$$

۴.۴.۲. معادله مومنتوم

$$AdP + \frac{Af\rho_G u^{\prime}}{\gamma D_e} dx = -d(W_G u + W_L u) \quad (21)$$

در آن D_e و f به ترتیب عبارت‌اند از قطر هیدرولیکی و ضریب اصطکاک کانال.

۵.۴.۲. معادله انرژی

$$d \left[W_G \left(h_G + \frac{u^{\prime 2}}{\gamma} \right) + W_L \left(h_L + \frac{u^{\prime 2}}{\gamma} \right) \right] = 0 \quad (22)$$

پس از ساده‌سازی و نوشتن $W - W_L$ به جای W_G ، و نیز L به جای $h_G - h_L$ و سپس تقسیم طرفین رابطه بر $WCPT_G$ می‌توان نوشت:

$$\frac{dh_G}{C_P T_G} - \frac{d(W_L L)}{WCPT_G} + \left(1 - \frac{W_L}{W}\right) \frac{u^{\prime}}{C_P T_G} \frac{du}{u} + \frac{W_L}{W} \frac{u^{\prime}}{C_P T_G} \frac{du}{u} = 0 \quad (23)$$

که در آن dh_G چنین بیان شده است:

$$dh_G = C_p dT_G + \left[V_G - T_G \left(\frac{\partial V_G}{\partial T_G} \right)_P \right] dP \quad (24)$$

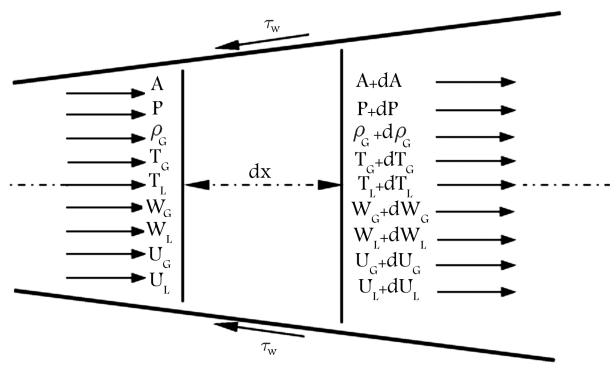
همچنین با استفاده از معادله‌ی حالت ۲۵ می‌توان نشان داد:

$$\left[V_G - T_G \left(\frac{\partial V_G}{\partial T_G} \right)_P \right] = \frac{1}{\rho_G} \left(1 - \frac{Y}{X} \right) \quad (25)$$

با جاگذاری معادلات ۲۴ و ۲۵ در رابطه‌ی ۲۳، و با چشم‌پوشی از عبارت $(W_L/W)dL$ (به دلیل کوچک بودن)، نهایتاً معادله‌ی انرژی عبارت خواهد بود از:

$$\frac{dT_G}{T_G} + \frac{P}{\rho_G C_P T_G} \left(1 - \frac{Y}{X} \right) \frac{dP}{P} + \frac{u^{\prime}}{C_P T_G} \frac{du}{u} - \frac{L}{C_P T_G} \frac{dW_L}{W} = 0 \quad (26)$$

با در نظر گرفتن dA/A ، $f \cdot dx/D_e$ و dW_L/W به عنوان متغیرهای مستقل، می‌توان از پنج معادله‌ی ۱۵، ۱۶، ۲۰، ۲۱، ۲۶ و برای حل پنج مجهول $d\rho_G/\rho_G$ ، dP/P ، dZ/Z ، du/u ، dT_G/T_G استفاده کرد. با معرفی کسر خشکی^{۱۳} به صورت $\zeta = W_G/W$ ، عبارات منتهی برای dZ/Z ، dT_G/T_G و $d\rho_G/\rho_G$



شکل ۲. حجم کنترل ریاضی در طول محور کانال برای به دست آوردن معادلات بقا.

۴.۲. معادلات دینامیک گاز جریان دوفازی

تحلیل جریان دوفازی همانا گسترش روابط مربوط به جریان تک‌فاز است و برای این منظور از معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی و نیز ساده‌سازی‌های مختلف استفاده می‌شود. در شکل ۲ المان ریاضی به طول dx از یک کانال با سطح مقطع متغیر و همراه با اصطکاک نشان داده شده که جریان یکنواخت، آدیاباتیک و یک‌بعدی بخار - مایع را از خود عبور می‌دهد. فرض می‌شود سرعت نسبی بین دو فاز وجود ندارد و حجم اشغال شده به وسیله‌ی فاز مایع در مقایسه با فاز بخار قابل اغماض است. اگر در فاصله‌ی dx ، سطح مقطع جریان، فشار و چگالی بخار، درجه حرارت فاز بخار و مایع، دبی جرمی بخار و مایع، و سرعت بخار به ترتیب از: $A, P, \rho_G, T_G, T_L, W_G, W_L, U_G, U_L$ به: $A+dA, P+dP, \rho_G+d\rho_G, T_G+dT_G, T_L+dT_L, W_G+dW_G, W_L+dW_L, U_G+dU_G, U_L+dU_L$ تغییر کنند، معادلات دیفرانسیلی جریان به صورت زیر می‌توانند نوشته شوند:

۱.۴.۲. معادله پیوستگی

$$W = W_L + A\rho_G u = \text{constant} \quad (14)$$

که در آن W دبی جرمی کل است. با دیفرانسیل‌گیری:

$$\frac{d\rho_G}{\rho_G} + \frac{dA}{A} + \frac{du}{u} + \frac{dW_L}{W - W_L} = 0 \quad (15)$$

۲.۴.۲. معادله‌ی حالت برای بخار

هر معادله‌ی حالت واقعی که برای بخار مورد استفاده قرار گیرد، باید به رابطه‌ی ۱۶ تبدیل می‌شود:

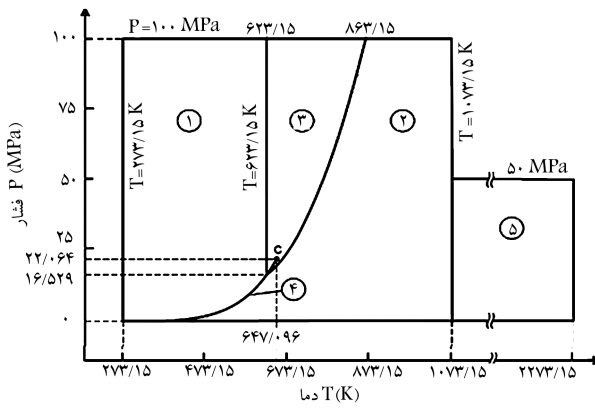
$$\frac{dP}{P} - X \frac{d\rho_G}{\rho_G} - Y \frac{dT_G}{T_G} = 0 \quad (16)$$

که در آن X و Y ضرایب معادله‌ی حالت دیفرانسیلی‌اند که با توجه به معادله‌ی حالت از روابط ۱۷ و ۱۸ برآیند با:

$$X = \frac{\rho_G}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho_G} \right)_{T_G} \quad (17)$$

و

$$Y = \frac{T_G}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T_G} \right)_{\rho_G} \quad (18)$$



شکل ۳. محدوده‌ی نواحی پنج‌گانه و معادلات مربوط به آنها.

بین‌المللی ASME برای بخار آب»^[۱۱] گردآوری کرده است. در این کتاب معادله‌ی حالت و معادلات خواص ترمودینامیکی (آنتالپی، آنتروپی و...) و ترموفیزیکی (کشش سطحی، گرانروی و...) بخار آب در دو وضعیت مافوق گرم و مافوق سرد به‌طور مستقل و به همراه خواص اشباع ارائه شده است و لذا نیازی به برون‌یابی نیست. در نوشتار حاضر برای اولین بار از این روابط در حل معادلات دیفرانسیلی جریان دوفازی استفاده شده است.

۶.۲. معادلات خواص ترمودینامیکی و ترموفیزیکی بخار آب طبق جدول بخار ASME سال ۲۰۰۶

خواص ترمودینامیکی و ترموفیزیکی مهم و پرکاربرد آب به‌صورت توابعی از دو خاصیت مستقل در نواحی پنج‌گانه و محدوده‌ی دمایی و فشاری خاصی مطابق شکل ۳ ارائه شده است. ناحیه‌ی ۱ مربوط به مایع متراکم، ناحیه‌ی ۲ مربوط به بخار مافوق گرم، ناحیه‌ی ۳ ناحیه‌ی بحرانی، ناحیه‌ی ۴ ناحیه‌ی اشباع بخار-مایع و بالاخره ناحیه‌ی ۵ مربوط به بخار دما بالاتر است.

۱.۶.۲. خواص ترمودینامیکی بخار مافوق گرم، مافوق سرد و خواص اشباع^[۱۱]

قبل از بیان توابع مربوط به خواص بخار مافوق گرم یا مافوق سرد، یک معادله‌ی پایه (معادله‌ی اصلی) برحسب تابع گیبس بی‌بعد معرفی می‌شود که توابع بعدی با مشتق‌گیری از آن به دست می‌آید:

$$\frac{g(P, T)}{RT} = \gamma(\pi, \tau) = \gamma^\circ(\pi, \tau) + \gamma^r(\pi, \tau) \quad (31)$$

g تابع گیبس (برحسب kJ/kg)، R ثابت ویژه‌ی گاز مربوط به بخار آب و برابر است با $R = 0.461526 \text{ kJ/(kg}^\circ\text{K)}$ ، T دما برحسب K ، P فشار برحسب MPa ، γ تابع گیبس بدون بعد، همچنین γ° عبارت بی‌بعد گاز ایده‌آل^[۱۱] و γ^r عبارت بی‌بعد باقی‌مانده^[۱۱] هستند که از روابط جداگانه حاصل می‌شود. به‌عنوان مثال برای بخار مافوق سرد:

$$\gamma^\circ = \ln \pi + \sum_{i=1}^9 n_i^* \tau^{J_i} \quad (32)$$

$$\gamma^r = \sum_{i=1}^{12} n_i \pi^{I_i} (\tau - 0.5)^{J_i} \quad (33)$$

$$\frac{dZ}{Z} = \frac{1}{1 - \left(\frac{Z}{\zeta}\right) \left(1 + (1 - \zeta)(\gamma - X)/Y\right)} \left\{ \left[\left(\frac{\gamma - X}{Y}\right) (\gamma Z + 1) + \gamma + 1 \right] \frac{fZ dx}{2D_e} + \left(1 + \frac{\gamma Z}{\zeta}\right) \frac{YL}{XC_P T_G} \frac{dW_L}{W} - \left\{ 2 + \frac{Z}{\zeta} \left[(\gamma - 1) - (1 - \zeta) \left(\frac{\gamma - X}{Y}\right) \right] \right\} \left[\frac{dA}{A} + \frac{dW_L}{W - W_L} \right] \right\} \quad (27)$$

$$\frac{dT_G}{T_G} = \frac{1}{1 - \left(\frac{Z}{\zeta}\right) \left(1 + (1 - \zeta)(\gamma - X)/Y\right)} \left\{ \left(\frac{\gamma - X}{Y^2}\right) (X - Y - \gamma Z) \frac{fZ dx}{2D_e} + \left(1 - \frac{\gamma Z}{\zeta X}\right) \frac{L}{C_P T_G} \frac{dW_L}{W} + Z \left(\frac{\gamma - X}{Y^2}\right) \left(X + \frac{Y - X}{\zeta}\right) \left[\frac{dA}{A} + \frac{dW_L}{W - W_L} \right] \right\} \quad (28)$$

$$\frac{d\rho_G}{\rho_G} = \frac{1}{1 - \left(\frac{Z}{\zeta}\right) \left(1 + (1 - \zeta)(\gamma - X)/Y\right)} \left\{ \left(-\frac{Z}{Y}\right) (\gamma - X + Y) \frac{f dx}{2D_e} - \frac{YL}{XC_P T_G} \frac{dW_L}{W} + \frac{Z}{\zeta} \left[1 + (1 - \zeta) \left(\frac{\gamma - X}{Y}\right) \right] \left[\frac{dA}{A} + \frac{dW_L}{W - W_L} \right] \right\} \quad (29)$$

در معادلات یادشده چهار متغیر مستقل f ، W_L و dW_L وجود دارد. عبارات f و dA/A نشان‌گر شکل و اصطکاک کانال بوده و معلوم فرض می‌شوند. لذا حل معادلات فوق به محاسبه‌ی W_L و dW_L بستگی خواهد داشت که از طریق محاسبه‌ی جوانه‌زایی و رشد قطرات به دست می‌آید.

۵.۲. معادله‌ی حالت

یکی از موضوعات چالش‌برانگیز در بحث جریان دوفازی، معادله‌ی حالت است. از آنجا که در جریان دوفازی بخار مافوق سرد تولید می‌شود، لذا یافتن معادله‌ی حالت مناسبی که بتواند خواص بخار آب را در چنین شرایط غیرتعادلی پیش‌بینی کند، اهمیت می‌یابد. تاکنون از معادله‌ی ویریالی و کالویج^[۱۰] برای بخار آب استفاده شده است، اما این معادله برای بخار مافوق گرم دقیق است و درمورد بخار مافوق سرد از برون‌یابی استفاده می‌کند و دقت این برون‌یابی مورد تردید است:

$$\frac{P}{\rho_G RT_G} = 1 + B_1 \rho_G + B_2 \rho_G^2 + B_3 \rho_G^3 \quad (30)$$

ضرایب B_1 ، B_2 و B_3 به ضرایب ویریالی چگالی معروف بوده و تابعی از درجه حرارت بخارزند.

انجمن مهندسين مکانیک آمریکا در سال ۲۰۰۶ مجموعه‌ی کاملی از خواص اشباع، ترمودینامیکی و ترموفیزیکی آب و بخار آب را در کتابی به نام «جداول

جدول ۱. روابط بین خواص ترمودینامیکی و ترم‌های γ° و γ^r و مشتقات آنها.

رابطه	خاصیت
$v(\pi, \tau) \frac{P}{RT} = \pi(\gamma_\pi^\circ + \gamma_\pi^r)$	Specific volume $v = (\partial g / \partial p)_T$
$\frac{h(\pi, \tau)}{RT} = \tau(\gamma_\tau^\circ + \gamma_\tau^r)$	Specific enthalpy $h = g - T(\partial g / \partial T)_p$
$\frac{u(\pi, \tau)}{RT} = \tau(\gamma_\tau^\circ + \gamma_\tau^r) - \pi(\gamma_\pi^\circ + \gamma_\pi^r)$	Specific internal energy $u = g - T(\partial g / \partial T)_p - p(\partial g / \partial p)_T$
$\frac{s(\pi, \tau)}{R} = \tau(\gamma_\tau^\circ + \gamma_\tau^r) - (\gamma^\circ + \gamma^r)$	Specific entropy $s = -(\partial g / \partial T)_p$
$\frac{c_p(\pi, \tau)}{R} = -\tau^2(\gamma_{\tau\tau}^\circ + \gamma_{\tau\tau}^r)$	Specific isobaric heat capacity $c_p = (\partial h / \partial T)_p$
$\frac{c_v(\pi, \tau)}{R} = -\tau^2(\gamma_{\tau\tau}^\circ + \gamma_{\tau\tau}^r) - \frac{(1 + \pi\gamma_\pi^r - \tau\pi\gamma_{\pi\tau}^r)^2}{1 - \pi^2\gamma_{\pi\pi}^r}$	Specific isochoric heat capacity $c_v = (\partial u / \partial T)_v$
$\frac{w^2(\pi, \tau)}{RT} = \frac{1 + 2\pi\gamma_\pi^r + \pi^2\gamma_{\pi\pi}^r}{(1 - \pi^2\gamma_{\pi\pi}^r) + \frac{(1 + \pi\gamma_\pi^r - \tau\pi\gamma_{\pi\tau}^r)^2}{\tau^2(\gamma_{\tau\tau}^\circ + \gamma_{\tau\tau}^r)}}$	Speed of sound $w = v(-\partial p / \partial v)_s^{1/2}$
$\alpha_v(\pi, \tau)T = \frac{1 + \pi\gamma_\pi^r - \tau\pi\gamma_{\pi\tau}^r}{1 + \pi\gamma_\pi^r}$	Isobaric cubic expansion coefficient $\alpha_v = v^{-1}(\partial v / \partial T)_p$
$\kappa_T(\pi, \tau)p = \frac{1 - \pi^2\gamma_{\pi\pi}^r}{1 + \pi\gamma_\pi^r}$	Isothermal compressibility $\kappa_T = -v^{-1}(\partial v / \partial p)_T$

$$\gamma_\pi^r = \left(\frac{\partial \gamma^r}{\partial \pi}\right)_\tau, \quad \gamma_{\pi\pi}^r = \left(\frac{\partial^2 \gamma^r}{\partial \pi^2}\right)_\tau, \quad \gamma_\tau^r = \left(\frac{\partial \gamma^r}{\partial \tau}\right)_\pi, \quad \gamma_{\tau\tau}^r = \left(\frac{\partial^2 \gamma^r}{\partial \tau^2}\right)_\pi,$$

$$\gamma_{\pi\tau}^r = \left(\frac{\partial^2 \gamma^r}{\partial \pi \partial \tau}\right), \quad \gamma_\tau^\circ = \left(\frac{\partial \gamma^\circ}{\partial \tau}\right)_\pi, \quad \gamma_{\tau\tau}^\circ = \left(\frac{\partial^2 \gamma^\circ}{\partial \tau^2}\right)_\pi$$

درجه دوم مربوط به خط اشباع در شکل ۳ حاصل می‌شود. معادله‌ی خط اشباع عبارت است از:

$$\beta^2 v^2 + n_1 \beta^2 v + n_2 \beta^2 + n_3 \beta v^2 + n_4 \beta v + n_5 \beta + n_6 v^2 + n_7 v + n_8 = 0 \quad (36)$$

که در آن:

$$\beta = \left(\frac{P_s}{P^*}\right)^{\frac{1}{3}}, \quad P^* = 1 \text{ MPa} \quad (37)$$

$$v = \frac{T_s}{T^*} + \frac{n_9}{\left(\frac{T_s}{T^*}\right) - n_{10}}, \quad T^* = 1 \text{ K} \quad (38)$$

ضرایب n_1 تا n_{10} مقادیر ثابت‌اند و از جدول مربوطه حاصل می‌شوند. اما نکته‌ی که باید به آن توجه داشت آن است که معادله‌ی حالت بخار (مافوق گرم یا مافوق سرد)، مثلاً رابطه‌ی ۳۵ باید به فرم دیفرانسیلی ۱۶ درآید تا از این طریق بر معادلات اساسی جریان (معادلات ۲۷ تا ۲۹) تأثیر بگذارد. معادله‌ی حالت ویریالی (معادله‌ی ۳) به راحتی به معادله‌ی ۱۶ تبدیل می‌شود، زیرا P در یک طرف معادله و ρ و T در طرف دیگر معادله قرار دارند و لذا با یک دیفرانسیل‌گیری ساده می‌توان به معادله‌ی ۱۶ دست یافت. اما رابطه‌ی ۳۵ یک رابطه‌ی ضمنی

در روابط فوق:

$$\pi = \frac{P}{P^*}, \quad P^* = 1 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{T}{T^*}, \quad T^* = 540 \text{ K} \quad (34)$$

ضرایب n_i و n_i^* و همچنین توان‌های J_i و I_i اعداد ثابت‌اند و از جداول مربوط به خود محاسبه می‌شوند.

در جدول ۱ روابط بین خواص ترمودینامیکی و عبارات γ° ، γ^r و مشتقات آنها آورده شده است.

با مشتق‌گیری مناسب از رابطه‌ی ۳۱ برای رسیدن به حجم مخصوص بخار مافوق سرد و پس از انجام مراحل ساده‌سازی، معادله‌ی حالت بخار مافوق سرد به دست می‌آید:

$$P = \rho RT \left[1 + \sum_{i=1}^{13} n_i I_i \left(\frac{P}{P^*}\right)^{I_i} \left(\frac{T^*}{T} - 0.5\right)^{J_i} \right] \quad (35)$$

دیگر خواص ترمودینامیکی بخار مافوق گرم یا مافوق سرد نیز با اعمال مشتقات مربوطه بر رابطه‌ی ۳۱ و انجام مراحل ساده‌سازی به دست می‌آیند. همچنین خواص اشباع بخار آب (فشار اشباع بر حسب دمای اشباع و بالعکس) با حل معادله‌ی

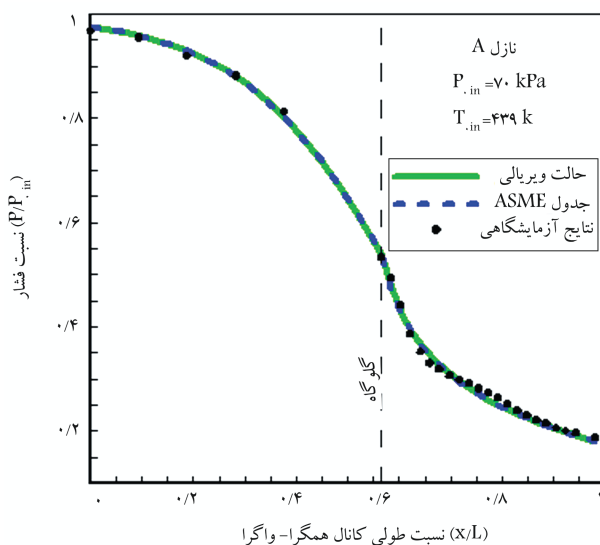
۷.۲. روش کلی حل

برای محاسبه‌ی مقدار مایع تشکیل شده در هر المان از نظریه‌ی جوانه‌زایی و معادلات رشد و درجه حرارت قطره استفاده می‌شود. بدین منظور دو دسته قطره در نظر گرفته می‌شود: الف) قطراتی که در داخل المان جوانه زده و با توجه به محل دقیق پیدایش، در خروج به مقدار متفاوتی رشد می‌کنند؛ ب) قطراتی که در بالادست المان جوانه زده‌اند؛ این دسته ضمن عبور از المان به طور ساده و مشابه رشد کرده و بزرگ می‌شوند. بدین ترتیب با معلوم شدن W_L و dW_L و قرار دادن آنها در معادلات اصلی جریان، معادلات ۲۷ تا ۲۹ به روش استاندارد عددی رانگ - کوتای مرتبه چهار روی هر المان انتگرال‌گیری می‌شود و پارامترهای جریان در خروج از هر المان و به عنوان شرایط ورودی به المان بعدی محاسبه می‌شود.

۸.۲. بحث و بررسی نتایج

پس از به‌کارگیری تمامی معادلات شرح داده شده در حل جریان دوفازی، نتایج مورد نظر استخراج شده است. برای اعتبارسنجی بهتر و نتیجه‌گیری دقیق‌تر، نتایج نظری با ۲۹ مجموعه داده‌ی آزمایشگاهی (تقریباً تمام داده‌های آزمایشگاهی موجود) سنجیده شده که تعداد محدودی از آنها در ادامه به‌عنوان نمونه ارائه شده است. بدین منظور از سه نازل مختلف با هندسه‌های گوناگون به نام‌های A ، B و نیز نازل مور^[۱۲] استفاده شده است.

در شکل ۴ توزیع نسبت فشار بخار به فشار سکون ورودی در طول محور نازل برای سه حالت آزمایشگاهی، معادلات حالت و بیرالی و کالوئینج با استفاده از جدول بخار کیتان - کیز، و معادلات حالت و خواص بخار براساس جدول بخار ASME (۲۰۰۶) نشان داده شده است. به‌منظور ساده‌سازی، در ادامه متن معادلات حالت و بیرالی با استفاده از جدول بخار و کالوئینج اصطلاحاً «حالت و بیرالی»، و معادلات حالت و معادلات خواص بخار از جدول بخار ASME (۲۰۰۶) اصطلاحاً «جدول ASME» نامیده می‌شود. چنان که ملاحظه می‌شود فشار و دمای سکون ورودی در این مورد به‌گونه‌ی است که جوانه‌زایی قابل ملاحظه‌ی اتفاق نمی‌افتد و جریان تقریباً در کل طول کانال تک‌فاز یا خشک باقی می‌ماند. در چنین شرایطی نتایج



شکل ۴. مقایسه‌ی نتایج نسبت فشار حالت و بیرالی و جدول ASME با نتایج آزمایشگاهی در نازل A.

است و P در هر دو طرف معادله وجود دارد و همین عمل دیفرانسیل‌گیری را قدری پیچیده می‌کند. بدین ترتیب ضرایب معادله‌ی حالت دیفرانسیلی پس از انجام یک سری عملیات ریاضی برای بخار مافوق سرد حاصل می‌شود:

$$X = \frac{1}{1-A} \quad (39 \text{ الف})$$

و

$$Y = \frac{1+B}{1-A} \quad (39 \text{ ب})$$

که در آن A و B چنین تعریف می‌شوند:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{12} n_i I_i^* \left(\frac{P}{P^*}\right)^{I_i} \left(\frac{T^*}{T} - 0.05\right)^{J_i}}{1 + \sum_{i=1}^{12} n_i I_i \left(\frac{P}{P^*}\right)^{I_i} \left(\frac{T^*}{T} - 0.05\right)^{J_i}} \quad (40 \text{ الف})$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{12} n_i I_i \left(\frac{P}{P^*}\right)^{I_i} J_i \left(-\frac{T^*}{T}\right) \left(\frac{T^*}{T} - 0.05\right)^{J_i-1}}{1 + \sum_{i=1}^{12} n_i I_i \left(\frac{P}{P^*}\right)^{I_i} \left(\frac{T^*}{T} - 0.05\right)^{J_i}} \quad (40 \text{ ب})$$

ضرایب X و Y به دست آمده در حل معادلات جریان دوفازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. ضرایب مربوط به بخار مافوق گرم نیز به‌طور مشابه به دست می‌آید.

۲.۶.۲. معادلات خواص ترموفیزیکی^[۱۱]

علاوه بر خواص ترمودینامیکی، روابط جدید برای خواص ترموفیزیکی یا انتقالی آب و بخار - نظیر کشش سطحی، گرانروی و ضریب هدایت گرمایی - در حل جریان دوفازی به کار گرفته شد. برای مثال از معادله‌ی ۴۱ برای ضریب هدایت گرمایی^[۱۱] بخار آب استفاده می‌شود:

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_0(\bar{T}) + \bar{\lambda}_1(\bar{\rho}) + \bar{\lambda}_2(\bar{T}, \bar{\rho}) \quad (41)$$

که در آن:

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda^*}, \quad \bar{T} = \frac{T}{T^*}, \quad \bar{\rho} = \frac{\rho}{\rho^*} \quad (42)$$

λ ضریب هدایت گرمایی بخار آب برحسب $W/(m^2 K)$ ، T دما برحسب K ، و ρ چگالی برحسب kg/m^3 است. همچنین λ^* ، T^* و ρ^* اعداد ثابت‌اند و $\bar{\lambda}_0$ ، $\bar{\lambda}_1$ و $\bar{\lambda}_2$ نیز از روابط ۴۳ و ۴۴ محاسبه می‌شود (a_k ها ضرایب ثابت‌اند):

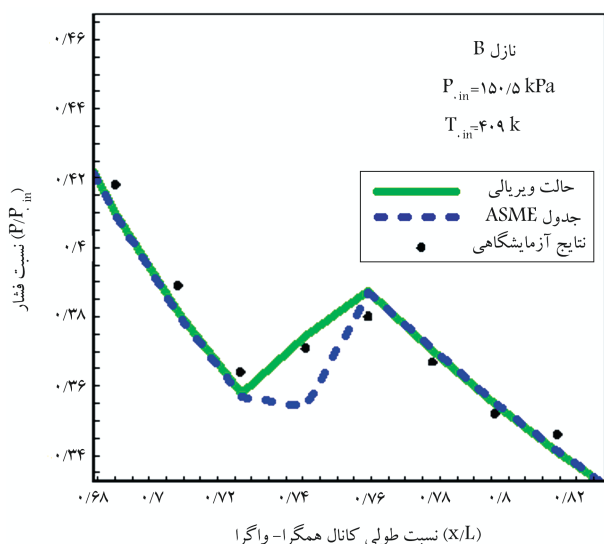
$$\bar{\lambda}_0(\bar{T}) = \bar{T}^{0.05} \sum_{k=0}^r a_k \bar{T}^k \quad (43)$$

$$\bar{\lambda}_1(\bar{\rho}) = b_0 + b_1 \bar{\rho} + b_2 \exp \left[B_1 (\bar{\rho} + B_2)^2 \right] \quad (44)$$

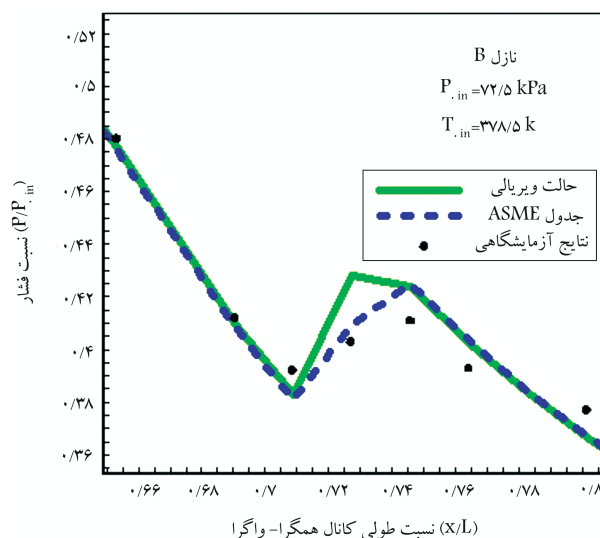
ضرایب b_i و B_i اعداد ثابت‌اند و از جداول مربوطه حاصل می‌شوند.

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_2(\bar{T}, \bar{\rho}) = & (d_1 \bar{T}^{-1.0} + d_2) \bar{\rho}^{1.8} \exp \left[C_1 (1 - \bar{\rho}^{1.8}) \right] \\ & + d_3 S \bar{\rho}^Q \exp \left[\left(\frac{Q}{1+Q} \right) (1 - \bar{\rho}^{1+Q}) \right] \\ & + d_4 \exp \left(C_2 \bar{T}^{1.0} + C_3 \bar{\rho}^{-0.5} \right) \end{aligned} \quad (45)$$

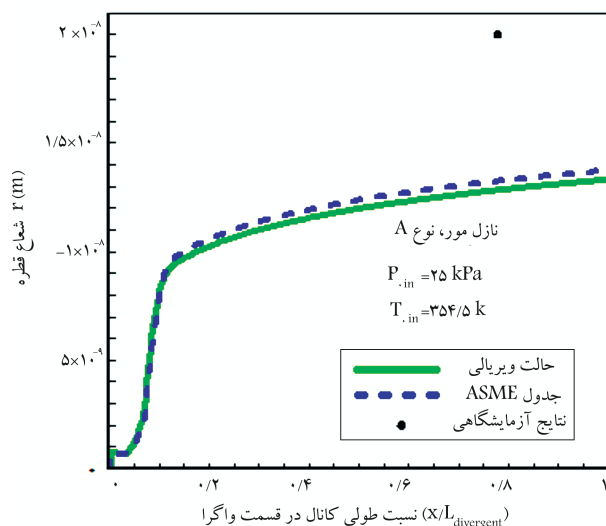
که در آن d_i و C_i ها ضرایب ثابت‌اند و S و Q نیز از روابط جداگانه به دست می‌آیند.



شکل ۶. مقایسه‌ی نتایج نسبت فشار حالت ویريالي و جدول ASME با نتایج آزمایشگاهی در نازل B (در ناحیه‌ی جوانه‌زایی).



شکل ۵. مقایسه‌ی نتایج نسبت فشار حالت ویريالي و جدول ASME با نتایج آزمایشگاهی در نازل B (در ناحیه‌ی جوانه‌زایی).



شکل ۷. مقایسه بین نتایج شعاع قطره حالت ویريالي و جدول ASME با نتایج آزمایشگاهی در نازل مور.

به‌علت تفاوت محدود دو روش شکل‌ها بزرگ‌تر از سایر شکل‌های متن مقاله رسم شده است. در جدول ۲ مقایسه بین خواص ترموفیزیکال نیز آورده شده که در منطقه‌ی جوانه‌زایی تفاوت‌ها تا حدودی بیشتر است.

شکل‌های ۱۰ و ۱۱ در نمودار نتایج آزمایشگاهی، و فقط با مقایسه‌ی نتایج حالت ویريالي و جدول ASME ترسیم شده است. در شکل ۱۰ توزیع عدد ماخ در طول محور نازل B به‌صورت بزرگ‌نمایی شده نشان داده شده است. چنان‌که ملاحظه می‌شود و قبلاً هم گفته شد، نتایج حاصل بسیار به هم نزدیک‌اند و تنها در ناحیه‌ی جوانه‌زایی بیشینه بین آنها اختلاف وجود دارد. اما از آنجا که در این نازل، با همین شرایط (شکل ۵)، برای نسبت فشار نتایج آزمایشگاهی وجود داشت و در آنجا نتایج حاصل از جدول ASME با نتایج آزمایشگاهی انطباق بهتری داشت، احتمالاً در اینجا نیز نتایج حاصل از جدول ASME به واقعیت نزدیک‌تر است.

در شکل ۱۱ توزیع درصد رطوبت در طول محور نازل B -- قسمت واگرا --

حاصل از حالت ویريالي و جدول ASME بر هم منطبق می‌شود و هر دو آنها با نتایج آزمایشگاهی به‌خوبی مطابقت دارند.

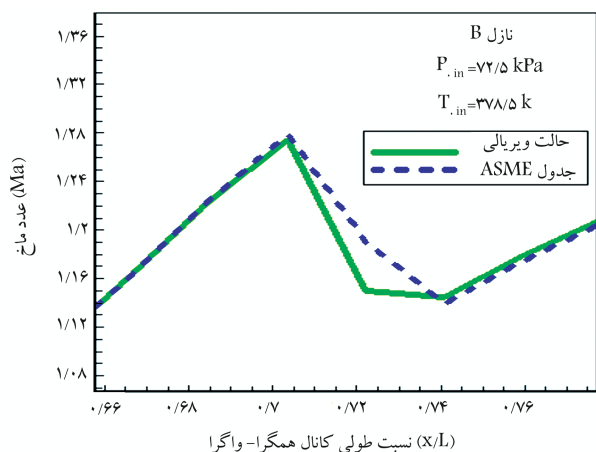
در شکل ۵ توزیع نسبت فشار در طول محور نازل B برای سه حالت مذکور به‌صورت بزرگ‌نمایی شده نشان داده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، نمودارهای مربوط به حالت ویريالي و جدول ASME بسیار به هم نزدیک‌اند و تنها در ناحیه‌ی جوانه‌زایی بیشینه، بین آنها اختلاف هست. اما از آنجا که اساساً مدل‌سازی همین ناحیه در جریان دوفازی مهم‌ترین مسئله است، هرچند اختلاف دو حالت محدود باشد روش پیشنهادی استفاده از معادله‌ی حالت و خواص بخار از جدول ASME (۲۰۰۶) برای شرایط بخار داده شده دقیق‌تر است.

بررسی نتایج به دست آمده که در آن نمونه‌هایی بدون جوانه‌زایی و با جوانه‌زایی آورده شده است، ما را به این جمع‌بندی می‌رساند که در فشار سکون و دمای سکون ورودی کم‌تر از ۱/۵ بار و ۴۰۰ درجه کلوین، معادلات حالت و خواص بخار براساس جدول بخار ASME (۲۰۰۶) تطابق بهتری با واقعیت از خود نشان می‌دهد، به عبارت دیگر در منطقه‌ی جوانه‌زایی که در آن تسخیر شوک میعان از اهمیت ویژه‌ی برخوردار است، روش پیشنهادی مطابقت بیشتری با نتایج آزمایشگاهی دارد. اما در شکل ۶ که باز هم توزیع نسبت فشار در طول محور نازل B (در ناحیه‌ی جوانه‌زایی) نشان داده شده، نتیجه متفاوت است. یعنی این بار معادلات حالت ویريالي و کالویچ به همراه جدول بخار آن مناسب‌تر است. تفاوت مهم با شکل قبل این است که در این شکل فشار و دمای سکون ورودی بیشتر از ۱/۵ بار و ۴۰۰ درجه کلوین است. همچنین در شکل ۷ توزیع شعاع قطرات در طول محور نازل مور نشان داده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود شعاع قطرات براساس جدول ASME به میزان ۲/۵ درصد نسبت به حالت ویريالي در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی بهبود می‌یابد. باید توجه داشت که شرایط ورودی، یعنی فشار و دمای سکون در این نازل، کم‌تر از ۱/۵ بار و ۴۰۰ درجه کلوین است و این موضوع هم‌سو با نتایج قبلی است. یادآور می‌شود که اختلاف بین مقادیر اندازه‌گیری شده شعاع قطره و محاسباتی آن در مراجع مختلف نیز مشاهده می‌شود.^{[۱۳]۱۲}

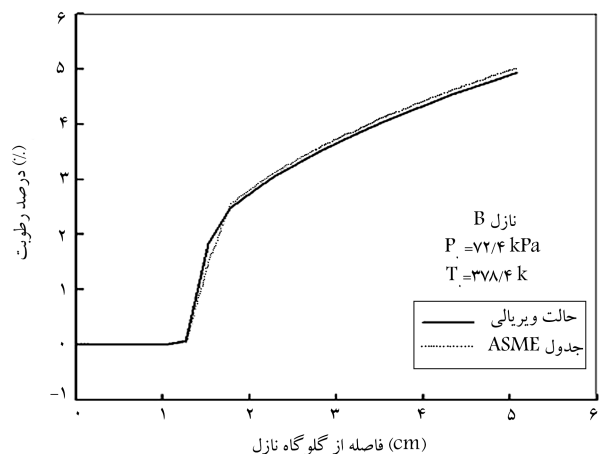
به‌منظور تکمیل مباحث مطرح شده، نتایج ناشی از مقایسه‌ی دو روش مذکور برای نرخ جوانه‌زایی و درصد کسر رطوبت در شکل‌های ۸ و ۹ ارائه شده است.

جدول ۲. مقایسه بین خواص ترموفیزیکی بخار آب از دو مرجع [۱۱،۱۰] با شرایط ورودی ذکر شده.

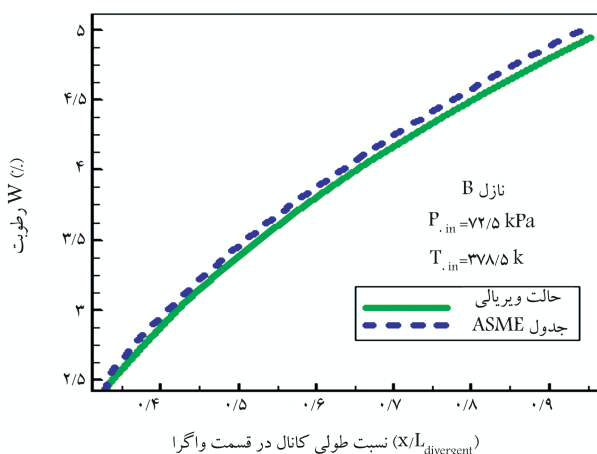
فاصله از گلوگاه x (cm)	معادلات ویریالی [۱۰]					ASME [۱۱]				
	حجم مخصوص V (m ^۳ /kg)	آنتالپی h (kJ/kg)	کشش سطحی σ (N/m)	ویسکوزیته μ (kg/m.s)	ضریب هدایت حرارتی λ (kW/m-K)	حجم مخصوص V (m ^۳ /kg)	آنتالپی h (kJ/kg)	کشش سطحی σ (N/m)	ویسکوزیته μ (kg/m.s)	ضریب هدایت حرارتی λ (kW/m-K)
۱٫۰۲	۴٫۶۸۲۰	۲۵۵۱٫۰	۷٫۱۰۲۰E-۲	۹٫۹۹۵۹E-۶	۱٫۸۵۸E-۵	۴٫۶۸۴۶	۲۵۴۶٫۸	۷٫۰۹۱۶E-۲	۱٫۰۰۰۸E-۵	۱٫۹۳۵E-۵
۱٫۳۰	۴٫۹۳۹۰	۲۵۴۱٫۶	۷٫۱۶۹۱E-۲	۹٫۸۷۲۵E-۶	۱٫۸۲۷E-۵	۴٫۹۴۷۳	۲۵۳۶٫۳	۷٫۱۶۶۹E-۲	۹٫۸۶۷۴E-۶	۱٫۹۰۲E-۵
۱٫۵۲	۴٫۸۴۴۱	۲۵۵۷٫۴	۶٫۷۰۹۴E-۲	۱٫۰۷۴۶E-۵	۲٫۰۴۲E-۵	۴٫۹۴۱۰	۲۵۴۸٫۸	۶٫۸۳۶۳E-۲	۱٫۰۵۰۰E-۵	۲٫۰۳۳E-۵
۱٫۷۸	۵٫۰۰۱۷	۲۵۵۶٫۰	۶٫۵۸۷۸E-۲	۱٫۰۹۸۰E-۵	۲٫۰۹۶E-۵	۴٫۹۹۰۹	۲۵۵۵٫۰	۶٫۵۸۴۲E-۲	۱٫۰۹۸۷E-۵	۲٫۱۳۹E-۵
۲٫۰۳	۵٫۲۶۲۳	۲۵۴۸٫۱	۶٫۶۰۲۰E-۲	۱٫۰۹۵۵E-۵	۲٫۰۹۰E-۵	۵٫۲۵۲۰	۲۵۴۷٫۲	۶٫۵۹۵۶E-۲	۱٫۰۹۶۷E-۵	۲٫۱۳۲E-۵
۲٫۲۹	۵٫۵۰۶۸	۲۵۴۱٫۲	۶٫۶۱۰۶E-۲	۱٫۰۹۴۰E-۵	۲٫۰۸۶E-۵	۵٫۵۰۲۳	۲۵۳۹٫۹	۶٫۶۱۰۱E-۲	۱٫۰۹۴۱E-۵	۲٫۱۲۴E-۵
۲٫۵۴	۵٫۷۴۶۲	۲۵۳۴٫۵	۶٫۶۲۴۲E-۲	۱٫۰۹۱۵E-۵	۲٫۰۸۰E-۵	۵٫۷۴۳۱	۲۵۳۳٫۲	۶٫۶۲۴۱E-۲	۱٫۰۹۱۵E-۵	۲٫۱۱۷E-۵
۲٫۷۹	۵٫۹۷۸۴	۲۵۲۸٫۴	۶٫۶۳۷۱E-۲	۱٫۰۸۹۲E-۵	۲٫۰۷۴E-۵	۵٫۹۷۶۹	۲۵۲۷٫۰	۶٫۶۳۷۴E-۲	۱٫۰۸۹۱E-۵	۲٫۱۱۰E-۵
۳٫۰۵	۶٫۲۰۶۲	۲۵۲۲٫۷	۶٫۶۵۰۰E-۲	۱٫۰۸۶۸E-۵	۲٫۰۶۸E-۵	۶٫۲۰۵۴	۲۵۲۱٫۱	۶٫۶۵۰۲E-۲	۱٫۰۸۶۷E-۵	۲٫۱۰۴E-۵
۳٫۳۰	۶٫۴۲۹۹	۲۵۱۷٫۲	۶٫۶۶۲۱E-۲	۱٫۰۸۴۶E-۵	۲٫۰۶۳E-۵	۶٫۴۲۹۹	۲۵۱۵٫۶	۶٫۶۶۲۵E-۲	۱٫۰۸۴۵E-۵	۲٫۰۹۷E-۵



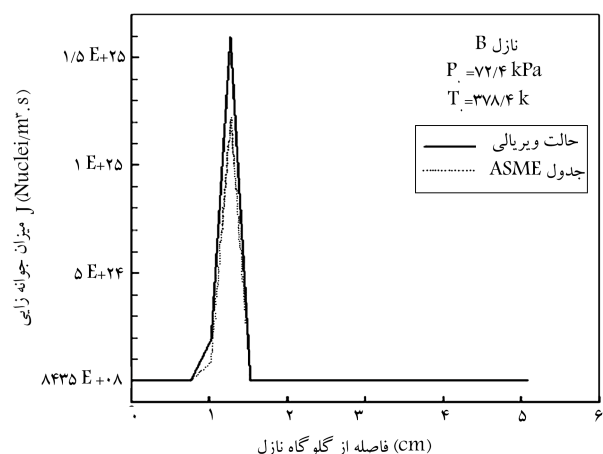
شکل ۱۰. مقایسه بین نتایج عدد ماخ حالت ویریالی و جدول ASME در نازل B (در ناحیه‌ی جوانه‌زایی).



شکل ۸. توزیع نرخ جوانه‌زایی بخار در طول محور شیپوره B در دو حالت استفاده از معادلات ویریالی و ASME در جریان بخار تر.



شکل ۱۱. مقایسه بین نتایج درصد رطوبت حالت ویریالی و جدول ASME در نازل B (در ناحیه‌ی رشد قطرات).



شکل ۹. توزیع درجه فوق سردی بخار در طول محور شیپوره B در دو حالت استفاده از معادلات ویریالی و ASME در جریان بخار تر.

بودن خطای روش حل، استفاده از معادلات حالت و خواص ترموفیزیکال جدول ASME (۲۰۰۶) که برای اولین بار در مدل‌سازی جریان دوفازی به روش تحلیلی در این تحقیق استفاده شده، می‌تواند باعث بهبود نتایج شود.

فهرست علائم

ΔG : تغییر در انرژی آزاد گیبس هنگام تشکیل یک قطره، (J)
 J : نرخ جوانه‌زایی بر واحد حجم، $(m^3 \cdot sec)^{-1}$
 K : ثابت بولتزمن، (J/°K)
 M : جرم یک مولکول، (kg)
 q_c : ضریب تقطیر
 R : ثابت گازی برای بخار آب، (J/(kg-K))

علائم یونانی

σ : کشش سطحی، (N/m)
 α : ضریب انتقال حرارت جابجایی بین قطره و بخار، (W/(m² °K))
 γ : نسبت گرماهای ویژه

بالا نویسی

*: شرایط بحرانی

زیر نویسی

G : فاز بخار
 L : فاز مایع
 r : قطره‌یی به شعاع r
 s : حالت اشباع

به صورت بزرگ‌نمایی شده در ناحیه‌ی رشد قطرات نشان داده شده است. از آنجا که در جریان دوفازی مافوق صوت جوانه‌زایی و تشکیل قطرات از قسمت واگرا شروع می‌شود، درصد رطوبت تنها در همین قسمت محاسبه خواهد شد. پس از اختلافی که بین نتایج حاصل در ناحیه‌ی رشد سریع رطوبت (ناحیه‌ی جوانه‌زایی بیشینه) به وجود می‌آید، در ناحیه‌ی رشد قطرات جوانه‌زایی تقریباً متوقف می‌شود و رطوبت با شیب ملایم‌تر تنها از طریق میعان بخار افزایش می‌یابد و این اختلاف تا پایان حفظ می‌شود.

با توجه به مشابهت این نمودار با نمودار شکل ۷ (هر دو به نوعی توزیع رطوبت را نشان می‌دهند؛ در هر دو نتایج حاصل از جدول ASME نهایتاً بالاتر از حالت ویرالی قرار گرفته است) و نیز با توجه به این که در شکل ۷ نتایج حاصل از جدول ASME تطابق بهتری با نتایج آزمایشگاهی دارد، می‌توان نتیجه گرفت در شکل ۱۱ نیز نتایج حاصل از جدول ASME با واقعیت نزدیک‌تر است.

۳. نتیجه‌گیری

در جریان بخار خشک، معادلات ویرالی وکالویچ به همراه جدول بخار آب آن و معادلات براساس جدول بخار ASME (۲۰۰۶) در مدل‌سازی جریان دوفازی مافوق صوت یکسان عمل می‌کنند و نتایج حاصل از آنها تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد.

در جریان بخار تر غیر تعادلی، در فشار و دمای سکون ورودی کم (فشار حدود ۱٫۵ بار و دمای کم‌تر از ۴۰۰ درجه کلوین)، معادلات براساس جدول بخار ASME سال ۲۰۰۶ بهتر عمل می‌کند و شبیه‌سازی دقیق‌تری از واقعیت، خصوصاً در منطقه‌ی جوانه‌زایی، از خود نشان می‌دهد. این در حالی است که در فشار بیشتر از ۱٫۵ بار و دمای بالاتر از ۴۰۰ درجه کلوین تا ۶۰۰ درجه کلوین، معادلات حالت وکالویچ به همراه جدول بخار وابسته به وی بهتر پاسخ می‌دهد. با توجه به روش حل جریان که از نوع روش دقیق یا ریاضی است و بسیار ناچیز

پانویس‌ها

1. supersaturated vapor
2. supercooled vapor
3. superheated vapor
4. transport properties
5. Wilson point
6. homogeneous nucleation
7. latent heat
8. condensation shock
9. wet line
10. nucleation zone
11. Knudsen number
12. Schmidt number
13. dryness fraction

منابع (References)

1. Bakhtar, F., Young, J.B., White, A.J. and Simpson, D.A. "Classical nucleation theory and its application to condensing steam flow calculations", *J. Mechanical Engineering Science IMechE*, **219**, part C, pp. 1315-1333 (2005).
2. Mahpeykar, M.R. and Teymourtash A.R. "The effects of friction factor and inlet stagnation conditions on the self condensation of steam in a supersonic nozzle", *Scientia Iranica*, **11**(4), pp. 269-284 (2004).
3. Keenan, J.H., Keyes, F.G., Hill, P.G. and Moore, J.G., *Steam Tables, Thermodynamic Properties of Water Including Vapor, Liquid and Solid Phases*, John Wiley and Sons, Inc (1969).

4. Mahpeykar, M.R., Lakzian, E. and Amirirad, E. "Reduction of thermodynamic losses in a supersonic nucleating steam nozzle by spraying water droplets", *Scientia Iranica*, **16**(3), pp. 253-262 (2009).
5. Mahpeykar, M.R. and Amirirad, E. "Suppression of condensation shock in wet steam flow by injection of water droplet in different regions of a Laval nozzle", *Scientia Iranica*, **17**(5), pp. 337-347 (2010).
6. Mahpeykar, M.R., Teymourtash, A.R. and Amirirad, E. "Reducing entropy generation by volumetric heat transfer in a supersonic two-phase steam flow in a Laval nozzle", *Int. J. Exergy*, **9**(1), pp.21-39 (2011).
7. Mc Donald, J.E. "Homogeneous nucleating of vapour condensation. Thermodynamic aspects", *Am. J. Phys.*, **30**, pp. 870-877 (1962).
8. Gyarmathy, G. "Basis for a theory for wet steam turbines", Bull. No. 6, Inst. Thermal. Turbomachines in Fed. Tech. Univ. Zurich, pp. 125-141 (1962).
9. Bakhtar, F. and Zidi, K. "On the self-diffusion of water vapour", *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, **199**, pp. 159-164 (1985).
10. Vukalovich, A., *Thermodynamic Properties of Water and Steam*, 6th edition, Mashgis, Moscow (1958).
11. Parry, W.T., Bellows, J.C., Gallagher, J.S. and Harvey, A.H., *ASME International Steam Tables for Industrial Use*, New york: ASME Press (2006).
12. Gerber, A.G. and Kermani, M.J. "A pressure based Eulerian-Lagrangian multi-phase model for non-equilibrium condensation in transonic steam flow", *Int. J. Heat and Mass Transfer*, **47**(10-11), pp. 2217-2231 (2004).
13. Mahpeykar, M.R., Teymourtash, A.R. and Lakzian, E. "The effects of viscosity on pressure distribution and droplet size in transonic steam flow through a turbine cascade", *Iranian Journal of Mechanical Engineering Transaction of the ISME*, **2**(17), pp. 6-29 (2010).