

بررسی اثرسخت‌شوندگی سینماتیکی در اتوفرتاژ استوانه‌های جدار ضخیم

رحمن سیفی* (دانشیار)

غلامحسین مجذوبی (استاد)

حفیظ‌الله بنی‌اسد (کارشناس ارشد)

گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه بوعلی‌سینا

مهندسی مکانیک شریف، (پاییز ۱۳۹۳)
دوره ۲ - شماره ۲، ص. ۸۱-۷۵

در این پژوهش با بهره‌گیری از مدل رفتار مادی چابوچه و نیز با استفاده از روش اجزاء محدود به بررسی فرایند اتوفرتاژ پرداخته شده است. نتایج حاصله با نتایج مدل کشسانی - خمیری کامل مقایسه شده است. دقت این مدل‌ها در پیش‌بینی تنش پسماند ایجاد شده، با استفاده از روش تجربی (اندازه‌گیری با روش سوراخ‌کاری مرکزی) بررسی شده است. یافته‌ها نشان می‌دهند که در مدل کشسانی - خمیری کامل، با توجه به رفتار کاملاً خمیری آن بعد از نقطه تسلیم، تنش پسماند بیش از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌شود. از آنجا که ضرایب مدل چابوچه از منحنی هیستریزس پایدار به دست می‌آید، سخت‌شوندگی این مدل بیش از مقدار واقعی است و لذا، تنش‌های پسماند در این مدل کم‌تر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌شود. با این حال نتایج حاصل از این مدل به نتایج تجربی نزدیک‌تر است.

واژگان کلیدی: اتوفرتاژ، مدل چابوچه، تنش پسماند، سوراخ‌کاری مرکزی، استوانه‌ای جدارضخیم.

۱. مقدمه

یکی از روش‌های مؤثر در بالا بردن تحمل فشار استوانه‌های جدارضخیم، ایجاد تنش پسماند فشاری در دیواره‌ی آن‌هاست. برای ایجاد تنش پسماند در استوانه‌های جدارضخیم چند روش وجود دارد: ۱. تشکیل استوانه‌ی مرکب از دو یا چند استوانه‌ی ساده، که به صورت پرسی در داخل هم جا زده می‌شوند؛ این انطباق پرسی باعث ایجاد تنش پسماند فشاری در سطح داخلی استوانه‌ی مرکب می‌شود. ۲. خمیری کردن دیواره‌ی مخزن تا شعاعی معین توسط فشار داخلی که طی آن، پس از باربرداری تنش پسماند فشاری در لایه‌ی داخلی استوانه باعث افزایش میزان باربری استوانه در بارگذاری مجدد می‌شود. ۳. استفاده از سنجه‌ی با شعاع بزرگ‌تر نسبت به شعاع داخلی لوله که با فشار درون لوله جا زده می‌شود. اگر تداخل لوله با سنجه به اندازه‌ی باشد که لوله خمیری شود، پس از خارج شدن سنجه تنش پسماند فشاری در لوله ایجاد می‌شود. تاکنون تحقیقات زیادی در زمینه‌ی اتوفرتاژ صورت گرفته، و از مدل‌های مادی مختلفی برای بررسی این فرایند استفاده شده است. بخش عمده‌ی این تحقیقات با استفاده از مدل کشسانی - خمیری کامل انجام شده است.

محققین با استفاده از مدل کشسانی - خمیری کامل به بررسی عددی و تجربی فرایند اتوفرتاژ در استوانه‌های جدارضخیم پرداختند.^[۱] آنان همچنین با استفاده از روش‌های عددی و تجربی، فشار ترکیب‌دهی در استوانه‌های مرکب را مورد بررسی قرار

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۱/۱۱/۲۴، اصلاحیه ۱۳۹۲/۵/۹، پذیرش ۱۳۹۲/۵/۲۸.

دادند.^[۲] در مطالعه‌ی دیگر نتایج دو روش مختلف برای محاسبه‌ی توزیع تنش‌های پسماند در جداره‌ی سیلندرو نیز فشار اتوفرتاژ با هم مقایسه شده است.^[۳] اثر کرنش سختی و اثر باشینگر^[۴] بر فرایند اتوفرتاژ بررسی شده^[۴] و نیز در تحقیقی دیگر فرایند اتوفرتاژ با فشار داخلی و سنجه‌زنی با استفاده از مدل سینماتیکی خطی مورد مطالعه قرار گرفته است.^[۵] رفتار خمیری مواد تابع موارد زیادی است، و تاکنون مدل‌های ریاضی مختلفی -- نظیر مدل پراگر، امرز، آرمسترانگ - فردریک، چابوچه، اوهنو - وانگ، مک‌داول و... -- برای پیش‌بینی این رفتارها ارائه شده، اما هیچ‌کدام از آن‌ها قابلیت پیش‌بینی رفتار مواد تحت تمامی شرایط مختلف بارگذاری را ندارند. از این رو برای شرایط مختلف بارگذاری از مدل‌های مختلفی استفاده می‌شود. در سال‌های اخیر محققین بسیاری عملکرد مدل‌های مختلف خمیرسانی را با نتایج تجربی مقایسه کرده‌اند و نتایج حاصله نشان از آن دارد که مدل سینماتیکی چابوچه یکی از کامل‌ترین مدل‌های موجود است.^[۶-۹]

در بررسی رفتار خمیری مواد با اضافه کردن یک جمله‌ی غیرخطی به مدل پراگر (ساده‌ترین مدل خطی) قانون سخت‌شوندگی سینماتیکی غیرخطی ارائه شد.^[۱۰-۱۱] این مدل (مدل آرمسترانگ - فردریک) شامل یک جمله‌ی فراخوان است که اثرات تاریخچه‌ی بارگذاری در مسیر کرنش را وارد مدل کرده و آن را غیرخطی می‌سازد. این مدل ثابت مادی معدودی برای مدل‌سازی دقیق حلقه‌ی هیستریزس پایدار دارد و لذا رفتار خمیری مواد تحت بارگذاری دوره‌ی را به خوبی پیش‌بینی نمی‌کند.^[۱۲] چابوچه با ترکیب قوانین سخت‌شوندگی مدل آرمسترانگ - فردریک، مدل

$$f(\sigma - \alpha, k) = \sqrt{(s - a) : (s - a) - k} = 0 \quad (1)$$

که در آن σ تانسور تنش، s تانسور تنش انحرافی، α جریان مرکز سطح تسلیم شده، a مرکز سطح تسلیم شده در فضای انحرافی، و k اندازه‌ی سطح تسلیم شده است که در مدل‌های سخت‌شوندگی سینماتیکی ثابت است. نمو کرنش خمیری چنین تعریف می‌شود:

$$d\varepsilon^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma} \quad (2)$$

که در آن $d\varepsilon^p$ نرخ کرنش خمیری، $d\lambda$ ضریب خمیری و f تابع تسلیم است. آرمسترانگ و فردریک یک جمله غیرخطی به قانون سخت‌شوندگی پراگرافه کردند. قانون سخت‌شوندگی پراگر یک قانون سخت‌شوندگی ساده‌ی خطی است که مطابق رابطه‌ی ۳ بیان می‌شود:

$$d\alpha = \frac{2}{3} C d\varepsilon^p \quad (3)$$

جمله‌ی اضافه‌شده توسط آرمسترانگ و فردریک با نرخ کرنش خمیری متناسب است. قانون سخت‌شوندگی آرمسترانگ - فردریک مطابق معادله‌ی ۴ بیان می‌شود:

$$d\alpha = \frac{2}{3} C d\varepsilon^p - \gamma \alpha dp \quad (4)$$

این مدل دارای دو ثابت است ولی قادر به پیش‌بینی انباشت کرنش (رچتینگ) نیست. چابوچه و همکاران^[۱۵،۱۴] با ترکیب چند عبارت متفاوت از قانون سخت‌شوندگی آرمسترانگ - فردریک مدل اصلاح شده‌ی برای بارگذاری تک‌محوری ارائه کردند. تعداد ثابت مادی این قانون بیشتر است و نتایج حاصل از مدل آرمسترانگ - فردریک را بهبود می‌بخشد. مدل چابوچه با سه عبارت نشان داده می‌شود:

$$d\alpha_i = \frac{2}{3} C_i d\varepsilon^p - \gamma_i \alpha_i dp, \quad i = 1, 2, 3 \quad (5)$$

که در آن C_i و γ_i ثابت مادی‌اند و dp نرخ کرنش تجمعی است که با رابطه‌ی ۶ نشان داده می‌شود:

$$dp = \sqrt{\frac{2}{3} d\varepsilon^p : d\varepsilon^p} \quad (6)$$

چنان که مشاهده می‌شود معادله‌ی ۵ مجموع سه معادله از مدل آرمسترانگ - فردریک با ثابت‌های مختلف است.

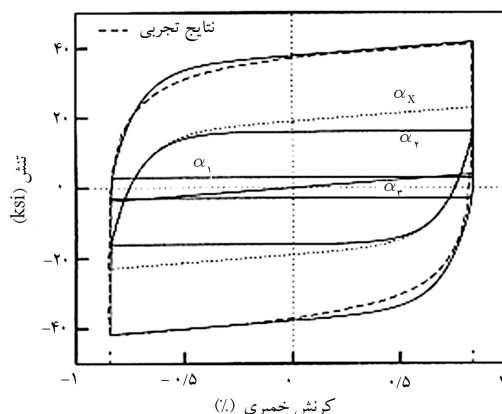
۱.۲. محاسبات ریاضی

از حل معادلات چابوچه (رابطه‌ی ۵) روابط ۷ برای بارگذاری تک‌محوری در جهت فرضی x به دست می‌آید (پایین‌نویس p و n به ترتیب برای حالت مثبت و منفی استفاده شده است):^[۱۲]

$$\begin{aligned} \alpha_{ixp} &= \frac{2}{3} \frac{C_i}{\gamma_i} + (\alpha_{ix^0} - \frac{2}{3} \frac{C_i}{\gamma_i}) \exp[-\gamma_i (\varepsilon_x^p - \varepsilon_{x^0}^p)], & d\varepsilon_x^p \geq 0 \\ \alpha_{ixn} &= -\frac{2}{3} \frac{C_i}{\gamma_i} + (\alpha_{ix^0} + \frac{2}{3} \frac{C_i}{\gamma_i}) \exp[\gamma_i (\varepsilon_x^p - \varepsilon_{x^0}^p)], & d\varepsilon_x^p < 0 \end{aligned} \quad (7)$$

این معادلات را می‌توان چنین بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_x^p &= -\frac{1}{\gamma_i} \ln \left(\frac{\alpha_{ixp} - \frac{2}{3} \frac{C_i}{\gamma_i}}{\alpha_{ix^0} - \frac{2}{3} \frac{C_i}{\gamma_i}} \right), & d\varepsilon_x^p \geq 0 \\ \Delta \varepsilon_x^p &= \frac{1}{\gamma_i} \ln \left(\frac{\alpha_{ixn} + \frac{2}{3} \frac{C_i}{\gamma_i}}{\alpha_{ix^0} + \frac{2}{3} \frac{C_i}{\gamma_i}} \right), & d\varepsilon_x^p < 0 \end{aligned} \quad (8)$$



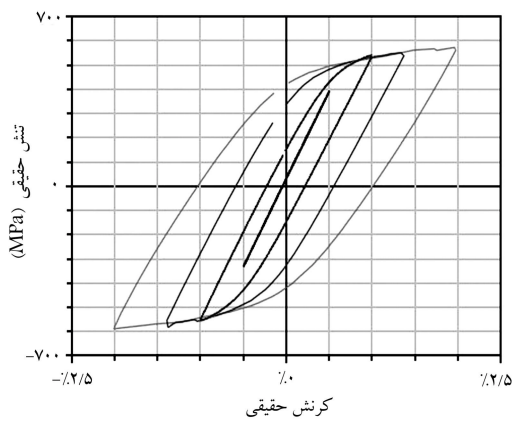
شکل ۱. پیش‌بینی منحنی هیستریزیس با مدل چابوچه با سه عبارت تفکیک شده. [۶]

جدیدی ارائه کرد که دارای ثوابت مادی بیشتری است و حلقه‌ی هیستریزیس پایدار و رفتار خمیری مواد تحت بارگذاری دوره‌ی را دقیق‌تر پیش‌بینی می‌کند.^[۱۳،۱۴] در این مدل منحنی هیستریزیس پایدار به سه قسمت تقسیم می‌شود که قانون آرمسترانگ - فردریک در مدل‌سازی آن ناکام بود: ۱. مدول بزرگ اولیه در آغاز تسلیم؛ ۲. قسمت غیر خطی گذرا (قسمت زانویی منحنی هیستریزیس)؛ ۳. قسمت مدول ثابت در محدوده‌ی کرنش خمیری بالا. جزئیات این مدل در شکل ۱ نشان داده شده است. چابوچه به منظور اصلاح مدل‌سازی حلقه‌ی هیستریزیس از سه عبارت سختی تفکیک‌شده استفاده کرد. عبارت اول (α_1) سخت‌شوندگی را با مدول بسیار بالا شروع کرده و سریع پایدار می‌شود. عبارت دوم (α_2) قسمت غیرخطی گذرای منحنی هیستریزیس پایدار را شبیه‌سازی می‌کند. و نهایتاً عبارت سوم (α_3) یک عبارت سختی خطی است که قسمت خطی منحنی هیستریزیس را در محدوده‌ی کرنش بالا، مدل‌سازی می‌کند. در هر مرحله از بارگذاری سه تابع تجزیه شده با هم جمع می‌شوند و یک تابع (α_x) به دست می‌آید که نشان‌گر مرکز سطح تسلیم در این بارگذاری است.^[۶] در ادامه، چابوچه برای تقریب بهتر، عبارت سخت‌شوندگی سینماتیکی (عبارت چهارم) را با عنوان عبارت آستانه به مدل قبلی خود اضافه کرد. براساس قانون جدید، مقدار عبارت چهارم تا رسیدن به یک سطح مشخص تنش، به نام «تنش آستانه» معادل صفر است. پس از رسیدن به تنش آستانه، عبارت چهارم رفتار مدل در محدوده‌ی شیب ثابت منحنی هیستریزیس را اصلاح می‌کند. این مدل رفتار خمیری ماده را بهتر پیش‌بینی می‌کند.^[۱۵]

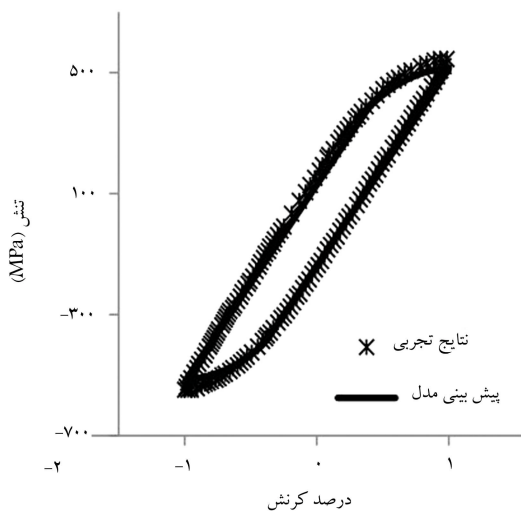
در این تحقیق، با استفاده از مدل چابوچه فرایند توفرتاژ مورد بررسی قرار گرفته است. ضرایب این مدل از حلقه‌ی هیستریزیس پایدار به دست می‌آید و لذا در پیش‌بینی تنش پسماند حاصل از فرایند توفرتاژ دقیق‌تر عمل می‌کند. مطالعه‌ی فرایند توفرتاژ با مدل مادی چابوچه با استفاده از نرم‌افزار اجزاء محدود انجام گرفته است. نتایج به دست آمده با نتایج حاصل از مدل کشسانی - خمیری کامل مقایسه شده است. با انجام آزمایش‌های تجربی، دقت این مدل‌ها در پیش‌بینی تنش پسماند ایجاد شده در مخزن مقایسه شده است.

۲. مدل چابوچه

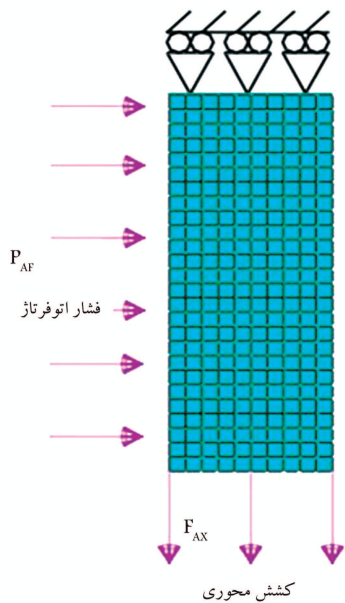
مدل چابوچه مدل مناسبی برای پیش‌بینی رفتار دوره‌ی مواد تحت انواع مختلف بارگذاری است. در این مدل از معیار تسلیم فون میسس استفاده می‌شود. معیار تسلیم فون میسس عبارت است از:



شکل ۲. حلقه‌ی هیستریزس آلومینیم ۷۰۷۵-T۶ [۱۷].



شکل ۳. منحنی هیستریزس تعیین شده با الگوریتم ژنتیک.



شکل ۴. شرایط مرزی و نوع بارگذاری مخزن در مدل متقارن محوری.

که در آن α_{ixp} و α_{ixn} به ترتیب بیشترین و کمترین مقدار تنش برگشتی^۲ در طول بارگذاری کششی و فشاری هستند. بارگذاری دوره‌یی را می‌توان به دو قسمت مثبت و منفی تقسیم کرد. فرض می‌شود که هر دو قسمت شامل رفتار خمیری مواد (ایجاد کرنش خمیری) هستند. با فرض $d\varepsilon_x^p \geq 0$ برای قسمت مثبت بارگذاری تک‌محوری و $d\varepsilon_x^p < 0$ برای قسمت منفی آن، خواهیم داشت:

$$\alpha_{xp} = \sum \alpha_{ixp} = \frac{2}{3}(\sigma_x - \sigma_0), \quad d\varepsilon_x^p \geq 0$$

$$\alpha_{xn} = \sum \alpha_{ixn} = \frac{2}{3}(\sigma_x + \sigma_0), \quad d\varepsilon_x^p < 0 \quad (9)$$

با ترکیب معادلات ۷ و ۹ می‌توان نوشت:

$$(\sigma_x - \sigma_0) = \sum \left(\frac{C_i}{\gamma_i} + \left(\frac{2}{3}\alpha_{ix0} - \frac{C_i}{\gamma_i} \right) \exp[-\gamma_i \Delta\varepsilon_x^p] \right) d\varepsilon_x^p \geq 0$$

$$(\sigma_x + \sigma_0) = \sum \left(-\frac{C_i}{\gamma_i} + \left(\frac{2}{3}\alpha_{ix0} + \frac{C_i}{\gamma_i} \right) \exp[\gamma_i \Delta\varepsilon_x^p] \right) d\varepsilon_x^p < 0 \quad (10)$$

این معادلات برای به دست آوردن α_{ixp} ، α_{ixn} و $\Delta\varepsilon_x^p$ (در اصل ضرایب C_i و γ_i) مورد استفاده قرار می‌گیرند. برای به دست آوردن ضرایب باید یک سیستم معادلات غیرخطی حل شود. [۱۲]

۲.۲. تعیین ضرایب مدل چابوچه آلیاژ Al7075-T6

در این مقاله برای به دست آوردن ضرایب چابوچه از نرم‌افزار متلب (الگوریتم ژنتیک) و نیز یک روش پیشین [۱۶] استفاده شده است. برای این مدل تعیین شش ضریب الزامی است که به روش معکوس و با منطبق کردن مدل به مجموعه‌یی از داده‌های آزمایشگاهی (حلقه‌ی هیستریزس آلومینیم ۷۰۷۵-T۶) با استفاده از تابع هدف ۱۱ انجام می‌پذیرد.

$$RSS = \min \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{(\sigma^{\text{exp}} - \sigma^{\text{model}})}{\sigma^{\text{exp}}} \right]^2 \right) \quad (11)$$

N تعداد کل مشاهدات، σ^{exp} مقادیر تجربی، σ^{model} مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل، و RSS کمترین مقدار تابع هدف مربوط به مجموع مجذورات تفاضل‌های مقادیر ذکر شده است. حلقه‌ی هیستریزس آلومینیم ۷۰۷۵-T۶ در شکل ۲ نشان داده شده است. [۱۷] در شکل ۳ منحنی به دست آمده با این روش برای منحنی هیستریزس نشان داده شده است. ضرایب به دست آمده نیز در جدول ۱ ارائه شده است.

۳. شبیه‌سازی عددی

در این تحقیق با توجه به شرایط تقارن محوری هندسه و بارگذاری، مسئله به صورت تقارن محوری شبیه‌سازی شده است. المان هشت‌گه‌یی متقارن محوری درجه دو برای المان‌بندی مورد استفاده قرار گرفته است. مدل ایجاد شده و شرایط مرزی در شکل ۴ نشان داده شده است. تمام شبیه‌سازی‌های در نرم‌افزار آباکوس، و با استفاده از دو مدل مادی کشسانی - خمیری کامل و چابوچه انجام شده است. مشخصات مادی مورد نیاز در نرم‌افزار در جدول ۱ برای مدل مادی چابوچه و در جدول ۲ برای مدل مادی کشسانی - خمیری کامل آورده شده است. مشخصات هندسی مدل‌ها نیز در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۱. ضرایب مدل چابوچه.

| γ_2 | C_2 (MPa) | γ_2 | C_2 (MPa) | γ_1 | C_1 (MPa) | ν | E (GPa) |
|------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|-------|-----------|
| ۹/۰ | ۳۰۰۰ | ۸۰۰ | ۵۰۰۰۰ | ۲۰۰۰۰ | ۱۶۵۰۰۰ | ۰,۳۳ | ۷۰,۵ |

جدول ۲. مدل ماده‌ی کشسانی - خمیری کامل.

| σ_{Yield} (MPa) | ν | E (GPa) |
|------------------------|-------|-----------|
| ۵۰۰ | ۰,۳۳ | ۷۰,۵ |

جدول ۳. مشخصات هندسی استوانه‌ها.

| شعاع داخلی (r_b) (mm) | نسبت شعاع‌ها (k) | شعاع خارجی (r_a) (mm) |
|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| ۱۸,۷۵ و ۱۷,۵ | ۱,۴ و ۱,۵ | ۱۲,۵ |

جدول ۴. مشخصات هندسی نمونه‌ها.

| نمونه | r_a (mm) | r_b (mm) | k (r_b/r_a) | AFR (%) | P_i (MPa) |
|-------|------------|------------|-------------------|---------|-------------|
| ۱ | ۱۲,۵ | ۱۸,۷۵ | ۱,۵ | ۶۰ | ۲۲۰ |
| ۲ | ۱۲,۵ | ۱۸,۷۵ | ۱,۵ | ۴۵ | ۲۱۰ |
| ۳ | ۱۲,۵ | ۱۸,۷۵ | ۱,۵ | ۳۰ | ۱۹۵ |
| ۴ | ۱۲,۵ | ۱۷,۵ | ۱,۴ | ۴۵ | ۱۸۰ |
| ۵ | ۱۲,۵ | ۱۷,۵ | ۱,۴ | ۶۰ | ۱۸۵ |



شکل ۶. نمونه‌های آزمایشی.

۴. آزمایش‌های تجربی

۴.۱. ساخت و آماده‌سازی نمونه‌ها

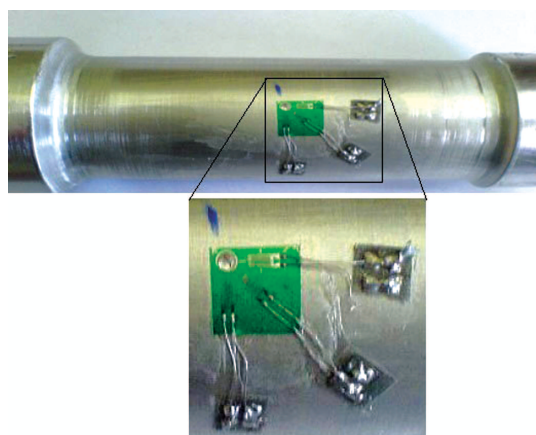
در تحقیق حاضر از دو نمونه با ضخامت‌های مختلف برای بررسی اثر افزایش ضخامت بر فرایند اتوفرتاژ با فشار داخلی استفاده شده است. جنس تمامی نمونه‌ها A17۰۷۵-T۶ است. برای ساخت نمونه‌ها از میله‌های آلومینیومی با قطر ۵۵mm استفاده شده است. ابعاد نمونه‌های ساخته شده، در شکل ۵ نشان داده شده است. طول استوانه‌ها به حدی بلند در نظر گرفته شده که دو انتها اثری بر توزیع تنش نداشته باشند.

۴.۲. اتوفرتاژ با فشار داخلی

در اتوفرتاژ فشار داخلی لازم با استفاده از یک پمپ فشار قوی تأمین می‌شود. دیواره‌ی داخلی نمونه‌ها با توجه به میزان فشار وارده خمیری شده، و پس از باربرداری تنش پسماند در دیواره‌ی نمونه ایجاد می‌شود.

۴.۳. تعیین توزیع تنش پسماند به روش سوراخ‌کاری

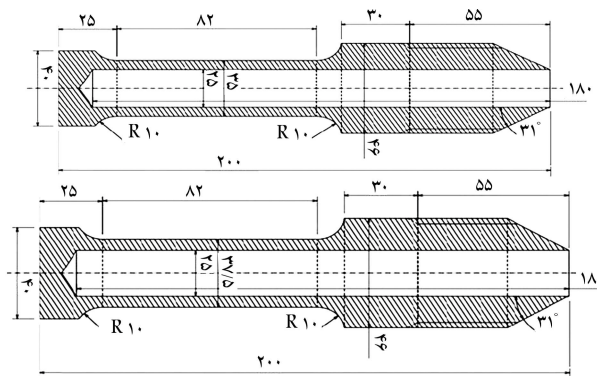
بخش اصلی و عمده‌ی آزمایش‌های تجربی به تعیین تنش پسماند در نمونه‌ها پس از فرایند اتوفرتاژ مربوط است. این آزمایش‌ها روی پنج نمونه‌ی اتوفرتاژ شده صورت گرفته و مشخصات کامل نمونه‌های مورد آزمایش در جدول ۴ و شکل ۶ قابل مشاهده‌اند. در جدول ۴، r_b و به ترتیب شعاع داخلی و خارجی استوانه، k نسبت



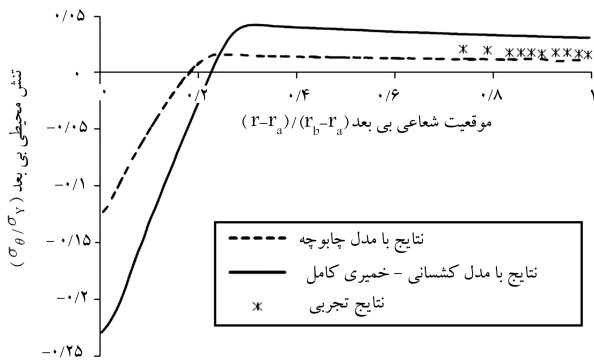
شکل ۷. نمونه‌ی آزمایشی و کرنش‌سنج نصب شده روی آن.

این دو، درصد اتوفرتاژ (نسبت ضخامت خمیری شده به کل)، و P_i فشار داخلی اتوفرتاژ است. برای اندازه‌گیری تنش پسماند، روش سوراخ‌کاری مرکزی طبق استاندارد ASTM مورد استفاده قرار گرفته است.^[۱۸]

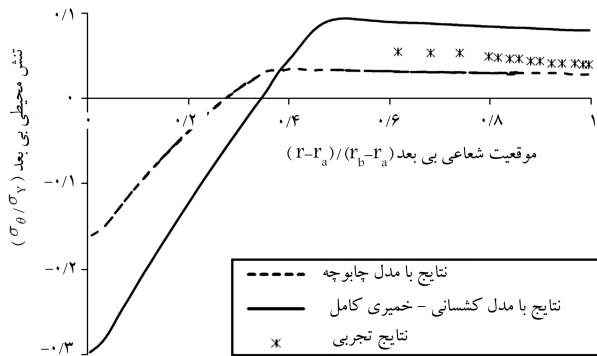
در انجام آزمایش‌های تجربی از کرنش‌سنج‌های نوع FRAS-۲۳-۲۰۰ با طول ۲mm و همچنین مته‌های تیتانیومی مدل ATC-۲۰۰-۰۶۲T استفاده شد. در شکل ۷ یک نمونه‌ی آزمایشی و کرنش‌سنج نصب شده روی آن نشان داده شده است. با توجه به قطر خارجی نمونه‌ها و طول کرنش‌سنج‌ها، از اثرات انحنای نمونه بر کرنش‌های اندازه‌گیری شده صرف‌نظر شده است. خطای اندازه‌گیری کرنش‌سنج‌ها حدود ۱-۲ درصد و خطای اپراتور و تغییرات دما در روش سوراخ‌کاری حدود ۵ درصد است.



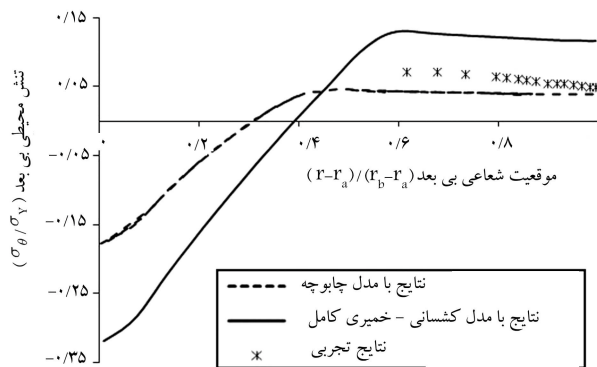
شکل ۵. نقشه‌ی نمونه‌ها برای اتوفرتاژ.



شکل ۱۰. تنش پسماند محیطی در نمونه‌ی شماره ۳ با فشار اتوفرتاژ ۱۹۵MPa.



شکل ۱۱. تنش پسماند در نمونه‌ی شماره ۴ با فشار اتوفرتاژ ۱۸۰MPa.



شکل ۱۲. تنش پسماند محیطی در نمونه‌ی شماره ۵ با فشار اتوفرتاژ ۱۸۵MPa.

میزان سخت‌شوندگی در نظر گرفته نمی‌شود و بنابراین، رفتار ماده پس از تسلیم کاملاً خمیری است. در فشار داخلی یکسان، این مدل ناحیه‌ی خمیری را بیشتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند لذا تنش‌های پسماند پیش‌بینی شده، بیشتر از مقدار واقعی خواهد بود.

چنان که مشاهده می‌شود، در تمام نمودارها نتایج مدل چابوچه در سطح خارجی نمونه‌ها، با نتایج تجربی مطابقت بسیار خوبی دارند ولی در نقاط داخلی این همخوانی کم‌تر می‌شود. در این نقاط اثر رفتار خمیری بر توزیع تنش پسماند بیشتر است. از آنجا که تنش و کرنش در این نواحی به قسمت زانویی در حلقه‌ی هیستریزس (شکل ۱) نزدیک‌تر است، وجود خطای بیشتر منطقی به نظر می‌رسد. با این استدلال می‌توان انتظار داشت که خطای مدل در نواحی خمیری شده‌ی داخلی نیز کاهش یابد.

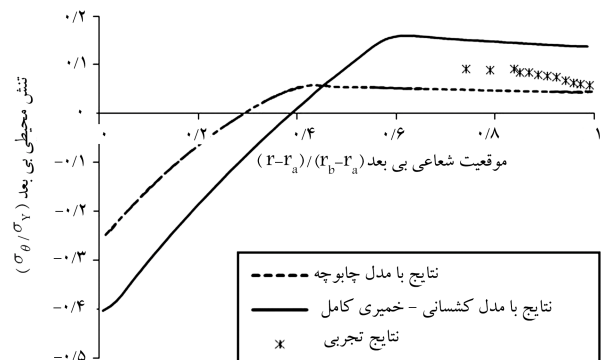
با توجه به علل ذکر شده، مدل چابوچه در تمام موارد تنش‌های بیشینه‌ی فشاری

۵. نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی عددی

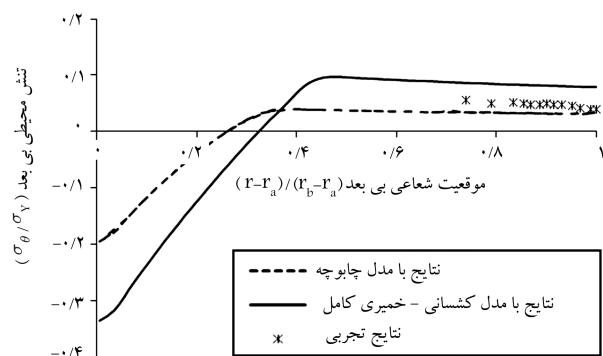
برای بررسی میزان دقت مدل چابوچه و مدل کشسانی - خمیری کامل در شبیه‌سازی فرایند اتوفرتاژ، نتایج شبیه‌سازی و نتایج تجربی با هم مقایسه شده‌اند. از آنجا که در فرایند اتوفرتاژ تنش محیطی از اهمیت زیادی برخوردار است نتایج فقط برای این تنش نشان داده شده است.

با افزایش فشار اتوفرتاژ شعاع ناحیه‌ی خمیری افزایش پیدا می‌کند. در شکل‌های ۸ تا ۱۲، نمودار تنش‌های پسماند محیطی استوانه‌هایی با نسبت اتوفرتاژ AFR و نسبت شعاع‌های مختلف نشان داده شده است. در این نمودارها توزیع تنش پسماند محیطی به دست آمده از نتایج تجربی با نتایج حاصل از به‌کارگیری مدل چابوچه و مدل کشسانی - خمیری کامل در تحلیل عددی با فشار اتوفرتاژهای مختلف مقایسه شده است. مقایسه‌ی شکل‌های ۸ تا ۱۰ و نیز شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان می‌دهد که با افزایش درصد اتوفرتاژ در n ثابت، ناحیه‌ی خمیری بزرگ‌تر شده و به تبع آن مقدار تنش‌های پسماند نیز افزایش می‌یابد. مطابقت تغییرات تنش پسماند در روش عددی با نتایج تجربی تأیید شده است.

چنان که مشاهده می‌شود در تمامی نمونه‌ها مدل چابوچه میزان تنش پسماند را کم‌تر از مقدار واقعی، و مدل کشسانی - خمیری کامل میزان آن را بیشتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کند. با توجه به این که در مدل چابوچه رفتار خمیری ماده بعد از تسلیم از حلقه‌ی هیستریزس تعیین می‌شود، مقدار سخت‌شوندگی ماده بیش از سخت‌شوندگی در حالت اولیه است (این رفتار از شکل حلقه‌ی هیستریزس قابل مشاهده است). با این شرایط، اندازه‌ی ناحیه‌ی خمیری در دیواره‌ی استوانه کاهش یافته و از میزان تنش پسماند کاسته می‌شود. در مدل کشسانی - خمیری کامل،



شکل ۸. تنش پسماند محیطی در نمونه‌ی شماره ۱ با فشار اتوفرتاژ ۲۲۰MPa.



شکل ۹. تنش پسماند محیطی در نمونه‌ی شماره ۲ با فشار اتوفرتاژ ۲۱۰MPa.

جدول ۵. نسبت تنش‌های بیشینه و اندازه ناحیه‌ی فشاری در دو مدل.

| نسبت تنش فشاری | نسبت تنش کششی | نسبت ناحیه‌ی فشاری |
|----------------|---------------|--------------------|
| ۱٫۷۰ | ۲٫۹۶ | ۱٫۳۶ |
| ۱٫۷۳ | ۲٫۶۷ | ۱٫۱۹ |
| ۱٫۸۶ | ۲٫۵۵ | ۱٫۲۴ |
| ۱٫۸۵ | ۲٫۶۹ | ۱٫۲۳ |
| ۱٫۸۰ | ۲٫۸۱ | ۱٫۳۳ |

جدول ۶. تنش‌های بیشینه و اندازه ناحیه‌ی فشاری با مدل چابوچه.

| بیشینه تنش فشاری | بیشینه تنش کششی | اندازه ناحیه‌ی فشاری |
|------------------|-----------------|----------------------|
| -۰٫۲۴ | ۰٫۰۵ | ۰٫۲۸ |
| -۰٫۱۹ | ۰٫۰۴ | ۰٫۲۷ |
| -۰٫۱۲ | ۰٫۰۲ | ۰٫۱۸ |
| -۰٫۱۶ | ۰٫۰۳ | ۰٫۲۸ |
| -۰٫۱۸ | ۰٫۰۵ | ۰٫۳۰ |

و نیز شعاع ناحیه‌ی فشاری $(r_c - r_a)/(r_b - r_a)$ براساس مدل چابوچه در جدول ۶ ارائه شده است.

چنان که مشاهده می‌شود، برای $k = ۱٫۴$ ، با تغییر درصد آفرتاژ از ۴۵ به ۶۰ (نمونه‌های ۴ و ۵)، تغییرات زیادی در تنش فشاری و ناحیه‌ی فشاری ایجاد نمی‌شود ولی برای $k = ۱٫۵$ با آن که ناحیه‌ی فشاری تغییر زیادی ندارد ولی تنش فشاری از مقدار ۱۹٪ به ۲۴٪ (۲۶ درصد افزایش) تغییر یافته است. در تمامی حالات تنش بیشینه‌ی کششی در مقایسه با فشاری ناچیز است؛ مثلاً در آفرتاژ ۶۰ درصد حدود ۵ درصد تنش تسلیم است. با افزایش درصد آفرتاژ از ۳۰ درصد به ۶۰ درصد برای نسبت شعاع ۱٫۵ اندازه‌ی ناحیه‌ی فشاری حدود ۵۵ درصد افزایش می‌یابد ولی با ۴۵ یا ۶۰ درصد آفرتاژ، تغییرات زیادی نخواهد داشت و فقط ۳ تا ۷ درصد افزایش می‌یابد. با این شرایط به نظر می‌رسد هرچه فشار آفرتاژ بالاتر باشد اندازه‌ی ناحیه‌ی فشاری و تنش آن افزایش می‌یابد.

۶. نتیجه‌گیری

نتایج مدل مادی کشسانی - خمیری کامل، در تمامی حالات بزرگ‌تر از نتایج تجربی است.

از آنجا که ضرایب مدل چابوچه از حلقه‌ی هیستریزس به دست می‌آید، این مدل در پیش‌بینی رفتار ماده دقیق‌تر است و نتایج حاصل از آن به حالت تجربی نزدیک‌تر خواهد بود.

نتایج مدل چابوچه در سطح خارجی نمونه‌ها، با نتایج تجربی مطابقت بسیار خوبی دارد، ولی در نقاط داخلی مطابقت کم‌تر می‌شود.

برای نسبت شعاع ۱٫۴ با تغییر آفرتاژ از ۴۵ به ۶۰ درصد تغییرات زیادی در تنش فشاری و ناحیه‌ی فشاری ایجاد نمی‌شود ولی برای نسبت شعاع ۱٫۵ با آن که ناحیه‌ی فشاری تغییر زیادی ندارد ولی تنش فشاری حدود ۲۶ درصد افزایش می‌یابد.

برای نسبت شعاع ۱٫۵ با تغییر درصد آفرتاژ از ۳۰ به ۴۵ یا ۶۰ درصد، شعاع ناحیه‌ی فشاری حدود ۵۵ درصد افزایش می‌یابد.

و کششی را کم‌تر از مدل کشسانی - خمیری کامل پیش‌بینی می‌کند؛ این حالت برای شعاع ناحیه‌ی کششی نیز صادق است. در جدول ۵ نسبت تنش‌های بیشینه‌ی فشاری و کششی، و نیز نسبت اندازه‌ی ناحیه‌ی فشاری با مدل کشسانی - خمیری کامل به مدل چابوچه ارائه شده است.

چنان که مشاهده می‌شود، برای مقدار ثابت k با افزایش درصد آفرتاژ، از نسبت تنش فشاری کاسته می‌شود، ولی نسبت تنش کششی و نسبت ناحیه‌ی فشاری افزایش می‌یابد. بیشترین اختلاف دو مدل در پیش‌بینی تنش‌های بیشینه‌ی کششی است. با توجه به جدول ۵ ملاحظه می‌شود که برای درصد آفرتاژ یکسان، اثر نسبت شعاع‌ها قابل توجه نیست و نسبت ناحیه‌ی فشاری تغییر زیادی ندارد.

هدف اصلی از فرایند آفرتاژ، ایجاد ناحیه‌ی فشاری در سطوح داخلی استوانه با بیشینه تنش پسماند فشاری است. در عین حال تنش کششی در سطوح خارجی نیز باید کمینه شود. مقادیر بی‌بعد بیشینه تنش‌های پسماند کششی و فشاری (σ_θ/σ_Y)

پانویس‌ها

1. Bauschinger effect
2. back stress
3. central hole drilling (CHD)

منابع (References)

1. Majzooobi, G.H., Farrahi, G.H. and Mahmoudi A.H. "A finite element simulation and an experimental study of autofrettage for strain Hardened thick-walled cylinders", *Materials Science and Engineering*, **359**(1-2), pp. 326-331 (2003).
2. Majzooobi, G.H., Farrahi, G.H., Pipelzadeh, M.K. and Akbari, K. "Finite element prediction of bursting pressure in compound cylinders", *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, **81**(12), pp. 889-896 (2004).
3. Xiaoying, Z. and Gangling, L. "Autofrettaged calculative methods of a thick-walled cylinder for the open-ended case", *Proceedings of the 5th International Conference on Pressure Vessel Technology*, pp. 85-95 (1984).
4. Chen, G. "The influence of strain hardening and bauschinger effect behavior of the material on the autofrettage residual stress of a thick-walled cylinder", *ASME PVP*, **110**, pp. 49-54 (1986).
5. Gibson, M.C. "Determination of residual stress distributions in autofrettaged thick cylinders", Msc Thesis, Cranfield University (2008).

6. Bari, S. and Hassan, T. "Anatomy of coupled constitutive models for ratcheting simulation", *International Journal of Plasticity*, **14**(3-4), pp. 381-409 (2000).
7. Bari, S. and Hassan, T. "An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation", *International Journal of Plasticity*, **18**(7), pp. 873-894 (2002).
8. Bari, S. and Hassan, T. "Kinematic hardening rules in uncoupled modeling for multiaxial ratcheting simulation", *International Journal of Plasticity*, **17**(7), pp. 885-905 (2001).
9. AbdelKarim, M. and Ohno, N. "Kinematic hardening model suitable for ratchetting with Steady-State", *International Journal of Plasticity*, **16**(3-4), pp. 225-240 (2000).
10. Frederick, C.O. and Armstrong, P.J. "A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect", CEB Report No: RD/B/N, 731 (1996).
11. Prager, W. "Recent development in the mathematical theory of plasticity", *Journal of Applied Physics*, **20**(3), pp. 235-241 (1949).
12. Rezaiee-Pajand, M. and Sinaie, S. "On the calibration of the chaboche hardening model and a modified hardening rule for uniaxial ratcheting prediction", *International Journal of Solids and Structures*, **46**(16), pp. 3009-3017 (2009).
13. Chaboche, J.L., Dang Van, K. and Cordier, G. "Modelization of the strain memory effect on the cyclic hardening of 316 stainless steel", *Proceedings of the 5th International Conference on SMiRT*, Div. L, Berlin, Germany (1979).
14. Chaboche, J.L. "Time-independent constitutive theories for cyclic plasticity", *International Journal of Plasticity*, **2**(2), pp. 149-188 (1986).
15. Chaboche, J.L. "On some modifications of kinematic hardening to improve the description of ratchetting effects", *International Journal of Plasticity*, **7**(7), pp. 661-678 (1991).
16. Mahmoudi, A.H., Pezeshki-Najafabadi, S.M. and Badnava, H. "Parameter determination of chaboche kinematic hardening model using a multi objective genetic algorithm", *Computational Materials Science*, **50**(3), pp. 1114-1122 (2011).
17. Colin, J. and Taheri, S. "Deformation history and load sequence effects on cumulative fatigue damage and life predictions", Thesis, University of Toledo (2009).
18. ASTM, "Standard test method for determining residual stress by hole drilling strain-gage method", ASTM Designation, E837-95, pp. 642-648 (1997).