

بهینه‌سازی سینماتیکی و دینامیکی مکانیزم چهارمیله‌ی صفحه‌ی دارای لقی مفصل

سیده‌مجتبی واردی کولابی (دانشجوی دکتری)

حمیدرضا محمدی دانایی* (دانشیار)

مرتضی دردل (استادیار)

علیرضا فتحی (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی بابل

مهندسی مکانیک شریف، (پاییز ۱۳۹۳)
دربی ۲ - ۳، شماره‌ی ۲/۲، ص. ۳-۹۷

در این نوشتار الگوریتم جدیدی برای بهینه‌سازی سینماتیکی و دینامیکی مکانیزم چهارمیله‌ی صفحه‌ی که دارای مفصل لقی است، ارائه می‌شود. بدیهی است که در صورت وجود لقی در یک مفصل، یک درجه آزادی غیرقابل کنترل به مکانیزم افزوده می‌شود. این امر می‌تواند منبع ایجاد خطا در پیمایش مسیر مطلوب و تولید ارتعاش و صدا در طول حرکت شود. با فرض تماس دائم بین دو عضو مفصل، لقی را می‌توان به صورت یک عضو مجازی بدون جرم در نظر گرفت. در این نوشتار یک مکانیزم چهارمیله‌ی طراحی می‌شود به گونه‌ی که بتواند به طور همزمان مسیر مطلوب را با کم‌ترین خطا طی کند (بهینه‌سازی سینماتیکی). همچنین با تغییر توزیع جرم در اعضا، زاویه‌ی عضو مجازی لقی به گونه‌ی کنترل می‌شود که بتوان خطای ناشی از آن را جبران کرد (بهینه‌سازی دینامیکی). برای بهینه‌سازی این مسئله‌ی غیرخطی از الگوریتم اجتماع پرندگان استفاده می‌شود.

varedi@st.u.nit.ac.ir
mohammadi@nit.ac.ir
dardel@nit.ac.ir
fathi@nit.ac.ir

واژگان کلیدی: طراحی مکانیزم، بهینه‌سازی دینامیکی، معادله‌ی لاگرانژ.

۱. مقدمه

در حضور لقی پیشنهاد کردند^[۸] و جابه‌جایی مکانیزم چهارمیله‌ی را با استفاده از معادلات حلقه‌بسته تحلیل کردند. همچنین روش جدیدی برای بررسی اثر سینماتیکی لقی مفصل بر انحراف در جای‌گذاری و چرخش عضوهای مکانیزم‌های فضایی پیشنهاد دادند.^[۹] این تکنیک مبتنی بر اصل کار مجازی بوده و در آن لقی مفصل بسیار ناچیز در نظر گرفته شده است. در بررسی‌های بعدی، مقدار انحراف در موقعیت و جهت‌یابی مکانیزم‌ها و بازوهای رباتیکی بر اثر لقی مفصل مورد توجه قرار گرفته است.^[۱۰]

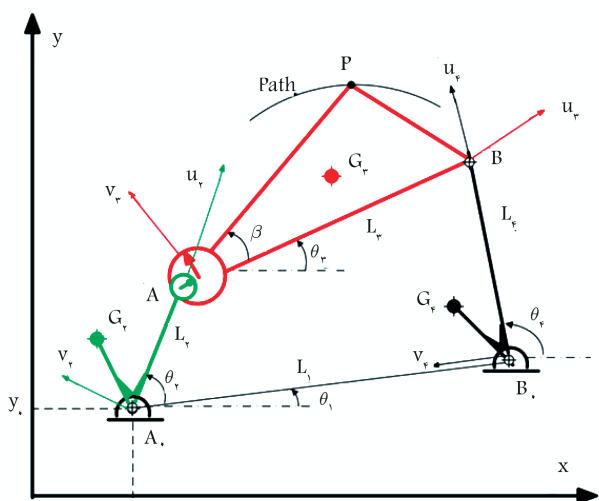
در سال ۱۹۹۰، مدل جدیدی با فرض عدم تماس دائم برای لقی ارائه شد.^[۱۱] در این مدل ارزشمند، برای نیروی لقی، علاوه بر نیروی تماسی هرتز، جمله میرایی نیز برای در نظر گرفتن اتلاف انرژی در حین برخورد لحاظ شده است. این مدل مورد توجه بسیاری از پژوهش‌گران قرار گرفته است.^[۱۲-۱۹] با استفاده از این مدل در بررسی سینماتیکی و دینامیک مکانیزم‌های صفحه‌ی، اثر روغن‌کاری در مفصل لقی و تأثیر آن بر دینامیک مکانیزم نیز مورد بررسی قرار گرفت.^[۱۳، ۱۲] همچنین دینامیک مکانیزم‌های فضایی و لقی مفصل کروی در دو حالت روغن‌کاری و تماس خشک بررسی شده است.^[۱۴] برخی از محققین (از جمله بای و ژاو) در کارهای خود از مدل لنکرانی - نیک‌روش برای تحلیل مکانیزم‌های چهارمیله‌ی و لنگ و لغزنده‌ی دارای مفصل لقی استفاده کرده‌اند.^[۱۵، ۱۶] دیگر محققین نیز با این مدل، به تحلیل مکانیزم لنگ و لغزنده‌ی دارای یک مفصل لقی پرداختند^[۱۷] و سپس با استفاده از یک روش کنترلی، ضربات موجود در محل مفصل لقی را کاهش دادند. آنان با استفاده از مدل

برای ایجاد حرکت نسبی بین عضوهای متصل به هم، لقی در مفاصل یک مکانیزم اجتناب‌ناپذیر است. در نتیجه‌ی وجود این فواصل بسیار اندک بین اجزای مکانیزم، ممکن است تأثیرات قابل ملاحظه‌ی در موقعیت نقطه‌ی کارکرد روبات حاصل شود که با انتظار ما از دقت زیاد مکانیزم مغایرت دارد. علاوه بر ایجاد خطا در دقت عملکرد مکانیزم، وجود لقی یکی از مهم‌ترین عوامل ایجاد شوک و ارتعاشات و صدا هنگام اجرای مکانیزم در مفاصل است. تارانس‌ها و خطاهای ناشی از فرایند طراحی و ساخت، سائیدگی و خوردگی مفاصل بعد از یک دوره‌ی معین کاری و اثرات حرارتی از مهم‌ترین عوامل ایجاد لقی شناخته شده‌اند.

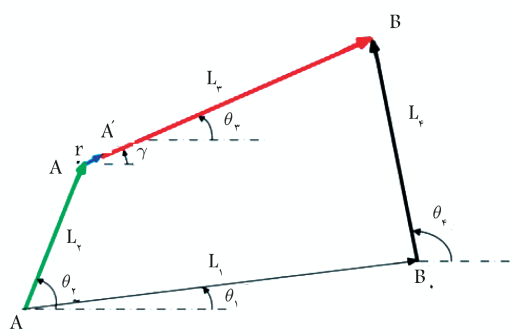
در سال‌های اخیر، محققین کوشیده‌اند تا به شناخت کاملی از رفتار مکانیزم با توجه به وجود لقی در مفاصل دست یابند.^[۴-۱] در خصوص بررسی اثر لقی مفاصل لولایی، مدلی با فرض تماس دائم بین دو عضو متصل به هم ارائه شد.^[۵] که از آن در تجزیه و تحلیل خطای ناشی از وجود لقی مفصل در مکانیزم چهارمیله‌ی برای مسائل تولید مسیر و تولید تابع استفاده شده است.^[۶-۱۰] در بررسی دیگری،^[۶] بیشترین مقدار انحراف در زاویه‌ی عضو خروجی مکانیزم بر اثر لقی محاسبه شد. همچنین اثر لقی مفصل با استفاده از قانون کار مجازی در مکانیزم‌های فضایی تعیین شد.^[۷] محققین در مطالعات‌شان روشی مناسب برای تحلیل زاویه‌ی انتقال

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۲/۳/۶، اصلاحیه ۱۳۹۳/۲/۲۷، پذیرش ۱۳۹۳/۳/۴.

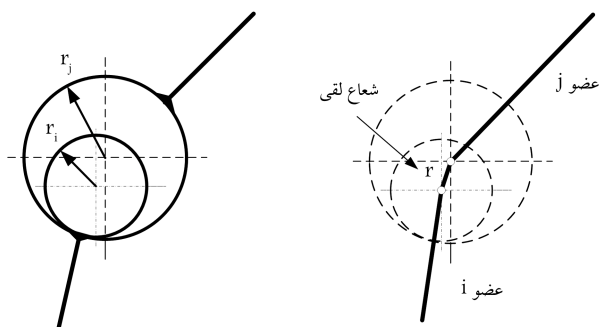


الف) نمایش شماتیک؛



ب) نمایش برداری.

شکل ۱. مکانیزم چهارمیله‌یی دارای یک مفصل لقی.



شکل ۲. مدل لقی مفصل دورانی صفحه‌یی.

بیشتر تبدیل می‌شود. چنان که در شکل ۲ نشان داده شده است، اگر شعاع میله و مفصل را به ترتیب r_i و r_j در نظر بگیریم، طول بردار لقی چنین تعریف می‌شود. [۲]

$$r = r_j - r_i \quad (۱)$$

در بخش‌های بعدی نحوه‌ی محاسبه زاویه‌ی لقی نیز ارائه خواهد شد. اما نکته‌ی بسیار مهم این است که جهت بردار لقی همواره در جهت نیروی تماسی بین دو میله مفصل است. [۲]

لنکرانی - نیک‌روش به تحلیل مکانیزم لنگ و لغزنده‌ی دارای دو مفصل پرداختند [۱۸] و اثرات آن را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند. ارکایا همچنین در پژوهش دیگری به بررسی مشخصه‌های ارتعاشی مکانیزم دارای مفصل لقی پرداخت. [۱۹]

طراحی مکانیزم برای تولید مسیر در طی نیم قرن اخیر بسیار مورد توجه محققین بوده است [۲۰، ۲۱] اما مسئله‌ی تولید مسیر با توجه به وجود لقی در یک یا چند مفصل، از درجه‌ی غیرخطی بالایی برخوردار بوده و حل آن بسیار مشکل است. به همین دلیل کارهای انجام شده در این زمینه بسیار اندک است. عده‌ی به بهینه‌سازی دینامیکی یک مکانیزم چهارمیله‌یی با طول‌های مشخص پرداخته [۲۲] و با تغییر پارامترهای جرمی اعضا، در اندازه و جهت نیروی مفاصل تغییر ایجاد کردند. همچنین اثرات لقی مفصل در خصوصیات دینامیکی مکانیزم مورد بررسی قرار گرفت. [۲۳]

در این نوشتار یک مکانیزم چهارمیله‌یی صفحه‌یی که دارای یک مفصل لقی بین عضوهای ورودی و واسطه است، برای پیمایش مسیر مطلوب طراحی می‌شود. برای لقی از فرض تماس دائم استفاده شده است. الگوریتم طراحی مورد استفاده دارای دو مرحله است. در ابتدا، طراحی سینماتیکی مکانیزم انجام می‌گیرد اما در این مرحله با توجه به وجود لقی در مفصل، یک درجه آزادی به سیستم اضافه می‌شود و لذا دیگر نمی‌توان آن را مشابه یک مسئله‌ی تولید مسیر کلاسیک حل کرد. بنابراین تنها در صورت کنترل این درجه آزادی، مسئله قابل حل خواهد بود. برای حل مشکل در این مرحله، نموداری برای تغییرات زاویه‌ی لقی فرض می‌شود. بنابراین مسئله‌ی طراحی سینماتیکی برای رسیدن به مسیر مطلوب با این فرض، قابل حل خواهد بود. در مرحله‌ی دوم الگوریتم که از آن به بهینه‌سازی دینامیکی یاد می‌شود، با تغییر داده‌های جرمی اعضا (جرم، مرکز جرم و ممان اینرسی جرمی)، نمودار زاویه‌ی لقی مرحله‌ی قبل را ارضا می‌کنیم. اگر نمودار زاویه‌ی لقی به گونه‌یی انتخاب شود که تغییرات ناگهانی نداشته باشد و شیب ملایم و تقریباً ثابتی داشته باشد، آنگاه موجب کاهش ارتعاش و صدا در طول حرکت مکانیزم خواهد شد. در این صورت بهینه‌سازی سینماتیکی و دینامیکی مکانیزم به طور همزمان انجام شده است.

این مسئله‌ی بهینه‌سازی غیرخطی، به صورت عددی قابل حل است. اخیراً الگوریتم‌های بهینه‌سازی تکاملی در حل مسائل بهینه‌سازی در زمینه‌های مختلف و به ویژه طراحی مکانیزم کاربرد بسیاری پیدا کرده‌اند. [۲۳-۲۶] در این نوشتار از روش اجتماع پرندگان^۱ برای حل این مسئله‌ی بهینه‌سازی دوگانه استفاده شده است.

۲. مکانیزم چهارمیله‌یی

یک مکانیزم چهارمیله‌یی صفحه‌یی، شامل یک مفصل لقی بین عضو ورودی و میله‌ی رابط، در شکل ۱ نشان داده شده است. پارامترهای ابعادی این مکانیزم از جمله طول اعضا، زاویه‌ی عضو زمین و زاویه‌ی مثلث میله‌ی رابط در مرحله‌ی اول طراحی (بهینه‌سازی سینماتیکی) و داده‌های جرمی عضوهای واسطه و خروجی از جمله مقدار جرم، مرکز جرم و ممان اینرسی جرمی آن‌ها در مرحله‌ی دوم طراحی (بهینه‌سازی دینامیکی) تعیین می‌شود.

۲.۱. مدل لقی مفصل

با رعایت فرض تماس دائم در هر مفصل لقی، می‌توان لقی را به عنوان بردار معادل یک عضو مجازی بدون جرم مدل کرد. در این صورت تحلیل یک مکانیزم با مفصل یا مفاصل لقی، به تحلیل یک مکانیزم ایده‌آل (بدون لقی) با تعداد عضوهای

۲.۲. تحلیل سینماتیکی

در این بخش، خلاصه‌ی از تحلیل سینماتیکی شامل تحلیل جابه‌جایی، سرعت و شتاب برای مکانیزم چهارمیله‌ی صفحه‌ی با یک مفصل لقی ارائه خواهد شد. رابطه‌ی برداری مربوط به شکل ۱ ب عبارت خواهد بود از:

$$L_r e^{i\theta_r} + r e^{i\gamma} + L_r e^{i\theta_r^{lc}} - L_1 e^{i\theta_1} - L_r e^{i\theta_r^{lc}} = 0 \quad (2)$$

که در آن L_i و θ_i به ترتیب طول و زاویه‌ی عضو i ام و r و γ نیز طول و زاویه‌ی عضو مجازی لقی‌اند. با جداکردن مؤلفه‌های حقیقی و موهومی رابطه‌ی فوق و حل آن خواهیم داشت:

$$\theta_r = \tan^{-1} \left(\frac{-B_1 \pm \sqrt{B_1^2 - 4AC}}{2A} \right) \quad (3)$$

$$\theta_r = \cos^{-1} \left(\frac{(L_r \cos(\theta_r) + r \cos(\gamma) + L_r \cos(\theta_r) - L_1 \cos(\theta_1)) / L_r}{L_r} \right) \quad (4)$$

$$A = -(L_1 + L_r)(2L_r \cos \theta_r + 2r \cos \gamma) + 2L_r r \cos(\theta_r - \gamma) + 2L_1 L_r + L_1^2 + L_r^2 + r^2 + L_r^2 - L_r^2 \quad (5)$$

$$B = 4L_r(L_r \sin \theta_r + r \sin \gamma) \quad (6)$$

$$C = (L_r - L_1)(2L_r \cos \theta_r + 2r \cos \gamma) + L_1^2 + L_r^2 + r^2 + L_r^2 - L_r^2 - 2L_1 L_r + 2L_r r \cos(\theta_r - \gamma) \quad (7)$$

همچنین موقعیت نقطه‌ی P میله‌ی رابط برابر است با:

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + L_r \begin{pmatrix} \cos(\theta_r) \\ \sin(\theta_r) \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} \cos(\gamma) \\ \sin(\gamma) \end{pmatrix} + \overline{A'P} \begin{pmatrix} \cos(\theta_r + \beta) \\ \sin(\theta_r + \beta) \end{pmatrix} \quad (8)$$

موقعیت مرکز جرم عضوهای مکانیزم نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{pmatrix} x_{G_r} \\ y_{G_r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ v_r \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{pmatrix} x_{G_r} \\ y_{G_r} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + L_r \begin{pmatrix} \cos(\theta_r) \\ \sin(\theta_r) \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} \cos(\gamma) \\ \sin(\gamma) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_r \\ v_r \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{pmatrix} x_{G_1} \\ y_{G_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + L_1 \begin{pmatrix} \cos(\theta_1) \\ \sin(\theta_1) \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ v_1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

که u_i و v_i مختصات مرکز جرم عضو i ام در دستگاه محلی هستند (شکل ۱ الف). توجه شود که معادلات فوق علاوه بر θ_r ، تابعی از γ (زاویه‌ی عضو مجازی لقی) نیز هستند.

با مشتق‌گیری از معادلات ۹ تا ۱۱ نسبت به زمان، مقادیر سرعت و شتاب مراکز جرم عضوهای مکانیزم به دست می‌آید:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_{G_i} \\ \dot{y}_{G_i} \end{pmatrix} = \dot{\theta}_r \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{G_i}}{\partial \theta_r} \\ \frac{\partial y_{G_i}}{\partial \theta_r} \end{bmatrix} + \dot{\gamma} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{G_i}}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial y_{G_i}}{\partial \gamma} \end{bmatrix} \quad i = 2, 3, 4 \quad (12)$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_{G_i} \\ \ddot{y}_{G_i} \end{pmatrix} = \ddot{\theta}_r \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_{G_i}}{\partial \theta_r^2} \\ \frac{\partial^2 y_{G_i}}{\partial \theta_r^2} \end{bmatrix} + 2\dot{\theta}_r \dot{\gamma} \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_{G_i}}{\partial \theta_r \partial \gamma} \\ \frac{\partial^2 y_{G_i}}{\partial \theta_r \partial \gamma} \end{bmatrix} + \ddot{\gamma} \begin{bmatrix} \frac{\partial x_{G_i}}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial y_{G_i}}{\partial \gamma} \end{bmatrix} + \dot{\gamma}^2 \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 x_{G_i}}{\partial \gamma^2} \\ \frac{\partial^2 y_{G_i}}{\partial \gamma^2} \end{bmatrix} \quad i = 2, 3, 4 \quad (13)$$

همچنین، سرعت و شتاب زاویه‌ی عضوهای ۳ و ۴ مکانیزم نیز عبارت خواهند بود از:

$$\dot{\theta}_i = \dot{\theta}_r \frac{\partial \theta_i}{\partial \theta_r} + \dot{\gamma} \frac{\partial \theta_i}{\partial \gamma}, \quad i = 3, 4 \quad (14)$$

$$\ddot{\theta}_i = \ddot{\theta}_r \frac{\partial \theta_i}{\partial \theta_r} + \ddot{\gamma} \frac{\partial \theta_i}{\partial \gamma} + 2\dot{\theta}_r \dot{\gamma} \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial \theta_r \partial \gamma} + \dot{\gamma}^2 \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial \gamma^2} + \ddot{\gamma} \frac{\partial \theta_i}{\partial \gamma}, \quad i = 3, 4 \quad (15)$$

۳.۲. سنتز تولید تابع مکانیزم چهارمیله‌ی

در سنتز تولید تابع مکانیزم چهارمیله‌ی، متغیرهای طراحی عبارت‌اند از: طول عضوها و زاویه‌ی مثلث میله‌ی رابط (β)، مبدأ مختصات (محور ورودی)، زاویه‌ی عضو ثابت (زمین) و زوایای ورودی θ_i^i ($i = 1, 2, \dots, N$) متناسب با تعداد نقاط هدف:

$$\mathbf{x}_1 = [L_1, L_2, L_3, L_4, \overline{A'P}, x_0, y_0, \beta, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N^i]^T \quad (16)$$

مهم‌ترین مسئله‌ی موجود در بهینه‌سازی یک مکانیزم، تعریف تابع خطای مناسب است. تابع خطای مورد استفاده در این الگوریتم از دو بخش تشکیل شده است. بخش اول خطای موقعیت نقاط دقت است و در بخش دوم با استفاده از توابع جریمه، قيود مسئله مد نظر قرار می‌گیرد. در واقع با استفاده از این توابع جریمه، مسئله‌ی بهینه‌سازی مقید به یک مسئله‌ی نامقید تبدیل می‌شود و اثرات ارضا یا عدم ارضای قيود، در تابع خطا اعمال می‌شود. در اینجا از چهار قید قانون گراشف، عدم بروز عیب‌های ترتیبی، شاخه‌ی و مداری استفاده می‌شود. قانون گراشف توسط روابط ۱۷ و ۱۸ اعمال می‌شود:

$$l = \max \{L_1, L_2, L_3, L_4\}, \quad s = \min \{L_1, L_2, L_3, L_4\} \quad (17)$$

$$g_1(\mathbf{x}_1) = ((s + l) - (p + q)) < 0 \quad (18)$$

که در آنها p و q طول دو عضو دیگر مکانیزم هستند. برای دوران کامل عضو ورودی، براساس قانون گراشف خواهیم داشت:

$$g_2(\mathbf{x}_1) = s - L_r = 0 \quad (19)$$

همچنین روابط مربوط به عیوب ترتیبی، شاخه‌ی و مداری با فرض دوران پادساعت‌گرد عضو ورودی عبارت‌اند از:

$$g_3(\mathbf{x}_1) = \theta_i^i - \theta_i^{i+1} < 0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (20)$$

$$g_4(\mathbf{x}_1) = \theta_i^i - \theta_i^i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (21)$$

$$g_5(\mathbf{x}_1) = \theta_i^i - \theta_i^i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (22)$$

بنابراین تابع هدف مسئله‌ی تولید مسیر عبارت خواهد بود از:

$$F_1(\mathbf{x}_1) = \left(\frac{1}{N}\right) \sqrt{\sum_{i=1}^N ((P_{x_d}^i - P_{x_d}^i(\mathbf{x}_1))^2 + (P_{y_d}^i - P_{y_d}^i(\mathbf{x}_1))^2)} + \sum_{j=1}^m M_j G_j(\mathbf{x}_1) \quad (23)$$

که در آن $p^i = [p_{x_d}^i, p_{y_d}^i]^T$ و $p_d^i = [p_{x_d}^i, p_{y_d}^i]^T$ به ترتیب نقاط مطلوب و نقاط تولیدشده در مسیر توسط مکانیزم هستند. همچنین M_j ها ضرایب ثابتی هستند که موجب جریمه‌شدن تابع هدف خواهند شد. اگر قید $g_j(\mathbf{X}_1)$ ارضا نشود، $G_j = 1$ و در غیر این صورت $G_j = 0$ است.

۴.۲. محاسبه‌ی زاویه‌ی لقی

در این بخش هدف به دست آوردن زاویه‌ی لقی با فرض معلوم بودن طول، جرم، مراکز جرمی و ممان اینرسی جرمی عضوهاست. بدین منظور از معادله‌ی حرکت سیستم که از رابطه‌ی لاگرانژ منتج می‌شود، استفاده می‌کنیم.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\gamma}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \gamma} + \frac{\partial U}{\partial \gamma} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\gamma}} = 0 \quad (24)$$

که در آن T ، U و D به ترتیب انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل و تابع اتلاف هستند و برابرند با: [۱۳]

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^f I_i \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=2}^f m_i (\dot{x}_{G_i}^2 + \dot{y}_{G_i}^2) \quad (25)$$

$$U = \sum_{i=2}^f m_i g y_{G_i} \quad (26)$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^f C_{\theta_i} \dot{\theta}_i^2 + \frac{1}{2} C_{\gamma} \dot{\gamma}^2 \quad (27)$$

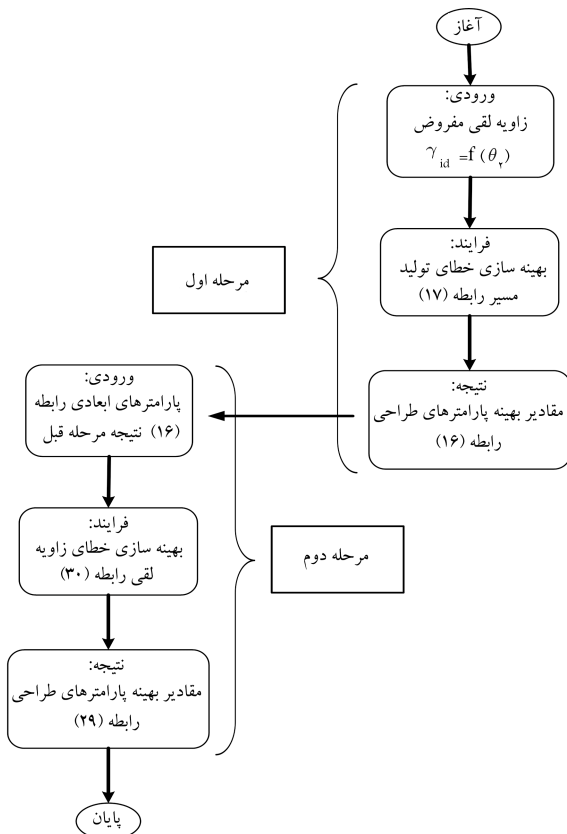
که در آن C_{θ_i} ، m_i ، I_i و g نیز به ترتیب جرم و ممان اینرسی عضوها، شتاب جاذبه و ضرایب میرایی ویسکوز هستند. با قراردادن معادلات ۲۵ تا ۲۷ در معادله‌ی ۲۴ و مشتق‌گیری‌های مورد نیاز، معادله‌ی حرکت کلی سیستم چنین به دست می‌آید: [۱۳]

$$\sum_{i=2}^f \left(I_i \ddot{\theta}_i \frac{\partial \theta_i}{\partial \gamma} + m_i \left(\ddot{x}_{G_i} \frac{\partial x_{G_i}}{\partial \gamma} + \ddot{y}_{G_i} \frac{\partial y_{G_i}}{\partial \gamma} \right) + g m_i \frac{\partial y_{G_i}}{\partial \gamma} + C_{\theta_i} \dot{\theta}_i \frac{\partial \theta_i}{\partial \gamma} \right) + C_{\gamma} \dot{\gamma} = 0 \quad (28)$$

با مشخص بودن زاویه‌ی عضو ورودی θ_2 و مشتقات آن $\dot{\theta}_2$ و $\ddot{\theta}_2$ ، زاویه‌ی لقی و مشتقات آن $(\dot{\gamma}, \ddot{\gamma}, \gamma)$ با حل عددی معادله‌ی فوق به دست می‌آیند.

۳. الگوریتم جدید

چنان که بیان شد در این مطالعه از یک الگوریتم جدید برای بهینه‌سازی مکانیزم در دو مرحله استفاده می‌شود (شکل ۳). در ابتدا، سنتز ابعادی مطابق با معادلات بخش‌های ۲ و ۳ انجام می‌شود. در صورت وجود لقی در یکی از مفاصل، درجه آزادی مکانیزم از ۱ به ۲ افزایش می‌یابد و زاویه‌ی لقی مجهول است. برای حل این مشکل، در مرحله‌ی اول مقادیر زاویه‌ی لقی برحسب زاویه‌ی عضو ورودی



شکل ۳. فلوجارت الگوریتم بهینه‌سازی دومرحله‌یی.

چنان که در بخش ۴.۲ بیان شد، با حل معادله‌ی ۲۸ نمودار زاویه‌ی لقی به دست می‌آید. بنابراین با مشخص بودن زاویه‌ی عضو ورودی و مشتقات آن و با استفاده از پارامترهای ابعادی مرحله‌ی قبل، تغییر پارامترهای جرمی عضوها به‌عنوان متغیرهای طراحی مرحله‌ی دوم، منجر به زاویه‌ی لقی مناسب می‌شود. براین اساس پارامترهای طراحی در مرحله‌ی دوم عبارت‌اند از:

$$\mathbf{x}_2 = [m_2, u_2, v_2, I_2, m_2, u_2, v_2, I_2]^T \quad (29)$$

در این الگوریتم، یک دوران کامل عضو ورودی (2π رادیان) به n قسمت مساوی تقسیم می‌شود. تابع هدف در مرحله‌ی دوم، خطای ناشی از مقایسه‌ی زاویه‌ی لقی به دست آمده از مکانیزم طراحی شده و زاویه‌ی لقی مطلوب را به دست می‌دهد:

$$F_2(\mathbf{X}_2) = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{q=1}^N (\gamma_q(\mathbf{x}_2, \theta_{2q}) - \gamma_{id}(\theta_{2q}))^2} \quad (30)$$

که در آن $\gamma_{id}(\theta_{2q})$ مقادیر ایده‌آل زاویه‌ی لقی است که در مرحله‌ی اول فرض شده است و $\gamma_q(\mathbf{x}_2, \theta_{2q})$ مقادیر زاویه‌ی لقی به دست آمده از پارامترهای طراحی \mathbf{X}_2 در طی دوران کامل عضو ورودی (2π رادیان) است.

۴. بهینه‌سازی

۱.۴. روش‌های بهینه‌سازی

در مسئله‌ی بهینه‌سازی، یک تابع هدف یا تابع هزینه (بستگی به بیشینه یا کمینه کردن تابع) تعریف می‌شود. با استفاده از روش‌های مختلف می‌توان مجهول‌ها را به گونه‌یی به دست آورد که تابع مورد نظر کمینه یا بیشینه شود. همچنین می‌توان قیودی همانند دوران کامل عضو ورودی، نسبت طول اعضا، عدم انتخاب مقادیر منفی برای طول اعضا و... را در صورت نیاز با استفاده از تابع پناستی یا تابع جریمه در مسئله‌ی بهینه‌سازی لحاظ کرد.

روش‌های بهینه‌سازی را می‌توان به‌طور کلی به دو گروه روش‌های گرادینتی و روش‌های جست‌وجو تقسیم کرد. روش‌های گرادینتی بر مبنای مشتق تابع هدف عمل می‌کنند. این روش‌ها در مسائلی به کار می‌روند که در آنها تابع هدف به صورت یک تابع مشخص موجود باشد، و همچنین بتوان به سادگی از آن‌ها مشتق گرفت. اما در عمل، در بسیاری از موارد معادله‌ی مشخصی برای تابع هدف وجود ندارد. یا در مواردی معادله‌ی موجود آن قدر حجیم است که مشتق‌گیری از آن محاسبات پیچیده‌ی را می‌طلبد. بنابراین اخیراً تمایل به روش‌های جست‌وجو بیشتر شده است.

در روش‌های جست‌وجو به مشتق تابع هدف نیازی نیست و برای مسائل با حجم بزرگ و همچنین مسائلی که در آنها مشتق‌گیری از تابع هدف دشوار است، کارایی زیادی دارند. روش‌های جست‌وجوی مدرن همانند روش‌های الگوریتم ژنتیک (GA)^۲، کلونی مورچه‌گان^۳، تبرید شبیه‌سازی شده^۴ و روش اجتماع پرندگان (PSO) که از آنها به روش‌های تکاملی یاد می‌شود، از جمله‌ی این روش‌های بهینه‌سازی هستند. اگرچه نمی‌توان به صراحت در مورد برتری روش‌های تکاملی فوق نسبت به یکدیگر نظر داد، و این امر طبق قضیه‌ی LNF^۵ (که بیانگر این است که نمی‌توان یک روش کلی را برای همه مسائل به کار برد و هر روشی برای دسته‌ی از مسائل بهینه‌سازی مناسب تر است) از مسئله‌ی به مسئله‌ی دیگر متفاوت است [۲۷]، اما روش‌های GA و PSO پرکاربردتر از بقیه بوده‌اند. در این پژوهش که با مسئله‌ی به شدت غیرخطی همراه با قیود فراوان سروکار داریم، از روش PSO استفاده می‌شود. این روش نسبت به روش GA ساده‌تر بوده و روابط مورد استفاده آن پیچیدگی کمتری دارند. بنابراین در ادامه به توضیح این روش خواهیم پرداخت.

۲.۴. روش PSO

روش PSO از جمله روش‌های تکاملی و مدرن است که در سال ۱۹۹۵ توسط کنذی و ابرهات با الهام از رفتار دسته‌جمعی موجوداتی مثل حشرات، زنبورها، مورچه‌گان و پرندگان ایجاد شده است. [۲۸] هر عضو این گروه براساس اطلاعات و آگاهی خود و اطلاعات کلی گروه حرکت می‌کند. مثلاً اگر یکی از اعضا منبعی از غذا پیدا کند علاوه بر این که خود به دنبال آن می‌رود، بقیه‌ی اعضای گروه را نیز تا حدودی به دنبال خود می‌کشاند. بنابراین این روش را می‌توان براساس گروهی از اعضا در نظر گرفت که به دنبال بهترین مقدار برای تابع هدف حرکت می‌کنند. هرکدام از این اعضا دارای دو مشخصه‌ی موقعیت و سرعت‌اند که دائماً تغییر کرده و اصلاح می‌شوند. هر عضو در فضای طراحی مسئله به دنبال نقطه‌ی بهینه می‌گردد، و از سوی دیگر هر عضو بهترین موقعیت خود را نیز در نظر گرفته و در حافظه نگه می‌دارد. ردو بدل شدن اطلاعات میان این اعضا براساس بهترین نقطه برای هر عضو و بهترین

نقطه‌ی تمام اعضا، موجب اصلاح مداوم موقعیت و سرعت هر عضو می‌شود. [۲۸]

$$X_j(i) = X_j(i-1) + V_j(i), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (31)$$

$$V_j(i) = \rho(i)V_j(i-1) + c_1 r_1 (P_{best,j} - X_j(i-1)) + c_2 r_2 (G_{best,j} - X_j(i-1)), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (32)$$

c_1 و c_2 نرخ دریافت اطلاعات شخصی و گروهی هستند که برابر ۲ در نظر گرفته می‌شوند. r_1 و r_2 نیز اعداد تصادفی بین صفر و ۱ هستند. $P_{best,j}$ بهترین نقطه از لحاظ دارا بودن بالاترین مقدار تابع هدف برای عضو j ام و $G_{best,j}$ بهترین نقطه در میان کل اعضاست. $\rho(i)$ ضریب وزنی است که به‌طور خطی از ۰/۹ تا ۰/۴ تغییر می‌کند. مقدار بالای ضریب وزنی منجر به جست‌وجوی کلی، و مقدار پایین آن منجر به جست‌وجوی محلی برای تعیین نقطه‌ی بهینه می‌شود. بنابراین طی مراحل تکرار روش برای یافتن نقطه‌ی بهینه، این ضریب به صورت خطی و طبق رابطه‌ی ۳۳ کاهش می‌یابد تا این که در آخرین مرحله به کم‌ترین مقدار خود می‌رسد. [۲۸]

$$\rho(i) = \rho_{max} - \left(\frac{\rho_{max} - \rho_{min}}{i_{max}} \right) i \quad (33)$$

ρ_{max} برابر ۰/۹، ρ_{min} برابر ۰/۴، i شماره مرحله تکرار و i_{max} بیشینه مراحل تعیین شده برای تکرار مسئله است. اگر تمامی اعضا به یک نقطه نزدیک شوند، یا فاصله‌ی اعضا از یکدیگر تا مقدار معینی کاهش یابد، حل مسئله همگرا شده و نقطه‌ی بهینه به دست می‌آید.

۵. مثال عددی

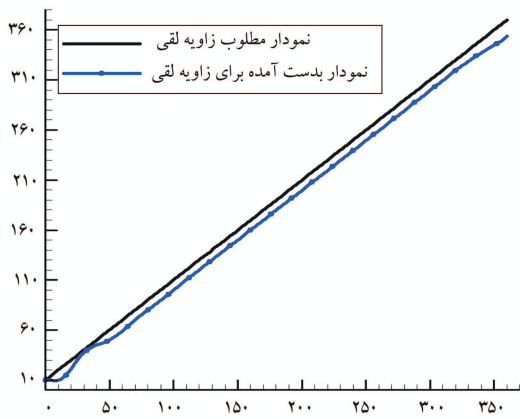
در طرح این مثال، هدف طراحی مکانیزم چهارمیله‌ی صفحه‌ی دارای یک مفصل لقی است به گونه‌یی که مسیر مطلوب را با کم‌ترین خطا طی کند و نمودار زاویه‌ی لقی آن دارای تغییرات ناگهانی نباشد. در ابتدا بهینه‌سازی سینماتیکی در دو حالت (با/بدون در نظر گرفتن لقی) انجام شده و نتایج حاصله با یکدیگر مقایسه می‌شود. در طراحی ۱ لقی در مرحله‌ی طراحی در نظر گرفته نمی‌شود (حالت ایده‌آل)، اما در طراحی ۲ زاویه‌ی لقی به صورت رابطه‌ی ۳۴ فرض می‌شود:

$$\gamma_{id} = \theta_r + 10 \text{ (deg)} \quad (34)$$

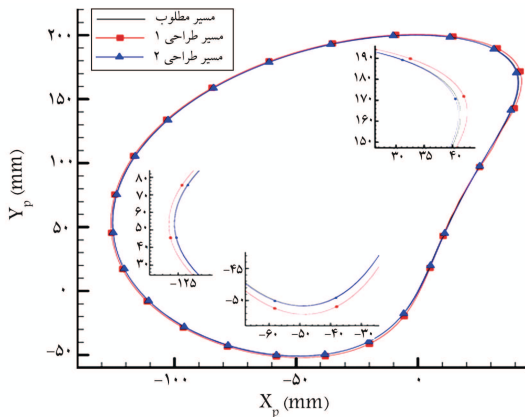
سنتر سینماتیکی در این دو حالت به نتایج ارائه شده در جدول ۱ منجر می‌شود. حال دو طراحی در واقعیت، یعنی در حضور لقی، با یکدیگر مقایسه می‌شوند. بنابراین در هنگام رسم مسیر تولیدی توسط هر یک از طراحی‌ها، باید اثر لقی منظور شود و بدین منظور نیازمند زاویه‌ی لقی در هر دو طراحی خواهیم بود. برای طراحی ۲، زاویه‌ی لقی پس از بهینه‌سازی دینامیکی (مرحله‌ی دوم الگوریتم) به دست می‌آید که باید معادله‌ی ۳۴ را ارضا کند.

در طراحی ۱، لقی در مرحله‌ی طراحی منظور نشده است، اگرچه لقی وجود داشته و ما هیچ کنترلی روی تغییرات آن نداریم. زاویه‌ی لقی در طراحی ۱ که منشاء خطاست، با استفاده از روش ارائه شده در بخش ۴ و با معلوم بودن پارامترهای جرمی جدول ۲ به دست آمده است (شکل ۴).

اما در طراحی ۲ با تغییر پارامترهای جرمی، زاویه‌ی لقی برای نزدیک شدن به زاویه‌ی مفروض مرحله‌ی قبل، بهینه‌سازی می‌شود. مقادیر بهینه‌ی پارامترهای جرمی در جدول ۳ ارائه شده است. این مقادیر، زاویه‌ی لقی شکل ۵ را تولید می‌کنند. حال،



شکل ۵. مقایسه‌ی مقادیر مطلوب و به دست آمده برای زاویه‌ی لقی در طراحی ۲.



شکل ۶. مسیر مطلوب و مسیر ناشی از طراحی ۱ و طراحی ۲ در حضور لقی.

با توجه به طول اعضا (جدول ۱) و نمودار زوایای لقی برای دو طراحی، می‌توان مسیر دو طراحی را با یکدیگر مقایسه کرد (شکل ۶).

چنان که بیان شد، در طراحی ۱ مکانیزم بدون در نظر گرفتن لقی در مفصل طراحی می‌شود، اما بدیهی است در هنگام رسم نمودار، لقی و خطای ناشی از آن لحاظ خواهد شد. اما در طراحی ۲، لقی در مرحله‌ی طراحی نیز لحاظ شده است که همین امر موجب بهبود دقت سینماتیکی و عملکرد دینامیکی مکانیزم می‌شود.

با توجه به شکل ۶، مطابق انتظار، نمودار مربوط به طراحی ۲ به مسیر مطلوب نزدیک‌تر بوده و خطای کم‌تری دارد. همچنین مقایسه‌ی نمودارهای فوق نشان می‌دهد که نمودار ۴ برخلاف نمودار ۵ دارای تغییرات ناگهانی در مقدار زاویه‌ی لقی است. این امر موجب ایجاد ارتعاش و شوک در حرکت مکانیزم در طراحی ۱ خواهد شد. در حالی که در طراحی ۲، به دلیل این که نمودار زاویه‌ی لقی هموارتر بوده و دارای تغییرات ناگهانی نیست، دقت و عملکرد دینامیکی مکانیزم بهبود می‌یابد.

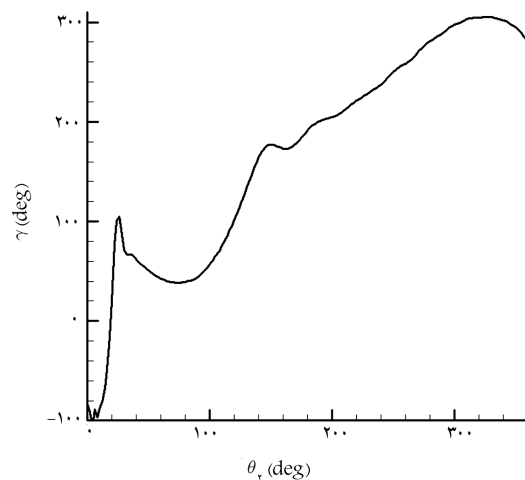
در شکل‌های ۷ تا ۱۰ مقادیر شتاب دورانی و شتاب خطی مرکز جرم عضوهای ۳ و ۴ برای دو طراحی با هم مقایسه شده است. در تمامی این نمودارها مشخص است که مقادیر شتاب در طراحی ۱، یک مقدار بسیار بزرگ است. همچنین در قسمتی از این نمودارها که مقادیر شتاب برای هر دو طراحی در یک محدوده قرار دارد، مشاهده می‌شود که شتاب ناشی از طراحی ۱ دارای نوسان و تغییرات زیادی است، در حالی که نمودار شتاب در طراحی ۲ بسیار هموار است. با توجه به این

جدول ۱. مقادیر بهینه‌ی پارامترهای طراحی مرحله‌ی اول در دو حالت.

متغیرهای طراحی	طراحی ۱ (بدون لقی)	طراحی ۲ (با لقی)
x_0 (mm)	۰	۰٫۱۹۰۰۴
y_0 (mm)	۰	-۱٫۱۳۵۵
a_1 (mm)	۲۰۰	۲۰۲٫۷۱۰۹
a_2 (mm)	۱۰۰	۹۹٫۴۶۷۷
a_3 (mm)	۲۰۰	۲۰۰٫۹۴۴۶
a_4 (mm)	۲۵۰	۲۵۰٫۶۳۹۷
AP (mm)	۱۰۰	۱۰۰٫۸۰۰۲
θ_1 (deg)	۰	۰٫۵۱
β (deg)	۴۵	۴۴٫۹

جدول ۲. پارامترهای جرمی مربوط به طراحی ۱.

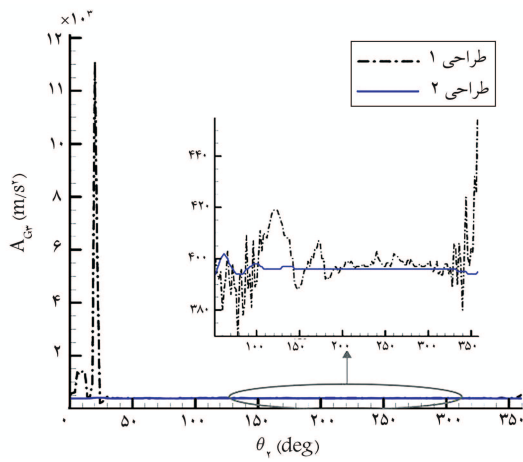
m_3	u_3	v_3	I_3
(kg)	(mm)	(mm)	(kg.m ²)
۰٫۰۷۳۷	۰٫۰۹	۰	۰٫۰۰۰۲۰۲
m_4	u_4	v_4	I_4
(kg)	(mm)	(mm)	(kg.m ²)
۰٫۰۴۹	۰٫۰۶	۰	۰٫۰۰۰۰۶۱۹



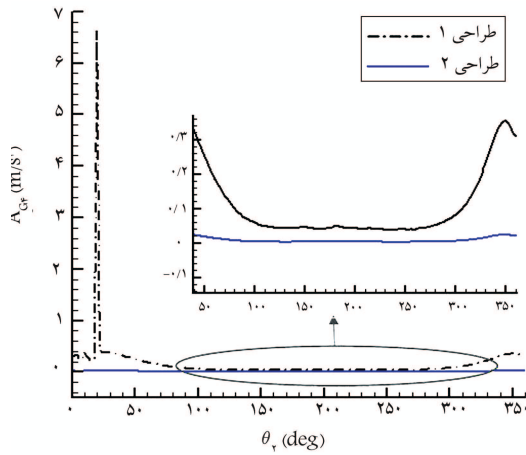
شکل ۴. نمودار زاویه‌ی لقی برای طراحی ۱.

جدول ۳. مقادیر بهینه‌ی پارامترهای طراحی مرحله‌ی دوم برای طراحی ۲.

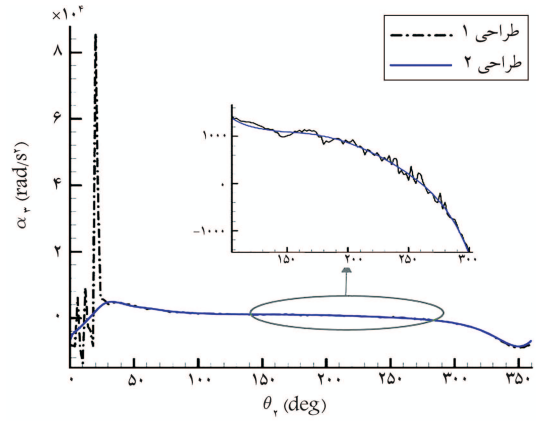
m_3	u_3	v_3	I_3
(kg)	(mm)	(mm)	(kg.m ²)
۰٫۰۶۵۴	۰٫۰۰۰۳۸	۰	۰٫۰۰۰۰۱۴۵
m_4	u_4	v_4	I_4
(kg)	(mm)	(mm)	(kg.m ²)
۰٫۰۵۲	۰٫۰۰۴۳۵	۰	۰٫۰۰۰۰۲۴۵



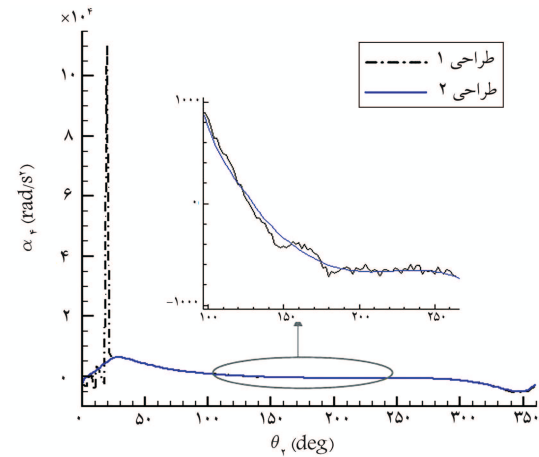
شکل ۹. شتاب خطی مرکز جرم عضو سوم در دو طراحی.



شکل ۱۰. شتاب خطی مرکز جرم عضو چهارم در دو طراحی.



شکل ۷. شتاب دورانی عضو سوم در دو طراحی.



شکل ۸. شتاب دورانی عضو چهارم در دو طراحی.

دارای مفصل لقی استفاده شده است. در ابتدا مسئله‌ی تولید مسیر برای مشخص شدن پارامترهای ابعادی مسئله حل شده است. سپس با تغییر پارامترهای جرمی عضوها، تغییرات زاویه‌ی لقی به‌گونه‌ی کنترل شده که دارای تغییرات ناگهانی نباشد. در واقع بهینه‌سازی سینماتیکی و دینامیکی به‌طور هم‌زمان انجام شده است. بنابراین مکانیسمی طراحی شده که هم مسیر مطلوب را با کم‌ترین خطا طی می‌کند، و هم موجب کاهش ارتعاش در طول حرکت مکانیزم است.

نمودارها می‌توان از بهبود خصوصیات دینامیکی از جمله کاهش ارتعاش و صدا در «طراحی ۲» نسبت به «طراحی ۱» اطمینان حاصل کرد.

۶. نتیجه‌گیری

در این نوشتار از الگوریتم جدیدی برای بهینه‌سازی مکانیزم چهارمیله‌یی صفحه‌ی

پانویس‌ها

1. particle swarm optimization (PSO) method
2. genetic algorithm (GA)
3. ant colony
4. simulated annealing
5. theorem (NFLT) no free lunch

منابع (References)

1. Zhang, X., Zhang, X. and Chen, Z. "Dynamic analysis of a 3-RRR parallel mechanism with multiple clearance joints", *Mechanism and Machine Theory*, **78**, pp. 105-115 (2014).
2. Castelli, V.P. and Venanzi, S. "Clearance influence anal-

- ysis on mechanisms”, *Mechanism and Machine Theory*, **40**, pp. 1316-1329 (2005).
3. Erkaya, S. and Uzmay, I. “Optimization of transmission angle for slider-crank mechanism with joint clearances”, *Struct Multidisc Optim*, **37**(5) pp. 493-508 (2009).
 4. Sardashti, A., Daniali, H.M. and Varedi, S.M. “Optimal free-defect synthesis of four-bar linkage with joint clearance using PSO algorithm”, *Meccanica*, DOI 10.1007/s11012-013-9699-6 (2013).
 5. Furuhashi, T., Morita, N. and Matsuura, M. “Research on dynamics of four-bar linkage with clearances at turning pairs”, 1st Report, *General Theory of Continuous Contact Model, Bulletin of the JSME*, **21**, pp. 518-523 (1978).
 6. Kolhatkar, S.A. and Yajnik, K.S. “The effects of play in the joints of a function-generating mechanism”, *Jnl. Mechanisms*, **5**, pp. 521-632 (1970).
 7. Innocenti, C. “Kinematic clearance sensitivity analysis of spatial structures with revolute joints”, *Journal of Mechanical Design, Transaction of the ASME*, **124**(1), pp. 52-57 (2002).
 8. Tsai, M.J. and Lai, T.H. “kinematic sensitivity analysis of linkage with joint clearance based on transmission quality”, *Mechanism and Machine Theory*, **39**, pp. 1189-1206 (2004).
 9. Venanzi, S. and Parenti-Castelli, V. “A new technique for clearance influence analysis in spatial mechanisms”, *Journal of Mechanical Design, Transactions of the ASME*, **127**(3), pp. 446-455 (2005).
 10. Ting, K.L., Zhu, J. and Watkins, D. “The effects of joint clearance on position and orientation deviation of linkages and manipulators”, *Mechanism and Machine Theory*, **35**, pp. 391-401 (2000).
 11. Lankarani, H.M. and Nikravesh, P.E. “A contact force model with hysteresis damping for impact analysis of multibody systems”, *Journal of Mechanical Design*, **112**, pp. 369-376 (1990).
 12. Flores, P., Koshy, C.S., Lankarani, H.M., Ambrósio, J. and Claro, J.C.P. “Numerical and experimental investigation on multibody systems with revolute clearance joints”, *Nonlinear Dyn*, **65**, pp. 383-398 (2011).
 13. Flores, P., Ambrósio, J., Claro, J.C.P., Lankarani, H.M. and Koshy, C.S. “A study on dynamics of mechanical systems including joints with clearance and lubrication”, *Mechanism and Machine Theory*, **41**, pp. 247-261 (2006).
 14. Tian, Q., Zhang, Y., Chen, L. and Flores, P. “Dynamics of spatial flexible multibody systems with clearance and lubricated spherical joints”, *J. Comp. Struct.*, **87**, pp. 913-929 (2009).
 15. Bai, Z.F. and Zhao, Y. “Dynamics modeling and quantitative analysis of multibody systems including revolute clearance joint”, *Precision Engineering*, **36**, pp. 554-567 (2012).
 16. Bai, Z.F. and Zhao, Y. “A hybrid contact force model of revolute joint with clearance for planar mechanical systems”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **48**, pp. 15-36 (2013).
 17. Olyaei, A.A. and Ghazavi, M.R. “Stabilizing slider-crank mechanism with clearance joints”, *Mechanism and Machine Theory*, **53**, pp. 17-29 (2012).
 18. Erkaya, S. and Uzmay, I. “Experimental investigation of joint clearance effects on the dynamics of a slider-crank mechanism”, *Multibody Syst Dyn*, **24**, pp. 81-102 (2010).
 19. Erkaya, S. “Prediction of vibration characteristics of a planar mechanism having imperfect joints using neural network”, *Journal of Mechanical Science and Technology*, **26**(5) pp. 1419-1430 (2012).
 20. Lin, W.Y. “A GA-DE hybrid evolutionary algorithm for path synthesis of four-bar linkage”, *Mechanism and Machine Theory*, **45**, pp. 1096-1107 (2010).
 21. Nariman-Zadeh, N., Felezi, M., Jamali, A. and Ganji, M. “Pareto optimal synthesis of four-bar mechanisms for path generation”, *Mechanism and Machine Theory*, **44**(1), pp. 180-191 (2009).
 22. Feng, B., Morita, N. and Torii, T. “A new optimization method for dynamic design of planar linkage with clearances at joints”, *ASME*, **124**, pp. 68-73 (2002).
 23. Erkaya, S. and Uzmay, I. “Determining link parameters using genetic algorithm in mechanisms with joint clearance”, *Mechanism and Machine Theory*, **44**, pp. 222-234 (2009).
 24. Kanarachos, A. and Koulocheris, D. “Evolutionary algorithm with deterministic mutation operators used for the optimization of the trajectory of a four-bar mechanism”, *Math Comput Simul*, **63** pp. 483-492 (2003).
 25. Laribi, M.A., Mlike, A., Romdhane, L. and Zeghloul, S. “A combined genetic algorithm-fuzzy logic method (GAFL) in mechanism synthesis”, *Mech Mach Theory*, **39**, pp. 265-280 (2004).
 26. Zhou, H. and Cheung, E.H.M. “Analysis and optimal synthesis of adjustable linkages for path generation”, *Mechatronics*, **12**, pp. 949-961 (2002).
 27. Ho, Y.C. and Pepyne, D.L. “Simple explanation of the no free lunch theorem of optimization”, *Proceeding of the 40th IEEE, Conference on Decision and Control*, USA (2001).
 28. Rao, S.S., *Engineering Optimization Theory and Practice*, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc., New Jersey (2009).