

شبیه‌سازی عددی جریان دوفازی گاز - مایع در کانال افقی طویل و تعیین فرکانس اسلاگ با استفاده از مدل دوسیالی

پویان ادیبی (استادیار)

دانشکده فنی و مهندسی، گروه مکانیک، دانشگاه هرمزگان

محمدرضا انصاری* (دانشیار)

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس

مهندسی مکانیک شریف، (پاییز ۱۳۹۴)
دوری ۲ - ۳، شماره ۲، ص. ۶۷-۷۷

در این نوشتار برای نخستین بار با استفاده از مدل مستقل از فشار (PFM) پرش هیدرولیکی پیش از تشکیل اسلاگ، تسخیر و فرکانس اسلاگ در جریان دوفازی لایه‌یی در کانال افقی طویل تعیین شده است. معادلات این مدل دوسیالی گذرا توسط گروهی از روش‌های تسخیر شک مرتبه بالا، به‌طور عددی حل شده است. به‌منظور تأیید نتایج روش‌های مختلف عددی به‌کار رفته مورد آزمایشی شیر آب انتخاب شده است. نتایج شبیه‌سازی در مقایسه با حل تحلیلی مسئله‌ی شیر آب، حاکی از پیش‌بینی صحیح جریان توسط کدهای توسعه‌یافته در تحقیق حاضر است. پس از صحت‌آزمایی کدهای توسعه‌یافته و مقایسه‌ی روش‌های مختلف عددی، روش عددی FLIC برای شبیه‌سازی جریان دوفازی لایه‌یی در کانال افقی طویل انتخاب شده است. با مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی و داده‌های تجربی آزمایش‌های انجام شده در آزمایشگاه جریان چندفازی دانشگاه تربیت مدرس مشخص شد که PFM، توانایی شبیه‌سازی جریان دوفازی لایه‌یی در کانال افقی طویل، پرش هیدرولیکی پیش از تشکیل اسلاگ، تسخیر ناپایداری اسلاگ و تعیین فرکانس آن را به‌خوبی دارد.

واژگان کلیدی: مدل‌سازی عددی، PFM، مسئله‌ی شیر آب، پرش هیدرولیکی، فرکانس اسلاگ.

۱. مقدمه

منظور از جریان دوفازی گاز - مایع، به بیان ساده انتقال هم‌زمان فازهای گاز و مایع در یک خط لوله است. نفت و گاز طبیعی در خطوط لوله و مخلوط آب و بخار در نیروگاه‌ها مثال‌های خوبی از جریان‌های گاز - مایع صنعتی‌اند.^[۱] از این رو جریان‌های چندفازی نقش مهمی در فناوری تولید قدرت در نیروگاه‌ها، ایمنی راکتورهای شیمیایی و هسته‌یی، صنایع غذایی و نیز در صنایع خودروسازی و هوافضا ایفا می‌کنند.^[۲] بنابراین، درک خوب از رفتار فیزیکی سیستم‌های دوفازی و تغییر مشخصه‌های جریان با زمان، نظیر حجم یا سرعت فاز سیال، برای طراحی مناسب خطوط لوله، عمل‌آوری سیال، بهینه‌سازی عملکرد، ایمنی حداکثری، کنترل بهره‌برداری از فرایندها و نیز طراحی تجهیزات مرتبط بسیار مهم است.^[۳،۴] یکی از شایع‌ترین الگوهای جریان دوفازی، رژیم جریان اسلاگ است که در آن سیال مایع به‌تهایی سطح مقطع لوله را پر می‌کند (شکل ۱).

در زمان طراحی خطوط لوله و مخازن، پیش‌بینی الگوی جریان اسلاگ اهمیت می‌یابد.^[۵] پیش‌بینی شرايطی که منجر به تشکیل اسلاگ‌ها در جریان‌های چندفازی

* نویسنده مسئول

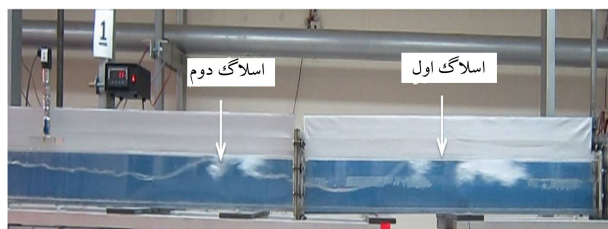
تاریخ: دریافت ۱۳۹۲/۹/۴، اصلاحیه ۱۳۹۳/۲/۱۳، پذیرش ۱۳۹۳/۲/۳۱

۲. پدیده‌ی اسلاگ

هنگامی که گاز روی سطح مایع صاف جریان یابد، تعدادی امواج با طول موج کوتاه در سطح مشترک ایجاد می‌شود. یکی از این امواج با طول موج کوتاه رشد کرده و اسلاگی با طول موج بلند ایجاد می‌کند.^[۶] بررسی تجربی جریان اسلاگ در کانال مستطیلی به طول ۱۰ m و سطح مقطع $10 \times 5 \text{ cm}^2$ نشان داد که یک واحد موج اسلاگ از سه ناحیه‌ی اصلی تشکیل شده است (شکل ۲).

در ناحیه‌ی اول، سطح مشترک جریان دوفازی به‌دلیل جریان گاز اندکی فشرده می‌شود. در ناحیه‌ی دوم امواجی با طول موج کوتاه تشکیل می‌شود؛ یکی از این موج‌ها در ناحیه‌ی سوم رشد کرده که در نهایت اسلاگ خواهد شد. بنابراین دلیل تشکیل اسلاگ (که یک موج بلند است) امواج کوتاهی است که پیش از ایجاد اسلاگ در ناحیه‌ی دوم ظاهر می‌شوند. سازوکار رشد امواج کوتاه مبتنی بر ناپایداری کلونین - هلمهولتز است (شکل ۳).

adibi@hormozgan.ac.ir
mra_1330@modares.ac.ir



شکل ۴. تصویری از دو اسلاگ متوالی در طول کانال، $\alpha_1 = 0.75$ ، $U_{sg} = 3.20 \text{ m/s}$ و $U_{sl} = 0.22 \text{ m/s}$ [۸]

ممکن است پرتشدگی مایع افزایش یابد و سرانجام مقدار آن واحد شود (آغاز اسلاگ) که به‌طور طبیعی در خروجی حل عددی معادلات دوسیالی رخ می‌دهد. اسلاگ‌ها با حل معادلات انتقال جرم و مومنتوم هر فاز، توسعه یافته، رشد کرده، به هم می‌پیوندند و مستهلک می‌شوند. تنها اطلاعات تجربی مورد نیاز برای بسته شدن روابط عبارت است از: نیروهای برشی مایع - دیواره، گاز - دیواره و سطح مشترک. [۱۷-۲۰]

زمانی که مدل دوسیالی در محدوده‌ی شرایط خوش‌رفتار ریاضی استفاده شود، قادر به تسخیر رشد ناپایداری‌های منجر به اسلاگ در جریان لایه‌یی خواهد بود. در زمان تشکیل اسلاگ، با صفرشدن کسر حجمی، معادله‌ی مومنتوم گاز تکین^۲ خواهد شد و لذا معادله قابل حل نیست. محققین پیشنهاد دادند سرعت گاز به‌طور دلخواه برابر صفر قرار داده شود. [۲۱]

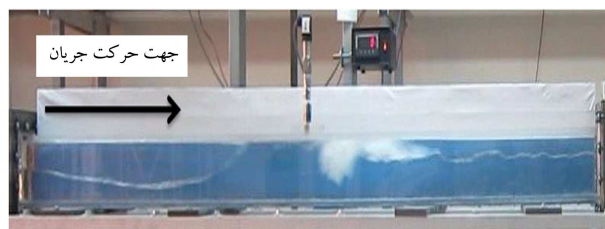
تحلیل کاربرد مدل دوسیالی در شبیه‌سازی عددی رشد موج و متعاقب آن توسعه‌ی جریان اسلاگ در لوله‌های افقی [۲۲] نشان داد که در شرایط معین، اغتشاشات در جریان لایه‌یی ممکن است به امواجی رشد کند که به اسلاگ منجر می‌شود. همچنین نشان داده شد که چگونه یک مدل ساده‌ی یک‌بعدی می‌تواند طبیعت آشوب واقعی جریان اسلاگ را تولید کند، که پیش از این بیان نشده بود.

محققین روشی برای مدل‌سازی آغاز اسلاگ و رشد آن در کانال‌های افقی ارائه کردند [۲۳] که طی آن معادلات دوسیالی گذرا به‌صورت عددی با استفاده از روش‌های دقیق تسخیر شوک حل شد. آنان نتیجه گرفتند که مدل دوسیالی تحت شرایط خوش‌رفتار^۳ ریاضی قادر به پیش‌بینی و مدل‌سازی فیزیک جریان است. در محدوده‌ی بدرفتار^۴، ناپایداری نامحدود در حل میدان جریان رخ می‌دهد. با کاهش اندازه‌ی شبکه‌ی محاسباتی، دامنه‌ی ناپایداری به‌صورت نمایی افزایش می‌یابد. همچنین نشان داده شد که سه ناحیه‌ی متمایز در تشکیل اسلاگ وجود دارد، و نیز اسلاگ‌های با طول موج بالا از امواج با طول موج کوتاه آغاز می‌شود.

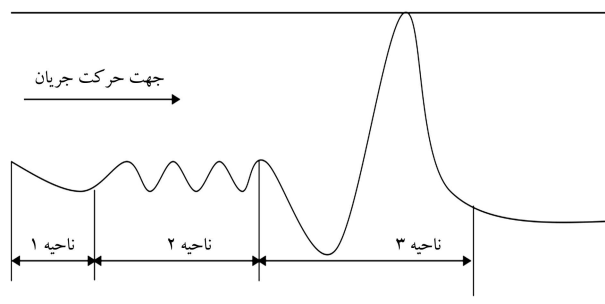
برای محاسبه‌ی پرتشدگی مایع در جریان اسلاگ، محققین روشی ارائه کردند [۲۴] که مزیت آن محاسبه‌ی مستقیم پرتشدگی واحد اسلاگ از حل معادلات میدان جریان بدون نیاز به روابط ساختاری بوده است. طبق نتایج به دست آمده، نه تنها مدل ارائه شده تطابق خوبی با داده‌های تجربی با خطای کم‌تر از ۶.۸٪ داشته است، بلکه خطای کم‌تری در مقایسه با دیگر مدل‌ها نیز نشان می‌دهد.

برای نخستین بار روش‌های عددی بسیار دقیق تسخیر شوک^۵ در مدل دوسیالی پنج معادله‌یی به‌منظور مدل‌سازی اسلاگ مورد استفاده قرار گرفت. [۲۵] این روش بسیار ساده، به‌لحاظ محاسباتی ارزان و فاقد مشکلات روش‌های پیشین بود.

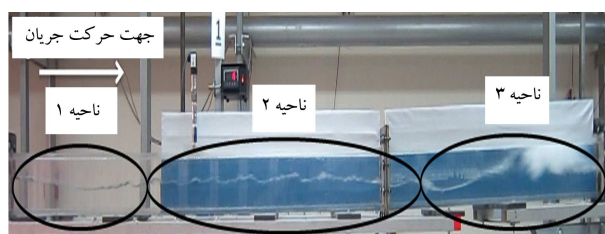
با توجه به این که در کارهای محققین پیشین، آغاز اسلاگ و بررسی فیزیک واحد اسلاگ مورد توجه بوده و به شبیه‌سازی جریان در کانال‌های طویل و بررسی فرکانس اسلاگ پرداخته نشده است، لذا در این مقاله با استفاده از مدل دوسیالی در محدوده‌ی شرایط خوش‌رفتار، جریان دوفازی گاز - مایع در یک کانال افقی طویل با شرایط فیزیکی و هندسی مشابه آزمایش‌های انجام شده در آزمایشگاه



شکل ۱. جریان اسلاگ، $\alpha_1 = 0.5^\circ$ ، $U_{sl} = 0.22 \text{ m/s}$ و $U_{sg} = 3.20 \text{ m/s}$ [۶]



شکل ۲. طرح‌واره‌ی سه ناحیه‌ی اصلی در جریان اسلاگ. [۸]



شکل ۳. سه ناحیه‌ی اصلی در جریان اسلاگ، $\alpha_1 = 0.75$ ، $U_{sl} = 0.22 \text{ m/s}$ و $U_{sg} = 5.09 \text{ m/s}$ [۶]

۳. فرکانس اسلاگ و پیشینه‌ی تحقیق

پیش‌بینی فرکانس اسلاگ در توسعه‌ی مدل‌های جریان اسلاگ، موضوع پراهمیتی است که تاکنون به‌طور کامل حل نشده است. [۹] مطالعات نگارندگان نیز نشان می‌دهد این موضوع کماکان به‌عنوان یک مسئله‌ی اساسی در جریان‌های دوفازی درون لوله و کانال مطرح است.

فرکانس اسلاگ تعداد اسلاگ‌های عبوری از یک مکان ویژه در راستای خط لوله در بازه زمانی مشخص است. از میان مشخصه‌های جریان اسلاگ، فرکانس اسلاگ موردی بحرانی است که به مشکلات عملکردی جدی نظیر سیلابی شدن^۱ تأسیسات پایین‌دست، خوردگی شدید لوله، ناپایداری سازه‌یی خط لوله و نوسانات فشار سر چاه منجر می‌شود. پیش‌بینی فرکانس اسلاگ در طراحی خطوط لوله‌ی انتقال و تجهیزات دریافت‌کننده‌ی گاز - مایع مهم است. در شکل ۴ تصویری از دو اسلاگ متوالی دیده می‌شود.

مدل‌سازی جریان اسلاگ نخستین بار توسط داکلر و هوبارد [۱۰] پیشنهاد داده شد. رهیافت عمومی این دو بعدها مورد استفاده قرار گرفت با بهبود داده شد. [۱۱-۱۵]

در شیوه تسخیر اسلاگ [۱۶] رژیم جریان اسلاگ به‌عنوان نتیجه‌ی خودکار رشد ناپایداری‌های هیدرودینامیکی به دست می‌آید. رژیم‌های لایه‌یی، اسلاگ و گذرا با مجموعه معادلات حاکم مدل می‌شود (مدل یک‌بعدی، گذرا و دوسیالی) و قوانین جاری استفاده از مدل‌های تجربی رژیم جریان را غیرضروری می‌کند. در شبیه‌سازی‌ها

تنش فاز گاز با دیوار، تنش فاز مایع با دیوار و تنش در فصل مشترک دو فاز است (رابط ۶ تا ۸):^[۲۳]

$$\tau_g = \frac{1}{4} f_g \rho_g u_g |u_g| \quad (6)$$

$$\tau_l = \frac{1}{4} f_l \rho_l u_l |u_l| \quad (7)$$

$$\tau_i = \frac{1}{4} f_i \rho_g (u_g - u_l) |u_g - u_l| \quad (8)$$

برای محاسبه‌ی ضریب‌های اصطکاکی فازهای گاز و مایع معمولاً از روابط جریان تک‌فاز استفاده می‌شود که در آن روابط به‌جای قطر داخلی از قطر هیدرولیکی مناسب هر سیال استفاده می‌شود. همچنین برای محاسبه‌ی عدد رینولدز از همان قطر هیدرولیکی استفاده می‌شود:^[۲۳]

$$\begin{aligned} D_{hg} &= \frac{4A_g}{S_g + S_i} & D_{hl} &= \frac{4A_l}{S_l} \\ Re_g &= \frac{\rho_g D_{hg} |U_g|}{\mu_g} & Re_l &= \frac{\rho_l D_{hl} |U_l|}{\mu_l} \\ Re_i &= \frac{\rho_g D_{hg} |U_g - U_l|}{\mu_g} \end{aligned} \quad (9)$$

نتایج حاصل از بررسی‌های گسترده بر انواع فاکتورهای اصطکاکی حاکی از آن است که فاکتورهای اصطکاکی به صافی یا زبری لوله بستگی دارد.^[۲۶,۲۱,۲۴] همچنین فاکتور اصطکاکی فاز مایع و فصل مشترک بسته به این که شکل فصل مشترک لایه‌یی - صاف^۸، یا لایه‌یی - موجی^۹ باشد متفاوت است اما فاکتور اصطکاکی فاز گاز در هر دو حالت ذکر شده یکسان است.

۲.۴. فاکتورهای اصطکاکی استفاده شده در تحقیق حاضر

در نوشتار حاضر زبری متوسط سطح لوله $\varepsilon = 4.61 \times 10^{-5} \text{ m}$ در نظر گرفته شده است. فاکتور اصطکاکی فاز گاز با دیوار از رابطه‌ی ۱۰ محاسبه می‌شود:^[۲۳]

$$f_g = \max \left[\frac{16}{Re_g}, 0.001375 \left[1 + \left(2 \times 10^4 \left(\frac{\varepsilon}{D_{hg}} \right) + \frac{10^6}{Re_g} \right)^{\frac{1}{4}} \right] \right] \quad (10)$$

فاکتورهای اصطکاکی فاز مایع با دیوار و فصل مشترک دو فاز با استفاده از روش حداکثری، به‌ترتیب طبق رابطه‌های ۱۱ و ۱۲ به دست می‌آید:^[۲۳]

$$f_l = \begin{cases} \max \left[\frac{24}{Re_l}, \frac{0.001375}{\alpha_l} \sqrt{\frac{D_{hl}}{Re_l D}} \right] & \text{if } U_{gs} > 5 \text{ m/s} \\ \max \left[\frac{16}{Re_l}, 0.001375 \left[1 + \left(2 \times 10^4 \left(\frac{\varepsilon}{D_{hl}} \right) + \frac{10^6}{Re_l} \right)^{\frac{1}{4}} \right] \right] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (11)$$

$$\frac{f_i}{f_g} = \left\{ 1 + \max \left[0, 15 \left(\frac{U_{gs}}{5} - 1 \right) \sqrt{\frac{h_l}{D}} \right] \right\} \quad (12)$$

جریان چندفازی دانشگاه تربیت مدرس شبیه‌سازی شده است. هدف از این تحقیق پیش‌بینی شرایط جریان دوفازی لایه‌یی در کانال افقی طویل، تسخیر ناپایداری‌های سطح مشترک و رژیم اسلاگ، تعقیب اسلاگ‌های متوالی در کانال با زمان و تعیین فرکانس اسلاگ است.

۴. مدل مستقل از فشار (PFM)^۶

جدیدترین مدل چندفازی که فیزیک جریان را به‌طور مناسب پیش‌بینی می‌کند، مدل چندسیالی است (با مدل دوسیالی^۷ - TFM - شناخته شده است که به دو فاز مستقل اشاره دارد). PFM یکی از زیرمدل‌های مدل دوسیالی است که معادلات بقای جرم و مومنتوم کلی آن عبارت است از:^[۲۳]

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_l \alpha_l + \rho_g \alpha_g) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho_l \alpha_l U_l + \rho_g \alpha_g U_g) = 0 \quad (1)$$

معادله بقای مومنتوم کلی:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_l U_l + \rho_g U_g) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{4} \rho_l U_l^2 - \frac{1}{4} \rho_g U_g^2 \right. \\ \left. + (\rho_l - \rho_g) g \cos \beta h_l \right) = H \end{aligned} \quad (2\text{الف})$$

که:

$$H = -(\rho_l - \rho_g) g \sin \beta + \left(\frac{1}{A_l} + \frac{1}{A_g} \right) \tau_i S_i + \frac{\tau_g S_g}{A_g} - \frac{\tau_l S_l}{A_l} \quad (2\text{ب})$$

مجهولات در سیستم معادلات PFM، ترم‌های U_l ، U_g ، α_l ، α_g هستند که با حضور چهار مجهول فقط دو معادله برای این سیستم وجود دارد؛ بنابراین دو معادله‌ی دیگر لازم است. اولین معادله، قید هندسی برای دوفاز است که چنین بیان می‌شود:

$$A_g + A_l = 1 \quad \text{or} \quad \alpha_g + \alpha_l = 1 \quad (3)$$

دومین معادله با فرض غیرقابل تراکم بودن دو فاز و حذف چگالی از دو معادله‌ی پیوستگی، و جمع دو رابطه به دست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial x} (\alpha_l U_l + \alpha_g U_g) = 0 \quad (4)$$

با توجه به رابطه‌ی ۴ می‌توان دریافت که این رابطه فقط تابع زمان است. این تابع زمانی با $C(t)$ و به‌صورت تابعی از پارامترهای جریان ورودی معرفی می‌شود:

$$\alpha_l U_l + \alpha_g U_g = C(t) = (\alpha_l U_l + \alpha_g U_g)_{inlet} \quad (5)$$

معادلات ۱ تا ۵ مدل مستقل از فشار (PFM) را تشکیل می‌دهد.

۱.۴. روابط ساختاری

روابط ساختاری توابعی از سرعت دوسیال، خصوصیات محلی آنها و رژیم جریان دوفازی است. روابط ساختاری مورد نیاز در مدل دوسیالی برای بسته‌شدن معادلات،

۵. روش حل عددی

در این نوشتار از الگوریتم‌های مبتنی بر حل مسئله‌ی ریمن استفاده شده که در میان آنها می‌توان به دسته روش‌های گدونفی مرتبه اول بادیو^{۱۰} با شار تقریبی،^[۲۷] روش‌های جداسازی شار^[۲۸] و روش‌های تسخیر شوک مرتبه بالا^[۲۹] اشاره کرد. تمامی این روش‌ها در ابتدا برای جریان تک‌فازی پیشنهاد شده بودند.

در مقالات اشاره واضحی به روش عددی مناسب جریان دوفازی نشده است. الگوریتم‌های مبتنی بر حل مسئله‌ی ریمن به این دلیل که اعمال و نیز کلیت بخشیدن به آنها ساده‌تر است، هنگامی که قرار است از چند مدل ریاضی استفاده شده و بین آنها مقایسه صورت گیرد از اهمیت بالایی برخوردار است. همچنین طبق بررسی صورت گرفته^[۳۰] زمان محاسبات در دسته‌ی اول الگوریتم‌ها بسیار بالاست.

در این تحقیق با دنباله‌روی از دیدگاه سارل و آبگرال^[۲۷] الگوریتم‌های موجود برای جریان تک‌فاز به جریان دوفاز توسعه یافته و از بین آنها روش توانمند در پیش‌بینی مناسب فیزیک اسلاگ انتخاب خواهد شد.

۱.۵. فرمول‌بندی کلی و گسسته‌سازی معادلات

سیستم معادلات روش مستقل از فشار سیستمی پایستار^{۱۳} است:^[۳۱]

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial f(q)}{\partial x} = S(q) \quad (۱۳)$$

در جداسازی معادلات از یک روش پایستار استفاده شده است^[۳۲] (رابطه‌ی ۱۴)، و آن عبارت است از:

$$q_i^{n+1} = q_i^n + \frac{\Delta t}{\Delta x} [f_{i-1/2}^n - f_{i+1/2}^n] + \Delta t S_i^n \quad (۱۴)$$

$f_{i+1/2}$ شار عددی^{۱۴} نامیده می‌شود و تقریبی از شار فیزیکی است. برحسب این که چه تابعی برای محاسبه‌ی ترم شار عددی انتخاب شود روش‌های عددی مختلف حل مسئله‌ی ریمن به دست می‌آید. در قسمت بعدی عبارت‌هایی برای محاسبه‌ی ترم $f_{i+1/2}$ ارائه می‌شود که به آنها روش‌های شار پایستار می‌گویند.

۲.۵. روش‌های محاسبه‌ی ترم شار عددی

برای محاسبه‌ی ترم شار عددی $f_{i+1/2}$ روش‌های مختلفی انتخاب شده است. نقطه‌ی اشتراک این روش‌ها بیان تمامی آنها به صورت پایستار است. از میان روش‌های پایستار غیرگدونفی، روش مرتبه اول لاکس - فردریچز^{۱۵} و روش مرتبه دوم ریچمایر^{۱۶} انتخاب شده که در آنها شارها روی مرز سلول‌ها تقریب زده می‌شود. از دسته روش‌های انتخاب تصادفی روی شبکه‌ی جابه‌جا شده، روش مرکزی مرتبه اول (FORCE)^{۱۷} انتخاب شده است. همچنین روش محدودکننده‌ی شار (FLIC)^{۱۸} نیز انتخاب شده است.

۱.۲.۵. روش لاکس - فردریچز

این روش ساده‌ترین و معمول‌ترین روش صریحی است که در کتاب‌های حل عددی پیدا می‌شود.^[۳۳] روش لاکس - فردریچز از نظر مکان و زمان مرتبه‌ی اول است و چنین بیان می‌شود:^[۳۲]

$$f_{i+1/2}^{nLF} = \frac{1}{2} [f_{i+1}^n + f_i^n] - \frac{\Delta x}{2\Delta t} [q_{i+1}^n - q_i^n] \quad (۱۵)$$

شار عددی در سلول i ام به صورت $f_i^n = f(Q_i^n)$ تعریف می‌شود که با توجه به عبارت شار فیزیکی بیان شده توسط مدل به دست می‌آید.

۲.۲.۵. روش ریچمایر

روشی است دومرحله‌یی که از نظر مکان و زمان مرتبه‌ی دوم است. در مرحله‌ی اول از الگوی لاکس و در مرحله‌ی دوم از الگوی پرش قورباغه‌یی^{۱۹} استفاده می‌شود.^[۳۲]

$$q_{i+1/2}^{n+1/2} = \frac{1}{2} [q_i^n + q_{i+1}^n] - \frac{\Delta t}{2\Delta x} [f_i^n - f_{i+1}^n] \quad (۱۶الف)$$

$$f_{i+1/2}^{nRI} = f(q_{i+1/2}^{n+1/2}) \quad (۱۶ب)$$

۳.۲.۵. روش مرکزی مرتبه‌ی اول (FORCE)

روشی مرتبه اول و از دسته روش‌های انتخاب تصادفی که روی شبکه‌ی جابه‌جاشده اعمال می‌شود:^[۳۲]

$$f_{i+1/2}^{nForce} = \frac{1}{2} [F_{i+1/2}^{nLF} + F_{i+1/2}^{nRI}] \quad (۱۷)$$

ملاحظه می‌شود شار عددی روش FORCE متوسط حسابی شارهای لاکس - فردریچز و ریچمایر است.

۴.۲.۵. روش محدودکننده‌ی شار (FLIC)

روش محدودکننده‌ی شار از ترکیب یک شار یکنواخت مرتبه پایین $f_{i+1/2}^{Lo}$ و یک شار مرتبه بالا $f_{i+1/2}^{Hi}$ تشکیل شده است.^[۳۲]

$$q_{i+1/2}^{nFLIC} = f_{i+1/2}^{Lo} + \phi_{i+1/2}(\beta) [f_{i+1/2}^{Hi} - f_{i+1/2}^{Lo}] \quad (۱۸)$$

این روش از دسته روش‌های TVD^{۲۰} مرتبه دوم است. برای روش FLIC شارهای مرتبه پایین و مرتبه بالا به صورت رابطه‌ی ۱۹ در نظر گرفته می‌شوند:

$$f_{i+1/2}^{Lo} = f_{i+1/2}^{Force} \quad f_{i+1/2}^{Hi} = f_{i+1/2}^{RI} \quad (۱۹)$$

که در آن $f_{i+1/2}^{RI}$ و $f_{i+1/2}^{Force}$ به ترتیب شارهای عددی روش‌های FORCE و ریچمایر هستند.

محققین ترم‌های محدودکننده‌ی شار متعددی پیشنهاد داده‌اند.^[۳۲] در نوشتار حاضر ترم محدودکننده‌ی شار Min mod در نظر گرفته شده است:

$$\phi(\beta) = \begin{cases} 0 & \text{if } \beta \leq 0 \\ \beta & \text{if } 0 < \beta \leq 1 \\ 1 & \text{if } \beta > 1 \end{cases} \quad (۲۰)$$

برای محاسبه‌ی ترم محدودکننده‌ی شار باید ابتدا رابطه‌ی ۲۱ محاسبه شود:

$$\beta_{i+1/2}^L = \frac{\Delta q_{i-1/2}^j}{\Delta q_{i+1/2}^j} \quad \beta_{i+1/2}^R = \frac{\Delta q_{i+2/2}^j}{\Delta q_{i+1/2}^j} \quad (۲۱)$$

که در آن، $\Delta q_{i-1/2}^j = \Delta q_i^j - \Delta q_{i-1}^j$ و سپس باید رابطه‌ی ۲۲ محاسبه شود:

$$\phi_{i+1/2}^j(\beta) = \min \left\{ \phi_{i+1/2}(\beta_{i+1/2}^L), \phi_{i+1/2}(\beta_{i+1/2}^R) \right\} \quad (۲۲)$$

رابط ۲۱ و ۲۲ به تک‌تک معادلات سیستمی که دارای m معادله هستند اعمال می‌شود ($j = 1, \dots, m$). بنابراین m محدودکننده‌ی $\phi_{i+1/2}^j$ به دست می‌آید. محدودکننده‌ی نهایی که در معادله‌ی ۱۸ مورد استفاده قرار گرفت مطابق رابطه‌ی ۲۳ محاسبه می‌شود:

$$\phi_{i+1/2} = \min(\phi_{i+1/2}^j) \quad j = 1, \dots, m \quad (۲۳)$$

برای محاسبه‌ی گام زمانی، ابتدا Δx مشخص می‌شود و سپس با استفاده از رابطه‌ی ۲۴ نسبت به محاسبه‌ی Δt اقدام می‌شود:

$$\Delta t = CFL \frac{\Delta x}{U_{linlet} + g t} \quad (۲۴)$$

و نیز صرف نظر از عبارات تغییر فشار در فاز مایع به دست می‌آید:^[۲]

$$\alpha_L(x, t) = \begin{cases} \frac{\alpha_L^{inlet} U_L^{inlet}}{\sqrt{(U_L^{inlet})^2 + 2g(x - x^{inlet})}} & x \leq x^{inlet} + U_L^{inlet}t + \frac{g}{2}t^2 \\ \alpha_L^{inlet} & otherwise \end{cases} \quad (25)$$

$$u_L(x, t) = \begin{cases} \sqrt{(U_L^{inlet})^2 + 2g(x - x^{inlet})} & x \leq x^{inlet} + U_L^{inlet}t + \frac{g}{2}t^2 \\ U_L^{inlet} + gt & otherwise \end{cases} \quad (26)$$

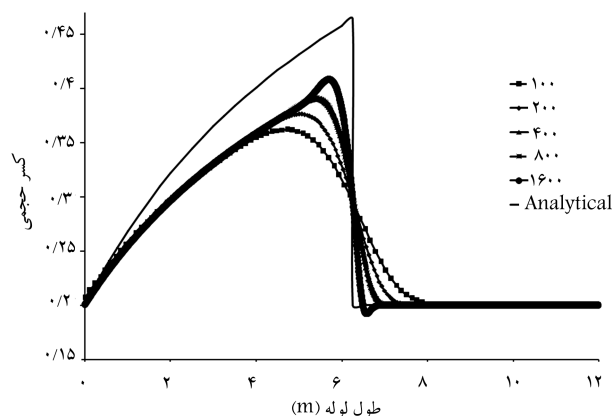
x^{inlet} معمولاً برابر صفر قرار داده می‌شود. بنابراین، تنها با تعیین سرعت ورودی مایع حل گذرای فوق کامل می‌شود.

۲.۶. نتایج صحت‌سنجی کدهای توسعه‌یافته

در این قسمت، نتایج شبیه‌سازی عددی حاصل از روش‌های مختلف مسئله‌ی شیر آب با استفاده از PFM و مقایسه‌ی آنها با حل تحلیلی آمده است. مقدار CFL برای تمام روش‌ها برابر ۰/۵ و مدت زمان برقراری جریان حالت ناپایدار برابر ۰/۵ s در نظر گرفته شده است. در شکل‌های ۶ تا ۸ جواب مستقل از شبکه‌ی روش‌های لاکس - فردریچز، ریچمایر، FORCE و FLIC نشان داده شده است.

طبق نمودارهای ۷ و ۸، در روش عددی لاکس - فردریچز تعداد سلول محاسباتی ۸۰۰ و در روش عددی مرکزی مرتبه اول تعداد سلول محاسباتی ۴۰۰ انتخاب می‌شود. در روش عددی ریچمایر با ۱۰۰ سلول محاسباتی نوسانات شدیدی دیده می‌شود که با ریزتر شدن شبکه این نوسانات بسیار شدید می‌شود و به جواب‌های غیر فیزیکی منجر خواهند شد. بنابراین تعداد سلول محاسباتی ۱۰۰ در این روش انتخاب می‌شود.

چنان‌که مشاهده می‌شود روش عددی مرتبه دوم ریچمایر به‌طور متوسط، تطبیق خوبی با حل تحلیلی دارد. این روش - به‌خصوص در نزدیکی ناپیوستگی‌های شدید - نوسانات شدیدی از خود نشان می‌دهد به این دلیل که مرتبه‌ی خطا در روش‌های مرتبه‌ی دوم، از مرتبه‌ی سوم است و خطاهای مرتبه‌ی سوم سبب نوسان جواب‌ها در میدان حل می‌شود. این روش‌ها باید با محدودکننده‌ی شار یا شیب



شکل ۶. استقلال جواب کسر حجمی از شبکه در مسئله‌ی شیر آب، PFM، روش عددی لاکس - فردریچز، زمان ۰/۵ s، CFL=۰/۵.

۶. اعتبارسنجی عددی کد توسعه یافته‌ی PFM

در این قسمت آزمایش شیر آب^{۲۱} به‌منظور صحت‌آزمایی کدهای توسعه‌یافته معرفی می‌شود. هدف این مسئله‌ی استاندارد نه‌تنها ارزیابی توانایی مدل‌های فیزیکی در پیش‌بینی دقیق رژیم‌های جریان دوفازی، بلکه سنجش دقت و توانایی روش‌های عددی در پیش‌بینی موارد ساده با حل‌های تحلیلی معلوم و حتی نامعلوم است.

۱.۶. مسئله‌ی شیر آب

در این مسئله‌ی عمومی^[۲۴] جریان مایع از بالا به‌طور عمودی (ناشی از گرانش زمین) به فضای حل میریزد و جریان با سطح مقطع کاهش یافته را ایجاد می‌کند (شکل ۵). مشخصات مسئله عبارت است از:

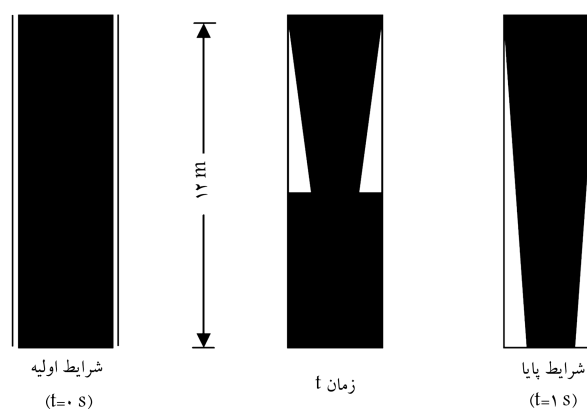
- طول لوله‌ی عمودی: ۱۲ m
- قطر لوله‌ی عمودی: ۱ m
- سیال‌های عامل: هوا و آب ($\rho_l = 1000 \text{ kg/m}^3$, $\rho_g = 1.16 \text{ kg/m}^3$)
- دمای جریان: ۵ °C

در ابتدا ($t = 0 \text{ s}$) لوله با ستون یکنواختی از آب با سرعت ۱۰ m/s - که با گاز ساکن ($U_{G,0} = 0 \text{ m/s}$) احاطه شده - و با کسر حجمی ۰/۲ پر شده است. خصوصیات ترمودینامیکی سیستم در حالت اولیه ثابت فرض شده است: دمای ۵ °C و فشار ۱ bar.

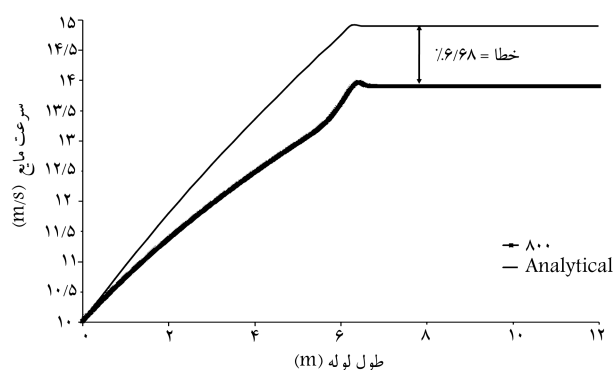
شرایط مرزی در ورودی یا در بالای لوله مشابه داده‌های ورودی اولیه است:

- کسر حجمی ورودی: ۰/۲
- سرعت مایع ورودی: ۱۰ m/s
- سرعت گاز ورودی: ۰ m/s
- تنها شرط مرزی خروجی در زیر لوله، فشار ثابت اتمسفری (۱ bar) است.

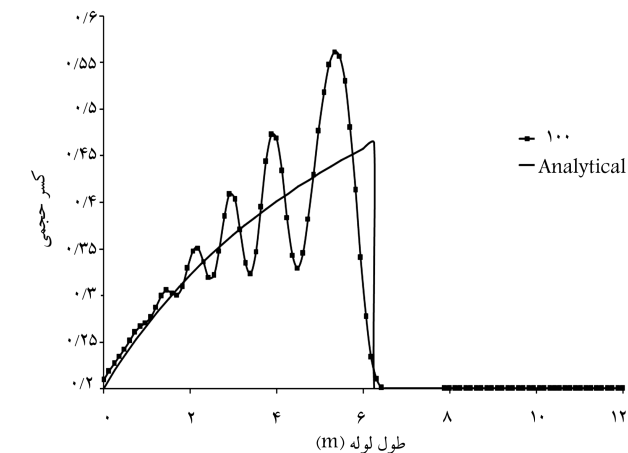
حل گذرای مسئله‌ی شیر آب بیان تحلیلی ساده و به‌خصوصی دارد. به این دلیل، این مورد آزمایشی محبوب‌ترین مورد آزمایشی برای اعتبارسنجی روش‌های عددی مدل‌های جریان دوفازی است. حل تحلیلی گذرای زیر با فرض تراکم‌ناپذیری



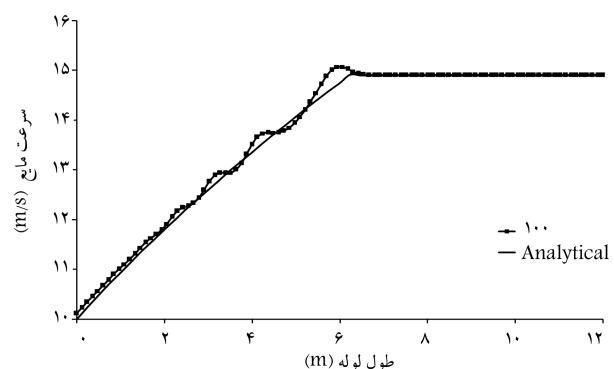
شکل ۵. طرح‌واره‌ی مورد آزمایش شیر آب.^[۲۴]



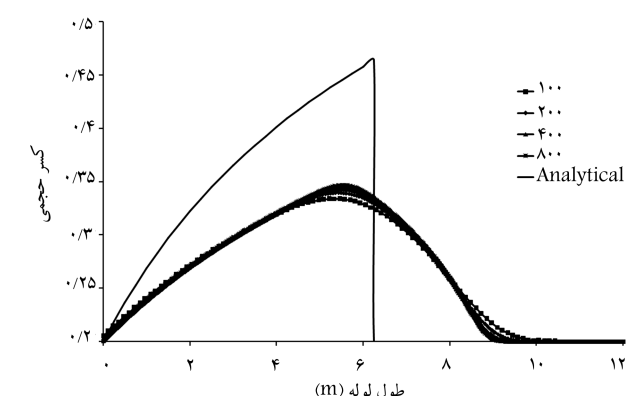
شکل ۱۰. مقایسه‌ی حل تحلیلی و عددی سرعت فاز مایع در مسئله‌ی شیر آب، PFM، روش عددی لاکس - فردریچز، تعداد سلول محاسباتی ۸۰۰، زمان ۰٫۵ s، CFL= ۰٫۵.



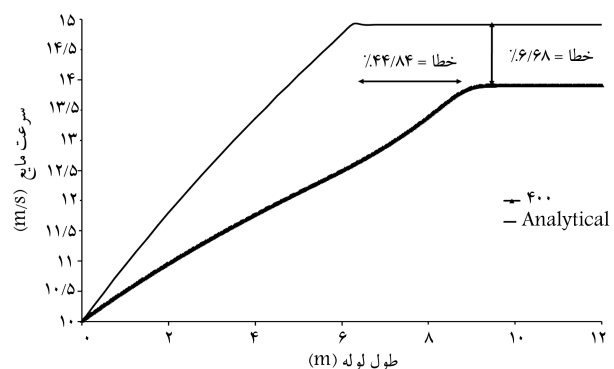
شکل ۷. کسر حجمی حاصل از حل تحلیلی و عددی در مسئله‌ی شیر آب، PFM، روش عددی ریچمایر، تعداد سلول ۱۰۰، زمان ۰٫۵ s، CFL= ۰٫۵.



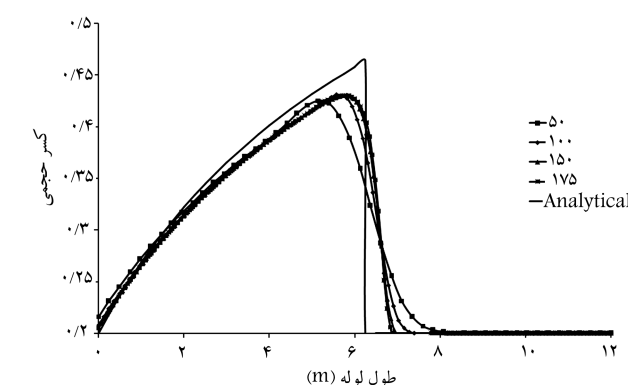
شکل ۱۱. مقایسه‌ی حل تحلیلی و عددی سرعت فاز مایع در مسئله‌ی شیر آب، PFM، روش عددی ریچمایر، تعداد سلول محاسباتی ۱۰۰، زمان ۰٫۵ s، CFL= ۰٫۵.



شکل ۸. استقلال جواب کسر حجمی از شبکه در مسئله‌ی شیر آب، PFM، روش عددی مرکزی مرتبه اول، زمان ۰٫۵ s، CFL= ۰٫۵.



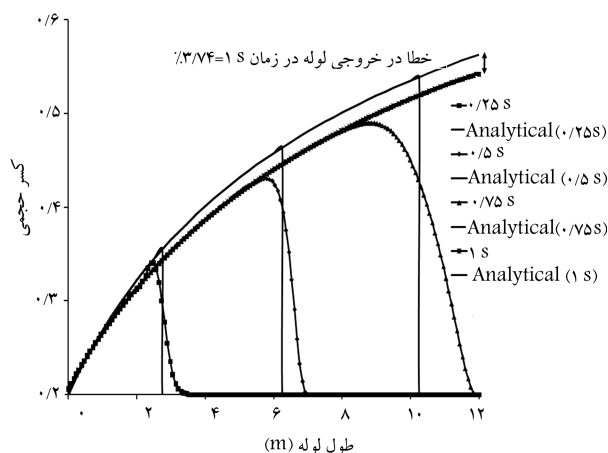
شکل ۱۲. مقایسه‌ی حل تحلیلی و عددی سرعت فاز مایع در مسئله‌ی شیر آب، PFM، روش عددی مرکزی مرتبه اول، تعداد سلول محاسباتی ۴۰۰، زمان ۰٫۵ s، CFL= ۰٫۵.



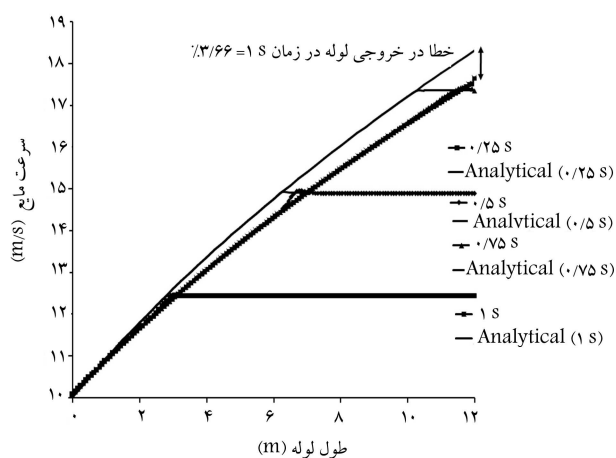
شکل ۹. استقلال جواب کسر حجمی از شبکه در مسئله‌ی شیر آب، PFM، روش عددی FLIC، زمان ۰٫۵ s، CFL= ۰٫۵.

روش عددی لاکس - فردریچز علی‌رغم پیش‌بینی صحیح مکان تغییر سرعت مایع، مقدار سرعت بیشینه را با خطای ۶٫۶۸٪ برآورد می‌کند. همچنین روش عددی مرکزی مرتبه اول نه تنها مقدار سرعت بیشینه را با خطای ۶٫۶۸٪ برآورد می‌کند، بلکه در پیش‌بینی مکان تغییر سرعت مایع نیز دارای خطای ۴۴٫۸۴٪ است. روش عددی مرتبه دوم ریچمایر به‌جز وجود نوسان در نزدیکی ناپیوستگی، تطابق خوبی با حل تحلیلی دارد. روش عددی FLIC با وجود پیش‌بینی دقیق

مناسب (روش‌های TVD^{۲۲} مثل FCT^{۲۳} یا FLIC^{۲۴}) ترکیب شوند (شکل ۹). نوسانات باعث جواب‌دهی نامناسب کد در شبکه‌ی ریز خواهد شد. طبق شکل ۹ مشخص می‌شود که روش عددی FLIC بهترین تطبیق را با حل تحلیلی دارد. در شکل‌های ۱۰ تا ۱۳ سرعت فاز مایع حاصل از روش‌های لاکس - فردریچز، ریچمایر، FORCE و FLIC به همراه حل تحلیلی نشان داده شده است.



شکل ۱۵. کسر حجمی با گذشت زمان و مقایسه‌ی حل تحلیلی و عددی در مسئله‌ی شیر آب، PFM، روش عددی FLIC، تعداد سلول محاسباتی ۱۵۰.



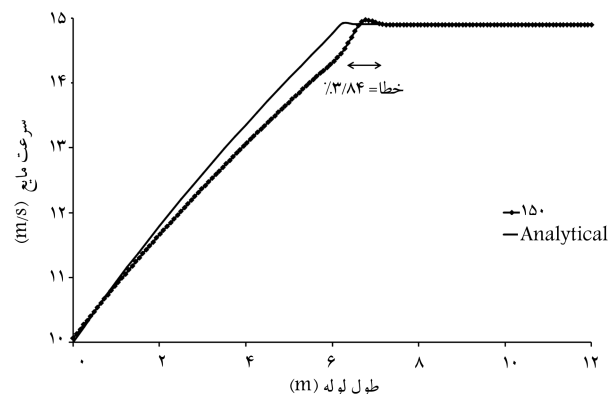
شکل ۱۶. سرعت فاز مایع با گذشت زمان و مقایسه‌ی حل تحلیلی و عددی در مسئله‌ی شیر آب، PFM، روش عددی FLIC، تعداد سلول محاسباتی ۱۵۰.

قابل قبول ۳.۷۴٪ است. شتاب‌گیری مایع ناشی از نیروی گرانش در شکل ۱۶ قابل مشاهده است. سرعت مایع از ۱۰ m/s در ورودی آغاز و در شرایط پایا به بیش از ۱۸ m/s در خروجی می‌رسد. حل عددی با روش FLIC با حل تحلیلی دارای خطای قابل قبول ۳.۶۶٪ است.

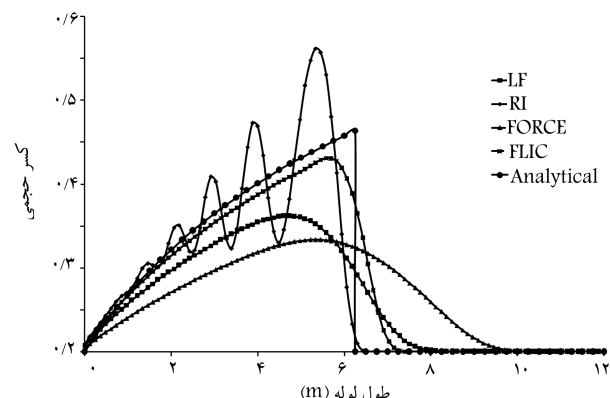
۷. شبیه‌سازی جریان دوفازی گاز - مایع درون کانال

پس از اعتبارسنجی کد توسعه‌یافته‌ی PFM با مسئله‌ی شیر آب و روش عددی FLIC، که به منظور شبیه‌سازی جریان و تسخیر ناپایداری اسلاگ برای جریان دوفازی لایه‌ی آب - هوا در کانال مستطیلی به ابعاد $5 \times 10 \text{ cm}^2$ و طول یک متر توسعه داده شد.

در شکل ۱۷ استقلال حل از شبکه بررسی شده است. طبق نمودار ۱۷ تعداد سلول محاسباتی ۵۰۰ انتخاب می‌شود. از آنجا که در زمان تشکیل اسلاگ α_g صفر می‌شود، لذا معادله‌ی مومنتوم گاز تکین خواهد شد. بنابراین در کد توسعه یافته‌ی حاضر، حدی برای کمینه مقدار α_g برابر ۰.۰۵ در نظر گرفته شده است.



شکل ۱۷. مقایسه‌ی حل تحلیلی و عددی سرعت فاز مایع در مسئله‌ی شیر آب، PFM، روش عددی FLIC، تعداد سلول محاسباتی ۱۵۰، زمان ۰.۵ s، ۰.۵ s، CFL=.



شکل ۱۸. مقایسه‌ی حل تحلیلی با روش‌های مختلف عددی کسر حجمی در مسئله‌ی شیر آب، PFM، ۱۰۰ سلول محاسباتی، زمان ۰.۵ s، ۰.۵ s، CFL=.

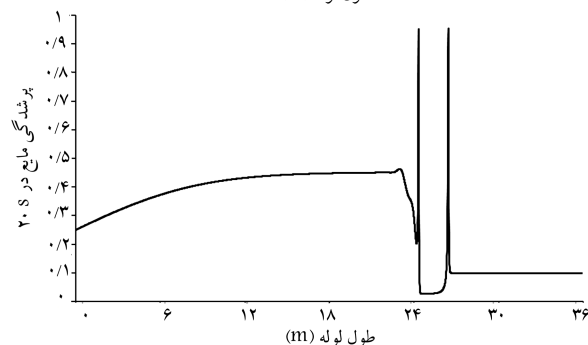
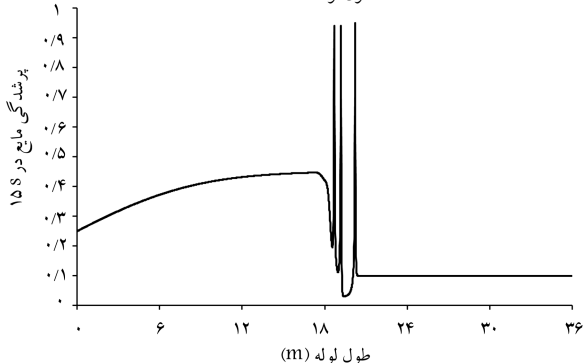
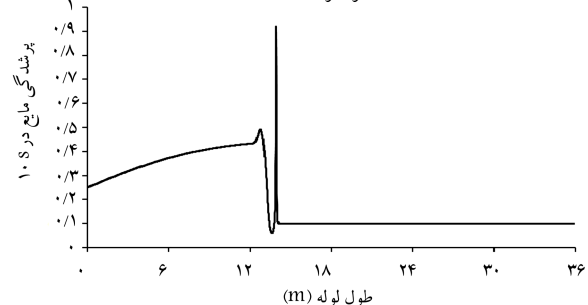
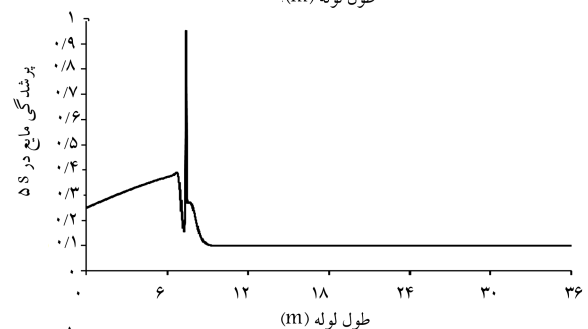
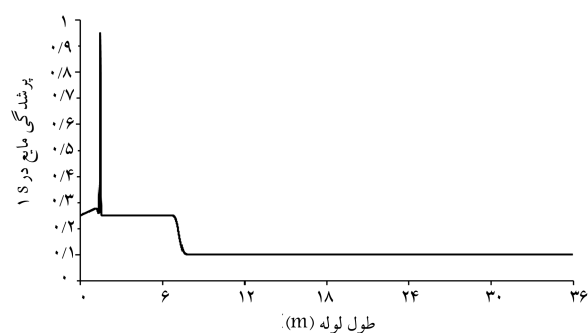
مقدار سرعت بیشینه در ۶ متر پایانی لوله، در مکان بیشینه سرعت مایع، خطای قابل قبول ۳.۸۴٪ را نشان می‌دهد. این خطا در مقایسه با روش‌های عددی لاکس - فردریچز، ریچمایر و FORCE بسیار کم‌تر است.

در شکل ۱۹ نتایج کسر حجمی حاصل از روش‌های عددی مختلف اعمال شده در کد PFM و مقایسه با حل تحلیلی دیده می‌شود. نتایج برای ۱۰۰ سلول محاسباتی، زمان ۰.۵ s و عدد CFL برابر ۰.۵ به دست آمده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، روش عددی محدودکننده‌ی شار (FLIC) با حل تحلیلی در مسئله‌ی شیر آب بهترین تطبیق را دارد.

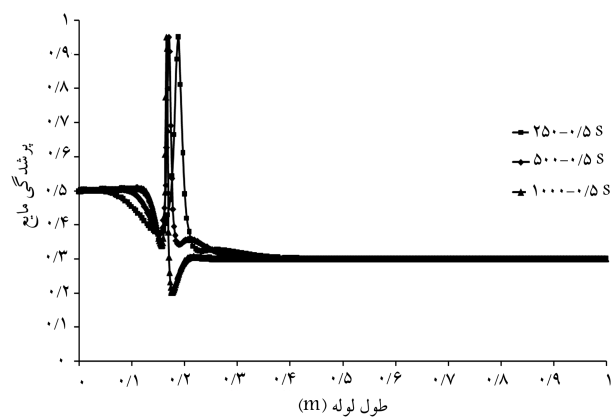
۳.۶. تغییرات جریان با زمان

محاسبات کسر حجمی و سرعت فاز مایع در چند گام زمانی (۰.۲۵ s، ۰.۵ s، ۰.۷۵ s و ۱ s) به منظور نشان دادن همگرایی روش عددی FLIC در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ نشان داده شده است. با توجه به شرایط اولیه و مرزی، و نیز هندسه‌ی لوله و رابطه‌ی ۲۶، با یک محاسبه‌ی ساده‌ی فیزیکی زمان رسیدن ذره‌ی سیال از بالا به پایین لوله و برقراری شرایط پایا معادل ۰.۸۵ s به دست می‌آید. از این‌رو محاسبات تا زمان ۱ s ادامه یافته تا حل مسئله در شرایط پایا نیز بررسی شود.

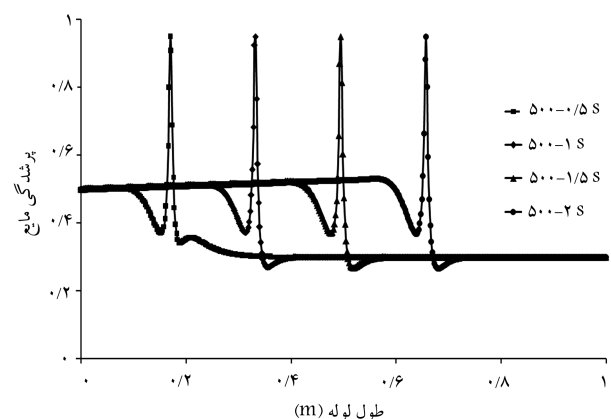
طبق شکل ۱۵ روش عددی FLIC تطبیق بسیار خوبی با حل تحلیلی دارد. خطای حل عددی کسر حجمی در شرایط پایا و در زمان ۱ s در انتهای لوله مقدار



شکل ۱۹. شبیه‌سازی پخش‌گری مایع در طول کانال در مدت زمان ۲۰ s با فاصله زمانی ۵ s، PFM، FLIC، $\alpha_l = 0.25$ ، $U_{sl} = 0.56 \text{ m/s}$ و $U_{sg} = 6.30 \text{ m/s}$



شکل ۱۷. استقلال جواب شبیه‌سازی رژیم اسلاگ، PFM، روش عددی FLIC، $\alpha_l = 0.5$ ، زمان 0.5 s ، $CFL = 0.1$ و $U_l = 0.5 \text{ m/s}$ و $U_g = 6.5 \text{ m/s}$



شکل ۱۸. حرکت اسلاگ در طول کانال، PFM، روش عددی FLIC، $\alpha_l = 0.5$ ، $U_g = 6.5 \text{ m/s}$ و $U_l = 0.5 \text{ m/s}$ ، $CFL = 0.1$

جدول ۱. داده‌های تجربی فرکانس اسلاگ در محل $D \cdot 60^\circ$ از ورودی کانال در $\alpha_l = 0.25$ [۲۵]

سرعت ظاهری مایع (m/s)	سرعت ظاهری گاز (m/s)	ضریب لغزش	فرکانس اسلاگ در $D \cdot 60^\circ$ (Hz)
۰٫۵۶	۶٫۳۰	۳٫۷۸	۰٫۲۹

در شکل ۱۸ نیز روند حرکت اسلاگ تشکیل شده با زمان در طول کانال مشاهده می‌شود.

با حرکت موج اسلاگ به سمت پایین دست کانال و خروج آن، شرایط جریان برای تشکیل اسلاگ جدید بازایی می‌شود. پس از شبیه‌سازی جریان اسلاگ در کانال ۱ متری، جریان درون کانال با هندسه‌ی آزمایشگاه جریان چندفازی دانشگاه تربیت مدرس شبیه‌سازی شده است. مقطع کانال آزمایشگاه به شکل مستطیلی به ابعاد $10 \times 5 \text{ cm}^2$ ($D = 6.67 \text{ cm}$) و طول آن ۳۶ m است. به منظور بررسی توان‌مندی روش عددی FLIC در PFM از نتایج آزمایش انجام شده [۳۵] استفاده شده است (جدول ۱). در شکل ۱۹ روند تشکیل و حرکت اسلاگ‌های متوالی را با توجه به شرایط بالادست نشان داده شده است. زمان در نظر گرفته شده برای شبیه‌سازی ۲۰ s بوده است.

چنان‌که در شکل ۱۹ مشاهده می‌شود، مشابه مشاهدات آزمایش در شکل ۲۰،

۸. نتیجه‌گیری

در این نوشتار برای نخستین بار با استفاده از PFM، پرش هیدرولیکی پیش از تشکیل اسلاگ، تسخیر و فرکانس اسلاگ در جریان دوفازی لایه‌بی در کانال افقی طولی تعیین شده است. معادلات این مدل دوسیالی گذرا توسط یک گروه از روش‌های تسخیر شک مرتبه‌بالا، به‌طور عددی حل شده است. به‌منظور تأیید نتایج روش‌های مختلف عددی کاربردی (لاکس - فردریچز، ریچمایر، مرتبه اول مرکزی قطعی و محدودکننده شار) مورد آزمایش شیر آب انتخاب شده است. پس از صحت‌آزمایی کدهای توسعه‌یافته و مقایسه‌ی روش‌های مختلف عددی، روش عددی محدودکننده‌ی شار برای شبیه‌سازی جریان لایه‌بی آب - هوا در یک کانال افقی طولی انتخاب شده است. نتایج اصلی به دست آمده از شبیه‌سازی عبارت است از:

-- روش عددی مرتبه‌ی دوم ریچمایر در نزدیکی ناپیوستگی‌های شدید از خود طبیعت نوسانی نشان می‌دهد. به‌جز نوسانات شدید در نزدیکی ناپیوستگی‌ها، در دیگر نقاط میدان حل، تطبیق خوبی با حل تحلیلی مشاهده می‌شود.

-- به‌منظور میراکردن نوسانات روش عددی ریچمایر، از روش محدودکننده‌ی شار (FLIC) استفاده شد.

-- با مقایسه‌ی روش‌های عددی بررسی شده در کد توسعه‌یافته‌ی PFM بیشترین دقت و همخوانی با حل تحلیلی مسئله‌ی شیر آب مربوط به روش عددی FLIC است.

-- با توجه به قوی بودن FLIC در پیش‌بینی رفتار جریان دوفازی، کد PFM با این روش عددی برای شبیه‌سازی جریان درون کانال توسعه یافت.

-- مشابه مشاهدات آزمایش در شبیه‌سازی عددی نیز پیش از تشکیل اسلاگ در پرشدگی مایع ۰/۲۵، در سطح مایع پرش هیدرولیکی دیده می‌شود.

-- کد توسعه‌یافته‌ی PFM قادر به پیش‌بینی رفتار جریان با خطای ۳۱٪ در تعیین فرکانس اسلاگ محل $D = 6^\circ$ از ورودی کانال است.

-- با مقایسه‌ی نتایج شبیه‌سازی و داده‌های تجربی مشخص شد که مدل مستقل از فشار در محدوده‌ی خوش‌رفتار، توانایی شبیه‌سازی جریان دوفازی لایه‌بی در کانال افقی طولی، تسخیر ناپایداری اسلاگ، تسخیر پرش هیدرولیکی پیش از تشکیل اسلاگ و تعیین فرکانس آن را به‌خوبی دارد.

فهرست علائم

A : سطح مقطع (m^2)؛

CFL : عدد کورانت - فردریچز - لیوای؛

D : قطر معادل هیدرولیکی کانال (m)؛

f : ضریب اصطکاک فانیگ؛

$f(q)$: بردار شار؛

g : شتاب جاذبه (ms^{-2})؛

h : ارتفاع (m)؛

q : بردار متغیرهای پایستار؛

S : طول تماس (m)؛

$S(q)$: نرم چشمه؛

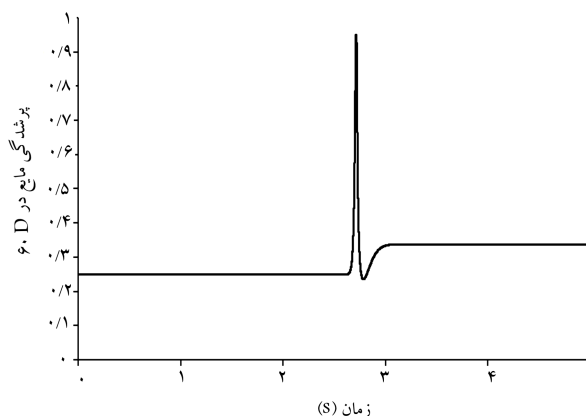
t : زمان (s)؛



شکل ۲۰. پرش هیدرولیکی در $\alpha_l = 0.25^\circ$ به همراه افزایش سطح مایع $U_{sl} = 0.56 \text{ m/s}$ و $U_{sg} = 3.20 \text{ m/s}$ [۵]



شکل ۲۱. اسلاگ تشکیل شده بعد از پرش هیدرولیکی در $\alpha_l = 0.25^\circ$ $U_{sl} = 0.56 \text{ m/s}$ و $U_{sg} = 3.20 \text{ m/s}$ [۵]



شکل ۲۲. پرشدگی مایع در مکان $D = 6^\circ$ در مدت زمان $\alpha_l = 0.25^\circ$ $U_{sl} = 0.56 \text{ m/s}$ و $U_{sg} = 3.30 \text{ m/s}$

در شبیه‌سازی عددی نیز پیش از تشکیل اسلاگ در پرشدگی مایع ۰/۲۵، در سطح مایع پرش هیدرولیکی دیده می‌شود.

در آزمایش‌های پرشدگی مایع ۰/۲۵، سطح مایع پس از عبور از تیغه‌ی جداکننده افزایش می‌یابد. این افزایش سطح ناشی از کم بودن فشار گاز روی سطح مایع نسبت به کسر حجمی‌های بالاتر مایع است. افزایش سطح مایع تا جایی که نیروی برا با فشار گاز متعادل شود ادامه می‌یابد. همچنین یک پرش هیدرولیکی^{۲۵} در پایین‌دست و قبل از تشکیل اسلاگ مشاهده می‌شود (شکل‌های ۲۰ و ۲۱). [۵]

در شکل ۲۲ پرشدگی مایع در زمان ۵ s در محل $D = 6^\circ$ ترسیم شده است. چنان‌که در شکل ۲۲ مشاهده می‌شود، در مدت زمان ۵ s یک اسلاگ در زمان ۲/۷ تشکیل می‌شود. با توجه به ثابت بودن شرایط بالادست جریان، در زمان‌های بعدی این روند تکرار می‌شود. می‌توان گفت فرکانس اسلاگ در این محل 0.2 Hz است. طبق نتایج تجربی (جدول ۱) مقدار فرکانس اسلاگ در محل $D = 6^\circ$ برابر 0.29 Hz است. بنابراین کد توسعه‌یافته‌ی PFM قادر به پیش‌بینی رفتار جریان با خطای ۳۱٪ در تعیین فرکانس اسلاگ بوده است.

U : سرعت (ms^{-1})
 x : مکان (m).

علامه یونانی

α : کسر حجمی؛
 ε : زبری متوسط سطح لوله (m)
 θ : شیب کانال (rad)
 μ : گرانروی سینماتیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)
 ρ : چگالی (kgm^{-3})
 τ : تنش برشی (Pa)
 β : متغیر ترم محدودکننده‌ی شار؛
 Φ : ترم محدودکننده‌ی شار.

بالانویس‌ها

j : شمارنده‌ی معادلات سیستم؛
 n : گام زمانی قدیم؛
 $n+1$: گام زمانی جدید.

زیرنویس‌ها

$^{\circ}$: ساکن؛
 g : فاز گاز؛
 h : هیدرولیکی؛
 i : سطح مشترک دو فاز، نشان‌گر ساول در معادلات گسسته شده؛
 $inlet$: ورودی؛
 l : فاز مایع؛
 s : ظاهری.

پانوشته‌ها

1. flooding
2. singular
3. well- posed
4. Ill- posed
5. Shock
6. pressure free model
7. two- fluid model (TFM)
8. stratified-smooth
9. stratified-wavy
10. Godunov's first order upwind method
11. flux splitting methods
12. high resolution Shock capturing methods
13. conservative
14. numerical flux
15. Lax-Friedrichs
16. Ritchmyer
17. first-order centered scheme (FORCE)
18. flux limiter centered (FLIC)
19. leap frog
20. total variation diminishing
21. water faucet case
22. total variation diminishing
23. flux corrected transport
24. flux limiter centered scheme
25. Hydraulic jump

منابع (References)

1. Renault, F. "A lagrangian slug capturing scheme for gas-liquid flows in pipes", PhD Dissertation, Faculty of Engineering Science and Technology, Norwegian University of Science and Technology (2007).
2. Ahmad, M.S. "CFD simulation of bubbly two-phase flow in horizontal pipes", BS Dissertation, Faculty of

Chemical & Natural Resources Engineering, University Malaysia Pahang (April 2009).

3. Toumi, I., Kumbaro, A. and Paillere, H. "Approximate riemann solvers and flux vector splitting schemes for two-phase flow", Technical Report, (1999).
4. Omgba Essama, Ch. "Numerical modeling of transient gas-liquid flows (Application to Stratified & Slug Flow Regimes)", PhD thesis, Cranfield University (2004).
5. Keyla, S.M., Marcelo, A.L., Gonçalves, E.G., Geraldo, S.R., Fernando, A.F., Eugênio, S.R. "Horizontal slug flow in a large-size pipeline experimentation and modeling", *J. Braz. Soc. Mech. Sci.*, Rio de Janeiro, **23**(4), pp. 481-490 (2001).
6. Adibi, P. and Ansari, M.R. "Experimental investigation of slug initiation to upstream conditions of two phases in long horizontal channels in two fluids", *Modares Mechanical Engineering*, **14**(3), pp.27-35 (2014).
7. Ansari, M.R., "Dynamical behavior of slug initiation generated by short waves in two-phase air-water stratified flow", *ASME HTD*, **361**, pp. 289-295 (1998).
8. Adibi, P., Ansari, M.R., Habibpour, B. and Salimi, E. "Slug frequency evaluation in long horizontal channel by experimental method", *Modares Mechanical Engineering*, **14**(2), pp.141-149 (2014).
9. Fabre, J. and Line, A. "Modeling of two-phase slug flow", *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **24**(1), pp. 21-26 (1992).
10. Dukler, A.E., Hubbard, M.G. "A model for gas-liquid slug flow in horizontal and near horizontal tubes", *Industrial & Engineering Chemistry Fundamentals*, **14**, pp. 337-347 (1975).
11. Nicholson, M.K., Aziz, K. and Gregory, G.A. "Intermittent two-phase flow in horizontal pipes: Predictive models", *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, **56**, pp. 653-663 (1978).

12. Stanislav, J.F., Kokal, S. and Nicholson, M.K. "Intermittent gas-liquid flow in upward inclined pipes", *Int. J. Multiphase Flow*, **12**, pp. 325-335 (1986).
13. Taitel, Y. and Barnea, D. "A consistent approach for calculating pressure drop in inclined slug flow", *Chem. Eng. Sci.*, **45**, pp. 1199-1206 (1990a).
14. Andreussi, P., Bendiksen, K. and Nydal, O.J. "Void distribution in slug flow", *Int. J. Multiphase Flow*, **19**, pp. 817-828 (1993).
15. Andreussi, P., Minervini, A. and Paglianti, A. "Mechanistic model of slug flow in near-horizontal pipes", *AIChE J.*, **39**, pp. 1281-1291 (1993).
16. Issa, R.I. and Woodburn, P. "Numerical prediction of instabilities and slug formation in horizontal two-phase flows", in: 3rd International Conference on Multiphase Flow, ICMF98, Lyon, France (1998).
17. Vernier, P. and Delhay, J. "General two-phase flow equations applied to the thermodynamics of boiling nuclear reactors", *Energ. Primarie*, **4**, pp. 1-43 (1968).
18. Bouré, J. and Reocreux, M. "General equations of two-phase flows", in: All Union Heat Mass Transfer Conference, Minsk, USSR (1972).
19. Ishii, M., *Thermo-Fluid Dynamic Theory of Two-Phase Flow*, Eyrolles, Paris (1975).
20. Ishii, M. and Mishima, K. "Two-fluid model and hydrodynamic constitutive relations", *Nucl. Eng. Des.*, pp. 107-126 (1984).
21. Issa, R.I. and Kempf, M.H.W. "Simulation of slug flow in horizontal and nearly horizontal pipes with the two-fluid model", *Int. J. Multiphase Flow*, **29**, pp. 69-95 (2003).
22. Issa, R.I. "Review of applicability of the one-dimensional two-fluid model to the prediction of wave growth and slug evolution in horizontal pipes", The 6th International Symposium on Multiphase Flow, Heat Mass Transfer and Energy Conversion (2010).
23. Ansari, M.R. and Shokri, V. "Numerical modeling of slug flow initiation in a horizontal channels using a two-fluid model", *Int. J. Heat Fluid Flow*, doi:10.1016/j.ijheatfluidflow.2010.09.002 (2010).
24. Firouzfard, H., Nobakht Hassanlouei, R., Kasiri, N. and Khanof, M.H. "A simple mathematical model for slug liquid holdup in horizontal pipes", *Scientia Iranica, Transactions C: Chemistry and Chemical Engineering*, **19**(6), pp. 1-8 (2012).
25. Ansari, M.R. and Daramizadeh, A. "Slug type hydrodynamic instability analysis using a five equations hyperbolic two-pressure, two-fluid model", *Ocean Engineering*, **52**, pp. 1-12 (2012).
26. Issa, R.I., Bonizzi, M. and Barbeau, S. "Improved closure models for gas entrainment and interfacial shear for slug flow modeling in horizontal pipes", *Int. J. Of Multiphase Flow*, **32**, pp. 1287-1293 (2006).
27. Saurel, R. and Abgrall, R.A. "A multiphase godunov method for compressible multifluid and multiphase flows", *Journal of Computational Physics*, **150**, pp. 425-467 (1999).
28. Evje, S. and Flatten, T. "Hybrid flux-splitting schemes for a common two-fluid model", *Journal of Computational Physics*, **192**(1), pp. 175-210 (2003).
29. Romate, J.E. "Developing a second-order TVD scheme for one-dimensional two-phase flow model", AMIF-ESF Workshop – Computing Methods for Two-Phase Flow, Paper 22, Aussois, France (12-14 January 2000).
30. Ansari, M.R. and Shokri, V. "New algorithm for the numerical simulation of two phase stratified gas-liquid flow and its application for analyzing the Kelvin-Helmholtz instability criterion with respect to wavelength effect", *Nuclear Engineering and Design*, **273**, pp. 2302-2310 (2007).
31. Adibi, P. and Ansari, M.R. "Slug capturing in gas-liquid two-phase flow at a horizontal channel using PFM", in The 15th Fluid Dynamics Conference, Bandar Abbas, Iran, (2013) (In Persian).
32. Toro, E.F., *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*, 3rd edition, Springer (2009).
33. Hirsch, C., *Numerical Computation of Internal and External Flows: Fundamentals of Numerical Discretization*, **2**, John Wiley & Sons (1990).
34. Ransom, V.H. and Hicks, D.L. "Hyperbolic two-pressure models for two-phase flow", *Journal of Comp. Phys.*, **53**, pp. 124-151 (1984).
35. Adibi, P. and Ansari, M.R. "Slug frequency prediction in gas-liquid two-phase flow at long horizontal channel by experimental method", in The 15th Fluid Dynamics Conference, Bandar Abbas, Iran (2013) (In Persian).