

# شبیه‌سازی شروع و رشد مود $I$ تورق در کامپوزیت‌های لایه‌یی با در نظر گرفتن اثرات ناحیه‌ی فرایند شکست

محموده‌هرداد شکریه\* (استاد)

زهره دانشجو (دانشجوی کارشناسی ارشد)  
دانشکده‌ی هندی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران

مهدی فکور (استادیار)

دانشکده‌ی علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران

مهندسی مکانیک شریف، (پهار ۱۳۹۴)  
دوره‌ی ۳ - ۳۱، شماره‌ی ۱، ص. ۸۲-۷۳

در این مقاله، یک مدل جدید با عنوان «ناحیه‌ی آسیب چندخطی برای شبیه‌سازی شروع و رشد تورق در مواد کامپوزیتی لایه‌یی تحت مود  $I$  بارگذاری» ارائه می‌شود که اثرات سازوکارهای سخت‌شونده‌ی موجود در ناحیه‌ی فرایند شکست را در نظر می‌گیرد. در این مدل با توجه به مشخص بودن مسیر رشد ترک، برای محاسبه‌ی استحکام باقی‌مانده‌ی ماده در ناحیه‌ی فرایند شکست، از الزامات فیزیکی دارای ثابت فنر متغیر مطابق با منحنی کشش - جدایش ماده استفاده شده است. با توجه به وجود انواع سازوکارهای سخت‌شونده و متفاوت بودن سطح انرژی فعال‌سازی هر یک از سازوکارها، الگوریتم شبیه‌سازی ارائه شده در این مقاله امکان اعمال بخش نزولی منحنی کشش - جدایش با هر شکل خاص ( $n$ ) شکست خطی) را فراهم می‌کند. نتایج شبیه‌سازی که به صورت منحنی بار - جابه‌جایی ارائه شده، با نتایج آزمایشگاهی موجود سازگاری عالی دارد و خاصیت نرم‌شوندگی ماده پس از گذر از نقطه‌ی آسیب را به خوبی نشان می‌دهد.

واژگان کلیدی: تورق، مدل ترک مجازی، ناحیه‌ی فرایند شکست، منحنی  $R$ ، سازوکار سخت‌شوندگی.

## ۱. مقدمه

مدل به‌خوبی قادر است ناحیه‌ی چسبیده‌ی به وجود آمده در نوک ترک ایجاد شده در مواد شبه شکننده را تحلیل کند، اما به دلیل دشواری در مدل‌سازی موادی که در ناحیه‌ی فرایند شکست رفتار چسبیده از خود نشان می‌دهند، استفاده از این روش کم‌تر مورد توجه بوده است. مفهوم ترک مجازی برای اولین بار در سال ۱۹۷۶ معرفی شد<sup>[۱]</sup> و سپس تحقیقات بسیاری در این زمینه صورت پذیرفت. در ایده‌های اولیه‌ی ارائه شده سعی بر معرفی یک مدل مکانیک شکست مناسب برای تحلیل شکست بتن ساده و مسلح و مواد مشابه آن بود. بنابراین، بسیاری از مدل‌های منتشره برای ترک مجازی فقط قابل اعمال به بتن بود. در برخی راهکارهای مکانیک شکست غیرخطی برای مواد کامپوزیت نیز مدل‌های ترک چسبیده یا مجازی ارائه شده است. این مدل‌ها با انجام تغییراتی روی مدل هیلر بورگ و همکارانش ارائه شده است.<sup>[۵]</sup> راهکار ترک مجازی، یک ناحیه‌ی چسبناک را در اطراف نوک ترک معرفی می‌کند.<sup>[۷]</sup> در این مدل‌ها ترک برای پیشروی نه‌تنها باید به مقاومت ترک ماده غلبه کند، بلکه باید تنش‌های تولیدی توسط ناحیه‌ی چسبناک را نیز خنثی کند.<sup>[۸]</sup>

در سال ۱۹۹۱ هیلر بورگ بیان داشت که مدل ترک مجازی یک مدل کلی است<sup>[۹]</sup> که اگر خواص و ذات ماده به‌خوبی درک شود، می‌توان از آن برای بررسی شکست مواد مختلف بهره برد. او با بیان دلایلی نشان داد که از مدل ترک مجازی

به دلیل وجود سازوکارهای سخت‌شونده<sup>۱</sup> که مواد کامپوزیت در ناحیه‌ی فرایند شکست<sup>۲</sup> از خود نشان می‌دهند، استفاده از روابط مکانیک شکست کشسان خطی (LEFM)<sup>۳</sup> برای بررسی شکست این مواد چندان مناسب نیست.<sup>[۱-۵]</sup> بنابراین، برای بررسی پدیده‌ی شکست و رشد ترک در این مواد، توجه محققین معطوف شد به مدل‌های شکست غیرخطی، که می‌توانند با دقت بیشتری اثر سازوکارهای سخت‌شونده را بررسی کنند. یک ابزار راحت برای کمی‌کردن اثرات ناحیه‌ی فرایند شکست روی خواص شکست مختلف استفاده از «منحنی مقاومت در برابر رشد ترک<sup>۴</sup>» یا منحنی  $R$  است. ایروین اولین کسی بود که در راستای مکانیک شکست کشسانی - خمیری، منحنی مقاومت در برابر رشد ترک را مطرح کرد. منحنی  $R$ ، نمودار نرخ انرژی اتلافی کلی به عنوان تابعی از طول ترک است و می‌توان از آن برای بررسی فرایند رشد ترک پایدار و ناپایدار استفاده کرد. منحنی  $R$  تا اوایل دهه‌ی ۱۹۵۰ میلادی کاربرد گسترده‌ی نداشت چرا که منحنی  $R$  وابسته به هندسه‌ی نمونه بود و محاسبه‌ی نیروی محرک ترک نیز بسیار دشوار بود.<sup>[۶]</sup>

مدل ترک مجازی یک مدل معروف مکانیک شکست غیرخطی است که برای تحلیل پیدایش و شبیه‌سازی رشد ترک در مواد مختلف پذیرفته شده است. این

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۲/۶/۱۲، اصلاحیه ۱۳۹۲/۱۲/۵، پذیرش ۱۳۹۳/۱/۱۹.

## ۲. شبیه‌سازی پیدایش و رشد ترک بین لایه‌یی

### ۱.۲. فرضیات شبیه‌سازی

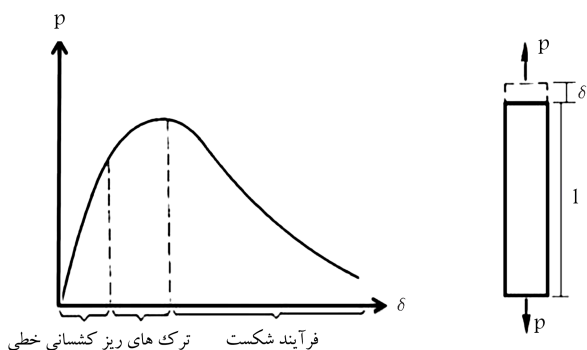
در مواد شبه‌شکندگی کامپوزیتی (به‌خصوص کامپوزیت‌های الیافی) به دلیل وجود سازوکارهای سخت‌شونده نظیر پل‌زنی الیاف، پدیده‌ی رشد ترک با به وجود آمدن یک ناحیه‌ی چسبنده - و به بیان بهتر ناحیه‌ی فرایند شکست در نوک ترک - همراه است. نکته‌ی مهم و قابل توجه این است که در این ناحیه هنوز قابلیت باربرداری وجود دارد و وجود این ناحیه در نوک ترک در مواد کامپوزیتی و شبه‌شکندگی، شکست جسم را از طریق جذب انرژی به تأخیر انداخته و از وقوع فاجعه‌بار آن جلوگیری می‌کند. بنابراین در مدل‌سازی و محاسبات رشد ترک باید به نحوی اثرات آن مدل شود. سازوکارهای سخت‌شوندگی موجود در ناحیه‌ی فرایند شکست با منحنی  $R$  مدل‌سازی می‌شود. منحنی‌های  $R$  صعودی در میان موادی رایج است که سازوکارهای سخت‌شوندگی را نشان می‌دهند.<sup>[۱۵]</sup>

توصیف مدل ترک مجازی مستلزم انجام آزمایش کشش روی یک قطعه‌ی سالم آزمایشگاهی است. پیدا کردن منحنی بار - جابه‌جایی کامل با این آزمایش بسیار دشوار است. نمونه‌یی از نتایج این آزمایش برای یک ماده‌ی کامپوزیتی در شکل ۱ نشان داده شده است.

در شبیه‌سازی صورت‌گرفته، ماده، خارج از ناحیه‌ی فرایند شکست به صورت یک ماده‌ی کشسان خطی معمولی (یعنی با منحنی خطی تنش - کرنش  $(\sigma - \epsilon)$ ) مدل می‌شود. ناحیه‌ی فرایند شکست نیز در این مدل با فرضیه‌ی مدل می‌شود که دارای ثابت فنر متغیر مطابق با منحنی کشش - جدایش  $(\sigma - w)$  باشند؛ شیب این منحنی در بخش نزولی منفی است. چنان‌که در شکل ۲ نشان داده شده است معمولاً منحنی کشش - جدایش بسته به جنس ماده به صورت دوخطی یا چندخطی مدل‌سازی می‌شود.

### ۲.۲. الگوریتم شبیه‌سازی

در الگوریتم شبیه‌سازی ارائه‌شده تحت عنوان «مدل ناحیه‌ی آسیب چندخطی (ML-CZM)<sup>A</sup>»، باید مسیر رشد ترک در جسم از قبل مشخص باشد زیرا این مسیر با فنر شبیه‌سازی می‌شود. برای نشان دادن استحکام ناحیه‌ی فرایند شکست که در مسیر رشد ترک به وجود می‌آید، از امان‌های فنر که در طی گام‌های مختلف، ثابت فنرها مطابق با منحنی کشش - جدایش ماده تغییر می‌کند، استفاده شده است. با توجه به ماهیت رشد ترک در مواد اورتوتروپیک این مسیر از قبل مشخص شده است. در بررسی جدایش بین لایه‌یی (تورق) کامپوزیت‌های لایه‌یی نیز این مسیر از قبل مشخص است.



شکل ۱. منحنی بار - جابه‌جایی برای یک ماده‌ی کامپوزیتی.

می‌توان برای مواد مختلف نظیر بتن ساده، بتن تقویت شده، سنگ، کامپوزیت‌های کربن/اپوکسی، کامپوزیت‌های شیشه/اپوکسی، چوب و فلزات - با توجه به این نکته که منحنی‌های کشش - جدایش<sup>۵</sup> در این مواد متفاوت است - استفاده کرد. بنابراین هیابورگ اظهار داشت که به‌کارگیری صحیح مدل ترک مجازی برای انواع مواد مختلف مستلزم دانش لازم و کافی درباره‌ی خواص آن ماده و ناحیه‌ی فرایند شکست آن<sup>[۱۴-۱۶]</sup> و نیز ابزاری است که بتواند شکل‌های مختلف منحنی‌های کشش - جدایش را مدل‌سازی کند.

با توجه به تعدد مدل‌های ناحیه‌ی چسبناک مانند دوخطی، نمایی و غیره تاکنون توسط محققین مختلف نشان داده شده که در مواد مرکب به دلیل وجود انواع سازوکارهای سخت‌شونده در ناحیه‌ی فرایند شکست - از جمله پدیده‌ی پل‌زنی الیاف و متفاوت بودن سطح انرژی فعال‌سازی هریک از سازوکارها - منحنی کشش - جدایش دوخطی مناسب نیست و به منحنی‌های کشش - جدایش چندخطی نیاز است.<sup>[۱۹-۱۵]</sup> تحقیقات اخیر نشان می‌دهد<sup>[۲۰]۲۱</sup> که یک قانون چسبناک سه‌خطی می‌تواند پیش‌بینی بهتری از رفتار منحنی  $R$  داشته باشد. در مقالات متعدد نشان داده شده که مدل‌های مختلف نتایج متفاوتی نیز دارند. برای آنالیز شکست در مود اول و دوم، از چهار نوع مختلف قوانین کشش - جدایش استفاده شد:<sup>[۲۲]</sup> دوخطی، چندجمله‌یی درجه دو، نمایی و ذوزنقه‌یی. پارامترهای مشترک در این چهار شکل عبارت‌اند از: سفتی اولیه‌ی نمودار، بیشینه کشش بین وجهی، و چقرمگی شکست نمونه. این چهار نمونه برای آنالیز شکست در نمونه‌ی تیر یک‌سر‌گیردار دولبه (DCB)<sup>۶</sup> آلومینیومی مورد استفاده قرار گرفته و نمودار بار - جابه‌جایی حاصل از هرکدام از مدل‌ها استخراج و با یکدیگر مقایسه شده‌اند. برای مثال در تیر یک‌سر‌گیردار دو لبه (DCB) با ضخامت کم تفاوت زیادی بین نتایج عددی حاصل وجود ندارد، در حالی که با افزایش ضخامت نمونه و متعاقب آن اهمیت بحث تغییر شکل برشی، پیش‌بینی این مدل‌ها متفاوت است. در بررسی تأثیر چهار نوع از روابط ساختاری مرتبط با المان بین لایه‌یی بر روی رفتار سازه با ماده شکل‌پذیر،<sup>[۲۳]</sup> نتایج عددی حاصله نشان داد که نوع رابطه‌ی ساختاری بر نحوه‌ی گسترش ترک تأثیرگذار است به‌گونه‌یی که در رابطه‌ی ساختاری تنش ثابت رشد ترک کم‌ترین مقدار است؛ این در حالی است که روابط ساختاری از نوع چند جمله‌یی مرتبه سوم و تابع نمایی نتایجی تقریباً مشابه با یکدیگر دارد و میزان رشد در آن‌ها بیشترین مقدار است. در تحقیقات بعدی، تأثیر مدل‌های مختلف قانون کشش - جدایش<sup>[۲۴]</sup> بر نمودار بار - جابه‌جایی نمونه‌ی تیر یک‌سر‌گیردار دو لبه (DCB) و قطعه‌ی دارای شکاف انتهایی (ENF)<sup>۷</sup> کامپوزیتی ساخته شده از الیاف کربن بررسی و نشان داده شد که رشد ترک در این نمونه‌ها با پل‌زنی الیاف همراه است. نتایج نشان می‌دهد که مدل‌های سازوکار نرم‌شونده‌ی تک‌خطی و دوخطی در پیش‌بینی رفتار کلی سیستم از تقریب خوبی برخوردار نیست، این در حالی است که مدل سه‌خطی برای پیش‌بینی رشد تورق دارای جواب‌های مناسب‌تری است.

با توجه به اهمیت مدل‌سازی منحنی‌های کشش - جدایش در شکل‌های مختلف، و از طرفی عدم توانایی اعمال بخش نزولی منحنی کشش - جدایش با هر شکل خاص در روش‌های ارائه شده‌ی پیشین، یا نرم‌افزارهای تجاری المان محدود موجود، در این نوشتار برای اولین بار یک الگوریتم شبیه‌سازی ارائه شده به‌گونه‌یی که امکان اعمال بخش نزولی منحنی کشش - جدایش با هر شکل خاص (در حالت کلی  $n$  شکست‌خطی) را فراهم کند. این دستورالعمل مبتنی بر یک روش عددی است که به صورت ترکیبی با نتایج روش المان محدود عمل می‌کند.

جدول ۱. ورودی‌های الگوریتم شبیه‌سازی ML-CZM.

منحنی $R$
منحنی کشش - جدایش
$n$ (تعداد شکست‌ها در بخش نزولی منحنی)
$s_{ut}$ (کشش حداکثر)
$w_{ut}$ (بازشدگی متناظر با $s_{ut}$ )
$k_p$ (شیب ناحیه‌ی کشش خطی اولیه)
$\bar{\sigma}_i$ (کشش در نقاط شکست منحنی) ( $1 \leq i \leq n+1$ )
$w_i$ (بازشدگی متناظر با $\bar{\sigma}_i$ ) ( $1 \leq i \leq n+1$ )
مدل‌سازی در نرم‌افزار المان محدود
تعیین $K$ (تعداد فنرهای لازم در مسیر رشد ترک)
تعیین سفتی اولیه فنرها
$A_i$ (سطحی که هر فنر بر روی آن عمل می‌کند) ( $1 \leq i \leq K$ )
خواندن $\sigma_{ij}$ ‌های تمام فنرها در هر گام

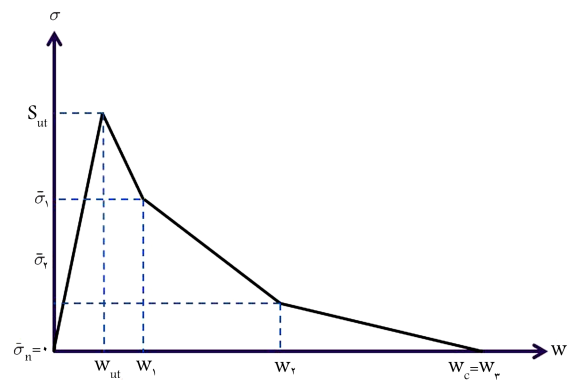
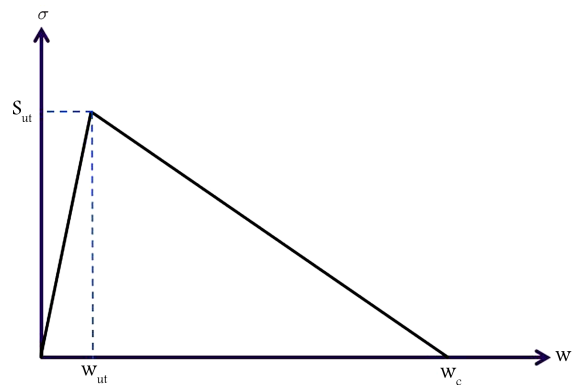
ترک در ناحیه‌ی فرایند شکست،  $\sigma_b(\delta)$  کشش سطحی ترک و تابعی از بازشدگی دهانه‌ی آن،  $\delta^*$  بازشدگی انتهای ناحیه‌ی پل‌زنی و  $G_R$  کل نرخ رهایی انرژی (برابر با چقرمگی شکست حالت پایدار  $(G_{ss})$ ). با مشتق‌گیری از معادله ۱ نسبت به  $\delta^*$  داریم: [۲۶، ۱۹]

$$\sigma_b(\delta^*) = \frac{\partial G_R}{\partial \delta^*} \quad (2)$$

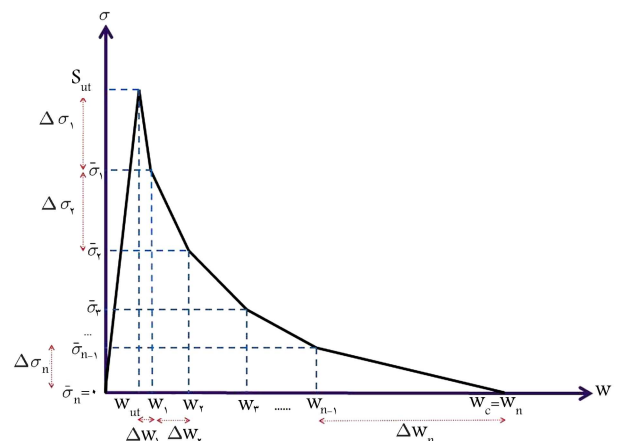
که در آن  $G_i$  نشان‌گر چقرمگی شکست ذاتی و مستقل از تجمع تخریب در نوک ترک است و بنابراین یک کمیت ثابت فرض شده است. براین اساس برای تعیین قانون پل‌زنی در یک نمونه‌ی DCB به‌صورت تجربی لازم است که منحنی  $R$  و  $\delta^*$  به‌طور هم‌زمان اندازه‌گیری شوند. با رسم  $G_I$  برحسب  $\delta^*$ ، مناسب‌ترین منحنی برازش‌یافته بر داده‌های آزمایش رابطه‌ی برای  $G_R - \delta^*$  می‌دهد. با استفاده از رابطه‌ی ۲ تنش پل‌زنی برحسب  $\delta^*$  حاصل می‌شود. روش فوق دو مشکل اساسی برای تعیین رفتار کشش - جدایش ماده دارد: [۲۰]

الف) توزیع تنش به‌طور قابل توجهی متأثر از منحنی برازش‌یافته  $G_R - \delta^*$  است به‌خصوص در مبدأ مختصات. اگر شیب تابع برازش‌یافته در نقطه‌ی  $\delta^* = 0$  بسیار تند باشد آنگاه  $\sigma_b$  به سمت بینهایت میل می‌کند. بنابراین اختلاف‌های کوچک در برازش منحنی، می‌تواند اثر زیادی بر پیشینه تنش پل‌زنی داشته باشد.  
ب) تعیین دقیق پیشینه بازشدگی ترک ( $\delta_c$ ) به‌دلیل ماهیت مجانبی قانون نرم‌شوندگی مشکل است (شکل ۴).

قانون کشش - جدایش (شکل ۴) و منحنی  $R$  (شکل ۵) مفاهیم جداگانه‌ی نیستند. به این مفهوم که با رسیدن  $\delta^*$  به مقدار  $\delta_c$ ، منحنی  $R$  به مقدار پایدار خود می‌رسد و ناحیه‌ی پل‌زنی شکل قبلی خود را حفظ کرده و طول آن ثابت می‌ماند. اما تعیین تجربی پارامترهای منحنی کشش - جدایش بسیار حساس تر از پارامترهای منحنی  $R$  است. با تمرکز بر این ویژگی، می‌توان رفتار کشش - جدایش یک نمونه‌ی DCB را از روی منحنی  $R$  به دست آورد. [۱۶] بنابراین الگوریتم شبیه‌سازی ML-CZM به‌گونه‌ی است که رفتار کشش - جدایش نمونه‌ی DCB



شکل ۲. نمونه‌هایی از منحنی‌های کشش - جدایش ( $\sigma - w$ ).



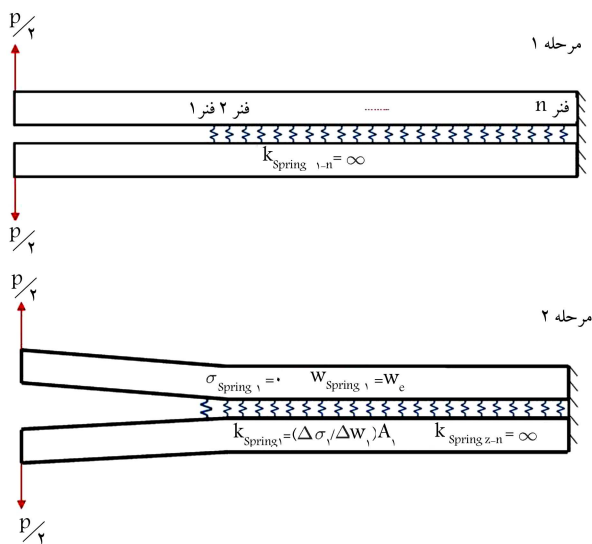
شکل ۳. نمونه‌ی منحنی کشش - جدایش  $(\sigma - w)$  با  $n$  شکست خطی.

اگر منحنی کشش - جدایش نمونه را در حالت کلی مطابق شکل ۳ در نظر بگیریم، ورودی‌های تعریف شده برای الگوریتم ML-CZM در جدول ۱ ارائه شده است.

روش معمول برای استخراج رفتار کشش - جدایش یک ماده‌ی خاص استفاده از روش انتگرال  $J$  مستقل از مسیر است. مطابق این روش لازم است نرخ رهایی انرژی در روی یک مسیر شامل نوک ترک و صفحه‌ی ترک در ناحیه‌ی پل‌زده شده محاسبه شود:

$$G_R = G_i + \int_0^{\delta^*} \sigma_b(\delta) d\delta \quad (1)$$

$G_i$  چقرمگی شکست شروع در نوک ترک، انتگرال بیان‌گر انرژی مربوط به



شکل ۶. شبیه‌سازی مود I تورق با المان فنر در نمونه‌ی DCB.

یک ضریب تناسب مطابق رابطه‌ی ۳ تعریف می‌شود:

$$\Delta_{11} = \frac{S_{ut}}{\sigma_{11}} = \frac{S_{ut} A_1}{F_{11}} \quad (3)$$

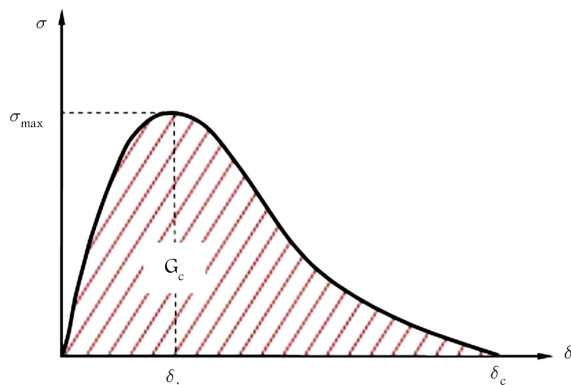
که در آن،  $S_{ut}$  نشان‌گر بیشترین استحکام کششی ماده،  $\sigma_{11}$  تنش در فنر با بیشترین تنش در اولین گام از محاسبات (تنش فنر اول در گام اول)،  $A_1$  سطحی که بر روی آن فنر عمل می‌کند، و  $F_{11}$  نیرو در فنر با بیشینه تنش در اولین گام محاسبه است (در حالت کلی شماره‌ی اول (i): شماره‌ی فنر، شماره‌ی دوم (j): شماره گام). سطحی که روی آن فنر عمل می‌کند، می‌تواند در طی محاسبه مختلف باشد. اکنون فرض می‌شود که یک ناحیه‌ی فرایند شکست در ماده شروع به شکل‌گیری می‌کند، به این معنی که فیزیکی که به بیشینه استحکام کششی رسیده هنوز مقداری توانایی تحمل بار را دارد که این مقدار به میزان بازشدگی ترک در نودهای دو طرف فنر وابسته است. به همین دلیل بازشدگی با یک فنر -- که هرچه میزان بازشدگی آن بیشتر شود، میزان تحمل بار آن کم‌تر می‌شود -- قابل مدل‌سازی است. در این صورت سفتی فیزیکی که به بیشینه استحکام کششی رسیده باشد، باید براساس منحنی کشش - جدایش تغییر کند. سفتی فنر اکنون در این فنر طبق منحنی کشش - جدایش نمونه چنین تعیین می‌شود:

$$k_{11} = \frac{\Delta \sigma_1}{\Delta w_1} A_1 \quad (4)$$

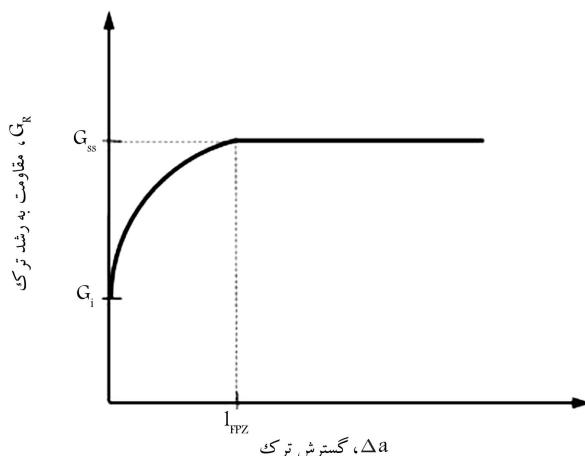
که در آن  $k_{11}$  نشان‌گر سفتی فنر اول (فنر با بیشترین تنش) در اولین گام،  $\Delta \sigma_1$  اختلاف استحکام کششی در نقطه‌ی شکست اول،  $\Delta w_1$  اختلاف جدایش متناظر با نقطه‌ی شکست اول، و  $A_1$  سطحی است که فنر اول روی آن عمل می‌کند. باید توجه داشت که ثابت فنر ( $k_{spring}$ ) به دلیل شیب منفی در منحنی کشش - جدایش منفی است. در گام دوم به بعد، برخلاف گام اول، دو رویداد قابل وقوع است:

۱. یک فنر دیگر به بیشینه استحکام کششی برسد؛
۲. فنر دیگری که ناحیه‌ی فرایند شکست را مدل می‌کند، به یک نقطه‌ی شکست (مرز بین دو خط با شیب متفاوت) در منحنی کشش - جدایش برسد.

هر دو این رویدادها باید بررسی شوند. بنابراین در هر گام اگر شماره‌ی گام کوچک‌تر یا مساوی تعداد فنرها باشد ( $j \leq K$ )، به تعداد آن (j) ضرایب تناسب



شکل ۴. قانون کشش - جدایش کلی.



شکل ۵. شماتیک منحنی R برای یک چندلایه کامپوزیتی با ناحیه‌ی فرایند شکست بزرگ (FPZ).

از روی منحنی R آن به دست می‌آید. به همین دلیل منحنی R و منحنی کشش - جدایش ماده هر دو به عنوان ورودی الگوریتم منظور می‌شوند.

در مش‌بندی ناحیه‌ی فرایند شکست، در ابتدای محاسبات، سفتی المان‌های فنر بسیار بالا در نظر گرفته می‌شود. توجه به این نکته بسیار حائز اهمیت است که سفتی فنرها باید چنان انتخاب شود که محاسبات را تحت تأثیر قرار ندهد. اگر سفتی انتخاب شده بسیار کوچک باشد، ممکن است در فنرها تغییر شکل به وجود آید. در مقابل اگر سفتی بسیار بالا باشد، ممکن است در محاسبات مشکلات عددی پیش آید. در شکل ۶ یک نمونه از قرارگیری المان‌های فنر در امتداد مسیر انتشار ترک (جدایش بین لایه‌ی) برای یک نمونه تیر یک‌سرگیردار دو لبه (DCB) نشان داده شده است.

در الگوریتم ارائه شده، محاسبات به صورت گام به گام انجام می‌شود. بدین منظور یک بار واحد ( $F_{unit}$ ) به قطعه‌ی آزمایش اعمال می‌شود و سیستم معادلات تحت اثر این بار حل می‌شود. با حل المان محدود، نیروها و جابه‌جایی‌ها در مدل قابل تعیین است. با توجه به تحلیل کشسانی و با تناسب‌گیری، می‌توان میزان باری که نیرویی معادل استحکام کششی حداکثر ماده را در فیزیکی با بیشترین تنش تولید کند، محاسبه کرد. به عبارت دیگر نودهای دو طرف فنر به بیشترین تنش بر طبق منحنی کشش - جدایش رسیده‌اند؛ این همان تنش بیشینه مطابق با منحنی کشش - جدایش ( $S_{ut}$ ، در شکل ۳) برای ناحیه‌ی فرایند شکست است. در این حالت در گام اول

تعریف می‌شود. یکی از این ضریب‌ها ( $\Delta_{jj}$ ) تنش برابر با استحکام کششی بیشینه در فنر با بیشترین تنش در خارج از ناحیه‌ی فرایند شکست را می‌دهد و مابقی ( $\Delta_{zz}$ )، فنرها را داخل ناحیه‌ی فرایند شکست مشخص می‌کند که به نقطه‌ی شکست بعدی در منحنی کشش - جدایش ( $\sigma - w$ ) می‌رسد. اگر شمارنده‌ی گام بزرگ‌تر از تعداد فنرها باشد ( $j > K$ )، به تعداد فنرها ( $K$ ) ضرایب تناسب تعریف می‌شود که همگی فنرها را داخل ناحیه‌ی فرایند شکست مشخص می‌کنند که به نقطه‌ی شکست بعدی در منحنی کشش - جدایش ( $\sigma - w$ ) می‌رسند. در انتهای هر مرحله رخدادی که کم‌ترین ضریب تناسب را از نظر قدرمطلق به خود اختصاص می‌دهد، انتخاب می‌شود.

برای مثال در گام دوم، دو ضریب تناسب باید تعریف شود: یکی ضریب تناسبی که به واسطه‌ی آن فنر اول به نقطه‌ی شکست بعدی در منحنی کشش - جدایش می‌رسد، و دیگری ضریب تناسبی که به واسطه‌ی آن فنر دوم به استحکام کششی بیشینه می‌رسد.

در ابتدا یک ضریب تناسب ( $\Delta_{22}$ ) برای فنر دوم در گام دوم، با استفاده از رابطه‌ی ۵ به منظور رسیدن فنر دارای بیشترین تنش به استحکام کششی بیشینه محاسبه می‌شود:

$$\Delta_{22} = \frac{1}{\sigma_{22}} [S_{ut} - \Delta_{11}\sigma_{21}] = \frac{1}{F_{22}} [S_{ut}A_2 - \Delta_{11}F_{21}] \quad (5)$$

ضریب تناسبی است که تنش در فنر دوم را برابر با استحکام کششی بیشینه می‌سازد. اما ممکن است قبل از این که فنر شماره ۲ به استحکام کششی بیشینه برسد، فنری که ناحیه‌ی فرایند شکست را مدل می‌کند (فنر ۱) به یک نقطه‌ی شکست بعدی در منحنی کشش - جدایش ( $\sigma - w$ ) برسد. بنابراین بررسی تنش یا جابه‌جایی در فنر ۱ ضروری است. به منظور کنترل تنش در فنر ۱، یک ضریب تناسب دیگر ( $\Delta_{12}$ ) برای فنر اول در گام دوم، طبق رابطه‌ی ۶ باید محاسبه شود که یک تنش برابر با تنش در نقطه‌ی شکست بعدی در منحنی  $\sigma - w$  را بدهد.

$$\Delta_{12} = \frac{1}{\sigma_{12}} [\bar{\sigma}_1 - \Delta_{11}\sigma_{11}] = \frac{1}{F_{12}} [\bar{\sigma}_1 A_1 - \Delta_{11}F_{11}] \quad (6)$$

رابطه‌ی ۵ را می‌توان به شکل عمومی (رابطه‌ی ۷) برای فنر  $j$ ام در گام  $j$ ام بازنویسی کرد، به گونه‌ی که برای تمام گام‌های بعدی محاسبه نیز معتبر باشد.

$$\Delta_{jj} = \frac{1}{\sigma_{jj}} \begin{bmatrix} \sigma_{j1} \\ \sigma_{j2} \\ \vdots \\ \sigma_{j-j-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{ut} - [\Delta_{11} \Delta_{22} \dots \Delta_{j-1j-1}] \\ F_{j1} \\ F_{j2} \\ \vdots \\ F_{j-j-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{F_{jj}} \begin{bmatrix} S_{ut}A_j - [\Delta_{11} \Delta_{22} \dots \Delta_{j-1j-1}] \\ F_{j1} \\ F_{j2} \\ \vdots \\ F_{j-j-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sigma_{jj}} \left[ S_{ut} - \sum_{n=1}^{j-1} \Delta_{nn}\sigma_{jn} \right] = \frac{1}{F_{jj}} \left[ S_{ut}A_j - \sum_{n=1}^{j-1} \Delta_{nn}F_{jn} \right] \quad (7)$$

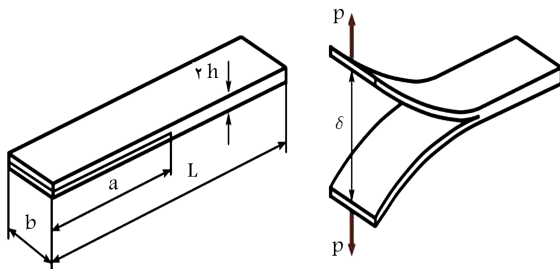
اکنون ضریب تناسبی تعیین شده که تنش در فنر  $j$ ام در گام  $j$ ام را برابر با استحکام کششی بیشینه می‌سازد. اما ممکن است قبل از این که فنر شماره  $j$ ام در گام  $j$ ام به

$$\Delta_{ij} = \frac{1}{\sigma_{jj}} \begin{bmatrix} \sigma_{i1} \\ \sigma_{i2} \\ \vdots \\ \sigma_{ij-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\sigma} \left( \begin{matrix} Last \\ Break \end{matrix} \right) - [\Delta_{11} \Delta_{22} \dots \Delta_{j-1j-1}] \\ F_{i1} \\ F_{i2} \\ \vdots \\ F_{ij-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{F_{jj}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma} \left( \begin{matrix} Last \\ Break \end{matrix} \right) A_j - [\Delta_{11} \Delta_{22} \dots \Delta_{j-1j-1}] \\ F_{i1} \\ F_{i2} \\ \vdots \\ F_{ij-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sigma_{ij}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma} \left( \begin{matrix} Last \\ Break \end{matrix} \right) - \sum_{n=1}^{j-1} \Delta_{nn}\sigma_{in} \\ F_{i1} \\ F_{i2} \\ \vdots \\ F_{ij-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{F_{ij}} \begin{bmatrix} \bar{\sigma} \left( \begin{matrix} Last \\ Break \end{matrix} \right) A_j - \sum_{n=1}^{j-1} \Delta_{nn}F_{in} \\ F_{i1} \\ F_{i2} \\ \vdots \\ F_{ij-1} \end{bmatrix} \quad i < j \quad (8)$$

پس از محاسبه‌ی تمامی ضرایب تناسب در هر گام، کوچک‌ترین ضریب تناسب از نظر قدر مطلق انتخاب می‌شود و رخدادی که کم‌ترین ضریب تناسب را به خود اختصاص می‌دهد، انتخاب می‌شود. پس از آن سفتی فنری که کمترین ضریب تناسب را دارد باید براساس منحنی کشش - جدایش تغییر کند. سفتی فنر اکنون در این فنر مطابق با منحنی کشش - جدایش ماده به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$k_{ij} = \frac{\Delta\sigma(Last\ Break)}{\Delta w(Last\ Break)} A_i \quad i \leq j \quad (9)$$

هنگامی که یک فنر به بار صفر یا جابه‌جایی برابر با  $w_c$  می‌رسد، فنر از مدل حذف می‌شود به این صورت که ثابت فنر برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود. مهم است که تمام فنرها در ناحیه‌ی فرایند شکست (FPZ) در هر گام از محاسبات مورد آزمایش قرار گیرند. به‌ویژه اگر تعداد زیادی نقطه‌ی شکست در منحنی کشش - جدایش ( $\sigma - w$ ) وجود داشته باشد یا این که هندسه‌ی قطعه‌ی آزمایش و مسیر رشد ترک پیچیده باشد. در هر مرحله تنها زمانی از یک گام به گام بعدی می‌رویم که فنر با شمارنده‌ی همان گام به استحکام کششی بیشینه برسد. در هر گام هیچ فنری زودتر از فنرهای قبلی‌اش نمی‌تواند به استحکام کششی بیشینه و همچنین به نقاط شکست بعدی در منحنی کشش - جدایش برسد. این روند تا زمانی ادامه می‌یابد که آخرین فنر در ناحیه‌ی فرایند شکست به نقطه‌ی شکست نهایی در منحنی کشش - جدایش ( $w = w_c, \bar{\sigma} = 0$ ) برسد. با توجه به این که الگوریتم



شکل ۷. محل اعمال بار و جابه‌جایی.

و مطابق با این بار جابه‌جایی چنین تعیین می‌شود:

$$\delta_{chosen\ node, Stepj} = [\Delta Step^1 \ \Delta Step^2 \ \dots \ \Delta Step^j]$$

$$\begin{bmatrix} \delta_{chosen\ node, Step^1} \\ \delta_{chosen\ node, Step^2} \\ \vdots \\ \delta_{chosen\ node, Step^j} \end{bmatrix}$$

$$= \sum_{n=1}^j \Delta Step^n \delta_{chosen\ node, Step^n} \quad (14)$$

#### ۴.۲. الگوریتم ارائه شده

در این بخش روند شبیه‌سازی پیدایش و رشد مود I تورق در کامپوزیت‌های لایه‌یی با استفاده از مدل ناحیه‌ی آسیب چندخطی (ML-CZM) ارائه شده در این نوشتار، برای فهم سریع و آسان به صورت یک فلوجارت (شکل ۸) نشان داده شده است. همچنین یک کد کامپیوتری مطابق با شکل ۸ ارائه شده است.

#### ۵.۲. اعتبار بخشی به الگوریتم ML-CZM

در این نوشتار برای اعتبار بخشی به الگوریتم شبیه‌سازی ML-CZM، از نتایج تجربی موجود<sup>[۱۶]</sup> استفاده شده که در آن نمونه‌ی DCB از جنس کامپوزیت E-glass/ML506 تک‌جهته و با چیدمان [0°]۲ است که خواص مکانیکی آن در جدول ۲ ارائه شده است. به منظور ایجاد ترک مصنوعی از یک لایه تفلون با ضخامت حدوداً ۲۰ μm استفاده شده است. نمونه‌ی DCB در ابعاد طول کل ۱۵۰ mm، عرض ۲۵ mm و طول ترک اولیه ۳۵ mm فرض شده است. برای ثبت بار و جابه‌جایی از دستگاه سنتام (STM - ۱۵۰ kN) استفاده شده است. علاوه بر ثبت دقیق مقدار بار - جابه‌جایی، طول ترک نیز به طور همزمان با استفاده از یک دوربین حرفه‌یی کانن و یک لنز ماکرو ۱۵۰ mm ثبت شده است. شکل ۹ پدیده‌ی پل زنی الیاف را در حین فرایند رشد تورق در نمونه DCB در ناحیه‌ی بزرگ‌نمایی شده جلو ترک در طول آزمایش نشان می‌دهد.

پس از ثبت مقادیر  $F$ ،  $\delta$  و  $a$  مربوط به منحنی بار - جابه‌جایی نمونه‌ی DCB.

جدول ۲. خواص مکانیکی تک‌جهته‌ی کامپوزیتی E-glass/ML506.<sup>[۱۷]</sup>

$G_{۱۲}$	$\theta_{۱۲}$	$E_۲$	$E_۱$
(GPa)	(°)	(GPa)	(GPa)
۴٫۲۶	۰٫۲۷	۱۰٫۲۳	۳۳٫۵

ML-CZM برای شبیه‌سازی ناحیه‌ی فرایند شکست در جدایش بین لایه‌یی مواد کامپوزیتی مطرح شده، و از آنجا که نقطه‌ی پایانی الگوریتم شبیه‌سازی جایی است که آخرین فنر در ناحیه‌ی فرایند شکست به نقطه‌ی شکست نهایی در منحنی کشش - جدایش برسد، بنابراین آگاهی لازم درباره‌ی طول و اندازه‌ی این ناحیه (FPZ) بسیار حائز اهمیت است. با تمرکز بر طول و اندازه‌ی ناحیه‌ی فرایند شکست در مواد کامپوزیتی با اطمینان بیشتری می‌توان گفت روند الگوریتم تا شکست نهایی کدام فنر باید پیش رود.

#### ۳.۲. اندازه ناحیه‌ی فرایند شکست

تاکنون تحقیقات بسیاری بر محاسبه‌ی اندازه ناحیه‌ی فرایند شکست در مواد کامپوزیتی تمرکز داشته‌اند. یک رابطه‌ی کلی برای طول ناحیه‌ی فرایند شکست ( $d_0$ )<sup>[۲۷]</sup> عبارت است از:

$$2 \frac{K_{Ic}}{\sqrt{(2\pi d_0)}} \geq \sigma_c \rightarrow d_0 = \left(\frac{2}{\pi}\right) \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_c}\right)^2 \quad (10)$$

همچنین با استفاده از یک رابطه‌ی ساده‌ی خطی برای منحنی  $R$  ترک‌هایی با پل زنی مقیاس بزرگ رابطه‌ی ۱۱ برای طول ناحیه‌ی فرایند شکست ( $l_{FPZ}^L$ ) ارائه شد:<sup>[۲۸]</sup>

$$l_{FPZ}^L = \gamma^L \frac{E_z G b}{\sigma_c^2} \quad (11)$$

که در آن  $E_z$  و  $\sigma_c$  به ترتیب مدول کشسانی و استحکام کششی در راستای ضخامت‌اند که با فرض همسانگردی عرضی چندلایه‌ی کامپوزیتی به ترتیب برابر با  $E_T$  و استحکام کششی راستای زمینه ( $Y_T$ ) فرض می‌شود. ضریب FPZ (یعنی  $\gamma^L$ ) با فرض یکنواخت بودن تنش پل زنی برابر مقدار ثابت ۰٫۳۹۳ معرفی شد<sup>[۲۸]</sup> در حالی که برای تنش پل زنی نرم‌شونده‌ی خطی، تابعی از  $\Delta a$  و متغیر از ۰٫۳۹۳ برای ترک‌های کوچک تا ۰٫۷۳۲ برای حالت رشد پایدار بود. در نهایت، رابطه‌ی ۱۲ برای حالتی که منحنی  $R$  با تنش پل زنی نرم‌شونده‌ی خطی به صورت خطی و غیرخطی تقریب زده شده، ارائه شد:<sup>[۱۵]</sup>

$$l_{FPZ}^L = \frac{2}{3} l_{FPZ}^{NL} \quad (12)$$

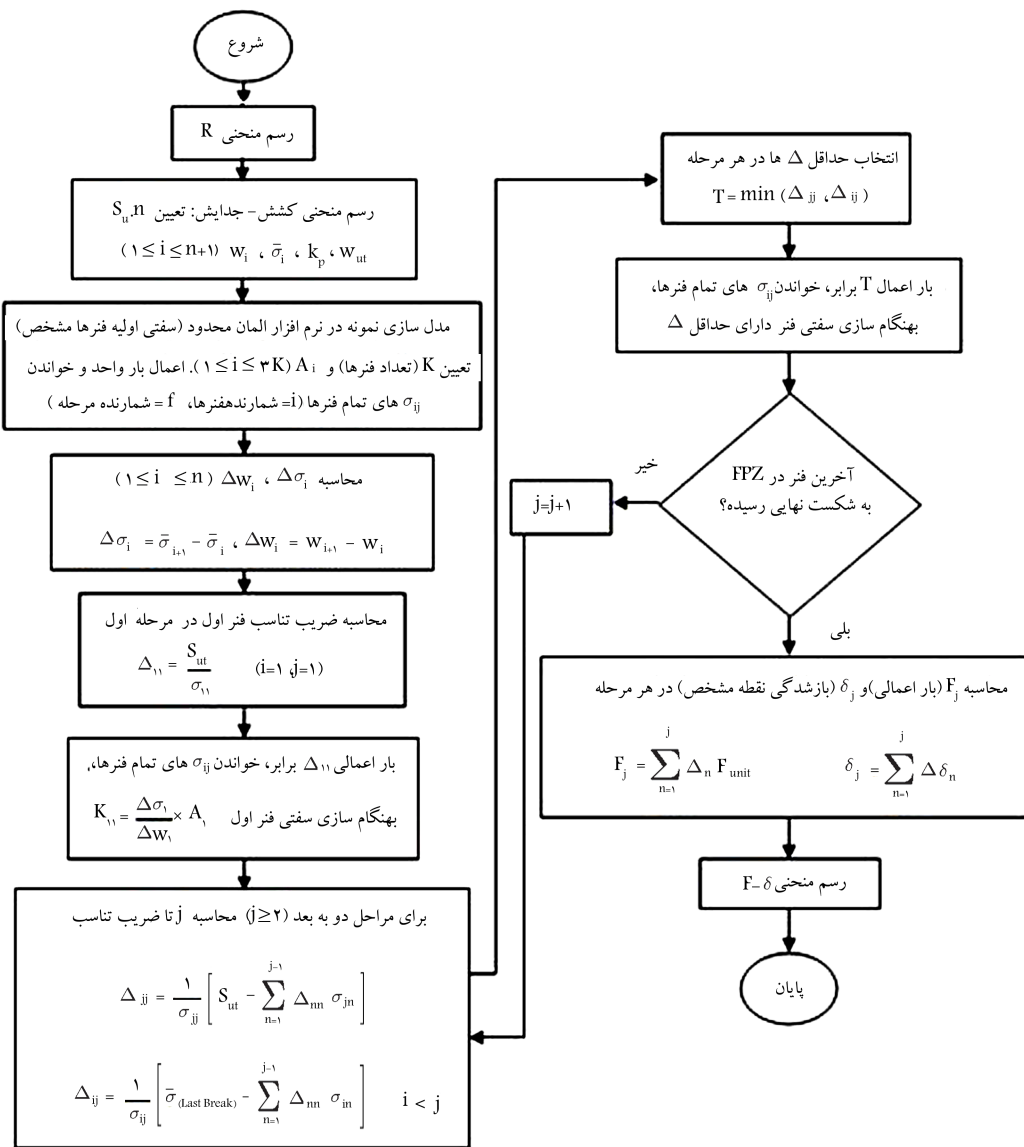
در کنار تمامی روابط موجود برای محاسبه‌ی طول و اندازه‌ی ناحیه‌ی فرایند شکست در قطعات کامپوزیتی مختلف، یکی از راه‌های محاسبه‌ی طول ناحیه‌ی فرایند شکست، استفاده از منحنی  $R$  تجربی ماده است. بدین صورت که اندازه ناحیه‌ی فرایند شکست مطابق شکل ۵ برابر است با فاصله‌ی بین آغاز منحنی  $R$  (یعنی  $G_0$ ) تا لحظه‌ی پایداری آن ( $G_{ss}$ ).

نتایج محاسبات حاصل از الگوریتم شبیه‌سازی ML-CZM، معمولاً به صورت منحنی بار - جابه‌جایی که به صورت تجربی نیز تعیین می‌شود، ارائه می‌شود. در این آزمایش بار همان بار اعمالی در نقطه‌ی بارگذاری است و جابه‌جایی در همان نقطه یا در هر نقطه‌ی دیگری قابل اندازه‌گیری است (شکل ۷). بار اعمالی در هر گام چنین محاسبه می‌شود:

$$F_{applied, Stepj} = [\Delta Step^1 \ \Delta Step^2 \ \dots \ \Delta Step^j]$$

$$\begin{bmatrix} F_{unit} \\ F_{unit} \\ \vdots \\ F_{unit} \end{bmatrix}$$

$$= \sum_{n=1}^j \Delta Step^n F_{unit} \quad (13)$$

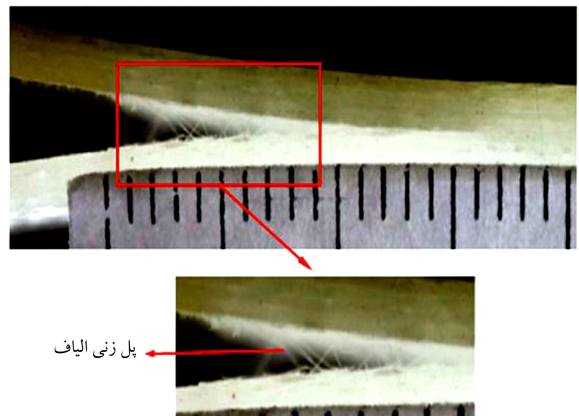


شکل ۸. الگوریتم شبیه‌سازی ML-CZM.

با استفاده از روابط تحلیلی موجود برای محاسبه‌ی چقرمگی شکست بین لایه‌یی، منحنی  $R$  تجربی نمونه‌ی DCB مطابق شکل ۱۰ به دست آمده است. چنان‌که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود طول ناحیه‌ی فرایند شکست برای نمونه‌ی DCB در حدود  $8.76 \text{ mm}$  است.<sup>[۱۷]</sup>

### ۶.۲. پیاده‌سازی و اجرای الگوریتم ML-CZM

نمونه‌ی تیریک سرگردار دو لبه (DCB) به صورت سه‌بعدی در نرم‌افزار المان محدود مدل‌سازی شده است. به منظور مدل‌سازی جدایش بین لایه‌یی (تورق) و قرار دادن المان‌های فنر در مسیر رشد و انتشار ترک، گره‌های دو لبه‌ی بالایی و پایینی تیر در وسط نمونه از یکدیگر جدا هستند. ابعاد نمونه‌ی DCB مطابق شرایط آزمایش،  $4.2 \times 2.5 \times 150 \text{ mm}$  و طول ترک اولیه  $35 \text{ mm}$  است. در شکل ۱۱ ابعاد شماتیک نمونه‌ی DCB مدل‌سازی شده نشان داده شده است. منحنی کشش - جدایش نمونه‌ی DCB یک سه‌خطی مطابق شکل ۱۲ است. این منحنی کشش -



شکل ۹. ناحیه‌ی فرایند شکست (ناحیه‌ی پل زنی الیاف) در نمونه‌ی DCB در حین آزمایش.<sup>[۱۷]</sup>

جدایش با استفاده از منحنی  $R$  تجربی نمونه‌ی DCB (شکل ۱۰) به دست آمده است. [۱۶] با توجه به منحنی کشش - جدایش نمونه، ورودی‌های الگوریتم شبیه‌سازی ML-CZM مطابق جدول ۳ است. مطابق محاسبات انجام شده، مشخص شد که حداقل بیست و سه فنر در بار حداکثر باید در مسیر رشد ترک بین لایه‌ی (تورق) وجود داشته باشد تا نتایج مطلوب حاصل شود و نیز نودهای دو طرف هر فنر تنش‌های یکسانی داشته باشند. با در نظر گرفتن  $10^5$  برابر مدول کشسانی نمونه برای سفتی اولیه‌ی فنرها، نتایج مطلوبی حاصل شده است. مش بندی چنان است که در راستای ضخامت یک المان، در راستای عرضی  $10^5$  المان و در راستای طولی  $30$  المان قرار گرفته است. مطابق مش بندی صورت گرفته مساحت درگیر برای هر یک از فنرها  $125$  میلی‌متر مربع محاسبه شده است. شرایط مرزی و بارگذاری عبارت است از:

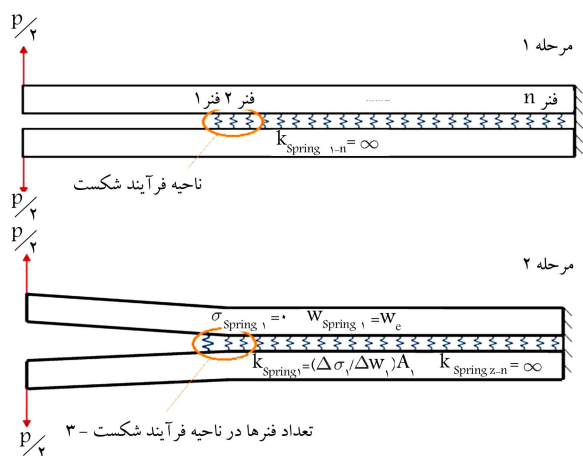
- گره‌های لبه‌ی پایینی نمونه‌ی DCB در راستای  $x$  و  $z$  کاملاً مقید شده‌اند ( $u = w = 0$ ).

- نیرو در جهت  $z$  به لبه‌ی بالایی و پایینی اعمال می‌شود.
- برای جلوگیری از حرکت جسم صلب، یک گره از لبه‌ی پایین در راستای  $y$  ( $v = 0$ ) مقید شده است.

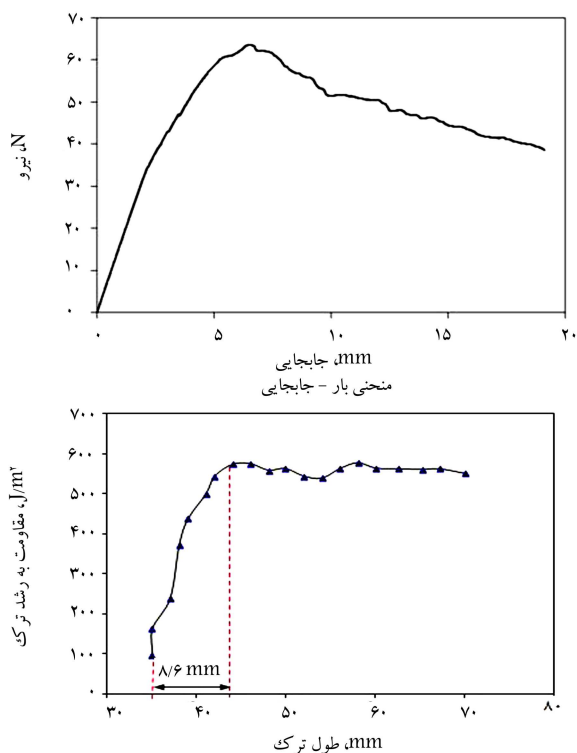
چنان که گفته شد با توجه به منحنی  $R$  تجربی طول ناحیه‌ی فرایند شکست در حدود  $876$  mm است که با توجه به مدل‌سازی صورت گرفته، تعداد فنرهای موجود در ناحیه‌ی فرایند شکست در حین اجرای الگوریتم (شکل ۱۳) سه فنر است. بنابراین الگوریتم شبیه‌سازی ML-CZM پس از شکست نهایی فنر سوم، یعنی آخرین فنر، در ناحیه‌ی فرایند شکست متوقف می‌شود زیرا پس از آن رشد ترک ناپایدار است و سپس منحنی بار - جابه‌جایی به عنوان خروجی الگوریتم نشان داده می‌شود (شکل ۱۴).

جدول ۳. ورودی‌های نمونه DCB جهت پیاده‌سازی الگوریتم شبیه‌سازی ML-CZM.

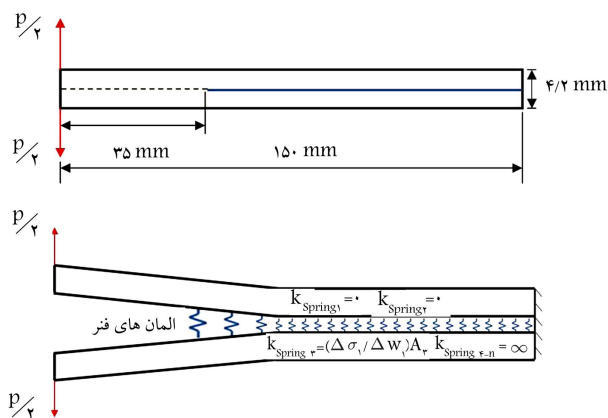
مقدار	ورودی	مقدار	ورودی
۶۷۲۳	$\bar{\sigma}_1$ (MPa)	۱۵	$s_{ut}$ (MPa)
$0.1503$	$w_1$ (mm)	$0.15$	$w_{ut}$ (mm)
$0.4742$	$w_c$ (mm)	$10^4$	$k_p$ (N/mm)
		۲	$n$



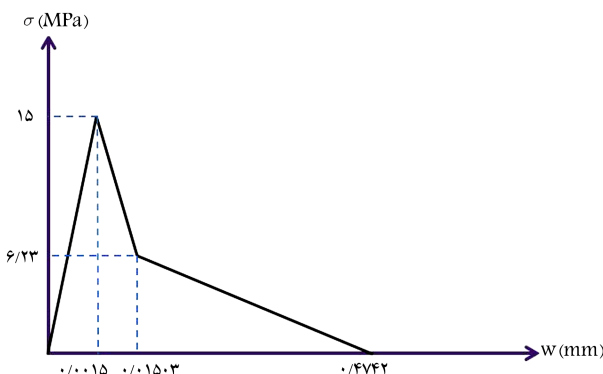
شکل ۱۳. قرارگیری المان‌های فنر در ناحیه‌ی فرایند شکست در نمونه DCB.



شکل ۱۰. منحنی بار - جابه‌جایی و منحنی  $R$  تجربی نمونه‌ی DCB با  $a_0 = 35$  mm برحسب طول ترک  $a$ . [۱۶]

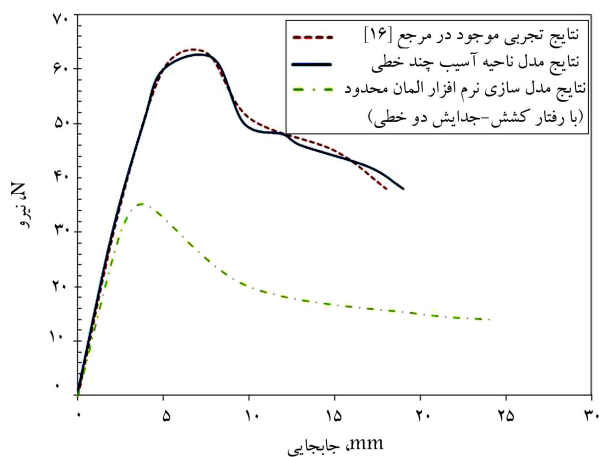


شکل ۱۱. هندسه، ابعاد و مدل‌سازی نمونه DCB جهت پیاده‌سازی الگوریتم.



شکل ۱۲. منحنی کشش - جدایش نمونه DCB جهت پیاده‌سازی الگوریتم.



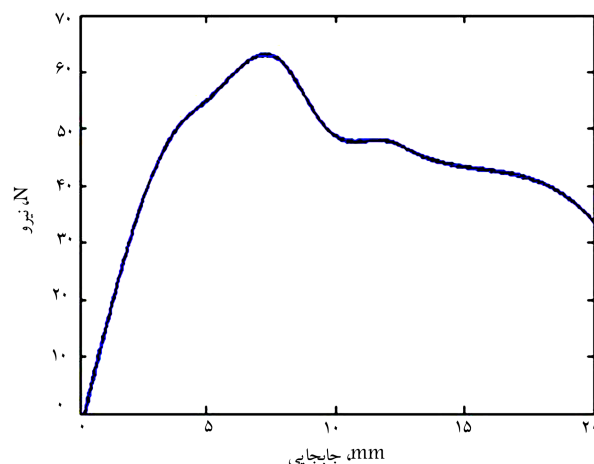


شکل ۱۶. مقایسه‌ی نتایج.

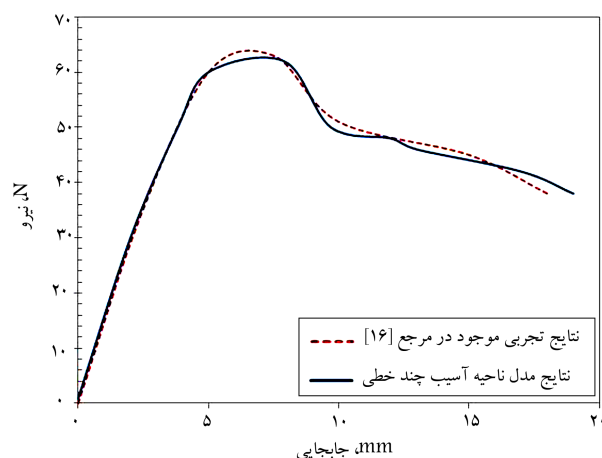
می‌شود که قطعه در باری (تقریباً  $15\text{ N}$ ) بسیار کم‌تر از بار واقعی (تقریباً  $60\text{ N}$ ) به نقطه‌ی آسیب می‌رسد و واضح است که در حالت کشش - جدایش دوخطی توانایی ناحیه‌ی فرایند شکست در تحمل بار لحاظ نشده است. اما نتایج حاصل از الگوریتم ارائه شده در این تحقیق از سازگاری بسیار بالایی با نتایج تجربی برخوردار بوده و به سادگی با اعمال هر نوع رفتار کشش - جدایش ماده (در حالت کلی  $n$  شکست خطی) می‌تواند به‌خوبی اثرات ناحیه‌ی فرایند شکست در مواد کامپوزیتی را، که شکست قطعه را به تعویق می‌اندازند، در نظر بگیرد.

### ۳. نتیجه‌گیری

در مواد کامپوزیتی - به‌ویژه کامپوزیت‌های الیافی - به دلیل وجود سازوکارهای سخت‌شوندگی از جمله پل‌زنی الیاف، پدیده‌ی رشد ترک با به وجود آمدن ناحیه‌ی فرایند شکست در نوک ترک همراه است. نکته‌ی مهم و قابل توجه این است که این ناحیه هنوز از قابلیت باربرداری برخوردار است و وقوع این ناحیه در نوک ترک در مواد کامپوزیتی با جذب انرژی، شکست جسم را به تأخیر انداخته و از شکست فاجعه‌بار جلوگیری می‌کند. بنابراین در مدل‌سازی و محاسبات رشد ترک باید به‌نحوه‌ی اثرات آن مدل شود. در این مقاله برای در نظر گرفتن اثرات ناحیه‌ی فرایند شکست بر شروع و رشد ترک بین لایه‌ی تحت مود  $I$  در مواد کامپوزیتی، الگوریتمی جدید براساس مدل ترک مجازی ارائه شد. این الگوریتم با ترکیب نتایج حاصل از تحلیل المان محدود و نتایج محاسبات عددی که در گام‌های مختلف به دست می‌آید، قادر به شبیه‌سازی ناحیه‌ی فرایند شکست است. در این مدل برای نشان دادن استحکام ناحیه‌ی فرایند شکست که در مسیر رشد ترک به وجود می‌آید، از المان‌های فنر استفاده شد که در طی گام‌های مختلف، ثابت فنر آن‌ها مطابق با منحنی کشش - جدایش ( $\sigma - w$ ) تغییر می‌کند. با توجه به دشواری‌های موجود در مدل‌سازی و اعمال بخش نزولی منحنی کشش - جدایش در نرم‌افزارهای المان محدود، این الگوریتم قادر است بخش نزولی منحنی کشش - جدایش با هر شکل خاص ( $n$  شکست خطی) را به سادگی اعمال کند. همچنین با افزایش تعداد شکست‌ها ( $n \rightarrow \infty$ ) می‌توان حالت نمایی را نیز برای بخش نزولی منحنی کشش - جدایش مدل‌سازی کرد. نتایج شبیه‌سازی به‌صورت منحنی بار - جابه‌جایی ارائه شد که با نتایج آزمایشگاهی موجود توافقی و سازگاری بالایی داشته و خاصیت نرم‌شوندگی ماده پس از گذر از نقطه‌ی آسیب را به‌خوبی نشان می‌دهد.



شکل ۱۴. منحنی بار - جابه‌جایی حاصل از اجرای الگوریتم شبیه‌سازی (شکست نهایی آخرین فنر در ناحیه‌ی فرایند شکست، FPZ).



شکل ۱۵. مقایسه‌ی منحنی بار - جابه‌جایی حاصل از اجرای الگوریتم شبیه‌سازی ML-CZM و منحنی بار - جابه‌جایی تجربی.

### ۷.۲. نتایج شبیه‌سازی و تفسیر آن‌ها

منحنی بار - جابه‌جایی پس از اجرای کامل الگوریتم شبیه‌سازی ML-CZM به‌خوبی خاصیت نرم‌شوندگی ماده پس از رسیدن به نقطه‌ی آسیب را نشان می‌دهد. در شکل ۱۵ نیز مشاهده می‌شود که نتایج (منحنی بار - جابه‌جایی) حاصل از الگوریتم شبیه‌سازی ارائه شده با نتایج تجربی هم‌خوانی بسیار خوبی دارد.

در نهایت نتایج حاصل از الگوریتم ML-CZM با نتایجی که از نرم‌افزارهای المان محدود موجود به دست می‌آید نیز مقایسه شده است. چنان‌که ذکر شد، در نرم‌افزارهای المان محدود موجود امکان مدل‌سازی رفتار کشش - جدایش ماده تنها به‌صورت دوخطی<sup>۹</sup>، نمایی<sup>۱۰</sup> و به‌صورت جدول<sup>۱۱</sup> وجود دارد و اعمال هر شکل خاص دیگری مستلزم کدنویسی جداگانه توسط کاربر است. برای مقایسه، نتایج حاصل از پیاده‌سازی الگوریتم ML-CZM، نتایج تجربی و نتایج حاصل از نرم‌افزار المان محدود با رفتار کشش - جدایش دوخطی در شکل ۱۶ نشان داده شده است. منحنی بار - جابه‌جایی حاصل از نرم‌افزار المان محدود با رفتار کشش - جدایش دوخطی چنان‌که انتظار می‌رود اختلاف بسیاری با نتایج تجربی دارد و ملاحظه

پانوشتها

1. toughening mechanisms
2. fracture process zone (FPZ)
3. linear elastic fracture mechanics (LEFM)
4. crack growth resistance curve
5. traction- separation curve
6. double cantilever beam (DCB)
7. end notch flexure (ENF)
8. multi- linear cohesive zone model (ML-CZM)
9. softening
10. exponential
11. tabular

منابع (References)

1. Jensen, J.L. "Quasi-non-linear fracture mechanics analysis of the double cantilever beam specimen", *J. Wood Sci.*, **51**, pp. 566-571 (2005).
2. Ural, A., Krishnan, V.R. and Papoulia, K.D. "A cohesive zone model for fatigue crack growth allowing for crack retardation", *International Journal of Solids and Structures*, **46**, pp. 2453-2462 (2009).
3. Haj-Ali, R., El-Hajjar, R. and Muliana, A. "Cohesive fracture modeling of crack growth in thick-section composites", *Engineering Fracture Mechanics*, **73**, p. 2192-2209 (2006).
4. Nguyen, O., Repetto, E.A. and M. Ortiz, R.A. "A cohesive model of fatigue crack growth", *International Journal of Fracture*, **110**, pp. 351-369 (2001).
5. Coureau, J.L., Morel, S. and Gustafsson, P.J. "Influence of the fracture softening behaviour of wood on load-COD curve and R-curve", *Materials and Structures*, **40**, pp. 97-106 (2006).
6. Erdogan, E. "Fracture mechanics", *International Journal of Solids and Structures*, **37**, pp. 171-183 (2000).
7. Hillerborg, A. and Modeer, M. "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements", *Cement and Concrete Research*, **6**, pp. 773-782 (1976).
8. Cendon, D.A., Galvez, J.C., Elices, M. and Planas, J. "Modelling the fracture of concrete under mixed loading", *International Journal of Fracture*, **103**, pp. 293-310 (2000).
9. Hillerborg, A. and Modeer, M. "Application of the fictitious crack model to different types of materials", *International Journal of Fracture*, **51**, pp. 95-102 (1991).
10. Gowhari Anaraki, A.R. and Fakoor, M. "Mixed mode fracture criterion for wood based on a reinforcement microcrack damage model", *Materials Science and Engineering*, **527**, pp. 7184-7191 (2010).
11. O'Brien, T.K. "Composite interlaminar shear fracture toughness, GIIC: shear measurement or sheer myth", *ASTM STP*, **1330**, pp. 3-18 (1998).
12. Wang, W. and Vu-Khanh, T. "Use of the end-loaded split (ELS) test to study stable fracture behaviour of composites under mode II loading", *Compos Struct*, **36**, pp. 71-9 (1996).
13. Blackman, B.R.K., Kinloch, A.J. and Paraschi, M. "The determination of the mode II adhesive fracture resistance, GIIC, of structural adhesive joints: an effective crack length approach", *Eng Fract Mech*, **72**, pp. 877-97 (2005).
14. Blackman, B.R.K., Brunner, A.J. and Williams, J.G. "Mode II fracture testing of composites: A new look at an old problem", *Eng Fract Mech*, **73**, pp. 2443-55 (2006).
15. Dávila, C.G., Rose, C.A. and Camanho, P.P. "A procedure for superposing linear cohesive laws to represent multiple damage mechanisms in the fracture of composites", *International Journal of Fracture*, **158**(2), pp. 211-223 (2009).
16. Heidari-Rarani, M., Shokrieh, M.M. and Camanho, P. "Finite element modeling of mode I delamination growth in laminated DCB specimens with R-curve effects", *Composites: Part B*, **45**, pp. 897-903 (2013).
17. Shokrieh, M.M., Heidari-Rarani, M. and Ayatollahi, M.R. "Delamination R-curve as a material property of unidirectional glass/epoxy composites", *Mater Design*, **34**, pp. 211-8 (2012).
18. Spearing, S.M. and Evans, A.G. "The role of fiber bridging in the delamination resistance of fiber-reinforced composites", *Acta Metall Mater*, **40**(9), pp. 2191-9 (1992).
19. Suo, Z., Bao, G. and Fan, B. "Delamination R-curve phenomena due to damage", *J. Mech. Phys. Solids*, **40**(1), pp. 1-16 (1992).
20. Sorensen, L., Botsis, J., Gmür, Th. and Humbert, L. "Bridging tractions in mode I delamination: Measurements and simulations", *Composites Science and Technology*, **68**, pp. 2350-2358 (2008).
21. Tamuzs, V., Tarasovs, S. and Vilks, U. "Progressive delamination and fiber bridging modeling in double cantilever beam composite specimens", *Eng Fract Mech*, **68**, pp. 513-25 (2001).
22. Alfano, G. "On the influence of the shape of the interface law on the application of cohesive-zone models", *Comp. Sci. Technol.*, **66**, pp. 723-730 (2006).
23. Scheider, I. and Brocks, W. "The effect of the traction separation law on the results of cohesive zone crack propagation analyses", *Key Eng. Mat.*, **251**, pp. 313-318 (2003).
24. Morais, A.B. and Pereira, A.B. "Application of the effective crack method to mode I and mode II interlaminar fracture of carbon/epoxy unidirectional laminates", *Comp. Part A*, **38**, pp. 785-794 (2007).
25. Smith, I., Landis, E. and Gong, M., *Fracture and Fatigue in Wood*, John Wiley & Sons Ltd, England (2003).
26. Sørensen, B.F. and Jacobsen, T.K. "Large-scale bridging in composites: R-curves and bridging laws", *Compos Part A, Appl Sci Manuf*, **29**, pp. 1443-1451 (1998).
27. Seweryn, A. "Brittle fracture criterion for structures with sharp notches", *Engng Fract Mech*, **47**, pp. 673-81 (1994).
28. Bao, G. and Suo, Z. "Remarks on crack-bridging concepts", *Appl Mech Rev*, **45**, pp. 355-366 (1992).