مهندسی مکانیک شریف، (بهار ۱۳۹۴)
دوره‌ی ۳ - ۳۱، شماره‌ی ۱، ص. ۱۰۷-۱۱۵، (یادداشت فنی)

Research Note

رویکرد نوین طراحی بهینه‌ی چندموضوعی سیستم‌های مهندسی در دفاتر طراحی بر مبنای بهینه‌سازی مشارکتی

جعفر روشنی‌یان (استاد)
حسین دارابی* (دانشجوی دکتری)
دانشکده‌ی مهندسی هوافضا، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی
هادی زارع (دانشجوی دکتری)
دانشکده‌ی مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

این نوشتار پژوهشی است درخصوص طراحی بهینه‌ی چندموضوعی و نحوه‌ی به‌کارگیری آن در بهینه‌سازی سیستم‌های مهندسی در قالب دفاتر طراحی، براساس روش بهینه‌سازی مشارکتی. این روش ازجمله روش‌های بهینه‌سازی چندسطحی است که در آن مسائل به دو سطح در قالب موضوعات مختلف درگیر در مسئله تجزیه، و سپس حل می‌شود. چگونگی به‌کارگیری این روش با استفاده از حل یک مسئله‌ی مهندسی تحت عنوان «طراحی بهینه‌ی گیربکس کاهنده‌ی سرعت»، و با ارائه‌ی نحوه‌ی تجزیه‌ی مسئله، روند بهینه‌سازی مسئله در سطح زیرسیستم و نیز چگونگی بهینه‌سازی مسئله در سطح سیستم، که در اصل همان مفهوم بهینه‌سازی مشارکتی است، تشریح شده است. همچنین نشان داده شده که این روش شیوه‌یی مناسب برای حل مسائل پیچیده با فضای طراحی بزرگ، نظیر مسائل مطرح در صنعت هوافضا، در قالب دفاتر طراحی و به تفکیک زیرسیستم‌های مرتبط است.

roshanian@ kntu.ac.ir
hdarabi@dena.kntu.ac.ir
h_zare@ae.sharif.ir

واژگان کلیدی: بهینه‌سازی، طراحی بهینه‌ی چند موضوعی، بهینه‌سازی مشارکتی.

۱. مقدمه

در دهه‌های اخیر روش بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی[۱]، به‌عنوان یک رشته‌ی مهندسی که بر توسعه‌ی روش‌های بهینه‌سازی و طراحی‌های نوین متمرکز است، برای سیستم‌های پیچیده به وجود آمده است. تقریباً می‌توان گفت که این موضوع از سال ۱۹۹۱ ــ زمانی که آقای سوبیسکی مقاله‌ی مهمی درخصوص بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی، به‌عنوان روش جدید طراحی که پتانسیل تحقق خواسته‌های طراح را دارد، به رشته‌ی تحریر درآورد ــ به متخصصین موضوع معرفی شد. این مقاله را می‌توان آغاز رسمی به‌کارگیری بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی دانست که هنوز هم در بیشتر مقالات مورد ارجاع قرار می‌گیرد. مسئله‌ی عمومی بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی را می‌توان چنین تعریف کرد:

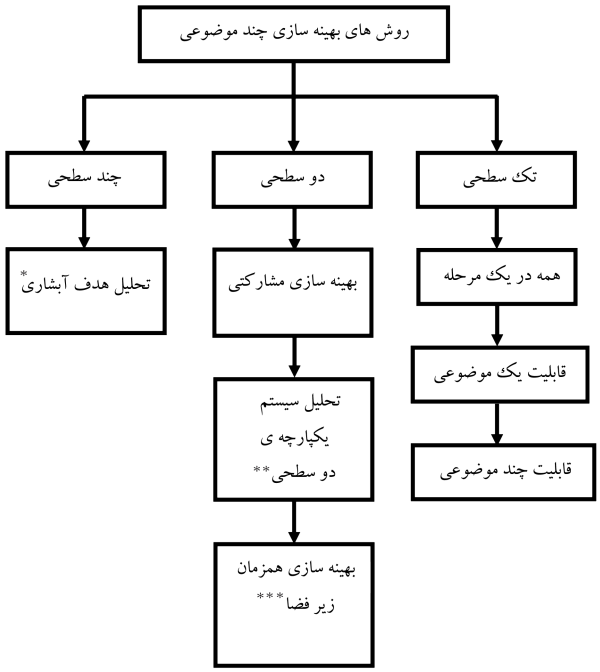
$$\begin{aligned} &\text{Minimize}: \quad f(x,u(x)) \\ &\text{subject to}: \quad g(x,u(x)) \le 0 \\ &\qquad\qquad h(x,u(x)) = 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

که در آن $x = x_1, x_2, ..., x_n$ بردار متغیرهای طراحی و $u = u_1, u_2, ..., u_n$ بردار متغیرهای حالت (رفتار) سیستم هستند.

با تکامل تحقیقات در زمینه‌ی طراحی بهینه‌ی چندموضوعی و دست‌یابی به تکنولوژی‌های پیشرفته‌ی محاسباتی، تعداد روش‌های حل مسائل نیز افزایش یافته است (شکل ۱). این روش‌ها در مطالعات انجام شده توسط محققین[۱-۶] طبقه‌بندی شده است. آنان روش‌های بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی را به روش‌های تک‌سطحی نظیر روش همه در یک مرحله[۲]، قابلیت یک موضوعی[۳] و قابلیت چندموضوعی[۴] طبقه‌بندی کردند و کلاً این سه روش را «بهینه‌سازی تجمیعی کامل[۵]» نامیدند.[۱] روش‌های دوسطحی مانند بهینه‌سازی مشارکتی[۶]، تحلیل جامع سیستم دوسطحی و بهینه‌سازی زیرفضای متقارن نیز در ادامه توسط دیگر محققین تدوین شد.[۷و۸]

«طراحی بهینه‌ی چندموضوعی» پس از آن‌که توسط جامعه‌ی مهندسین هوافضا پا به عرصه‌ی وجود گذاشت، مزایای آن کاربران را به استفاده از این روش در صنایع دیگری نظیر صنایع الکترونیک، خودروسازی، کشتی‌سازی و ساختمان‌سازی نیز ترغیب کرد. به‌کارگیری این روش در هر مسئله‌ی طراحی چالش‌ها و پیچیدگی‌های مخصوص به خود را دارد و لذا، در صنایع و دانشگاه‌های مختلفی همچون استنفورد، ویرجینیا، جورجیا، ماساچوست و نوتردام در آمریکا، دانشگاه تورنتو کانادا، دانشگاه میلان ایتالیا و چندین دانشگاه دیگر در انگلیس، فرانسه و استرالیا ده‌ها پروژه‌ی

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۲/۴/۱۱، اصلاحیه ۱۳۹۲/۱۰/۱۴، پذیرش ۱۳۹۲/۱۱/۲.



* – Analytical Target Cascading

** – Bi-Level Integrated Systems Synthesis

*** – Concurrent Sub Space Optimization

شکل ۱. انواع روش‌های بهینه سازی.[۲۰]

تحقیقاتی به‌منظورکاربرد این روش در مسائل مختلف انجام شده یا در دست انجام است.[۹-۱۹]

علاوه بر تحقیقات دانشگاهی مورد اشاره، مواردی از کاربردهای صنعتی روش طراحی بهینه‌ی چندموضوعی نیز در شرکت‌هایی نظیر ایرباس، بوئینگ، جنرال‌الکتریک، فورد، بی‌ام‌دبلیو، جنرال موتورز، لاکهید مارتین و تعدادی دیگرگزارش شده است. در این صنایع، از طراحی بهینه‌ی چندموضوعی در سه سطح استفاده شده است:[۲۱]

- طراحی مفهومی با استفاده از مدل‌های تحلیلی؛
- طراحی اولیه با استفاده از مدل‌های با سطح صحت پائین؛
- طراحی تفضیلی با استفاده از مدل‌های با سطح صحت بالا.

اکنون بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی یکی از زمینه‌های رشد تحقیقات با دامنه‌ی وسیعی از کاربردهاست و بعضی از مفاهیم این روش ــ نظیر تدوین روش بهینه‌سازی، نحوه‌ی تجزیه‌ی موضوعات، نحوه‌ی تدوین کدهای موضوعی، به‌کارگیری روش‌های پردازش موازی و... ــ هنوز هم در دست توسعه‌اند.[۲۲]

چنان که اشاره شد، روش بهینه‌سازی مشارکتی از جمله روش‌های بهینه‌سازی چندموضوعی است. این روش بهینه‌سازی از روش‌های بهینه‌سازی چندسطحی است که مسائل را به دو سطح در قالب موضوعات مختلف درگیر در مسئله تجزیه، و سپس اقدام به حل آن می‌کند. می‌توان گفت که به‌کارگیری این ابزار در چرخه‌ی کار دفاتر طراحی ازجمله اهداف تدوین این شیوه‌ی طراحی است که در این مقاله سعی شده ضمن تبیین این روش با تشریح و حل یک مسئله چگونگی به‌کارگیری موضوع در حل مسائل پیچیده‌ی مهندسی نشان داده شود.

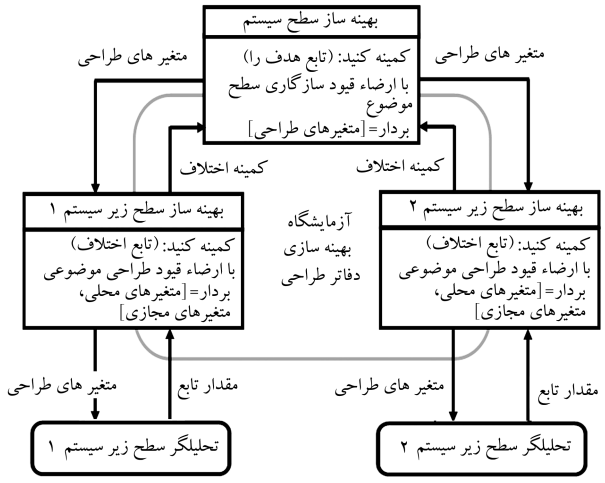
۲. بهینه‌سازی مشارکتی

بهینه‌سازی مشارکتی[۲۳و۷،۵] قالبی جدید در روش‌های بهینه‌سازی چندموضوعی است که برای به‌کارگیری در سیستم‌های با مقیاس بزرگ، پیچیده و چندموضوعی تدوین و توسعه یافته است. چارچوب طراحی‌شده به‌ویژه برای مسائلی مناسب است که در آنها میزان هم‌پوشانی بین موضوعات نسبتاً ضعیف است. شکل ۲ نمایان‌گر شماتیک معماری بهینه‌سازی مشارکتی است.

در این روش، یک مسئله‌ی پیچیده به‌صورت سلسله‌مراتبی در موضوعات، به تعدادی زیرمسئله تفکیک شده و با استفاده از فرایند تنظیم سطح سیستمی به توافقی چندموضوعی می‌رسند. تعداد زیادی از مسائل تحلیلی، نظیر طراحی هواپیما و ماهواره‌بر، با استفاده از این روش‌حل شده‌اند. متدولوژی بهینه‌سازی مشارکتی اولین‌بار توسط گروه طراحی هواپیما، تحت نظر پروفسور کورو در دانشگاه استنفورد توسعه یافت که چارچوبی مورد توجه در بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی برای بررسی مسائل بهینه‌سازی طراحی توزیعی ــ مسائلی که اغلب در صنعت یافت می‌شود، مانند صنایع اتومبیل و هوافضا ــ و در مقیاس بزرگ است. مهم‌ترین انگیزه برای توسعه‌ی این چارچوب مبتنی بر این واقعیت است که در مسائل طراحی پیچیده و با مقیاس بزرگ، تمامی تصمیمات متخذه در یک روش بهینه‌سازی طراحی متمرکز که براساس یک بهینه‌ساز منفرد عمل می‌کند، اجرایی نیست.[۲۴]

مفهوم کلیدی در روش بهینه‌سازی مشارکتی، جداسازی مسئله‌ی طراحی به دو سطح سیستمی و موضوعی است. بهینه‌ساز سطح سیستم برای کمینه‌سازی هدف سطح سیستمی، همزمان با تحقق ملزومات سازگاری بین موضوعات مختلف، با وارد کردن قیود تساوی در سطح سیستمی به کار می‌رود.

طراحی روش بهینه‌سازی مشارکتی به‌گونه‌یی است که ضمن حمایت از استقلال موضوعی، سازگاری بین موضوعی را حفظ کرده و انعطاف بیشتری در طراحی به وجود آورد. روش بهینه‌سازی مشارکتی در یک ساختار سلسله‌مراتبی قرار می‌گیرد و در مقایسه با سیستم‌های غیر سلسله‌مراتبی به‌دلیل برخورداری از ساختار موازی، نیاز به تکرار کم‌تری دارد؛ اساساً ویژگی‌های سازمانی این روش مزیت‌هایی دارد که این روش را از سایر روش‌ها متمایز می‌سازد. این ویژگی، بهینه‌سازی مشارکتی را به‌خوبی برای استفاده در محیط طراحی چندموضوعی مهیا می‌سازد.



شکل ۲. شماتیک معماری بهینه‌سازی مشارکتی.[۲۵و۲۶]

۳. مزایای روش بهینه‌سازی مشارکتی

روش بهینه‌سازی مشارکتی از منظر محاسباتی و نیز نحوه‌ی سازمان‌دهی، در مقایسه با روش‌های طراحی سنتی، از مزایای زیادی برخوردار است. این موضوع ناشی از استقلال موضوعی نسبت به بهینه‌سازی و تحلیل در این روش است که عبارت‌اند از:

۱. این روش به‌گونه‌یی طراحی و تدوین شده که قادر به اجرای فرایند طراحی در قالب یک سازمان طراحی ــ یا اصطلاحاً دفاتر طراحی ــ هستیم که در آن کارها بین گروه‌های متخصص توزیع شده است (شکل ۳). در این روش هر مسئله‌ی بهینه‌سازی موضوعی مجاز است تا مجموعه متغیرهای محلی خودش را اداره و قیود مربوط را برآورده کند. بنابراین، در این روش متغیرهای طراحی موضوعی از سطح سیستم حذف شده، که این مطلب باعث درجه بالایی از استقلال در بهینه‌سازی موضوعی می‌شود.

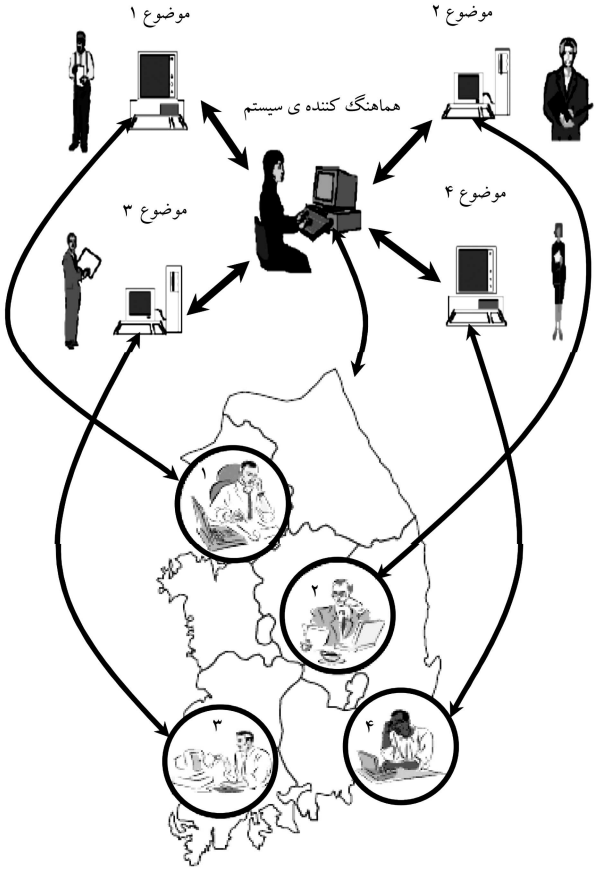
۲. در این روش حذف متغیرهای طراحی موضوعی از سطح سیستم در مقایسه با مجموعه‌ی کامل متغیرهای طراحی منجر به کاهش جدی در تعداد متغیرهای طراحی در روند بهینه‌سازی در هر دو سطح سیستمی و موضوعی می‌شود.

۳. در این روش هر موضوع مجاز است که به‌طور مستقل عمل کند.

۴. این روش در مقایسه با سایر روش‌های بهینه‌سازی چندسطحی، روشی مقاوم و نیرومند است.

۵. روش بهینه‌سازی مشارکتی تطبیق زیادی با فرایندهای صنعتی دارد.

۶. در این روش ارتباطات بین زیرسیستم‌ها کاهش قابل توجهی می‌یابد.



شکل ۳. شماتیک نحوه‌ی به‌کارگیری روش بهینه‌سازی مشارکتی در دفاتر طراحی.[۲۶]

۷. با توجه به آزادی زیرسیستم‌ها در این روش بهینه‌سازی، می‌توان برای هر زیرسیستم برنامه‌ی تحلیلی و بهینه‌سازی متناسب و خاص خودش را به‌کار گرفت.

۸. این روش استفاده از پردازش موازی در حل مسائل بهینه‌سازی طراحی چندموضوعی با مقیاس بزرگ را ممکن می‌سازد.

۴. محدودیت‌های روش بهینه‌سازی مشارکتی

به‌دلیل ماهیت دوسطحی بودن روش بهینه‌سازی مشارکتی، محدودیت‌هایی در این روش به‌شکل دشواری‌های محاسباتی و عددی، نرخ همگرایی کند، و نیز رفتار نامنظم در حین اجرای فرایند بهینه‌سازی سطح سیستم به وجود می‌آید که دلایل بروز این وضعیت عبارت است از:

۱. وجود قیود تساوی در سطح سیستم یکی از مشکلات این روش است. علت اصلی بروز این مسئله آن است که زیرسیستم‌ها قیود را صفر نمی‌کنند و سعی دارند قیود خود را ارضاء کنند. برگشت این پاسخ قیود به سیستم باعث اغتشاش در شرایط مسئله می‌شود.

۲. روش بهینه‌سازی مشارکتی، مشکلات بهینه‌سازی سیستم‌های پیچیده را با جداسازی به چند موضوع کاهش می‌دهد. اگرچه اهداف بهینه‌سازی موضوعی به‌صورت مستقیم به تابع هدف بهینه‌سازی سیستمی مربوط نمی‌شود و مقدار تابع هدف موضوعی می‌تواند در حین اجرای بهینه‌سازی سطح سیستمی نوسان کند.

۳. بهینه‌سازی مشارکتی برای طراحی مسائلی که در برگیرنده‌ی مدل‌های با دقت بالا باشد خیلی زمان‌بر است.

۴. اگرچه الگوریتم برنامه‌ریزی درجه دو متوالی[۷] به‌طور کلی کارآمدترین روش برای حل مسائل بهینه‌سازی مقید است، در این روش در سطح سیستم به‌خاطر مشکل اغتشاش و قیودی که از سطح سیستم به‌صورت اسکالر در نظر گرفته می‌شود نمی‌توان از الگوریتم‌های گرادیانی، مشابه الگوریتم برنامه‌سازی درجه دو متوالی، استفاده کرد. لذا باید از الگوریتم‌های تکاملی[۸]، تصادفی[۹] و مقاوم مثل الگوریتم ژنتیک[۱۰]، الگوریتم شبیه‌سازی سردشدن فلز[۱۱] یا الگوریتم بهینه‌سازی تجمع ذرات[۱۲] استفاده کنیم که البته می‌دانیم به‌کارگیری این روش‌ها بسیار زمان‌بر و پرهزینه است. این مورد یکی از جدی‌ترین نواقص و محدودیت‌های روش بهینه‌سازی مشارکتی است.

۵. فرمول‌سازی روش بهینه‌سازی مشارکتی

فرایندهای مهم در مسائل بهینه‌سازی عبارت‌اند از:

۱. تعیین تابع هدف. در مسائل بهینه‌سازی اصولاً باید بتوان تابعی با قابلیت بهینگی تعریف کرد تا از آن بتوان به‌عنوان معیار مؤثربودن یا بهینه‌بودن طراحی استفاده کرد. این تابع را تابع هدف یا شایستگی می‌نامند که به‌صورت بردار چنین نمایش داده می‌شود:

$$f(x) = [f_1(x),\ f_2(x),\ \ldots,\ f_n(x)] \qquad (۲)$$

۲. تشخیص و تعیین متغیرهای طراحی و در نظر داشتن پارامترهای طراحی.

۳. تعریف قیود مسئله.

۴. فرمول‌سازی استاندارد بهینه‌سازی.

با فرض داشتن مسئله‌یی با دو موضوع ۱ و ۲ و با توجه به شکل ۴ خواهیم داشت:

می‌خواهیم مقادیر ستاره‌دار را چنان بیابیم که تابع f را با ارضاء قیود مرتبط کمینه سازد، لذا:

Find :

$$y_{12}^* \ , \ y_{21}^* \ , f_1^* \ , f_2^* \qquad (۳)$$

Minimize :

$$f(f_1^* \ , f_2^*) \qquad (۴)$$

Satisfy :

$$r_{1=0} \qquad r_{2=0} \qquad (۵)$$

در اینجا بردارهای y_{12}^*, y_{21}^*, f_1^*, f_2^* متغیرهای کوپلینگ و هدف هستند، بنابراین سطح سیستم با استفاده از این متغیرها روی تنظیم کوپلینگ بین موضوعات و تابع هدف تمرکز دارد. قیود سطح سیستم توابع اسکالر r_1 و r_2 هستند که به‌وسیله‌ی هریک از موضوعات مرتبط محاسبه می‌شوند. به‌عبارت دیگر، موضوع iام به‌وسیله‌ی حل یک مسئله‌ی بهینه‌سازی محاسبه می‌شود:

Given data :

$$y_{ij}^* \ , \ y_{ji}^* \ , f_i^* \qquad (۶)$$

Find :

$$x_i, y'_{ji} \qquad (۷)$$

Minimize :

$$r_i = (y_{ij}^* - y_{ij}(x_i, y'_{ji}))^2 + (y_{ji}^* - y'_{ji})^2 + (f_i^* - f_i(x_i, y'_{ji}))^2 \qquad (۸)$$

Satisfy :

$$g_i(x_i, y'_{ji}) \leq 0 \qquad (۹)$$

Return :

$$r_i \qquad (۱۰)$$

در این مسئله، سطح موضوع باید متغیرهای طراحی x_i را طوری بیابد که قیود طراحی موضوعی g_i را ارضاء و تابع هدف جدید r_i را کمینه سازد. این تابع هدف، میزانی از اختلاف یا تفاوت بین مقادیر هدف ارائه شده توسط سطح سیستم و مقادیر مرتبط محاسبه شده در سطح زیرسیستم است. مقدار بهینه‌ی این اختلاف به سطح سیستم ــ جایی که قیود باید صفر شوند ــ برمی‌گردد. متغیرهای مجازی y'_{ji} استفاده شده در سطح زیرسیستم می‌توانند قیود طراحی سطح سیستم را صرف‌نظر از مقادیر هدف ارسالی از سطح سیستم همیشه ارضاء کنند:

۱. شروع فرایند بهینه‌سازی با مقادیر اولیه‌ی متغیرهای طراحی سیستم؛

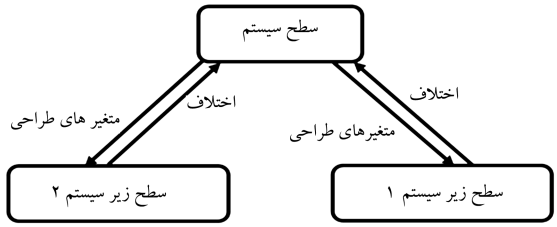
۲. ارسال این متغیرها به سطوح زیرسیستم؛

۳. حل مسئله‌ی بهینه‌سازی در سطوح زیرسیستم؛

۴. عودت مقادیر بهینه‌ی توابع هدف سطوح زیرسیستم به سطح سیستم؛

۵. انتخاب یک‌سری از مقادیر جدید متغیرهای طراحی که تابع هدف سطح سیستم را کمینه می‌سازد در سطح سیستم بعد از اجرای فرایند بهینه‌سازی با ورودی‌های مرتبط و ارسالی از سطوح زیرسیستم.

۶. ادامه‌ی فرایند تا دست‌یابی به بهینه‌ی واقعی (ارضای شرط توقف الگوریتم).



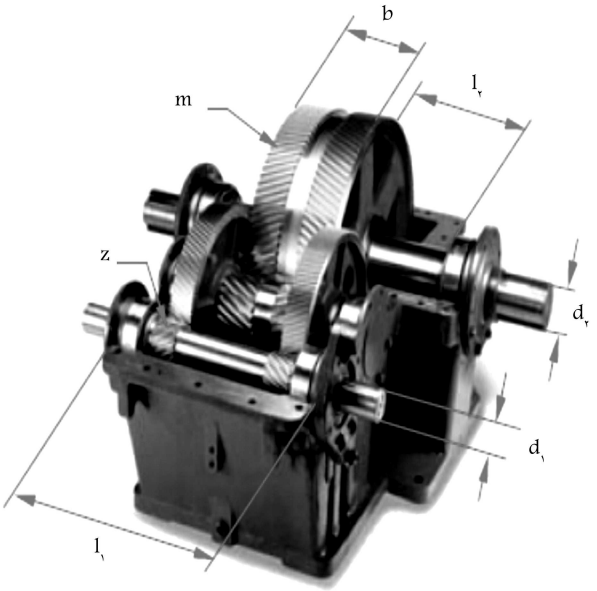
شکل ۴. فرمول‌سازی روش بهینه‌سازی مشارکتی.[۲۶]

۶. حل مسئله به‌روش بهینه‌سازی مشارکتی

به‌منظور تبیین روش حل مسئله‌ی بهینه‌سازی طراحی به‌شیوه‌ی بهینه‌سازی مشارکتی، فرایند بهینه‌سازی طراحی یک گیربکس (کاهنده‌ی سرعت) در ادامه ارائه می‌شود (شکل ۵).

در این مسئله طراح در نظر دارد ابعاد کلی گیربکس مد نظر را به‌گونه‌یی طراحی کند که ضمن داشتن کارآیی لازم از کم‌ترین وزن ممکن برخوردار باشد. متغیرهای طراحی چنان که مشاهده می‌شود عبارت‌اند از: b عرض چرخ‌دنده‌ی بزرگ، m مدول دندانه، z تعداد دندانه‌ی چرخ‌دنده، l_1 و l_2 طول شفت‌های گیربکس، و d_1 و d_2 قطر شفت‌ها هستند. قیود مسئله عبارت است از: محدویت‌های ناشی از تنش خمشی دندانه‌های چرخ‌دنده، تنش سطحی، تغییر مکان شفت‌ها در اثر انتقال نیرو و تنش‌های شفت‌ها.

با داشتن تابع هدف مسئله، قیود مسئله و محدوده‌ی تغییرات متغیرهای طراحی



شکل ۵. گیربکس کاهنده‌ی سرعت و متغیرهای طراحی مربوطه.[۲۶]

می‌توان مسئله را به دو صورت معمولی و مشارکتی بهینه‌سازی کرد. تابع هدف:

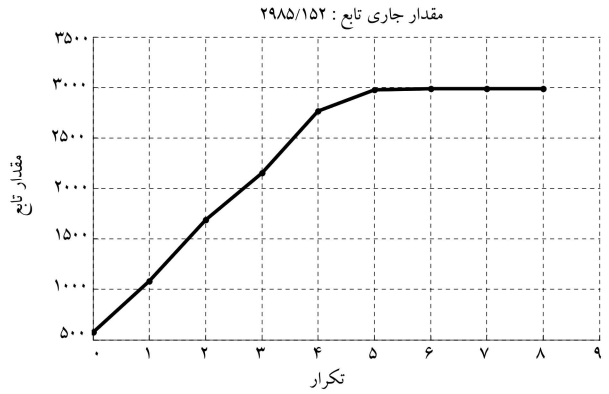
$$\begin{aligned}\text{Weight} =& ۰٫۷۸۵۴bm^۲(۳٫۳۳۳۳z^۲ + ۱۴٫۹۳۳۴z - ۴۳٫۰۹۳۴)\\ &- ۱٫۵۰۷۹(d_۱^۲ + d_۲^۲)b + ۷٫۴۷۷(d_۱^۳ + d_۲^۳)\\ &+ ۰٫۷۸۵۴ * (l_۱d_۱^۲ + l_۲d_۲^۲) \qquad (۱۱)\end{aligned}$$

قیود طراحی: تعداد ۲۵ قید طراحی روی متغیرهای طراحی در این مسئله تعریف شده[۲۶] که به تفکیک موضوعات و متغیرهای درگیر در هر موضوع قابل ارائه است. محدوده‌ی متغیرهای طراحی عبارت‌است از:

$$\begin{aligned}&۲٫۶ \le b \le ۳٫۶\\ &۰٫۷ \le m \le ۰٫۸\\ &۱۷٫۰ \le z \le ۲۸٫۰\\ &۷٫۳ \le l_۱ \le ۸٫۳\\ &۷٫۳ \le l_۱ \le ۸٫۳\\ &۲٫۹ \le d_۱ \le ۳٫۹\\ &۵٫۰ \le d_۲ \le ۵٫۵ \qquad (۱۲)\end{aligned}$$

با استفاده از جعبه‌ابزار نرم‌افزار متلب و با نوشتن فایل تابع هدف و قیود، و با فراخوانی نرم‌افزار کمینه‌سازی توابع مقید که یکی از روش‌های ریاضی بهینه‌سازی گرادیان پایه و نیز با استفاده از روش الگوریتم ژنتیک که یکی از روش‌های تکاملی است، نتایج حاصل از بهینه‌سازی در مقایسه با نتایج ارائه شده،[۲۶] در جدول ۱، شکل‌های ۶ و ۷ ارائه شده است.

با توجه به نتایج حاصله می‌توان گفت که پاسخ الگوریتم برنامه‌ریزی درجه دو متوالی که یک روش گرادیان‌پایه و مناسب برای یافتن کمینه محلی است، از پاسخ روش الگوریتم ژنتیک ــ که روشی تکاملی و مناسب برای یافتن کمینه سراسری است ــ دقیق‌تر است. همچنین سرعت دست‌یابی به پاسخ در روش برنامه‌ریزی درجه دو متوالی بسیار بیشتر از روش الگوریتم ژنتیک است و نیز، در روش برنامه‌ریزی درجه دو متوالی از هر نقطه شروعی نمی‌توان به پاسخ مناسب رسید زیرا این الگوریتم به‌دلیل گرادیان‌پایه بودن و استفاده از مشتق تابع در منطق رسیدن به پاسخ در نقاط کمینه محلی گیر افتاده و متوقف می‌شود. اما الگوریتم ژنتیک از قابلیت جست‌وجوی سراسری در فضای طراحی برخوردار است و به‌همین دلیل بسیار مقاوم است و



شکل ۶. روند بهینه‌سازی مقدار تابع هدف با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی درجه دو متوالی.

شکل ۷. روند بهینه‌سازی مقدار تابع هدف با استفاده از الگوریتم ژنتیک.

با هر نقطه شروعی به نقطه‌ی کمینه‌ی سراسری دست می‌یابد. چون در این مقاله هدف تشریح روش بهینه‌سازی مشارکتی و نحوه‌ی به‌کارگیری آن در حل مسائل بهینه‌سازی است، به‌منظور تعریف زیرسیستم‌های مناسب این مسئله تابع هدف را به سه زیرتابع تفکیک می‌کنیم. سپس با توجه به متغیرهای طراحی مسئله که در هر بخش از تابع اصلی نقش دارد، در اصل سه موضوع یا زیرسیستم برای حل مسئله به روش بهینه‌سازی مشارکتی تعریف می‌کنیم و بعد آن را در قالب فرمول‌سازی این روش تدوین و در نهایت با استفاده از روش‌های ریاضی بهینه‌سازی (که با حل این

جدول ۱. نتایج حاصل از بهینه‌سازی طراحی گیربکس کاهنده‌ی سرعت.

ردیف	متغیر طراحی	نتایج ارائه‌شده در مرجع	بازه‌ی تغییرات متغیر طراحی	نتایج بهینه‌سازی با استفاده از روش موضوعی همه در یک مرحله	
				الگوریتم برنامه‌ریزی متوالی مرتبه‌ی دوم	الگوریتم ژنتیک
۱	$b = x_۱^*$	۳٫۵	۴-۲	۳٫۵	۳٫۵
۲	$M = x_۲^*$	۰٫۷	۱-۰٫۱	۰٫۷	۰٫۷
۳	$z = x_۳^*$	۱۷	۳۰-۱۰	۱۷	۱۷
۴	$l_۱ = x_۴^*$	۷٫۳	۴-۲	۷٫۳	۷٫۳۴۵
۵	$l_۲ = x_۵^*$	۷٫۳	۶-۴	۷٫۳	۷٫۳۲۷
۶	$d_۱ = x_۶^*$	۳٫۳۵	۸-۶	۳٫۳۵۱	۳٫۳۵
۷	$d_۲ = x_۷^*$	۵٫۲۸۷	۸-۶	۵٫۲۸۷	۵٫۲۸۷
۸	$W = x_۸^*$	۲۹۸۵٫۱۳۸	ــ	۲۹۸۵٫۱۵۲	۲۹۸۶٫۱۹۲

نوع مسائل سازگار است)، نسبت به بهینه‌سازی مسئله اقدام می‌کنیم.

$$f_1^* = ۰/۷۸۵۴b^*(m^*)^۲(۳/۳۳۳۳(z^*)^۲ + ۱۴/۹۳۳۴z^* - ۴۳/۰۹۳۴)$$
$$f_2^* = -۱/۵۰۷۹(b^*)(d_1^*)^۲ + ۷/۴۷۷(d_1^*)^۳ + ۰/۷۸۵۴\, l_1^*(d_1^*)^۲$$
$$f_3^* = -۱/۵۰۷۹(b^*)(d_2^*)^۲ + ۷/۴۷۷(d_2^*)^۳ + ۰/۷۸۵۴\, l_2^*(d_2^*)^۲ \quad (۱۳)$$

Find :

$$b^*, m^*, z^*, l_1^*, d_1^*, l_2^*, d_2^*, f_1^*, f_2^*, f_3^* \quad (۱۴)$$

Minimize : $\Rightarrow$ Objective function

$$f = f_1^* + f_2^* + f_3^* \quad (۱۵)$$

Satisfy :

$$r_i = ۰; \quad i = ۱ \ \ to \ \ ۳$$
$$g_{۰,۱} = \frac{m'z'}{۴۰/۰} \le ۱/۰, \qquad g_{۰,۲} = \frac{۰/۷}{m'} \le ۱/۰$$
$$g_{۰,۳} = \frac{m'}{۰/۸} \le ۱/۰, \qquad g_{۰,۴} = \frac{۱۷/۰}{z'} \le ۱/۰$$
$$g_{۰,۵} = \frac{z'}{۲۸/۰} \le ۱/۰, \qquad g_{۰,۶} = \frac{۷/۳}{l_1'} \le ۱/۰$$
$$g_{۰,۷} = \frac{l_1'}{۸/۳} \le ۱/۰, \qquad g_{۰,۸} = \frac{۷/۳}{l_2'} \le ۱/۰$$
$$g_{۰,۹} = \frac{l_2'}{۸/۳} \le ۱/۰ \quad (۱۶)$$

در این مسئله در سطح سیستم در اصل باید متغیرهای معادله ۱۴ را چنان بیابیم که تابع هدف ۱۵، یا همان حاصل جمع روابط ۱۳ را با ارضاء دسته قیود ۱۶ کمینه کند. r_iها توابع هدف سطح زیرسیستم یا موضوع، و g_iها قیود اختصاصی سطح سیستم‌اند. در موضوع یا زیرسیستم ۱ داریم:

Input Variables : (Target Variables)

$$b^*, m^*, z^*, f_1^*$$

Find :

$$b', m', z'$$

Minimize : $\Rightarrow$ Objective function Of Discipline Level ۱

$$r_1 = (b^* - b')^۲ + (m^* - m')^۲ + (z^* - z')^۲ + (f_1^* - f_1(b', m', z'))^۲ \quad (۱۷)$$

Satisfy :

$$g_{۱,۱} = \frac{۲۷/۰}{b'(m')^۲(z')} \le ۱/۰ \qquad g_{۱,۲} = \frac{۳۹۷/۵}{b'(m')^۲(z')^۲} \le ۱/۰$$
$$g_{۱,۳} = \frac{۵/۰m'}{b'} \le ۱/۰ \qquad g_{۱,۴} = \frac{b'}{۱۲/۰m'} \le ۱/۰$$
$$g_{۱,۵} = \frac{۲/۶}{b'} \le ۱/۰ \qquad g_{۱,۶} = \frac{b'}{۳/۶} \le ۱/۰ \quad (۱۸)$$

Return :

$$r_1 \quad (۱۹)$$

Where :

$$f_1(b', m', z') = ۰/۷۸۵۴b'(m')^۲(۳/۳۳۳۳(z')^۲ + ۱۴/۹۳۳۴z' - ۴۳/۰۹۳۴) \quad (۲۰)$$

در موضوع یا زیر سیستم ۲ داریم:

Input Variables : (Target Variables)

$$b^*, m^*, z^*, l_1^*, d_1^*, f_2^*$$

Find :

$$b', m', z', l_1', d_1'$$

Minimize : $\Rightarrow$ Objective function Of Discipline Level ۲

$$r_2 = (b^* - b')^۲ + (m^* - m')^۲ + (z^* - z')^۲ + (l_1^* - l_1')^۲ + (d_1^* - d_1')^۲ + (f_2^* - f_2(b', m', z', l_1', d_1'))^۲ \quad (۲۱)$$

Satisfy :

$$g_{۲,۱} = \frac{\sqrt{(\frac{۷۴۵/۰\, l_1'}{m'z'})^۲ + ۰/۱۶۹ * ۱۰^۸}}{۱۱۰/۰(d_1')^۳} \le ۱/۰$$
$$g_{۲,۲} = \frac{۱/۹۳(l_1')^۳}{m'z'(d_1')^۴} \le ۱/۰, \qquad g_{۲,۳} = \frac{۲/۹}{d_1'} \le ۱/۰$$
$$g_{۲,۴} = \frac{d_1'}{۳/۹} \le ۱/۰, \qquad g_{۲,۵} = \frac{۱/۵d_1' + ۱/۹}{l_1'} \le ۱/۰ \quad (۲۲)$$

Return :

$$r_2 \quad (۲۳)$$

Where :

$$f_2'(b', m', z', l_1', d_1') = -۱/۵۰۷۹(b')^۲(d_1')^۲ + ۷/۴۷۷(d_1')^۳ + ۰/۷۸۵۴\, l_1'(d_1')^۲ \quad (۲۴)$$

در موضوع یا زیر سیستم ۳ داریم:

Input Variables : (Target Variables)

$$b^*, m^*, z^*, l_2^*, d_2^*, f_3^*$$

Find :

$$b', m', z', l_2', d_2'$$

Minimize : $\Rightarrow$ Objective function Of Discipline Level ۳

$$r_3 = (b^* - b')^۲ + (m^* - m')^۲ + (z^* - z')^۲ + (l_2^* - l_2')^۲ + (d_2^* - d_2')^۲ + (f_3^* - f_3(b', m', z', l_2', d_2'))^۲ \quad (۲۵)$$

Satisfy :

$$g_{۳,۱} = \frac{\sqrt{(\frac{۷۴۵/۰\, l_2'}{m'z'})^۲ + ۱/۵۷۵ * ۱۰^۸}}{۸۵/۰(d_2')^۳} \le ۱/۰$$
$$g_{۳,۲} = \frac{۱/۹۳(l_2')^۳}{m'z'(d_2')^۴} \le ۱/۰, \qquad g_{۳,۳} = \frac{۵/۰}{d_2'} \le ۱/۰$$
$$g_{۳,۴} = \frac{d_2'}{۵/۵} \le ۱/۰, \qquad g_{۳,۵} = \frac{۱/۱d_2' + ۱/۹}{l_2'} \le ۱/۰ \quad (۲۶)$$

Return :

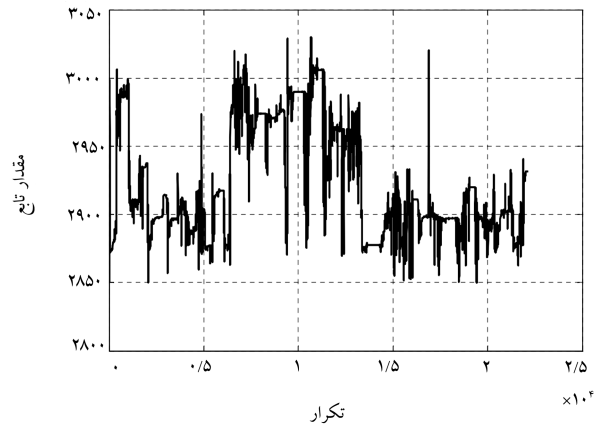
$$r_3 \qquad (۲۷)$$

Where :

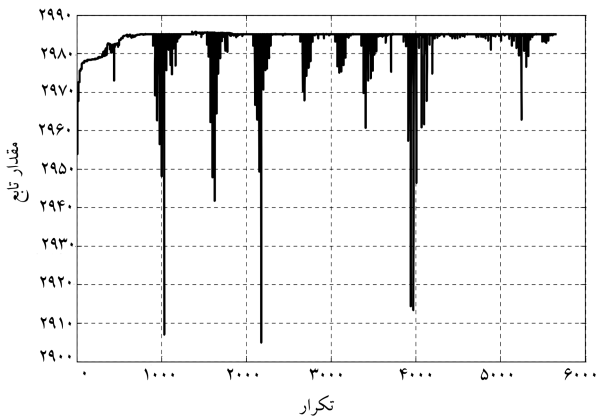
$$f'_3(b', m', z', l'_2, d'_2) = -۱/۵۰۷۹(b')^2(d'_2)^2 + ۷/۴۷۷(d'_2)^3 + ۰/۷۸۵۴\, l'_2(d'_2)^2 \qquad (۲۸)$$

بعد از فرمول‌سازی مسئله به‌روش بهینه‌سازی مشارکتی و نوشتن برنامه‌ی مربوطه در سطح سیستم و موضوعات ۱ تا ۳، نتایج حاصل از اجرای آن توسط بهینه‌ساز نرم‌افزار متلب و با استفاده از الگوریتم ژنتیک و الگوریتم برنامه‌ریزی درجه دو متوالی در ادامه تشریح می‌شود. البته لازم به توضیح است که با توجه به مطالب ارائه شده در این نوع روش بهینه‌سازی چندموضوعی در صورت مدل‌سازی مسائل پیچیده، به‌دلیل این که مقادیر برگشتی قیود از زیر سیستم‌ها به سطح سیستم هیچ‌گاه صفر نمی‌شود باعث نویزی شدن مسئله در سطح سیستم می‌شود. لذا استفاده از روش‌های بهینه‌سازی گرادیان‌پایه در سطح سیستم غیرممکن خواهد بود و باید از الگوریتم‌های تکاملی مانند الگوریتم ژنتیک یا شبیه‌سازی سردشدن در این سطح استفاده کرد. علت آن است که در این نوع روش‌ها نیازی به محاسبه‌ی مشتق تابع نیست، ولی در سطوح زیر سیستم برای بهینه‌سازی تابع هدف مربوطه می‌توان از روش‌های گرادیان‌پایه مانند الگوریتم برنامه‌ریزی درجه دو متوالی استفاده کرد. شکل ۸، نشان‌گر نکته‌ی مورد اشاره درخصوص تأثیر استفاده از روش‌های گرادیان‌پایه به‌منظور بهینه‌سازی سطح سیستم مبنی بر عدم دست‌یابی به نتیجه‌ی مناسب است. در مسائل پیچیده با فضای طراحی بزرگ یا مسئله با متغیرهای طراحی بسیار زیاد، و به‌عبارتی در مسائل با توابع هدف غیر محدب، این موضوع کاملاً محرز است، اما در مسائل با تعداد متغیرهای طراحی کم چنانچه بتوان بازه متغیرها را تا حد امکان بسته تعریف کرد، احتمال دست‌یابی به کمینه‌ی اصلی بیشتر خواهد بود. لذا ممکن است استفاده از روش‌های بهینه‌سازی گرادیان‌پایه در بهینه‌سازی سطح سیستم نیز طراح را به کمینه‌ی مد نظر برساند (شکل ۹). البته چنان که می‌دانیم به‌دلیل ناشناخته بودن مقدار متغیرهای بهینه‌ی طراحی برای طراح، امکان تشخیص بازه مناسب متغیرها در نقطه‌ی شروع (حدس اولیه) فرایند طراحی بهینه‌ی مسئله‌ی مد نظر بسیار مشکل خواهد بود.

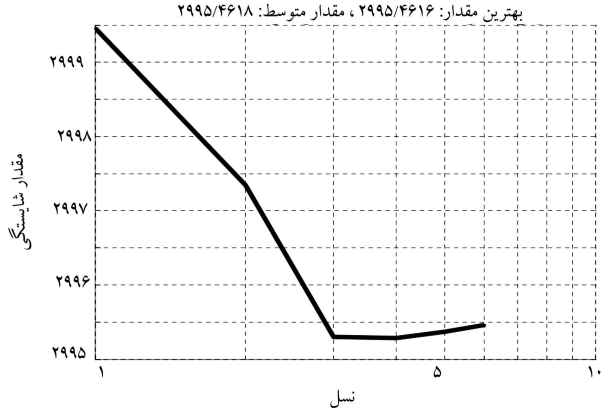
با توجه به موارد گفته‌شده و لزوم انجام صحیح فرایند بهینه‌سازی به‌روش مشارکتی برای دست‌یابی به پاسخ صحیح در حل مسائل باید در سطح سیستم از روش‌های



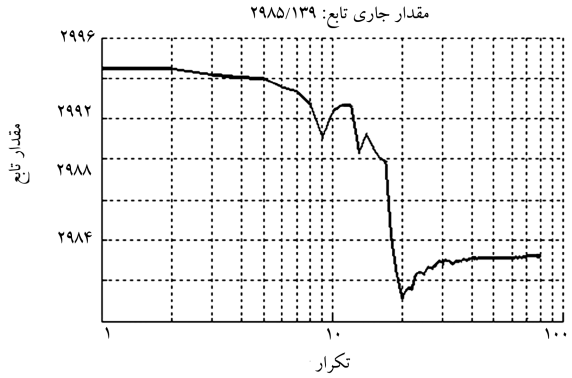
شکل ۸. تأثیر استفاده از روش گرادیان‌پایه به‌عنوان روش بهینه‌سازی در سطح سیستم با بازه‌ی باز متغیرهای طراحی.



شکل ۹. تأثیر استفاده از روش گرادیان پایه به‌عنوان روش بهینه‌سازی در سطح سیستم با بازه‌ی بسته‌ی متغیرهای طراحی.



شکل ۱۰. نتیجه‌ی حاصل از به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک به‌عنوان روش بهینه‌سازی در سطح سیستم.

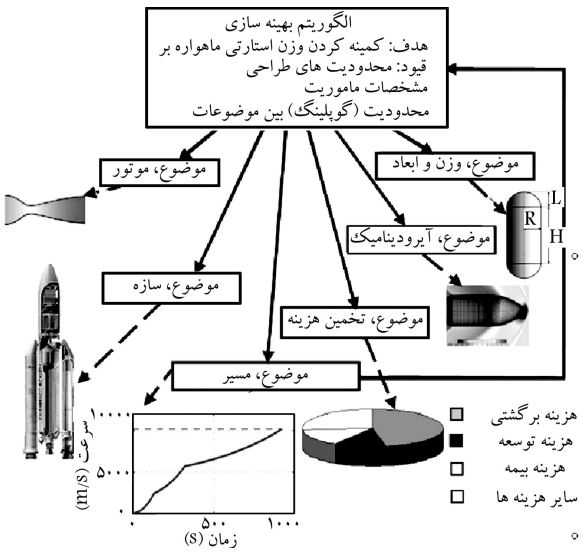


شکل ۱۱. نتیجه‌ی حاصل از به‌کارگیری روش بهینه‌سازی گرادیان‌پایه با استفاده از نقطه‌ی یافته شده و الگوریتم ژنتیک به‌عنوان نقطه‌ی شروع طراحی.

بهینه‌سازی تکاملی استفاده کرد. از سوی دیگر می‌دانیم که این روش‌ها قادر به یافتن پاسخ دقیق نیستند، و لذا از این روش‌ها معمولاً برای رسیدن به محدوده‌ی نزدیک به کمینه‌ی اصلی استفاده می‌شود. سپس پاسخ به‌دست آمده را به‌عنوان نقطه‌ی شروع روش‌های گرادیان‌پایه به کار می‌گیریم تا به دقیق‌ترین پاسخ ممکن دست یابیم. نتایج حاصل در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ و جدول ۲ ارائه شده است.

جدول ۲. نتایج حاصل از بهینه‌سازی طراحی گیربکس کاهنده‌ی سرعت به روش بهینه‌سازی مشارکتی با استفاده از روش بهینه‌سازی هیبرید.

ردیف	متغیر طراحی	نتایج ارائه‌شده در مرجع	بازه‌ی تغییرات متغیر طراحی	نتایج بهینه‌سازی با استفاده از روش موضوعی بهینه‌سازی مشارکتی	
				الگوریتم ژنتیک	الگوریتم برنامه‌ریزی متوالی مرتبه‌ی دوم
۱	$b = x_1^*$	۳٫۵	۴-۲	۳٫۵	۳٫۵
۲	$M = x_2^*$	۰٫۷	۱-۰٫۱	۰٫۷	۰٫۷
۳	$z = x_3^*$	۱۷	۳۰-۱۰	۱۷	۱۷
۴	$l_1 = x_4^*$	۷٫۳	۴-۲	۷٫۳۹۴	۷٫۳
۵	$l_2 = x_5^*$	۷٫۳	۶-۴	۷٫۳	۷٫۳۰۱
۶	$d_1 = x_6^*$	۳٫۳۵	۸-۶	۳٫۳۸۷	۳٫۵
۷	$d_2 = x_7^*$	۵٫۲۸۷	۸-۶	۵٫۲۸۷	۵٫۲۸۷
۸	$W = x_8^*$	۲۹۸۵٫۱۳۸	—	۲۹۹۵٫۴۶۱۹	۲۹۸۵٫۱۳۹



شکل ۱۲. تجزیه‌ی مسئله به روش بهینه‌سازی مشارکتی به زیرسیستم‌های مرتبط و مناسب به‌کارگیری در دفاتر طراحی مجزا.[۲۷]

۷. نتیجه‌گیری

تشریح روند اشاره شده به‌عنوان روش بهینه‌سازی مشارکتی، که یکی از روش‌های نوین طراحی به‌شمار می‌آید، با حل یک مثال و ارائه‌ی نتایج حاصله نشان‌گر قابلیت استفاده از این روش در بهینه‌سازی طراحی مسائل است. اما در واقع طراحان با مسائل پیچیده‌ی طراحی، نظیر مسائل پیچیده با فضای طراحی بسیار بزرگ در صنعت هوافضا، روبرو هستند.

به‌عنوان مثالی از این نوع مسائل پیچیده می‌توان به فرایند طراحی بهینه‌ی یک موشک حامل ماهواره اشاره کرد که جزو یکی از پیچیده‌ترین مسائل مهندسی محسوب می‌شود. در این مسئله زیرسیستم‌های مختلفی نقش دارند که طراح باید قادر باشد هریک از آن‌ها را با مدل‌های شبیه‌سازی مرتبط با سطح دقت‌های مختلف بهینه‌سازی کند؛ همچنان که مسئول طراحی باید قادر باشد ضمن در نظر داشتن کلیه‌ی قیود مسئله، آن را در سطح سیستم نیز بهینه کند. این روند مشابه همان مفهومی است که طراحان در دفاتر طراحی به دنبال پیاده‌سازی و اجرای آن هستند؛ به‌عبارت دیگر در قالب این فرایند مسئول طراحی باید قادر باشد یک پروژه‌ی سیستمی را ابتدا به زیرسیستم‌های مرتبط تجزیه کند، و این همان مفهوم تجزیه‌ی مسئله در روش بهینه‌سازی مشارکتی است (شکل ۱۲). سپس طراحان زیرسیستم‌ها باید ضمن در نظر داشتن قیودی که از سوی سرطراح به آنها دیکته می‌شود، قادر به بهینه‌سازی موضوع خود باشند؛ این بحث نیز دقیقاً با روش مذکور همخوانی دارد.

ازجمله مشکلات این روش، دست‌یابی به هم‌گرایی مناسب در سطح سیستم، و نیز سرعت همگرایی یا زمان اجرای برنامه‌های تحلیل موضوعی و بهینه‌سازی مسئله است. این موارد از جمله مباحث تحقیقاتی روز این رشته بوده که توسط گروه‌های تحقیقاتی مراکز مختلف پژوهشی در دست بررسی و توسعه‌اند. دلیل هم‌گرایی سخت این روش ــ چنان که در نتایج حاصل از بهینه‌سازی مسئله‌ی ارائه شده نشان داده شد ــ اغتشاشات پاسخ‌ها در سطح سیستم است. برای رفع این مشکل باید الزاماً در سطح سیستم از الگوریتم‌های بهینه‌سازی تکاملی یا به‌عبارتی غیرگرادیان‌پایه استفاده کرد، چرا که در این روش‌ها نیازی به مشتق تابع برای اجرای فرایند ریاضی بهینه‌سازی نیست.

با توجه به فرایند تشریح شده و نیز با عنایت به این که تشکیل دفاتر طراحی با شکل‌گیری صنعت هوافضا در کشور از ضروریات رشد و تقویت این صنعت به‌منظور دست‌یابی به اهداف مد نظر است، با ارائه و پیاده‌سازی این الگو در دفاتر طراحی گامی مهم در راستای دست‌یابی به پروژه‌های کم هزینه‌تر با زمان اجرای کم‌تر یا به‌عبارتی بهینه‌تر برداشته خواهد شد.

پانوشت‌ها

1. multidisciplinary design optimization (MDO)
2. all-at-once (AAO)
3. individual discipline feasible (IDF)
4. multiple disciplines feasible (MDF)
5. fully integrated optimization (FIO)
6. collaborative optimization (CO)
7. fully sequential quadratic programming (SQP)

8. evolutionary algorithms (EA)
9. stochastic algorithms (SA)
10. genetic slgorithms (GA)
11. simulated annealing (SA)
12. particle swarm optimization (PSO)

منابع (References)

1. Balling, R.J. and Sobieszczanski-Sobieski, J. "An algorithm for solving the system-level problem in multilevel optimization", AIAA Paper 94-4333 (September 1994).
2. Balling, R.J. and Sobieszczanski-Sobieski, J. "Optimization of coupled systems: A critical overview of approaches", NASA Langley Research Center Hampton, VA 23681-0001, Operated by Universities Space Research Association, (1994).
3. Cramer, E.J. and et al. "Problem formulation for multidisciplinary optimization", *SIAM Journal on Optimization*, **4**, p. 754-776 (1994).
4. Alexandrov, N.M. and Lewis, R.M., *Comparative Properties of Collaborative Optimization and Other Approaches to MDO*, Engineering Design Optimization, MCB University Press (1999).
5. Zang, T.A. and Green, L.L. "Multidisciplinary design optimization techniques implications and opportunities for fluid dynamics research", 30th AIAA Fluid Dynamics Conference Norfolk, VA (28 June - 1 July 1999).
6. Arora. S. and Wang Q. "Review of formulations for structural and mechanical system optimization", The University of Iowa, Iowa city, IA 52242, USA (11 December 2004).
7. Braun, R. "Collaborative optimization: An architecture for large-scale distributed design", PhD thesis, Stanford University (1996).
8. Braun, R. and Kroo, I. "Development and application of the collaborative optimization architecture in a multidisciplinary design environment", Multidisciplinary Design Optimization: State of the Art, SIAM: pp. 98.
9. Hwang, I.S., Min, S.Y. and Kim, S. "Multidisciplinary optimal design of cyclocopter blade system", (2005).
10. Dellino, G., Lino, P. and Meloni, C. "Multidisciplinary design optimization of a pressure controller for Cng injection systems", *IEEE*, (2006).
11. Zhao, Y.J., Xu, C. and Wang, P. "Research on individual soldier automatic weapon design based on MDO", Second International Conference On Information And Computing Science (2009).
12. Donovan, W. and Hale, R. "The design of an uninhabited air vehicle for use in polar research utilizing an efficient and effective multi-disciplinary design process", (2006).
13. Park, J.E., Luis, F. and Suleman, A. "Multidisciplinary design optimization of an automotive magnetorheological brake design", *Computers And Structures*, **86,** pp. 207-216 (2008).
14. Raymer, D.P. "Enhancing aircraft conceptual design using multidisciplinary optimization", Phd Thesis, Royal Institute Of Technology (2002).
15. Fouto, A., Gomes, A.M. and Suleman, A. "Multidisciplinary optimization strategies using evolutionary algorithms with application to aircraft design", 50th Aiaa/Asme/Asce/Ahs/Asc Structures, Structural Dynamics, And Materials Conference
17th , Palm Springs, California (4-7 May 2009).
16. Rafique, A.R., Linshu, H., Zeeshan, Q. and et al "Integrated system design of air launched small space launch vehicle using genetic glgorithm", 45th Aiaa/ Asme/ Sae/ Asee Joint Propulsion Conference & Exhibit, Denver, Colorado (2-5 August 2009).
17. Roshanian, J. and Keshavarz, Z. "Effect Of variable selection on multidisciplinary design optimization: A flight vehicle example", *Chinese Journal Of Aeronautics*, **20**, pp. 86-96 (2007).
18. Roche, S.G. "Investigation of performance improvments for a quadrotoruav", Msc Thesis, Cranfield University (2007).
19. Cramer, E.J., Jr, J.E.D., Jr, F.P.D., Lewis, R.M. and Shubin, G.R. "On alternative problem formulations for multidisciplinary design optimization", In Proceedings Of The Fourth Aiaa /Usaf /Nasa/Oai Symposium On Multidisciplinary Analysis And Optimization, pp. 518-530 (1992).
20. Hashemi, M. and Darabi, H. "Comparison between traditional method (statistical method) and multidisciplinary optimization method (AAO) in designing of a lightweight liquid propellant LV", *Jsst journal*, **10**, pp. 61.
21. Weck, O., Agte, J. and Sobieszczanski-Sobieski, J. "State-of-the-art and future trends in multidisciplinary design optimization", 48th Aiaa/Asme/Asce/Ahs/Asc Structures, Structural Dynamics, And Materials Conference (23-26 April 2007).
22. Li, Y., Ling, X. and Zhenguo, W. "Research on theory and application of multidisciplinary design optimization of flight vehicles", 47th AIAA/ ASME/ ASCE/ AHS/ ASC structures, Structural Dynamics, and Materials Conferee (1-4 May 2006).
23. Zadeh, P.M., Toropov, V.V. and Wood, A.S. "Collaborative optimization framework based on the interaction of low and high-fidelity models and the moving least squares method", 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/AS Structures, Structural Dynamics, and Materials Confere (2006).
24. Keane, A.J. and Nair, P.B., *Computational Approaches for Aerospace Design*, John Wiley & Sons, Ltt (2005).
25. Kobayashi, T. and Kroo, I. "The new effective MDO method based on collaborative optimization", 35th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit (6-9 June 2005).
26. Lo, M. "A study on the multidisciplinary design optimization (MDO) using collaborative optimization method", Shipbuilding and Marine Engineering Department, Phd Thesis, Pusan National University, South Korea (2 February 2000).
27. Balesdent, M. "Multidisciplinary design optimization of launch Vehicles", Phd Thesis, Office National Etudes et de Recherches Aérospatiales Institut (3 novembre 2011).