

کنترل فعال ارتعاشات ورق چندلایه به کمک حس گرها و عملگرهای پیزوالکتریک

احمد باقری (استاد)

امین صدقی* (کارشناس ارشد)

جلال جوادی مقدم (دانشجوی دکتری)

گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان

مهندسی مکانیک شریف، بهار ۱۳۹۵ (۳-۹)
دوری ۳-۲۲، شماره ۱، ص. ۹-۳

در این مقاله کنترل ارتعاشات ورق چندلایه به کمک حس گرها و عملگرهای پیزوالکتریک به بحث گذاشته شده است. معادلات حرکت ورق کامپوزیت به همراه لایه‌های پیزوالکتریک با استفاده از نظریه‌ی برشی مرتبه اول، اصل همپتون و حساب تغییرات به دست آمده است. برای حل معادلات ورق از روش عددی بدون المان گالکین استفاده شده است. در این روش از کمترین مربعات متحرک برای ساخت توابع شکل براساس توزیع نقاط در میدان مسئله استفاده می‌شود. پس از گسسته‌سازی میدان کرنش و میدان الکتریکی و قرار دادن آنها در رابطه‌ی همپتون، معادلات دینامیکی حرکت ورق به دست می‌آید. برای تحلیل پاسخ گذرای ورق از روش نیومارک استفاده شده است. پس از صحنه‌گذاری مدل ساخته شده برای کنترل فعال ارتعاشات، از روش بازخورد سرعت استفاده شده و تأثیر این روش بر میرایی و کاهش ارتعاشات ورق نشان داده شده است.

bagheri@guilan.ac.ir
amin.sadri.ac@gmail.com
jalaljavadi@moghaddam@gmail.com

واژگان کلیدی: ارتعاشات ورق، روش بدون شبکه، پیزوالکتریک، حس گر و عملگر.

۱. مقدمه

یکی از چالش‌های پیش روی مهندسیین سازه و کنترل طراحی سازه‌های هوشمند و کارآمد است. سازه‌های هوشمند به سازه‌هایی گفته می‌شود که تغییرات محیطی را دریافت، و با استفاده از بازخوردهای سیستم آن را تصحیح میکنند. ویژگی کوپلینگ الکترومکانیکی سرامیک‌های پیزوالکتریک و قابلیت کاربرد به شکل ورق‌های نازک، پیزوالکتریک را برای استفاده در کنترل سازه‌ها به عنوان حس گر یا عملگر مناسب ساخته است. با استفاده از خاصیت و اثر مستقیم پیزوالکتریک در حس گرها می‌توان تغییر شکل‌های مکانیکی را با اندازه‌گیری پتانسیل الکتریکی ایجاد شده اندازه‌گیری کرد. همچنین با به‌کارگیری خاصیت معکوس پیزوالکتریک و با اعمال پتانسیل الکتریکی مناسب، جابه‌جایی و کرنش سازه‌ها، قابل کنترل خواهد بود. با استفاده از حس گرها و عملگرهای پیزوالکتریک و کامپوزیت‌های پیشرفته، امکان دست‌یابی به سازه‌هایی فراهم شد که ویژگی‌هایی نظیر وزن کم، سفتی و سختی بالا با قابلیت پایش (مانیتورینگ) و خوداصلاحی دارند. از حس گرها و عملگرهای پیزو به صورت لایه‌هایی که بر سطوح ورق یا پوسته‌ها چسبانده می‌شود برای کنترل و استهلاک ارتعاشات استفاده می‌شود. در طراحی و تحلیل تیر، ورق یا پوسته‌های هوشمند نکاتی چون نوع و تعداد حس گرها و عملگرها و موقعیت آنها، گسسته‌سازی مدل پیوسته برای تحلیل، و نوع کنترل‌کننده‌ی مورد استفاده مدنظر قرار می‌گیرد. با توجه به ویژگی‌ها، قابلیت و جذابیت‌های مختلف مواد هوشمند، تاکنون تحقیقات و مطالعات زیادی در

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۳/۲۹، اصلاحیه ۱۳۹۲/۸/۱۰، پذیرش ۱۳۹۳/۹/۴.

کنترل شده است. عمده فعالیت‌های صورت گرفته در سال‌های اخیر برای کنترل ارتعاشات صفحه، به روش‌های کنترل ارتعاشات اختصاص دارد. بیشتر محققین با استفاده از نظریه‌های مختلف کنترل - نظیر بازخورد حالت، روش لیاپانوف و کنترل بهینه‌ی خطی - به کنترل ارتعاشات پرداخته‌اند. در ادامه تاریخچه‌ی این فعالیت‌های صورت گرفته در زمینه‌ی کنترل ارتعاشات صفحه با استفاده از حسگرها و عملگرهای پیزوالکتریک ارائه شده است.

در مطالعاتی که محققین درخصوص عملگرهای پیزوالکتریک متصل به تیر انعطاف‌پذیر انجام داده‌اند،^[۲۵] با استفاده از معادلات تعادل، تحریک یک جفت عملگر پیزوالکتریک مستطیلی مدل‌سازی شده و با استفاده از آزمایش تجربی اعتبار آن بررسی شده است. در بررسی‌هایی که پیرامون مدل ارائه‌شده در مورد صفحات به عمل آمد، مدل‌سازی صفحه به همراه لایه‌های پیزوالکتریک با استفاده از روش ریتز پیشنهاد شد.^[۲] همچنین در زمینه‌ی فنون کنترلی^[۴] برای میرایی ارتعاشات یک ورق FGM از یک سیستم کنترلی تلفیقی حالت لغزنده و روش تجمعی ذرات استفاده شده است. آنان سیستم‌های کنترل هوشمند را برای میرایی ارتعاشات ورق‌های خمیده توسعه داده‌اند.^[۵]

محققین از مواد پیزوالکتریک به عنوان حسگرهایی برای اندازه‌گیری نرخ کرنش در صفحات و تیرهای انعطاف‌پذیر^[۶] بهره گرفته، و به منظور اندازه‌گیری و کنترل ارتعاشات یک صفحه‌ی مستطیلی با شرایط مرزی ساده، نسبت به مدل‌سازی آن با روش اجزاء محدود اقدام کردند؛^[۷] آنها در این مطالعه از یک المان شش وجهی استفاده کردند. در ادامه مفهوم استفاده‌ی همزمان از المان‌های پیزوالکتریک به عنوان حسگر و محرک نیز ارائه شد.^[۸]

در مطالعات بعدی، برای مدل‌سازی صفحات چندلایه‌ی مجهز به حسگرها و عملگرهای پیزوالکتریک، از روش اجزاء محدود استفاده شد.^[۹] به منظور طراحی کنترل بهینه در آزمایش یک تیر اولر-برنولی مجهز به محرک‌های پیزوالکتریک، محققین از روش کنترل بهینه‌ی خطی درجه دوم^[۱۰] استفاده کردند. آن‌ها از روش اجزاء محدود برای مدل‌سازی استفاده کردند.

با استفاده از روش اجزاء محدود و نظریه‌ی برشی مرتبه اول، مدل‌سازی تیرها، صفحه‌ها و پوسته‌های هوشمند انجام شد و نیز نسبت به کنترل ارتعاشات آنها اقدام شد.^[۱۱] این اقدامات با استفاده از روش کنترل بازخورد سرعت، روش لیاپانوف و همچنین روش کنترل خطی درجه دوم انجام شد. بخش عمده‌ی این تحقیق مذکور به کنترل ارتعاشات تحت بارهای حرارتی اختصاص دارد. در ادامه محققین با استفاده از یک الگوریتم کنترلی پیش‌خورده تطبیقی به کنترل فعال ارتعاشات صفحه‌های هوشمند پرداختند.^[۱۲]

در ادامه‌ی مطالعات، فرمول‌بندی صفحه‌های مرکب همراه با پیزوالکتریک به روش بدون شبکه مطرح شد،^[۱۳] و با استفاده از نظریه‌ی برشی مرتبه اول و روش بدون المان گلرکین، صفحه‌های چندلایه‌ی مجهز به لایه‌های پیزوالکتریک فرمول‌بندی شد و سپس با استفاده از روش بازخورد سرعت و موقعیت، کنترل ارتعاشات صفحه انجام شد. پژوهش‌گران یک فرمول‌بندی اجزاء محدود از صفحه به همراه لایه‌های پیزوالکتریک را با استفاده از نظریه‌ی سنتی کرشهف ارائه دادند^[۱۴] و برای کاهش ارتعاشات صفحه از روش بازخورد سرعت استفاده کردند. همچنین با استفاده از روش کنترل‌کننده‌ی خطی درجه دوم گوسی، به کنترل فعال ارتعاشات تیرهای هوشمند پرداختند.^[۱۵] در فرمول‌بندی و مدل‌سازی صفحات هوشمند با استفاده از نظریه‌ی لایه‌گرا،^[۱۷] پتانسیل الکتریکی در جهت ضخامت لایه به صورت یک تابع درجه دو فرض شد و به منظور هم‌پتانسیل بودن نقاط مختلف هر الکتروود، برای هر الکتروود تنها یک درجه آزادی الکتریکی در نظر گرفته شد.

در نوشتار حاضر کنترل ارتعاشات ورق چندلایه بکرمک حسگرها و عملگرهای پیزوالکتریک بررسی شده است. معادلات حرکت ورق کامپوزیت به همراه لایه‌های پیزوالکتریک با استفاده از نظریه‌ی برشی مرتبه اول، اصل همیلتون و حساب تغییرات به دست می‌آید. برای حل معادلات ورق از روش عددی بدون المان گلرکین استفاده شده است. پس از گسسته‌سازی میدان کرنش و میدان الکتریکی، و نیز قرار دادن آنها در روابط همیلتون، معادلات دینامیکی حرکت ورق به دست می‌آید. برای تحلیل پاسخ‌گذاری ورق از روش نیومارک استفاده شده است. پس از صحه‌گذاری مدل ساخته شده، به منظور کنترل فعال ارتعاشات از روش بازخورد منفی سرعت با هدف استهلاک دامنه‌ی ارتعاشات استفاده شده است.

۲. روابط و معادلات حاکم بر مسئله

۱.۲. روابط ساختاری پیزوالکتریک

معادلات ساختاری حاکم بر مواد پیزوالکتریک خطی که نشان‌گر کوپلینگ میدان کشسانی و میدان الکتریکی به صورت اثر مستقیم و معکوس پیزوالکتریک است به صورت روابط ۱ و ۲ آمده است:^[۱۸]

$$\{D\} = [e]\{\varepsilon\} + [K]^T\{E\} \quad (۱)$$

$$\{\sigma\} = [c]\{\varepsilon\} + [e]^T\{E\} \quad (۲)$$

که در آن D بردار جابه‌جایی الکتریکی، e ماتریس ضرایب کوپلینگ پیزوالکتریک، K ماتریس نفوذپذیری الکتریکی، σ بردار تنش، c ماتریس خواص کشسانی ماده، ε بردار کرنش و E بردار میدان الکتریکی است.

۲.۲. میدان جابه‌جایی و کرنش

در نوشتار حاضر برای در نظر گرفتن اثرات تغییر شکل برشی، از نظریه‌ی تغییر شکل برشی مرتبه اول که یکی از معتبرترین نظریه‌ها برای تحلیل ورق هاست، استفاده شده است. میدان جابه‌جایی در این نظریه طبق رابطه‌ی ۳ بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z\theta_x(x, y), \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z\theta_y(x, y), \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (۳)$$

که در آن، u_0 ، v_0 و w_0 به ترتیب جابه‌جایی‌های صفحه‌ی میانی ورق در راستاهای x ، y و z هستند. θ_x و θ_y نیز به ترتیب چرخش‌های خط عمود بر صفحه‌ی میانی ورق حول محور x و y از حالت بدون تغییر شکل‌اند. براساس این فرض، کرنش‌ها را می‌توان برحسب جابه‌جایی‌ها و مشتقات آنان همانند رابطه‌ی ۴ نوشت:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} - z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} &= \begin{Bmatrix} \theta_y - \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \theta_x - \frac{\partial w_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (۴)$$

۳.۲. اصل همیتون

با در نظر گرفتن یک صفحه‌ی پیزوالکتریک که در معرض نیروی وارد بر سطح (F_s) و بار الکتریکی سطحی (F_g) است، لاگرانژین (L) به صورت مجموع انرژی جنبشی (K) ، انرژی پتانسیل کشسانی (U_M) ، کار انجام شده توسط نیروی سطحی (W_M) ، انرژی الکتریکی ناشی از میدان الکتریکی (U_E) و کار انجام شده توسط میدان الکتریکی (W_E) تعریف می‌شود: [۱۳]

$$L = \int_V [K] - (U_M - W_M) + (U_E - W_E) dv$$

$$= \int_V \left[\frac{1}{2} \rho \{\dot{u}\}^T \{\dot{u}\} - \frac{1}{2} \{\sigma\}^T \{\varepsilon\} + \frac{1}{2} \{E\}^T \{D\} \right] dv$$

$$+ \int_{S_\sigma} \{F_s\}^T \{u\} ds + \int_{S_\sigma} \{\phi\}^T \{F_q\} ds \quad (5)$$

که در آن ρ چگالی صفحه، u بردار جابه‌جایی و ϕ بردار پتانسیل الکتریکی است. فرم تغییرات معادله‌ی حرکت حاکم بر صفحه با توجه به اصل همیتون براساس رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید. در این رابطه t_1 و t_2 دو زمان دلخواه δ اپراتور تغییرات است:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta L dt = 0$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_V [-\rho \ddot{u}_i \delta u_i - \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + D_i \delta E_i] dv dt$$

$$+ \int_{t_1}^{t_2} \int_S [F_{si} \delta u_i + f_q \delta \phi] dS dt = 0 \quad (6)$$

که در آن $\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) = [x, y]$ تابع پایه، $\mathbf{x}^T = [x, y]$ مختصات ویژه برای مسائل دوبعدی، و m تعداد جمله‌های تابع پایه است. تابع پایه برای تشکیل یک فضای کامل معمولاً با تک جمله‌هایی از مثلث پاسکال ساخته می‌شود. در رابطه‌ی ۷، برداری از ضرایب تابع \mathbf{x} و به صورت $\mathbf{a}^T(\mathbf{x}) = \{a_1(\mathbf{x}) \ a_2(\mathbf{x}) \dots a_r(\mathbf{x})\}$ است که با کمینه‌سازی تابعی J به دست می‌آید.

$$J = \sum_{i=1}^n \hat{W}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) [\mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{a}(\mathbf{x}) - u_i]^2 \quad (8)$$

در رابطه‌ی ۸، n تعداد نقطه‌های درون دامنه‌ی پشتیبان با تابع وزنی $\hat{W}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \neq 0$ و u_i پارامترگره‌ی u در $\mathbf{x} = \mathbf{x}_i$ است. از کمینه‌سازی تابعی J نسبت به ضرایب $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ رابطه‌ی ۹ حاصل می‌شود:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) \mathbf{a}(\mathbf{x}) = \mathbf{B}(\mathbf{x}) \mathbf{u} \quad (9)$$

که در آن $\mathbf{A}(\mathbf{x})$ و $\mathbf{B}(\mathbf{x})$ به صورت روابط ۱۰ و ۱۱ بیان می‌شوند:

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \hat{w}_i(\mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}_i) \mathbf{p}^T(\mathbf{x}_i) \quad (10)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = [\hat{w}_1(\mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}_1) \quad \hat{w}_2(\mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}_2) \quad \dots \quad \hat{w}_n(\mathbf{x}) \mathbf{p}(\mathbf{x}_n)] \quad (11)$$

با حل رابطه‌ی ۹ و قرار دادن $\mathbf{a}(\mathbf{x})$ در رابطه‌ی ۷، روابط ۱۲ و ۱۳ به دست می‌آید:

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n N_i(\mathbf{x}) u_i = \mathbf{N}^T(\mathbf{x}) \mathbf{u} \quad (12)$$

$$\mathbf{N}_I(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{x}) \mathbf{B}_I(\mathbf{x}) \quad (13)$$

$\mathbf{N}_I(\mathbf{x})$ تابع شکل ساخته شده به روش کم‌ترین مربعات متحرک است.

۴. ساخت مدل بدون شبکه‌ی ورق به همراه لایه‌های

پیزوالکتریک

در بیشتر کارهای گذشته برای مدل‌سازی و حل معادلات ورق‌های چندلایه به همراه لایه‌های پیزوالکتریک، از روش عددی اجزاء محدود استفاده شده است. روش‌های عددی بدون شبکه در تحلیل ورق‌های بدون پیزوالکتریک به‌کار برده شده، اما به‌طور خاص در تحلیل ورق‌های چندلایه‌ی مجهز به پیزوالکتریک از روش‌های بدون شبکه‌ی کم‌تر [۱۳] استفاده شده است. در نوشتار حاضر از روش عددی بدون شبکه‌ی گلرکین برای مدل‌سازی و حل معادلات ورق به همراه لایه‌های پیزوالکتریک استفاده شده است. به‌منظور کنترل دامنه‌ی ارتعاشات ورق، با در نظر گرفتن لایه‌ی حس‌گر در یک مدار الکتریکی، نرخ بار الکتریکی ظاهر شده در صفحات الکتروود پیزوالکتریک به دست آمده که با تقویت این جریان و تبدیل آن به ولتاژ، پتانسیل اعمالی به لایه‌ی عملگر به دست آمده است. برای ساخت مدل بدون شبکه‌ی ورق، ابتدا جابه‌جایی مکانیکی و پتانسیل الکتریکی در روابط ۱۴ و ۱۵ با استفاده از توابع شکل ساخته شده به روش کم‌ترین مربعات متحرک، به صورت متغیرهای گره‌ی تعریف شده است:

$$\{u\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -z & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -z \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} [N_u] \{u^e\} \quad (14)$$

$$\{\phi\} = [N_\phi] \{\phi^e\} \quad (15)$$

۳. روش عددی بدون المان گلرکین

در سال‌های اخیر، روش‌های عددی جدیدی برای حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ایجاد شده که بسیاری از ضعف‌های روش‌های اجزاء محدود را ندارند و از آنها با نام روش‌های بدون شبکه یاد می‌شود. در روش‌های بدون شبکه، مرزها و میدان مسئله توسط گروهی از نقاط پراکنده توصیف می‌شود. این نقاط یا گره‌ها موجد هیچ شبکه یا مشی نیستند و بنابراین برای تخمین یا درون‌یابی توابع مجهول نیازی به داشتن ارتباط میان نقاط نیست. در واقع ارتباط میان توابع شکل به صورت خودکار و براساس همسایگی نقاط تعریف می‌شود. روش بدون المان گلرکین [۱۹] یکی از روش‌های بدون شبکه است. در این روش از کم‌ترین مربعات متحرک برای ساخت توابع شکل براساس توزیع نقاط در میدان مسئله استفاده و از یک ساختار سلولی زمینه‌ی برای انتگرال‌گیری استفاده می‌شود.

۱.۳. روش کم‌ترین مربعات متحرک [۲۰]

روش کم‌ترین مربعات متحرک در بیشتر روش‌های بدون المان برای تقریب توابع مجهول به کار می‌رود. شیوه‌ی تخمین کم‌ترین مربعات متحرک از یک متغیر میدان که توسط مجموعه‌ی از نقاط در دامنه‌اش گسسته شده چنین است:

$$u^h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m p_j(\mathbf{x}) a_j(\mathbf{x}) = \mathbf{p}^T(\mathbf{x}) \mathbf{a}(\mathbf{x}) \quad (17)$$

با قرار دادن رابطه ۲۳ در رابطه ۲۴ و در نظر گرفتن میرایی رایلی، معادله دینامیکی ورق پیزوالکتریک حاصل می‌شود:

$$[M_{uu}] \{\ddot{u}\} + \left(\alpha [M_{uu}] + \beta [K_{uu}] - G_i G_c [K_{u\phi}^{(A)}] [K_{\phi u}^{(S)}] \right) \{\dot{u}\} + \left([K_{uu}] - [K_{u\phi}^{(S)}] [K_{\phi\phi}^{(S)}]^{-1} [K_{\phi u}^{(S)}] \right) \{u\} = \{F_m\} \quad (25)$$

در رابطه ۲۵، α و β ضرایب میرایی رایلی هستند.

۵. نتایج عددی، بحث و بررسی

در مطالعه‌ی حاضر پس از ساخت مدل بدون شبکه‌ی ورق، به منظور حل زمانی معادلات از روش نیومارک استفاده شده است. در این قسمت برای کسب اطمینان از صحت مدل ساخته شده به روش بدون المان گلرکین، پس از صحه‌گذاری و اعتبارسنجی مدل، کنترل ارتعاشات ورق چندلایه با شرایط مرزی ساده و شرایط مرزی دوسرگیردار - دوسر آزاد انجام شده است.

۱.۵. صحه‌گذاری مدل

به منظور صحه‌گذاری مدل ساخته شده و همچنین اطمینان از صحت نتایج به دست آمده، ابتدا فرکانس‌های طبیعی صفحه با لایه‌چینی و شرایط مرزی مختلف بدون در نظر گرفتن لایه‌های پیزوالکتریک محاسبه، و با مقادیر پژوهش‌های معتبر مقایسه شده است. سپس برای اطمینان از مدل‌سازی دقیق روابط پیزوالکتریک، یک عملگر پیزوالکتریک مدل‌سازی شده و نتایج حاصل با نتایج تحقیقات منتشره تطبیق داده شده است. در ابتدا یک صفحه‌ی همسان‌گرد با شرایط مرزی گیردار مدل‌سازی می‌شود. مشخصات هندسی و مکانیکی این صفحه در رابطه ۲۶ آمده است. پس از تحلیل ورق و به دست آوردن فرکانس‌های طبیعی آن، نتایج حاصله با نتایج حاصل از روش اجزاء محدود و همچنین نتایج مطالعات پیشین^[۲۱] مقایسه شده است. برای هماهنگی بیشتر، از رابطه‌ی بسامد بی‌بعد استفاده شده است. در جدول ۱ نتایج فرکانس‌های طبیعی صفحه‌ی همسان‌گرد با شرایط مرزی گیردار برای شش حالت اول ارتعاشی آورده شده، و با نتایج موجود^[۲۱] و نتایج حاصل از روش اجزاء محدود مقایسه شده است.

$$\begin{aligned} \Omega &= \omega a \sqrt{\frac{\rho}{G}} & v_{12} &= 0.3, \\ \text{Nodes} &: 17 \times 17 & k^z &= 0.86, \\ & & \frac{a}{b} &= 1, \\ & & \frac{a}{h} &= 10 \end{aligned} \quad (26)$$

جدول ۱. فرکانس‌های طبیعی بی‌بعد ورق ایزوتروپ.

حالت	$a/h = 10$	
	FEM	مطالعه‌ی حاضر
۱	۱,۵۵۸۲	۱,۵۴۱۴
۲	۳,۰۱۸۲	۳,۱۲۱۰
۳	۳,۰۱۸۲	۳,۱۲۱۰
۴	۴,۱۷۱۱	۴,۱۹۲۵
۵	۵,۱۲۱۸	۵,۱۷۷۶
۶	۵,۱۵۹۴	۵,۱۴۲۶

$\{u^e\}$ و $\{\theta^e\}$ به ترتیب جابه‌جایی گره‌ی و پتانسیل الکتریکی گره‌ی در مختصات عمومی هستند. $[N_u]$ و $[N_\phi]$ توابع شکل ساخته شده به روش کم‌ترین مربعات متحرک هستند. بردار کرنش و بردار میدان الکتریکی با توجه به متغیرهای گره‌ی، به صورت روابط ۱۶ و ۱۷ تعریف می‌شود:

$$\{\varepsilon\} = [B_u] \{u^e\} \quad (16)$$

$$\{E\} = -\nabla \{\phi\} = -[B_\phi] \{\phi^e\} \quad (17)$$

پس از گسسته‌سازی میدان کرنش و میدان الکتریکی، با قرار دادن روابط ۱، ۲، ۱۴، ۱۵، ۱۶ و ۱۷ در رابطه‌ی ۶، معادلات لایه‌ی پیزوالکتریک به شکل استاندارد و براساس مدل بدون شبکه به دست می‌آید:

$$[M_{uu}] \{\ddot{u}\} + [K_{uu}] \{u\} + [K_{u\phi}] \{\phi\} = \{F_m\} \quad (18)$$

$$[K_{\phi u}] \{u\} + [K_{\phi\phi}] \{\phi\} = \{F_q\} \quad (19)$$

که در آن $[M_{uu}]$ ماتریس جرم عمومی، $[K_{uu}]$ ماتریس سختی عمومی، $[K_{u\phi}]$ ماتریس کوپلینگ الکترومکانیکی، و $[K_{\phi\phi}]$ ماتریس ضرایب دی‌الکتریک پیزوالکتریک است. بار الکتریکی لایه‌ی حس‌گر با انتگرال‌گیری از جابه‌جایی الکتریکی روی سطح الکتروده به دست می‌آید:

$$Q^{(S)}(t) = \int_A D(t) dA = \frac{1}{V} \left(\int_{A(z=z_k)} D(t) dA + \int_{A(z=z_{k+1})} D(t) dA \right) \quad (20)$$

با توجه به رابطه‌ی ۱ و رابطه‌ی ۲۰، معادله‌ی بار الکتریکی به صورت گسسته از رابطه‌ی ۲۱ به دست می‌آید.

$$Q^{(S)}(t) = \int_A \{e\} \{\varepsilon\} dA = \left(\int_A \{e\} [B_u] dA \right) \{u\} = [K_{\phi u}^{(S)}] \{u\} \quad (21)$$

هنگامی که پیزوالکتریک به صورت حس‌گر نرخ کرنش مورد استفاده قرار می‌گیرد، جریان الکتریکی با مشتق‌گیری از بار الکتریکی نسبت به زمان به دست می‌آید. جریان الکتریکی با استفاده از رابطه‌ی ۲۲ به خروجی ولتاژ مدار باز تبدیل می‌شود:

$$\phi^{(S)} = G_c \frac{dQ^{(S)}}{dt} \quad (22)$$

که در آن G_c مقاومت آمپلی‌فایر حس‌گر است. با تقویت ولتاژ حس‌گر توسط آمپلی‌فایر با بهره‌ی G_i ، ولتاژ اعمالی به عملگر به دست می‌آید:

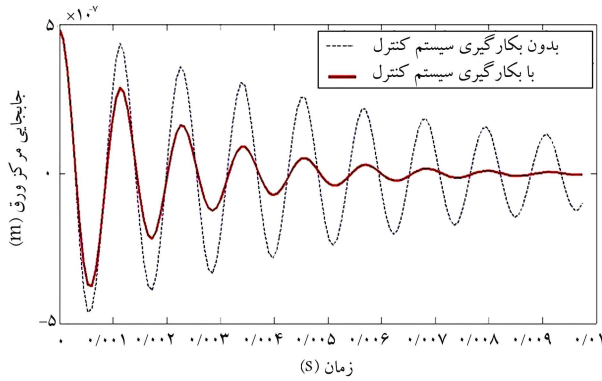
$$\phi^{(A)} = -G_i G_c [K_{\phi u}^{(S)}] \{\dot{u}\} \quad (23)$$

رابطه‌ی ۱۸ برای سیستمی شامل لایه‌ی حس‌گر و لایه‌ی عملگر به صورت رابطه‌ی ۲۴ نوشته می‌شود:

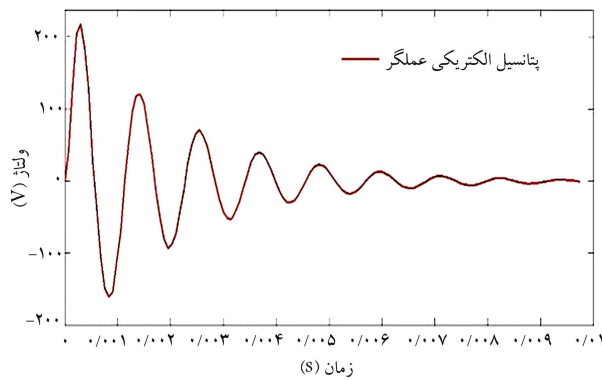
$$[M_{uu}] \{\ddot{u}\} + [K_{uu}] \{u\} + [K_{u\phi}^{(S)}] \{\phi^{(S)}\} = \{F_m\} - [K_{u\phi}^{(A)}] \{\phi^{(A)}\} \quad (24)$$

۲.۵. ورق با شرایط مرزی ساده

برای بررسی کاهش ارتعاشات ورق با استفاده از قانون کنترل بازگشتی، ورق مربعی چندلایه با لایه‌چینی [actuator/°/۹۰°/°/sensor] و شرایط تکیه‌گاهی ساده در نظر گرفته شده است. لایه‌های ورق از جنس گرافیت اپوکسی با ضخامت ۲ mm، ولایه‌های پیزوالکتریک از جنس پلی وینیل فلوراید (PVDF) با ضخامت ۰/۱ mm هستند. طول و عرض ورق برابر با ۱۸۰ mm است. ورق در اثر بارگسترده‌ی ۱۰° N/m^۲ دچار جابه‌جایی اولیه می‌شود. سپس بار حذف، و نقاط مختلف ورق مرتعش می‌شود. مقاومت آمپلی‌فایر $G_e = ۱/۶e۷$ ، بهره‌ی ولتاژ $G_i = ۵۰۰$ ، $\alpha = ۱e - ۶$ و $\beta = ۰/۹۶۵e - ۵$ در نظر گرفته شده است. در شکل ۱ جابه‌جایی مرکز ورق بدون کنترل ارتعاشات و همچنین با استفاده از سیستم کنترل ارتعاشات نشان داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود دامنه‌ی ارتعاشات در اثر اعمال نیروی کنترلی عملگر به‌طور مؤثر کاهش می‌یابد. اگرچه روش کنترلی بازخورد سرعت باعث افزایش میرایی ورق و کاهش دامنه‌ی ارتعاشات می‌شود، چون ولتاژ عملگر تابعی از نرخ کرنش (تابع سرعت) است با کاهش دامنه‌ی سرعت، مقدار ولتاژ هم کاهش می‌یابد که این امر باعث کاهش تأثیر در ارتعاشات با سرعت پایین می‌شود. در شکل ۲ ولتاژ عملگر نشان داده شده است.



شکل ۱. جابه‌جایی مرکز ورق با شرایط مرزی SSSS.



شکل ۲. ولتاژ اعمالی به لایه‌ی عملگر.

برای بررسی اثر ضخامت صفحه و همچنین ترتیب لایه‌چینی بر دقت نتایج در صفحه‌های اورتوتروپیک، مقدار فرکانس اول صفحه‌ی اورتوتروپیک با شرایط مرزی ساده محاسبه و با مرجع [۲۲] و روش اجزای محدود مقایسه شده است. خواص ورق در نظر گرفته شده، در رابطه‌ی ۲۷ آمده است. در جدول ۲ نیز نتایج به دست آمده ارائه شده است.

$$\frac{E_1}{E_2} = ۲۵, \quad \frac{G_{۱۲}}{E_2} = \frac{G_{۱۳}}{E_2} = ۰/۵, \quad \frac{G_{۲۳}}{E_2} = ۰/۲,$$

$$U_{۱۲} = ۰/۲۵, \quad k^* = \frac{\delta}{\epsilon}, \frac{a}{b} = ۱, \quad \Omega = \omega a^2 \sqrt{\frac{\rho}{E_2 h^3}} \quad (۲۷)$$

با توجه به جدول‌های ۱ و ۲ مشاهده می‌شود که نتایج به دست آمده به‌روش بدون المان گالریکین برای ورق ایزوتروپیک و اورتوتروپیک در مقایسه با منابع موجود از دقت بالایی برخوردار است. برای اطمینان از صحت مدل‌سازی روابط پیزوالکتریک، یک تیر یک سرگیردار بایمورف (۱ mm × ۵ mm × ۱۰° mm) که از دو لایه‌ی به هم چسبیده‌ی پیزوالکتریک از جنس پلی‌وینیل فلوراید (PVDF) و قطبش معکوس ساخته شده، در نظر گرفته شده است. به دلیل قطبش معکوس لایه‌ها، با اعمال اختلاف پتانسیل در راستای ضخامت تیر، لایه‌ی بالایی تحت کشش و لایه‌ی پایینی تحت فشار قرار گرفته، و در نتیجه تیر تحت خمش قرار می‌گیرد. مشخصات ماده‌ی پلی وینیل فلوراید (PVDF) سرامیک پیزوالکتریک (PZT) و گرافیت در جدول ۳ ارائه شده است. در جدول ۴ میزان جابه‌جایی نقاط مختلف تیر در اثر اعمال اختلاف پتانسیل ۱ ولت ارائه شده است. از مقایسه‌ی نتایج حاصله با نتایج موجود [۲۳] تطابق بسیار خوبی مشاهده شده است.

جدول ۲. بررسی اثر ضخامت صفحه بر پاسخ‌های بسامد طبیعی بی‌بعد.

لایه‌چینی	a/h	کار حاضر	FEM	[۲۲]
[۰/۹۰]	۱۰۰	۹,۸۸۵۱	۹,۶۶۲۹	۹,۶۸۷۳
	۱۰	۸,۷۴۶۲	۸,۷۹۴۶	۸,۸۹۹۸
[۰/۹۰/۰]	۱۰۰	۱۵,۲۴۳۱	۱۵,۱۵۵	۱۵,۱۸۳
	۱۰	۱۱,۵۸۸	۱۱,۵۳۴۷	۱۲,۱۶۳
[۰/۹۰/۹۰/۰]	۱۰۰	۱۵,۳۳۸۷	۱۵,۱۶۹۵	۱۵,۱۸۴
	۱۰	۱۲,۱۴۴	۱۲,۱۹۸۲	۱۲,۲۲۶

جدول ۳. مشخصات مکانیکی مواد.

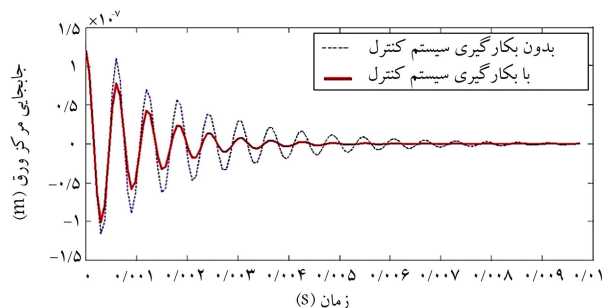
نوع ماده	E_1	E_2	$G_{۱۲}$	$\nu_{۱۲}$	ρ	$e_{۱,۲}$	$K_{۲۳}$
PVDF	۲	۲	۰/۷۷۵	۰/۲۹	۱۸۰۰	۰/۰۴۶	۰/۱۰۶e - ۹
PZT	۶۳	۶۳	۲۴/۲	۰/۳	۷۶۰۰	۲۲/۸	۱/۵e - ۸
گرافیت	۱۷۲	۶/۹	۳/۴۵	۰/۲۵	۱۶۰۰	۲۲/۸	۱/۵e - ۸

جدول ۴. جابه‌جایی نقاط مختلف تیر بایمورف.

فاصله از تکیه‌گاه (mm)	۴۰	۶۰	۸۰	۱۰۰
کار حاضر	۰/۰۵۵۱۸	۰/۱۲۳۳	۰/۲۲۰۱	۰/۳۴۳۲
جابه‌جایی m - ۱۰ [۲۳]	۰/۰۵۵۲	۰/۱۲۴۰	۰/۲۲۱۰	۰/۳۴۵۰

۶. نتیجه‌گیری

در این تحقیق تحلیل و کنترل ارتعاشات ورق چندلایه به همراه لایه‌های پیزوالکتریک مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات ورق براساس نظریه تغییر شکل برشی مرتبه‌ی اول و اصل همپلتون به دست آمده است. برای حل معادلات دیفرانسیل ورق از روش عددی بدون المان گلرکین و توابع شکل ساخته شده به روش کم‌ترین مربعات متحرک استفاده شده است. پاسخ زمانی معادله‌ی حرکت ورق به‌کمک روش نیومارک به دست آمده است. برای صحه‌گذاری و اطمینان از صحت نتایج، فرکانس‌های طبیعی ورق محاسبه و با منابع معتبر مقایسه شده است. همچنین نتایج تحلیل یک تیر بایمورف با نتایج نظریه تطبیق داده شده است. به‌منظور کنترل ارتعاشات ورق از روش کنترلی بازخورد سرعت استفاده شده و تأثیر آن بر کاهش ارتعاشات یک ورق چندلایه با شرایط مرزی ساده و یک ورق دو سر گیردار - دو سر آزاد نشان داده شده است. نتایج این پژوهش کارآمد بودن روش بدون المان گلرکین در مدل‌سازی ورق به همراه لایه‌های پیزوالکتریک و همچنین اثر کنترل بازخورد سرعت در میراندن ارتعاشات ورق را نشان می‌دهد.



شکل ۳. جابه‌جایی مرکز ورق با شرایط مرزی CFCF.

۳.۵. ورق دوسر گیردار دوسر آزاد

ورق مورد بررسی در قسمت قبل با شرایط تکیه‌گاهی جدید یعنی دوسرگیردار دو سر آزاد، تحت بارگسترده اولیه دچار ارتعاش می‌شود. با توجه به جابه‌جایی مرکز ورق (در شکل ۳) مشاهده می‌شود که به‌علت افزایش فرکانس ورق، دامنه‌ی ارتعاشات نسبت به ورق با شرایط مرزی ساده، سریع‌تر کاهش یافته است.

پانویس

1. functionally graded material

منابع (References)

1. Crawley, E.F. and de Luis, J. "Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures", *AIAA Journal*, **25**(10) pp. 1373-1385 (1987).
2. Crawley, E.F. and Anderson, E.H. "Detailed models of piezoceramic actuation of beams", *AIAA 89-1388-CP*. (1989).
3. Crawley, E.F. and Lazarus, K.B. "Induced strain actuation of isotropic and anisotropic plate", *AIAA Journal*, **29**(6), pp. 944-951 (1991).
4. Javadi Moghaddam, J. and Bagheri, A. "Suppressing vibration in a functionally graded material plate using genetic algorithm particle swarm optimization and sliding mode control system", *J Process Mechanical Engineering*, pp. 1-14 (2014).
5. Javadi Moghaddam, J. and Bagheri, A. "Design an intelligent control system to suppress the vibration of simply supported FGM shell", *Journal of Intelligent Automation Systems*, Article in press, Corrected Proof Available online from us February (2014).
6. Lee, C.-K. "Theory of laminated piezoelectric plates for the design of distributed sensors/actuators. Part I: Governing equations and reciprocal relationships", *Journal of the Acoustical Society of America*, **87**(3), pp. 1144-1158 (1990).
7. Tzou, H.S. and Tseng, C.I. "Distributed modal identification and vibration control of continua: Piezoelectric finite element formulation and analysis", *Transactions of the ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, **113**, pp. 500-505 (1991).
8. Anderson, E.H. and Hagood, N.W. "Simultaneous piezoelectric sensing/actuation: Analysis and application to controlled structures", *Journal of Sound and Vibration*, **174**(5), pp. 617-639 (1994).
9. Kurylov, Y. and Amabili, M. "Study on finite element analysis and shape control of composite laminate containing piezoelectric", *Act. Mater. Compos. Sinica*, **14**(2), pp. 114-119 (1997).
10. Gabbert, U., Trajkov, T.N. and Koppe, H. "Modelling, control and simulation of piezoelectric smart structures using finite element method and optimal LQ control", *Facta Universitatis, Series: Mechanics, Automatic Control and Robotics*, **3**, pp. 417-430 (2002).
11. Narayanan, S. and Balamurugan, V. "Finite element modelling of piezolaminated smart structures for active vibration control with distributed sensors and actuators", *Journal of Sound and Vibration*, **262**, pp. 529-562 (2003).
12. Ma, K. "Vibration control of smart structures with bonded PZT patches: Novel adaptive filtering algorithm and hybrid control scheme", *Smart Mater. Struct.*, **12**, pp. 473-82 (2003).
13. Liewa, K.M., He, X.Q., Tan, M.J. and Lim, H.K. "Dynamic analysis of laminated composite plates with piezoelectric sensor/actuator patches using the FSDT mesh-free method", *International Journal of Mechanical Sciences*, **46**, pp. 411-431 (2004).

14. Simoes Moita, J.M., Correia, I.F.P. and MotaSoares, C.M. "Active control of adaptive laminated structures with", *Computers and Structures*, **82**, pp. 1349-1358 (2004).
15. Trindade, M.A., Benjeddou, A. and Ohayon, R. "Piezoelectric active vibration control of damped sandwich beams", *J. Sound Vib.*, **246**, pp. 653-77 (2001).
16. Vasques, C.M.A. and Rodrigues, J.D. "Active vibration of smart piezoelectric beams: Comparison of classical and optimal feedback control strategies", *Computer Structure*, **84**, pp. 1402-14 (2006).
17. Kapuria, S. and Yaqoob Yasin, M. "Active vibration control of piezoelectric laminated beams with electroded actuators and sensors using an efficient finite element", *Smart Mater. Struct.* **19**(4), 15 pp. (2010).
18. Tiersten, H.S., *Linear Piezoelectric Plate Vibrations-Elements of the Linear Theory of Piezoelectricity and the Vibration of Piezoelectric Plates*, New York Plenum Press (1969).
19. Liu, G.R. and Gu, Y.T., *An Introduction to Mesh-free Methods and Their Programming*, Springer, The Netherlands (2005).
20. Lancaster, P. and Salkauskas, K. "Surfaces generated by moving least squares methods", *Mathematics of Computation*, **37**, pp. 141-58 (1981).
21. Liew, K.M., Wang, J., Ng, T.Y. and Tan M.J. "Free vibration and buckling analyses of shear-deformable plates based on FSDT meshfree method", *Journal of Sound and Vibration*, **276**, pp. 997-1017 (2004).
22. Qatu, M.S., *Vibration of Laminated Shells and Plates*, Elsevier Academic Press (2004).
23. Tzou, H.S. and Ye, R. "Analysis of piezoelectric structures with laminated piezoelectric triangle shell elements", *AIAA J*, **34**, pp. 110-5 (1996).