

# تعیین چیدمان بهینه برای تراسترهای یک ماهواره‌ی زمین‌آهنگ

علی کارمزدی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

حسین نجات\* (استادیار)

دانشکده‌ی هندیسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

مهندسی مکانیک شریف، بهار ۱۳۹۵ (ص. ۶۵-۷۶)  
دوری ۲ - ۳، شماره ۱، ص. ۶۵-۷۶

به منظور کاهش مصرف سوخت ماهواره‌ی زمین‌آهنگ، انتخاب چیدمانی از تراسترها که ضمن برآوردن تمامی نیازهای سیستم کنترلی (از قبیل ایجاد گشتاور در سه جهت، اصلاح شیب مداری، جبران طول جغرافیایی و...) مصرف سوخت تراسترها را در طول زمان روشن بودن موتور کمینه کند ضروری است. در این نوشتار پس از مدل‌سازی دینامیکی ماهواره در فضا و نیز به کمک قوانین مختلف کنترلی، شبیه‌سازی کنترل ماهواره به سه روش ماتریس کسینوس هادی‌ها، روش زوایای اوایلر، و روش کواترنیون‌ها صورت گرفته است. سپس از بین قوانین مختلف کنترلی بهترین روش برای استفاده در شبیه‌سازی چیدمان‌های مورد بررسی انتخاب شده است. همچنین کنترل به کمک تراسترها، به دلیل برخی ویژگی‌های ذاتی تراسترها - از قبیل وجود کم‌ترین طول ضربه‌ای تراسترها، وجود تأخیر ذاتی در زمان روشن و خاموش شدن<sup>۲</sup>، توانایی تولید نیرو فقط در یک راستا، و عدم قطعیت در نیروی تراست نامی - با کنترل خطی متفاوت است. این تفاوت‌ها در شبیه‌سازی رایانه‌یی لحاظ شده‌اند. در نهایت ضمن معرفی الزامات چیدمان‌های قابل قبول، طی شبیه‌سازی رایانه‌یی مصرف سوخت چند چیدمان متفاوت محاسبه شده تا امکان مقایسه‌ی چیدمان‌های پیشنهادی فراهم شود. نتایج این تحقیق در تعیین چیدمان بهینه‌ی یک ماهواره‌ی زمین‌آهنگ قابل استفاده است.

واژگان کلیدی: چیدمان بهینه‌ی تراسترها، سیستم کنترل وضعیت ماهواره‌ی زمین‌آهنگ، کنترل وضعیت جسم سه‌بعدی.

alikarmozdi@mech.sharif.ir  
nejat@sharif.edu

## ۱. مقدمه

ماهواره‌های زمین‌آهنگ در مداری موسوم به مدار انتقالی از ماهواره‌بر جدا شده و با انجام مانورهای مداری خود را به مدار زمین‌آهنگ می‌رسانند. برای این منظور طی چند مرحله با روشن کردن موتور مداری<sup>۲</sup>، از طریق مدارهای واسطه‌ی از پیش تعیین شده برای کمینه‌کردن مصرف سوخت، مدار خود را به مدار ثابت زمین نزدیک می‌کنند.<sup>[۱]</sup>

در این مرحله، به علت وجود انحراف در راستای شلیک موتور مداری و عدم عبور راستای نیروی آن از مرکز جرم ماهواره، در حین روشن بودن موتور مداری گشتاور نسبتاً بزرگی به ماهواره اعمال می‌شود.<sup>[۲]</sup> در صورت عدم کنترل ماهواره، این گشتاور سبب خروج ماهواره از راستای مطلوب می‌شود. وظیفه‌ی کنترل وضعیت ماهواره در این زمان به عهده‌ی تراسترهاست. بدین منظور ماهواره‌ها از انواع تراسترها - نظیر تراسترهای هیدرازین، گاز سرد و ضربه‌ی پلاسما - استفاده می‌کنند.<sup>[۳-۵]</sup>

اما از آنجا که تراسترها عملگرهای غیرخطی‌اند و به صورت روشن و خاموش در این مرحله، به علت وجود انحراف در راستای شلیک موتور مداری و عدم عبور راستای نیروی آن از مرکز جرم ماهواره، در حین روشن بودن موتور مداری گشتاور نسبتاً بزرگی به ماهواره اعمال می‌شود.<sup>[۲]</sup> در صورت عدم کنترل ماهواره، این گشتاور سبب خروج ماهواره از راستای مطلوب می‌شود. وظیفه‌ی کنترل وضعیت ماهواره در این زمان به عهده‌ی تراسترهاست. بدین منظور ماهواره‌ها از انواع تراسترها - نظیر تراسترهای هیدرازین، گاز سرد و ضربه‌ی پلاسما - استفاده می‌کنند.<sup>[۳-۵]</sup>

کار می‌کنند، برای کنترل تراسترها باید از روش‌هایی نظیر کنترل پهنای باند<sup>۴</sup> استفاده کرد. در استفاده از این روش باید محدودیت تراسترها را در تغییر بین حالت باز و بسته<sup>۵</sup> در نظر گرفت،<sup>[۶]</sup> چرا که وجود ناحیه‌ی مرده پدیده‌یی متداول در تراسترهای سیستم کنترل ماهواره‌هاست؛ فاصله‌ی زمان روشن و خاموش شدن تراستر نباید از حد مشخصی کم‌تر باشد.<sup>[۷،۸]</sup>

ویژگی دیگر تراسترها این است که جهت نیروی تراست نسبت به ماهواره ثابت است و هر تراستر تنها قادر به تولید نیرو در یک جهت است.<sup>[۹]</sup> به همین دلیل برای این که ماهواره بتواند در امتداد سه محور عمود بر هم به صورت مستقل گشتاور کنترلی اعمال کند، ماهواره‌های زمین‌آهنگ عموماً از حداقل ۶ تراستر و ۶ تراستر پشتیبان استفاده می‌کنند.<sup>[۱۰،۱۱]</sup>

جانمایی تمامی اجزای ماهواره تأثیر مستقیمی در طول عمر سرویس دهی ماهواره و هزینه‌های ماهواره دارد،<sup>[۱۲]</sup> اما چون گشتاور تولیدی توسط تراسترها به شدت وابسته به چیدمان تراسترهاست و از آنجا که طول عمر ماهواره به میزان مصرف سوخت تراسترها وابسته است،<sup>[۱۳]</sup> انتخاب چیدمان بهینه‌ی تراسترها در افزایش طول عمر ماهواره از اهمیت ویژه‌ی برخوردار است. به علاوه انتخاب چیدمان بهینه تأثیر به‌سزایی

در این مرحله، به علت وجود انحراف در راستای شلیک موتور مداری و عدم عبور راستای نیروی آن از مرکز جرم ماهواره، در حین روشن بودن موتور مداری گشتاور نسبتاً بزرگی به ماهواره اعمال می‌شود.<sup>[۲]</sup> در صورت عدم کنترل ماهواره، این گشتاور سبب خروج ماهواره از راستای مطلوب می‌شود. وظیفه‌ی کنترل وضعیت ماهواره در این زمان به عهده‌ی تراسترهاست. بدین منظور ماهواره‌ها از انواع تراسترها - نظیر تراسترهای هیدرازین، گاز سرد و ضربه‌ی پلاسما - استفاده می‌کنند.<sup>[۳-۵]</sup>

اما از آنجا که تراسترها عملگرهای غیرخطی‌اند و به صورت روشن و خاموش

\* نویسنده مسؤل

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۲/۱۳، اصلاحیه ۱۳۹۳/۹/۱۰، پذیرش ۱۳۹۳/۹/۲۳.

در کاهش زمان مانورها، کاهش خطای دائم، کاهش وزن نهایی ماهواره و در نتیجه کاهش هزینه‌ی پرتاب دارد.

در این پروژه هدف تعیین چیدمانی بهینه برای تراسترهای یک ماهواره‌ی زمین‌آهنگ است که ضمن انجام تمام وظایف مورد نیاز توسط تراسترها، بتواند با مصرف سوخت بهینه، دقت کنترلی مورد نظر را در طول سرویس‌دهی ماهواره برآورده سازد. در این راستا ماهواره به صورت یک جسم صلب سه‌بعدی مدل شده است و با لحاظ کردن تمامی اثرات پروفیل نیروی تراستر، شبیه‌سازی برای چند چیدمان قابل قبول از تراسترها انجام شده است. گشتاور ناشی از ناهم‌راستایی موتور لم نیز به صورت گشتاور اغتشاشی با اندازه‌ی ثابت در نظر گرفته شده است. در نهایت از بین چیدمان‌های مختلف، چیدمانی که بتواند کنترل حالت موتور انتقالی را با کم‌ترین مصرف سوخت ضمن برآورده‌سازی سایر وظایف انجام دهد انتخاب خواهد شد.

## ۲. شبیه‌سازی دینامیک و سینماتیک وضعیت جسم یک

### صلب سه‌بعدی در فضا

اولین گام برای شبیه‌سازی کنترل وضعیت ماهواره به کمک تراسترها، شبیه‌سازی دینامیکی یک جسم صلب در فضا است. به این منظور، استفاده از معادلات دینامیک و سینماتیک وضعیت ضروری است. معادلات دینامیکی مورد استفاده معادلات اوایلر<sup>۶</sup> است که بیان می‌کنند گشتاور اعمالی بر جسم حول مرکز جرم آن، معادل تغییرات تکانه‌ی زاویه‌یی آن است. در این جا ما به بررسی حرکت دورانی یک جسم توسط گشتاور اعمالی می‌پردازیم. در بسیاری موارد طراحان ماهواره از حاصل ضرب‌های اینرسی صرف نظر می‌کنند و تأثیرات وجود ناچیز آن‌ها را در نهایت به عنوان اغتشاشات در نظر می‌گیرند. اما در اینجا به دلیل لحاظ کردن دقت بیشتر تأثیرات ممان اینرسی‌های ضریبی را نیز لحاظ می‌کنیم. در این صورت گشتاور اعمالی به جسم و سرعت زاویه‌یی مطابق معادله‌ی ۱ با هم رابطه دارند:<sup>[۱۲]</sup>

$$M = I\dot{\omega} + w(I\omega) \quad (۱)$$

که در آن،  $M$ ،  $I$  و  $w$  به ترتیب گشتاور اعمالی حول مرکز جرم، تانسور اینرسی ماهواره و بردار سرعت زاویه‌یی ماهواره‌اند. مقدار  $w$  نیز از رابطه‌ی ماتریسی ۲ به دست می‌آید:

$$w = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

پیش از ورود به معادلات سینماتیکی لازم در شبیه‌سازی دینامیک وضعیت جسم صلب، ابتدا مروری گذرا به روش‌های مختلف تبدیل وضعیت در فضا خواهیم داشت. به طور کلی سه روش برای تعیین وضعیت ماهواره نسبت به دستگاه مرجع وجود دارد: ۱. ماتریس‌های کسینوس هادی، ۲. زوایای اوایلر، ۳. روش کواترنیون، که در ادامه‌ی همین بخش به اختصار با هریک از این ابزارهای سینماتیکی آشنا می‌شویم. در روش ماتریس‌های کسینوس هادی، ماتریسی را در نظر بگیریم که سطر اول آن متشکل از تصویر بردار یکه‌ی  $u$  (بردار یکه‌ی دستگاه فیزیکی) بر محورهای دستگاه مرجع باشد. همچنین سطر دوم و سوم آن به ترتیب متشکل از تصاویر بردارهای یکه‌ی  $v$  و  $w$  (سایر بردارهای یکه‌ی دستگاه فیزیکی) باشد. این ماتریس را ماتریس

کسینوس هادی نامیده و با  $A$  نشان می‌دهند:<sup>[۱۵]</sup>

$$\frac{d}{dt}[A] = [\Omega][A] \quad (۳)$$

که در آن:

$$[\Omega] = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$  سرعت‌های زاویه‌یی مطابق ماهواره‌اند که در دستگاه مختصات فیزیکی بیان می‌شوند.

در روش زوایای اوایلر، دوران زوایای اوایلر به معنی دوران زنجیروار حول سه محور متعامد دستگاه مختصات فیزیکی است. عموماً زاویه‌ی رول اوایلر ( $\varphi$ ) را به عنوان دوران حول محور  $x$  جسم، زاویه‌ی پیچ اوایلر ( $\theta$ ) را به عنوان دوران حول محور  $y$  جسم، و زاویه‌ی یاو اوایلر ( $\psi$ ) را به عنوان دوران حول محور  $z$  دستگاه فیزیکی مطرح می‌کنند. با فرض این که سرعت زاویه‌یی جسم نسبت به دستگاه مختصات مرجع در دستگاه مختصات فیزیکی با عناصر بردار  $\omega_{BR} = \omega_x i + \omega_y j + \omega_z k$  بیان بیان شود، خواهیم داشت:<sup>[۱۱]</sup>

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \omega_x + [\omega_y \cdot \sin(\phi) + \omega_z \cdot \cos(\phi)] \tan(\theta) \\ \dot{\theta} &= \omega_y \cdot \cos(\phi) - \omega_z \cdot \sin(\phi) \\ \varphi &= [\omega_y \cdot \sin(\phi) + \omega_z \cdot \cos(\phi)] \sec(\theta) \end{aligned} \quad (۵)$$

تعریف کواترنیون توسط قضیه مشهور اوایلر صورت می‌گیرد. طبق این نظریه کلی‌ترین جابه‌جایی زاویه‌یی یک جسم صلب با یک نقطه‌ی ثابت، معادل دوران حول یک محور است. در اینجا با این فرض که دوران حول بردار  $e$  با عناصر  $[e_1 \ e_2 \ e_3]$ ، و زاویه‌ی دوران  $\alpha$  باشد، به کمک معادلات ۶ عناصر چهارگانه‌ی بردار کواترنیون نیز بر حسب بردار  $e$  مشخص می‌شود:

$$\begin{aligned} q_1 &= e_1 \sin(\alpha/2) \\ q_2 &= e_2 \sin(\alpha/2) \\ q_3 &= e_3 \sin(\alpha/2) \\ q_4 &= \cos(\alpha/2) \end{aligned} \quad (۶)$$

تغییرات بردار کواترنیون بر حسب زمان توسط رابطه‌ی ۷ مشخص می‌شود:

$$\frac{d}{dt}[q] = \frac{1}{\tau}[\Omega'] [q] \quad (۷)$$

که در آن:

$$[\Omega'] = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y & \omega_x \\ -\omega_z & 0 & \omega_x & \omega_y \\ \omega_y & -\omega_x & 0 & \omega_z \\ -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z & 0 \end{bmatrix} \quad (۸)$$

با دانستن شرایط اولیه و انتگرال‌گیری عددی از هریک از معادلات سینماتیکی ۳، ۵، یا ۷ به همراه معادله‌ی دینامیکی ۱، در هر لحظه قادر به تعیین وضعیت ماهواره خواهیم بود.

### ۲.۳. کنترل به‌کمک قانون کنترلی ماتریس کسینوس هادی‌ها

فرض کنید که وضعیت ماهواره نسبت به چارچوب مرجع توسط ماتریس‌های کسینوس هادی  $[A_s]$  بیان شده باشد. همچنین فرض کنید که بردار دلخواه  $a$  در مختصات مرجع به صورت  $a = [a_1, a_2, a_3]$  بیان می‌شود و ماهواره باید طی مانوری موقعیت نهایی خود را به وضعیتی برساند که توسط ماتریس  $[A_T]$  بیان می‌شود و به آن ماتریس هدف می‌گویند. فرض کنید که بردار  $a$  در دستگاه مختصات فیزیکی و در دستگاه مختصات هدف به ترتیب به صورت  $a_S$  و  $a_T$  بیان شود. تعریف ماتریس  $[A_E]$  عبارت است از:

$$a_S = [A_E]a_T \quad (۱۰)$$

در صورتی که ماتریس  $[A_E]$  تبدیل به ماتریس همانی شود، آنگاه عناصر بردار  $a$  در دو دستگاه فیزیکی متصل به ماهواره و دستگاه مختصات هدف یکسان خواهد بود، این بدان معناست که ماهواره به هدف مطلوب رسیده و در نتیجه دو دستگاه بر هم منطبق شده‌اند. بنابراین ماتریس  $[A_E]$  تحت عنوان ماتریس کسینوس هادی خطا شناخته می‌شود. وقتی که این ماتریس تبدیل به ماتریس همانی شود، ماهواره به مختصات مطلوب رسیده است. در اینجا بدون ورود به جزئیات، تنها نتایج به دست آمده در مطالعات پیشین<sup>[۱۱]</sup> را تحت عنوان قوانین کنترلی براساس خطای ماتریس کسینوس هادی بیان می‌کنیم:

$$\begin{aligned} T_{cx} &= \frac{1}{\gamma} K_x (a_{2xE} - a_{1xE}) - K_{xd}\omega_x + K_{xi} \int (a_{2xE} - a_{1xE}) dt \\ T_{cy} &= \frac{1}{\gamma} K_y (a_{2yE} - a_{1yE}) - K_{yd}\omega_y + K_{yi} \int (a_{2yE} - a_{1yE}) dt \\ T_{cz} &= \frac{1}{\gamma} K_z (a_{2zE} - a_{1zE}) - K_{zd}\omega_z + K_{zi} \int (a_{2zE} - a_{1zE}) dt \end{aligned} \quad (۱۱)$$

که در آنها،  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  سرعت زاویه‌ی ماهواره نسبت به مختصات مرجع است که در دستگاه مختصات فیزیکی بیان شده‌اند. نیاز این روش به محاسبه‌ی ۶ عنصر ماتریس خطا، ضعف عمده‌ی این روش کنترل است.

### ۳.۳. کنترل به‌کمک قانون کنترلی کواترنیون‌ها

با مشخص بودن کواترنیون‌های وضعیت لحظه‌ی  $(q_S)$  و وضعیت مطلوب  $(q_T)$  ماهواره، کواترنیون خطا  $(q_E)$  چنین محاسبه می‌شود:

$$q_E = \begin{bmatrix} q_{T1} & q_{T2} & -q_{T3} & q_{T4} \\ -q_{T3} & q_{T2} & q_{T1} & q_{T4} \\ q_{T2} & -q_{T1} & q_{T4} & q_{T3} \\ -q_{T1} & -q_{T2} & -q_{T3} & q_{T4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -q_{S1} \\ -q_{S2} \\ -q_{S3} \\ q_{S4} \end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

به‌کمک رابطه‌ی ۱۲ می‌توان به قوانین کنترلی ۱۳ دست یافت.

$$\begin{aligned} T_{cx} &= -2K_x q_{1E} q_{2E} - K_{xd}\omega_x - K_{xi} \int 2K_x q_{1E} q_{2E} dt \\ T_{cy} &= -2K_y q_{1E} q_{3E} - K_{yd}\omega_y - K_{yi} \int 2K_y q_{1E} q_{3E} dt \\ T_{cz} &= -2K_z q_{1E} q_{4E} - K_{zd}\omega_z - K_{zi} \int 2K_z q_{1E} q_{4E} dt \end{aligned} \quad (۱۳)$$

بیان وضعیت جسم صلب در چارچوب مرجع و به‌روش ماتریس کسینوس هادی نیاز به ۹ عنصر دارد، در حالی که برای بیان به‌کمک روش کواترنیون فقط ۴ عنصر مورد نیاز است. به‌علاوه عناصر ماتریس کسینوس هادی، برخلاف عناصر کواترنیون، توابع مثلثاتی هستند که محاسبات آن‌ها دشوارتر است. بنابراین انتگرال‌گیری از بردار کواترنیون بسیار منطقی‌تر و متداول‌تر است.

از معادلات سینماتیکی و دینامیکی باید هم‌زمان انتگرال‌گیری کرده و به‌ازای شرایط اولیه‌ی مشخص، زوایای اویلر (ماتریس کسینوس هادی، یا کواترنیون) را در تمامی زمان‌ها تا لحظه‌ی پایانی شبیه‌سازی به دست آورد. این انتگرال‌گیری به‌روش عددی است و برای آن از دستور ode45 متلب استفاده شده است.

### ۳. شبیه‌سازی کنترل با فرض خطی بودن عملگرها

در بخش پیشین معادلات حاکم بر دینامیک وضعیت یک جسم صلب سه‌بعدی بیان شد تا بتوان وضعیت یک جسم سه‌بعدی در فضا را با اعمال گشتاور خارجی دلخواه شبیه‌سازی کرد. حال وقت آن است که با تغییر این گشتاور اعمالی از حالت دلخواه به گشتاوری محاسبه شده، امکان کنترل وضعیت جسم در فضا میسر شود. وظیفه‌ی اصلی سیستم کنترل وضعیت، پایداری وضعیت ماهواره در مقابل گشتاورهای اغتشاشی خارجی است. در این بخش معادلات قوانین کنترلی برای روش‌های مختلف بیان وضعیت درج و تحلیل می‌شود.

### ۱.۳. کنترل به‌کمک قانون کنترلی زوایای اویلر

ساده‌ترین قانون کنترلی مبتنی بر خطای زوایای اویلر است. با هدف رسیدن به وضعیتی با زوایای اویلر  $\psi_d, \theta_d, \varphi_d$  فرض می‌کنیم که زوایای اویلر قابل اندازه‌گیری باشند. ماهواره‌ی با ماتریس اینرسی قطری (بدون حاصل‌ضرب‌های اینرسی) و زوایای اویلر کوچک را در نظر بگیرید. ساده‌ترین قانون کنترلی، قانون خطی خواهد بود. در دوران‌های کوچک، زوایای اویلر به‌طور مستقل زوایای دوران حول محورهای  $x, y$  و  $z$  را نشان می‌دهند و ترتیب آن‌ها اهمیت خود را از دست می‌دهد. به‌این ترتیب معادلات حرکت و معادلات کنترل حول سه محور از یکدیگر مستقل خواهد بود.

گشتاورهایی که به ماهواره وارد می‌شود عبارت‌اند از: گشتاور اغتشاشی  $(T_d)$  و گشتاور کنترلی  $(T_c)$ . گشتاور کنترلی را می‌توان با قانون PD یا PID محاسبه کرد. گشتاور کنترلی برای خطای زاویه‌ی اویلر کوچک با قانون PID چنین نوشته می‌شود:

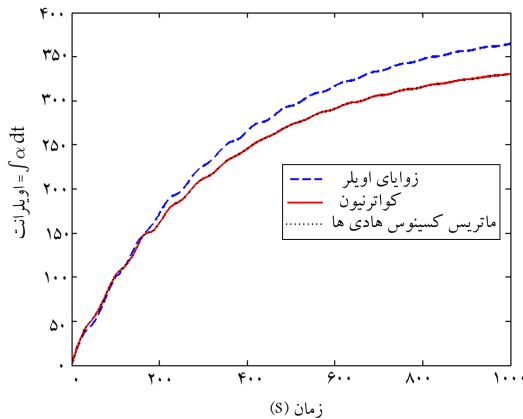
$$\begin{aligned} T_{cx} &= K_{Px}(\varphi_d - \varphi) - K_{Dx}\dot{\varphi} - K_{ix} \int \varphi dt \\ T_{cy} &= K_{Py}(\theta_d - \theta) - K_{Dy}\dot{\theta} - K_{iy} \int \theta dt \\ T_{cz} &= K_{Pz}(\psi_d - \psi) - K_{Dz}\dot{\psi} - K_{iz} \int \psi dt \end{aligned} \quad (۹)$$

پس از محاسبه‌ی بردار گشتاور کنترلی مورد نیاز، با توجه به چنین تراسترها، سهم هر تراستر از این گشتاور محاسبه، و فرمان ایجاد آن صادر می‌شود. مدل و قانون کنترلی فوق، چنان که ذکر شد، برای خطاهای کوچک زاویه مناسب است. در مانورهایی با تغییر جهت‌گیری بزرگ، معادلات زوایای اویلر به یکدیگر متصل خواهد بود و کنترل آن‌ها به‌صورت مستقل صحیح نیست. چون تقاضای زوایای اویلر تنها در دوران‌های کوچک معنا دارد و با بزرگ شدن زوایای اویلر اختلاف آن‌ها فاقد مفهوم فیزیکی یا ریاضی است، روش‌های بهتر برای تعریف بردار خطا استفاده از ماتریس‌های کسینوس هادی یا کواترنیون‌هاست.

جدول ۱. ثابت‌های شبیه‌سازی.

مقدار	متغیر
۱۰۰۰ (sec)	$t$ (زمان شبیه‌سازی)
۲۰ (ms)	بیشترین گام‌های زمانی در ode *
$K_x = K_y = K_z = ۲,۳$	ضرایب کنترل تناسبی
$K_{xd} = K_{yd} = K_{zd} = ۵,۲$	ضرایب کنترل تفاضلی
$K_i = ۰,۵$	ضرایب انتگرال‌گیری
$\varphi_0 = ۰,۸$ (rad), $\theta_0 = -۰,۴$ (rad), $\psi_0 = ۱,۲$ (rad)	شرایط اولیه‌ی مکانی
$\omega_{x_0} = ۰,۲$ (rad/s), $\omega_{y_0} = \omega_{z_0} = ۰,۳$ (rad/s)	شرایط اولیه‌ی سرعت

\* maximum step in ode



شکل ۱. مقدار اویلرانت در کنترل به کمک قانون‌های مختلف.

جدول ۲. ثابت‌های شبیه‌سازی.

زمان محاسبات برحسب ثانیه	قانون کنترلی مورد استفاده
۲۷	زاویای اویلر
۳۰	روش کواترنیون
۳۷	ماتریس‌های کسینوس هادی

از قانون کنترل به کمک کواترنیون‌هاست که ماهواره‌ها نیز عموماً از آن به‌عنوان روش کنترلی استفاده می‌کنند.<sup>[۲]</sup> در ادامه‌ی این مبحث ما نیز برای تکمیل برنامه از روش کواترنیون‌ها استفاده می‌کنیم.

#### ۴. کنترل وضعیت به کمک تراسترها

در فصل ۳ عملگرهایمان را عملگرهایی خطی فرض کردیم که توانایی ایجاد هر میزان گشتاور را در هر لحظه‌ی دلخواه دارند. اما متأسفانه تراسترها عملگرهای خطی نیستند و نمی‌توانند مانند عملگرهای خطی، رابطه‌ی خطی بین سیگنال ورودی و گشتاور خروجی داشته باشند. به عبارت دیگر تراسترها عملگرهای غیر پیوسته و از نوع روشن و خاموش هستند. همچنین باز و بسته شدن تراسترها دارای محدودیت‌هایی است.<sup>[۶]</sup> وجود این محدودیت‌ها باعث می‌شود که نتوان مقادیر ضربه‌ی کوچک‌تر از ضربه‌ی کمیته‌ی تراسترها را از آن‌ها به‌عنوان خروجی گرفت؛ لذا کنترل با تراسترها ملاحظاتی دارد که آن را متفاوت از عملگرهای خطی می‌کند.

در اینجا نیز باید با انتگرال‌گیری از معادلات سینماتیکی در کنار هر یک از معادلات دینامیکی ۹، ۱۱ یا ۱۳ و داشتن شرایط اولیه می‌توان وضعیت ماهواره را در هر لحظه محاسبه کرد.

#### ۴.۳. انتخاب روش برتر در کنترل وضعیت

اکنون باید از بین سه روش موجود (زاویای اویلر، ماتریس‌های کسینوس هادی و روش کواترنیون) نهایتاً یک روش را به‌عنوان روش مورد استفاده در مدل‌سازی کنترل ماهواره انتخاب کنیم. بنابراین ابتدا به معرفی معیارهای روش برتر پرداخته، و سپس با شبیه‌سازی رایانه‌ی به کمک نرم‌افزار متلب روش برتر انتخاب می‌شود. رشد و نمو زاویه‌ی خطای  $\alpha$  حول محور دوران اویلر معیاری از عملکرد قانون کنترلی است، چرا که بیان‌گر مقدار زاویه‌ی پیموده شده توسط ماهواره طی مانور، از حالت اولیه تا حالت نهایی است. این انتگرال را اویلرانت می‌نامند که مطابق معادله‌ی ۱۴ تعریف می‌شود.

$$EULERANT = \int \alpha . dt \quad (۱۴)$$

هرچه مقدار این پارامتر کم‌تر باشد نشان‌دهنده‌ی کاهش زاویه‌ی پیموده شده برای رسیدن به وضعیت مطلوب از وضعیت اولیه است. معیار دیگر در انتخاب روش بهینه، کاهش زمان محاسبات است. به‌طور کلی هر قدر مقدار اویلرانت و زمان محاسبات کم‌تر باشد روش کنترلی مناسب‌تر است.

شبیه‌سازی کنترل وضعیت برای هر سه قانون کنترلی مذکور، تحت شرایط اولیه یکسان و مطابق جدول ۱، و به کمک تابع ode45 نرم‌افزار متلب انجام شده است. ماتریس اینرسی نیز برابر است با:

$$I = \begin{bmatrix} ۱۲۱۸,۶۳ & -۵,۳۸ & -۱,۷۶ \\ -۵,۳۸ & ۴۴۲,۲۶ & -۸,۳۹ \\ -۱,۷۶ & -۸,۳۹ & ۱۴۲۹,۴۳ \end{bmatrix} \quad (۱۵)$$

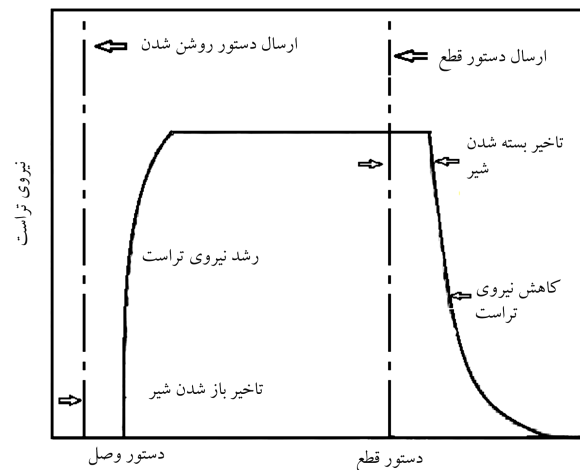
در نهایت مقدار اویلرانت برای هر سه روش در شکل ۱ نمایش داده شده است. همچنین زمان محاسبات در سه روش در جدول ۲ فهرست شده است.

روش ماتریس کسینوس هادی به دلیل زمان بر بودن در انجام محاسبات کنار گذاشته می‌شود. روش زاویای اویلر نیز به دلیل بزرگ شدن مقدار اویلرانت به لحاظ مصرف سوخت بهینه نیست. به علاوه معادله‌ی اول و آخر از معادلات ۵ یک نقطه‌ی تکین در  $\theta = ۹۰^\circ$  دارند. به همین دلیل به نبود نقاط تکین در روش کواترنیون‌ها و خواص عددی مناسب‌تر آن نسبت به روش زاویای اویلر، به‌عنوان مزیت دیگر روش کواترنیون نسبت به روش زاویای اویلر اشاره شده است.<sup>[۱۶]</sup> بنابراین روش برتر استفاده

جدول ۳. ویژگی های عملکردی تراسترهای انتخابی.

مقدار	ویژگی
۲۰ ms	کمترین زمان روشن بودن تراستر
۲۰ ms	زمان رشد نیروی تراستر
۳۰ ms	زمان اضمحلال نیروی تراستر
۳۰ ms	تاخیر زمانی باز و بسته شدن
۱۰ N	نیروی نامی
٪۵	دقت تراست
۳٫۵ gr/s	دبی خروجی نامی

با توجه به تراسترهای انتخابی از شرکت AUSTRIUM ویژگی های عملکردی تراستر مطابق جدول ۳ تشریح شده است.



شکل ۲. پروفیل زمانی نیروی تراستر. [۱۷]

### ۲.۴. کنترل وضعیت براساس روش تنظیم پهنای پالس (PWM)

متأسفانه کنترل کننده هایی که براساس عملکرد تراسترها عمل می کنند، نمی توانند مانند عملگرهای دیگر رابطه ی خطی بین ورودی کنترل کننده و گشتاور خروجی داشته باشند. با این وجود این کنترل کننده ها می توانند در یک مد شبه خطی با استفاده از تغییر طول زمان روشن بودن تراسترها متناسب با گشتاور مورد نیاز محاسبه شده (ورودی به کنترل کننده) عمل کنند. این نوع عملکرد را اغلب PWM می گویند. طول بازه زمانی که در آن تراستر روشن است، از رابطه ی ۱۷ به دست می آید.

$$t_p \times F \Delta = T_{sam} \times torque \Rightarrow t_p = \frac{T_{sam} \times torque}{F \Delta} \quad (17)$$

که در آن منظور از  $\Delta$  بازوی گشتاور تراستر، منظور از  $torque$  گشتاور کنترلی محاسبه شده به روش خطی،  $T_{sam}$  زمان نمونه برداری و  $t_p$  بازه روشن بودن تراستر و  $F$  نیروی نامی تراستر است.

### ۳.۴. شبیه سازی پروفیل نیرو - زمان تراستر در نرم افزار متلب

به منظور تکمیل فرایند کنترل، پس از مشخص شدن گشتاورهای کنترلی باید از روی این گشتاورها زمان روشن و خاموش بودن هر تراستر را محاسبه کرد. این کار بستگی به چیدمان تراسترها دارد و برای هر چیدمان متفاوت خواهد بود. محاسبه ی زمان های روشن بودن تراسترها برحسب گشتاورهای کنترلی به فصل بعدی موکول شده است. با دانستن زمان روشن بودن تراسترها در یک بازه نمونه برداری  $t_p$  باید از روی این زمان توسط تابعی مقدار گشتاور خروجی هر تراستر در هر لحظه از بازه نمونه برداری مشخص شود. در این بخش با توجه به توضیحات داده شده در دو بخش قبلی و مقادیر عملکردی تراستر انتخابی که در جدول ۳ فهرست شده اند، اقدام به شبیه سازی این تابع به کمک نرم افزار متلب کرده ایم. قابلیت هایی که باید این تابع داشته باشد عبارت است از:

۱. مقادیر زمان رشد و کاهش نیروی تراست و تأخیر زمانی در باز و بسته شدن تراستر در هر بازه نمونه برداری لحاظ شده باشد.
۲. در صورت کم تر بودن زمان فرمان روشن بودن از حداقل طول پالس، در تمام طول بازه نمونه برداری خروجی تراسترها صفر باشد.
۳. در صورتی که زمان روشن بودن به طول بازه نمونه برداری بسیار نزدیک بود، خروجی تراستر نباید در انتهای بازه نمونه برداری به صفر برود و باید در مقدار

### ۱.۴. ویژگی پروفیل زمانی تراسترها

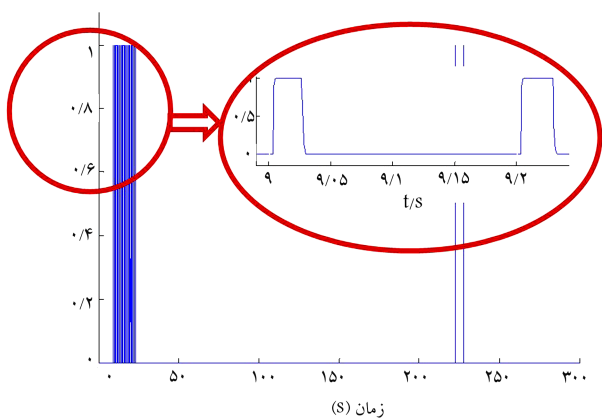
به جز نیروی تراست<sup>۷</sup> مشخصات دیگری نیز برای تعریف کامل یک تراستر مورد نیاز است. در شکل ۲ پروفیل زمانی نیروی تراستر واقعی نشان داده شده است. با صدور دستور الکتریکی روشن شدن<sup>۸</sup> به کوئل شیر تراستر، نیروی پیشران بعد از گذشت تأخیر ذاتی اولیه شروع به رشد می کند. زمان رشد نیروی تراست مدت زمان رسیدن نیروی تراستر از مقدار صفر به ۹۹٪ مقدار نامی است. در این بازه زمانی می توان رشد نیروی تراستر را برحسب زمان به صورت یک تابع نمایی تقریب زد.<sup>[۱۷]</sup> همچنین پس از اعمال دستور قطع توسط سیگنال الکتریکی، نیروی تراستر پس از گذشت تأخیری زمانی شروع به کاهش می کند و طی زمان حذف تراستر<sup>۹</sup> به صورت یک تابع نمایی به صفر می رسد.<sup>[۱۷]</sup>

ویژگی دیگر تراسترها وجود زبری<sup>۱۰</sup> است که معیاری از بی نظمی نیروی تراستر حول مقدار نامی آن بوده و عموماً بین ۲ تا ۳ درصد از مقدار نامی را داراست. تکرارپذیری نیز جزو ویژگی های ذاتی تراسترهاست که توسط فعال سازی های مکرر یک تراستر و مقایسه ی تغییرات نیروی نامی آن طی فعال سازی های مختلف مشخص می شود.

شاید مهم ترین فاکتور در تراسترها، کمترین اندازه ضربه (MIB)<sup>۱۱</sup> باشد. اگر طول بازه زمانی دستور روشن بودن خیلی کوچک باشد عملاً امکان روشن شدن تراسترها وجود ندارد. در غیاب داده های آزمایشگاهی<sup>[۱۸]</sup> پیشنهاد شده که کمترین اندازه ضربه از حاصل ضرب نیروی نامی تراستر و کمترین زمان باز و بسته شدن شیر تراستر به طور تقریبی محاسبه شود. فاکتورهای تأثیرگذار بر مقدار MIB عبارتند از: کمترین زمان باز و بسته شدن شیر سلونووییدی و مقدار فشار موجود (که به فشار تنظیم شده وابسته است).<sup>[۱۹]</sup>

وجود کمترین اندازه ضربه و ناحیه ی مرده<sup>۱۲</sup> در تراسترها، سبب ایجاد خطای دائمی می شود. در برخی از مطالعات انجام شده<sup>[۱۱]</sup> کمترین خطای قابل دسترس برابر معادله ی ۱۶ محاسبه شده که در آن  $F$  نیروی تراست نامی،  $l$  بازوی گشتاور تراستر حول مرکز جرم ماهواره،  $t_{min}$  کمترین زمان پالس،  $T_{sam}$  زمان نمونه برداری در روش تنظیم پهنای پالس و  $K$  ضریب کنترل کننده ی تناسبی است.

$$e_{min} = \frac{F l t_{min}}{T_{sam} K} \quad (16)$$



شکل ۵. پروفیل روشن شدن تراستر شماره ۱ همراه با بزرگنمایی برای چیدمان نوع ۱ گشتاور اغتشاشی در راستای محور  $\theta$  با لحاظ کردن تمامی اثرات پروفیل تراستر.

حداقل طول ضربه و تأخیر زمانی باعث افزایش ۲ تا ۳ درصدی نرخ پایای مصرف سوخت می‌شود. همچنین صرف‌نظر کردن از حداقل ضربه به شدت سبب کاهش خطای پایدار می‌شود. وجود یا عدم وجود عدم قطعیت تأثیر چندانی در خطای ماندگار ندارد؛ علت این امر را می‌توان این‌گونه توجیه کرد که چون علاوه بر کوچک بودن مقدار عدم قطعیت (۵٪) بیشتر یا کم‌تر بودن نسبت به مقدار نیروی تراست نامی تراستر در هر بازه نمونه‌برداری کاملاً تصادفی است، لحاظ کردن یا نکردن آن چندان تأثیری در مدل‌سازی کنترل ماهواره نخواهد داشت.

## ۵. بررسی چیدمان‌های مختلف

در فصل ۳ به بررسی شیوه‌ی کنترل یک ماهواره و طراحی کنترل‌کننده‌ی مناسب برای آن پرداختیم. در آنجا فرض کردیم که روش کنترل خطی باشد. سپس در فصل ۴ با توجه به این که تراسترها عملگرهای خطی نیستند و همچنین به دلیل ویژگی‌های دیگر تراسترها، برنامه‌ی نوشته‌شده اصلاح شد. حال نوبت آن است که برای دست‌یابی به هدف اصلی این مقاله، با بررسی چیدمان‌های مختلف تراسترها و مدل‌سازی رایانه‌ی چیدمان‌های مختلف نهایتاً چیدمان بهینه از نظر مصرف سوخت و مقدار خطای حالت ماندگار و زمان رسیدن به حالت ماندگار را انتخاب کنیم.

### ۱.۵. تبدیل گشتاورهای کنترلی به زمان‌های فعال‌سازی تراسترها

گشتاور مورد نیازی که باید به ماهواره اعمال شود توسط تمامی قوانین کنترلی محاسبه می‌شود. الگوریتمی که دستورات کنترلی را به زمان‌های فعالیت تراسترها تبدیل می‌کند دارای پیچیدگی‌هایی است، چرا که:

۱. تراسترها کنترل‌کننده‌های خطی نیستند، بنابراین مقدار نیروی خروجی آن‌ها ثابت است و گشتاور معادلی که تراستر تولید می‌کند وابسته به بازه زمانی است که تراستر در آن روشن است.
  ۲. هر تراستر تنها قادر به ایجاد نیرو در یک راستاست، لذا همواره برای ایجاد یک گشتاور در جهت مخالف نیاز به تراستری دیگر در مقابل تراستر اول است.<sup>[۹]</sup>
- در این بخش ما از یک الگوریتم پایه مبتنی بر روش کنترل بهنای باند، برای تبدیل گشتاورهای کنترلی به زمان‌های فعال‌سازی تراسترها استفاده می‌کنیم. برای این منظور فرض کنید چیدمان تراسترها به صورت شکل ۶ باشد که یک چیدمان محتمل برای ماهواره‌های زمین‌آهنگ است.

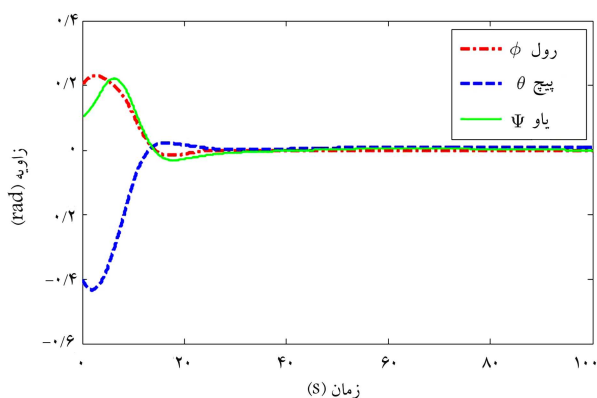
نامی خود باقی بماند. در چنین شرایطی در بازه نمونه‌برداری بعدی، خروجی تراستر به جای صفر از مقدار نامی خود آغاز می‌شود.

۴. مقدار ۵٪ عدم قطعیت در مقدار نامی تراسترها لحاظ شود. این مقدار در هر بازه نمونه‌برداری باید به صورت تصادفی لحاظ شود.

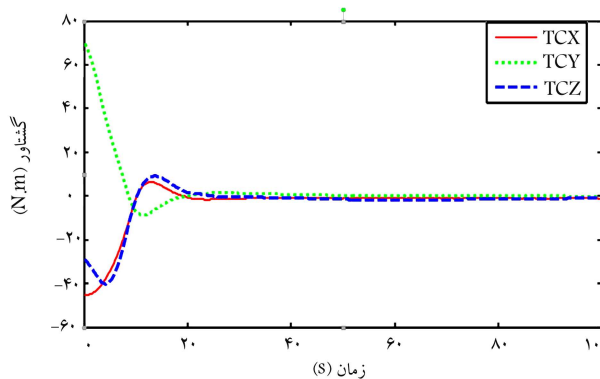
۵. مساحت سطح زیر نمودار نیروی تراستر برحسب زمان برابر با مساحت خطی صاف به طول زمان روشن بودن (مشخص شده توسط کنترل‌کننده) و به ارتفاع نیروی تراست نامی باشد.

حال با مدل‌سازی تراسترها قادر به تکمیل شبیه‌سازی کنترل خواهیم بود. در شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب نمودار تغییرات زوایای اوپلر و گشتاورهای کنترلی برحسب زمان نمایش داده شده است. همچنین در شکل ۵ نمودار روشن و خاموش بودن یکی از تراسترهای چیدمان نشان داده شده است. برای مدل‌سازی باید یکی از چیدمان‌های ممکن تراسترها را در نظر می‌گیریم. چیدمان در نظر گرفته‌شده همان چیدمان نوع یک<sup>[۴]</sup> است و در آن فرض شده گشتاور اغتشاشی در راستای  $\theta$  باشد. حال پس از مدل‌سازی تمامی اثرات تراسترها، می‌خواهیم ببینیم تأثیر هر یک از ویژگی‌های تراسترها از قبیل کم‌ترین طول ضربه، تأخیر زمانی، عدم قطعیت<sup>[۱۵]</sup> در این مدل‌سازی چقدر است. بدین منظور هر بار از یکی از اثرات فوق صرف‌نظر کرده و شبیه‌سازی را انجام می‌دهیم. در نهایت یک‌بار هم از تمامی اثرات تراسترها صرف‌نظر کرده و شبیه‌سازی را کامل می‌کنیم (جدول ۴).

چنان که مشاهده می‌کنید، هر یک از ویژگی‌های تراستر نظیر عدم قطعیت،



شکل ۳. پاسخ زمانی برای چیدمان نوع ۱ گشتاور اغتشاشی در راستای محور  $\theta$  با لحاظ کردن تمامی اثرات پروفیل تراستر.



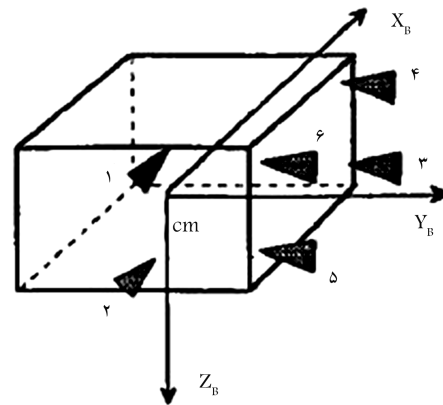
شکل ۴. گشتاورهای کنترلی برای چیدمان نوع ۱ گشتاور اغتشاشی در راستای محور  $\theta$  با لحاظ کردن تمامی اثرات پروفیل تراستر.

جدول ۴. ویژگی‌های عملکردی تراسترهای انتخابی.

نوع مدل‌سازی	نرخ مصرف سوخت در حالت پایدار (اگر بر ثانیه)	خطای ماندگار حالت پایدار (درجه)	زمان رسیدن به
لحاظ کردن پروفیل تراستر به صورت کامل	۰٫۴۳۸۹	۰٫۵۸۱۰	۲۹۴٫۴
صرف نظر از عدم قطعیت	۰٫۴۲۶۹	۰٫۶۰۵۳	۱۶۷٫۸
صرف نظر از تاخیرات زمانی	۰٫۴۲۷۱	۰٫۶۸۶۳	۳۴۸٫۶
صرف نظر کردن از حداقل طول ضربه	۰٫۴۲۳۲	۰٫۰۷۲۴	۳۴۷٫۴
صرف نظر کردن از تمامی اثرات تراسترها	۰٫۴۲۵۴	۰٫۰۷۰۵	۳۴۶٫۶

بود) آنگاه به بیان ریاضی خواهیم داشت:

$$\begin{bmatrix} T_{1x} & \dots & T_{6x} \\ T_{1y} & \dots & T_{6y} \\ T_{1z} & \dots & T_{6z} \end{bmatrix}_{3 \times 6} \begin{bmatrix} \hat{T}_1 \\ \hat{T}_2 \\ \hat{T}_3 \\ \hat{T}_4 \\ \hat{T}_5 \\ \hat{T}_6 \end{bmatrix}_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} T_{xy} \\ T_{cy} \\ T_{cz} \end{bmatrix}_{3 \times 1} \quad (19)$$



شکل ۶. یک چیدمان ممکن برای ماهواره‌ی زمین‌آهنگ. [۱۱]

که در آن  $T_c$  گشتاورهای کنترلی‌اند که در فصل ۳ با فرض خطی بودن محاسبه شدند. ماتریس گشتاورهای نامی  $T$  نیز برای هر چیدمان ویژه مقادیری ثابت دارد و تنها به محل قرارگیری و زوایای تراسترها در چیدمان وابسته است. به منظور مشخص کردن زمان‌های روشن بودن تراسترها ( $\hat{T}_i$ ) نیاز به حل یک دستگاه ۶ معادله و ۳ مجهول داریم که بی‌شمار جواب دارد. به عبارت دیگر ماتریس  $T$  یک ماتریس مربعی نیست و نمی‌توان با مشخص بودن گشتاورهای کنترلی  $T_c$  مقادیر  $\hat{T}_1 - \hat{T}_6$  را به طور یکتا مشخص کرد، اما تحت شرایطی می‌توان یک ماتریس شبه‌معکوس برای ماتریس  $T$  به دست آورد. فرض کنید که می‌خواهیم مقادیر  $\hat{T}_1 - \hat{T}_6$  را به گونه‌ی بیابیم که مصرف سوخت کمینه شود. با اعمال این شرط زمان‌های روشن بودن تراسترها به صورت یکتا مشخص خواهند شد. شرط یادشده را می‌توان به زبان ریاضی و در قالب کمینه‌سازی تابع معادله‌ی ۲۰ بیان کرد:

$$H = \sum_{i=1}^6 \hat{T}_i^2 \quad (20)$$

به کمک روش ضرایب لاگرانژ می‌توان دریافت که مقدار کمینه‌ی این معادله به ازای چه مقادیری از  $\hat{T}_1 - \hat{T}_6$  حاصل می‌شود و در نتیجه یک ماتریس شبه‌معکوس برای ماتریس  $T$  پیدا می‌شود. می‌توان ثابت کرد که همواره حل این مسئله‌ی کمینه‌سازی برای هر ماتریس  $A_{(m \times n)}$  به ایجاد ماتریس شبه معکوسی منجر می‌شود که می‌توان آن را از فرمول ۲۱ محاسبه کرد: [۱۱]

$$[A_{WR}] = [A]^T ([A][A]^T)^{-1} \quad (21)$$

بنابراین برای یافتن مقادیر  $\hat{T}_1 - \hat{T}_6$  به صورت یکتا، با فرض کمینه کردن مصرف سوخت کافی است ماتریس شبه‌معکوس  $T$  را در گشتاورهای کنترلی ضرب کنیم. عناصر بردار به دست آمده نسبت زمان‌های روشن بودن تراسترها به طول بازه

تراسترها به گونه‌ی چیده می‌شوند که قادر به تولید گشتاور در راستای هر سه محور، و نیز تولید نیرو برای حفظ پایداری ماهواره باشند. در اینجا فرض می‌کنیم که تراسترها به صورت متقارن نصب شده‌اند.

ابتدا گشتاورهای نامی تولیدشده توسط هر تراستر را محاسبه می‌کنیم و ماتریس گشتاورها (ماتریس  $T$ ) را مطابق رابطه‌ی ۱۸ تشکیل می‌دهیم که هر ستون آن متشکل از عناصر گشتاور نامی تولیدی توسط یکی از تراسترها در سه راستای  $x$ ،  $y$  و  $z$  است. لذا ستون‌های این ماتریس به تعداد تراسترهای چیدمان مورد بررسی است. در اینجا فرض شده یک چیدمان ۶ تراستری داشته باشیم، هر چند برای چیدمان‌های دیگر (نظیر چیدمان‌های ۸ تراستری) این روش هیچ تغییری نمی‌کند.

$$T_{3 \times 6} = \begin{bmatrix} T_{1x} & \dots & T_{6x} \\ T_{1y} & \dots & T_{6y} \\ T_{1z} & \dots & T_{6z} \end{bmatrix} \quad (18)$$

سهم هر چیدمان از گشتاور تولیدی در هر بازه نمونه برداری برابر است با نسبت مدت زمان روشن بودن آن تراستر به طول بازه نمونه برداری. به عبارت دیگر، از ضرب ماتریس  $T$  در برداری که عنصر  $\theta$  آن بیانگر نسبت زمان روشن بودن تراستر  $\theta$  به طول بازه نمونه برداری است، میانگین گشتاور اعمالی از جانب تراسترها در طول بازه نمونه برداری محاسبه می‌شود. اگر مدت زمان روشن بودن تراستر  $\theta$  به نسبت طول بازه نمونه برداری را با  $\hat{T}_i$  نشان دهیم (بدیهی است این عدد بین صفر و ۱ خواهد

نمونه برداری است که از ضرب آنها در طول بازه نمونه برداری، زمان روشن بودن هر تراستر مشخص می‌شود.

$$\begin{bmatrix} \hat{T}_1 \\ \hat{T}_2 \\ \hat{T}_3 \\ \hat{T}_4 \\ \hat{T}_5 \\ \hat{T}_6 \end{bmatrix}_{6 \times 1} = [TWR]_{6 \times 3} \begin{bmatrix} T_{xy} \\ T_{cy} \\ T_{cz} \end{bmatrix}_{3 \times 1} \quad (22)$$

۱. در هر سه جهت گشتاور تولید کنند تا بتوانند کنترل وضعیت را به درستی انجام دهند.

۲. برای اصلاح شیب مداری باید در صفحه‌ی  $y^+$  یا  $y^-$  تراسترهایی به صورت زوج داشته باشیم.

۳. برای جبران طول جغرافیایی باید در صفحه‌ی  $x^+$  تراسترهایی به صورت زوج داشته باشیم.

### ۳.۵. چیدمان‌های مورد بررسی

با توجه به شرایط بیان شده، از بین چیدمان‌های ۶ تراستری، ۸ چیدمان مختلف و از بین چیدمان‌های ۸ تراستری ۴ چیدمان مختلف متصور است. توجه کنید که در تمامی چیدمان‌های مورد بررسی امکان کنترل وضعیت در سه راستا وجود دارد. همچنین در تمامی چیدمان‌ها، از تراسترهای ۵ و ۶ برای اصلاح شیب مداری و از تراسترهای ۱ و ۲ برای جبران طول جغرافیایی استفاده می‌شود. توجه کنید که شکل‌هایی که از نظر ساختاری باهم متفاوت‌اند ولی از نظر کنترل وضعیت باهم یکسان‌اند ساختار مستقلی محسوب نمی‌شوند. از جمله‌ی این موارد می‌توان به چیدمان الف در شکل ۷ اشاره کرد. اگرچه این چیدمان به لحاظ ساختاری با چیدمان نوع ۵ متفاوت است و ممکن است حتی در عمل مرئیایی نسبت به چیدمان نوع ۵ داشته باشد (از قبیل عدم برخورد خروجی تراسترها به المان‌های حساس) اما چون در این پروژه تمرکز ما روی ویژگی‌های کنترلی است از بررسی این چیدمان پرهیز می‌کنیم. در واقع می‌توان فرض کرد تراسترهای شماره ۳ و ۴ و ۵ و ۶ به موازات نیروی تراست خود جابه‌جا شده‌اند و از نظر دینامیکی تفاوتی ایجاد نمی‌شود. همچنین چیدمان ب در شکل ۷ از نظر کنترل موقعیت با چیدمان نوع ۱۲ متفاوت است ولی از نظر کنترل وضعیت تفاوتی با آن ندارد. در شکل ۸ تعداد ۱۲ چیدمان قابل قبول نمایش داده شده است.

از روش فوق در کنترل وضعیت به کمک چرخ‌های عکس‌العملی استفاده شده است.<sup>[۱۱]</sup> بنابراین با توجه به مقادیر گشتاورهای کنترلی مقادیر  $\hat{T}_6 - \hat{T}_1$  محاسبه می‌شود، اما مقادیر محاسبه شده در معادله ۲۲ ممکن است منفی باشند، که از لحاظ فیزیکی ایجاد آن برای تراستر بی‌معنی است. زمان روشن بودن منفی به معنی تولید گشتاوری با مقدار منفی توسط تراستر نام است. این امر می‌تواند با فعال‌سازی تراستر مقابل به مدت مشابه جایگزین شود. برای مثال اگر فرض کنیم که در شکل ۶ مقدار  $\hat{T}_3$  منفی شده باشد، باید به‌ازای آن تراستر ۶ به مدت زمانی مشابه تراستر ۳ روشن باشد مشروط بر آن که بازوهای گشتاور تراستر ۳ و ۶ با هم برابرند (این الگوریتم در زیر نوشته شده است). منظور از  $\widehat{TT}$  نسبت زمان روشن بودن تراستر نام به بازه نمونه برداری بعد از اصلاح است.

$$\widehat{TT}_6 = \hat{T}_6 - \hat{T}_1$$

$$\widehat{TT}_3 = 0$$

$$if(\widehat{TT}_6 < 0) \widehat{TT}_6 = 0, \quad \widehat{TT}_3 \hat{T}_3 - \hat{T}_6$$

همچنین بین تراسترهای ۱ و ۲ و نیز تراسترهای ۴ و ۵ روابط مشابهی وجود دارد.

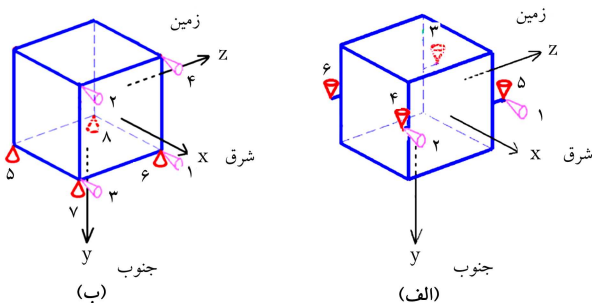
توجه کنید که جواب به دست آمده قبل از اصلاح توسط الگوریتم پیشنهادی، از نظر مصرف سوخت بهینه است. اعمال این الگوریتم، که به دلیل ویژگی تک‌جهته بودن گشتاور تراسترها مجبور به اعمال آن هستیم، تغییری در بهینه بودن مصرف سوخت ایجاد نمی‌کند. زیرا مصرف سوخت رابطه‌ی خطی با مجموع زمان روشن بودن تراسترها دارد و در هنگام اعمال این الگوریتم قدر مطلق زمان روشن بودن تراسترها ثابت باقی خواهد ماند.

### ۲.۵. ملزومات چیدمان‌های قابل قبول

درخصوص کم‌ترین تعداد تراسترهای مورد نیاز برای کنترل وضعیت و موقعیت ماهواره مقالات زیادی ارائه شده، اما حل این مسئله هنوز به صورت تحلیلی مشخص نشده است.<sup>[۹]</sup> در برخی از مطالعات<sup>[۱۱]</sup> ادعا شده که فقط با ۴ تراستر که به‌طور دقیق جاگذاری شده‌اند نیز می‌توان وضعیت را کنترل کرد، اما برای کنترل موقعیت علاوه بر کنترل وضعیت، عموماً ماهواره‌ها از دست کم ۶ تراستر استفاده می‌کنند. در این بخش با فرض استفاده از ۶ تراستر، ملزومات اصلی یک چیدمان مناسب را بررسی می‌کنیم؛ هر چیدمان در صورت واجد نبودن آن ملزومات صلاحیت بررسی را ندارد. منظور از مناسب بودن یک چیدمان، قابلیت تولید مجموعه‌ی نیرو و گشتاورهای کنترلی توسط آن چیدمان است که قابلیت کنترل توسط تراسترها را در آن چیدمان فراهم می‌کند.<sup>[۲۰]</sup> در بین چیدمان‌های محتمل، چیدمانی مناسب است که:

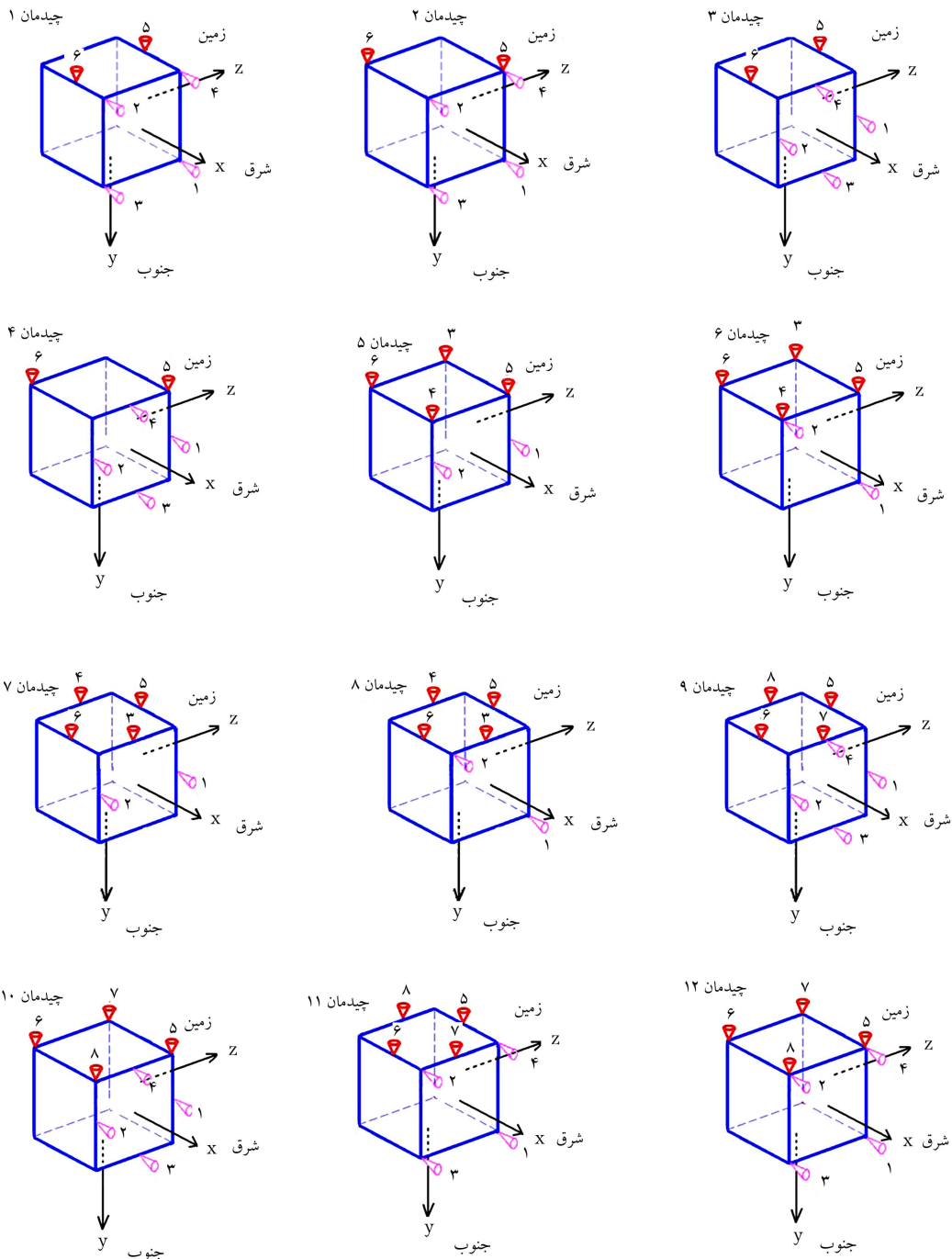
### ۴.۵. اراکه نتایج حاصل از شبیه‌سازی چیدمان‌های مختلف

در این بخش برای ۱۲ چیدمان مختلف مطرح شده در بخش قبل، کنترل ماهواره به کمک تراسترها شبیه‌سازی می‌شود. به دلیل رعایت اختصار تنها برای یک چیدمان خاص تغییرات برخی پارامترها برحسب زمان را در طول مدت شبیه‌سازی به صورت نمودار نمایش داده‌ایم. این پارامترها عبارت‌اند از: ۱. زوایای اوپلر  $(\psi, \theta, \varphi)$  که تغییرات آنها برحسب زمان در شکل ۹ رسم شده است. همچنین مصرف سوخت در هر لحظه در شکل ۱۰ نمایش داده شده است. مطابق انتظار، نرخ مصرف سوخت در ابتدا زیاد است که علت آن وجود شرایط گذرا است، اما در نهایت در حالت پایدار شیب مصرف سوخت به مقدار ثابتی می‌رسد که نشان از وجود شرایط پایدار و خروج سوخت برای خنثی کردن گشتاور ثابت اغتشاشی است. ۲. جذر مجموع



شکل ۷. چیدمان‌های تکراری.



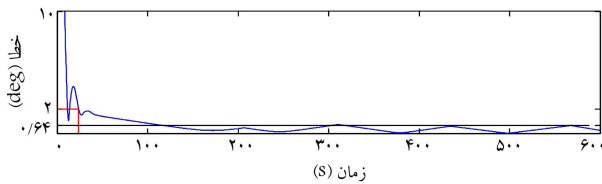


شکل ۸. چیدمان‌های مورد بررسی.

۱. زمان رسیدن مقدار خطای زاویه (که مطابق رابطه‌ی ۲۳ تعریف می‌شود) به مقدار مشخص ۲ درجه؛
۲. مصرف سوخت تا زمان رسیدن خطا به ۲ درجه؛
۳. شیب پایای مصرف سوخت در حالت پایدار؛
۴. خطای ماندگار زاویه (که مطابق رابطه‌ی ۲۳ تعریف می‌شود)؛
۵. زمان رسیدن به خطای ماندگار زاویه.
- مربعات زوایای رول و پیچ، خطایی است که چنین تعریف می‌شود:
- $$error = \sqrt{roll^2 + pitch^2} \quad (23)$$
- به دلیل اهمیت نداشتن چرخش ماهواره در راستای محور  $z$  در بروز خطای مانور، مقدار  $yaw$  در معادله‌ی ۲۳ ظاهر نشده است. در شکل ۱۱ خطا برحسب زمان نشان داده شده است. همچنین برای هر شبیه‌سازی مقادیر زیراندازه‌گیری و در انتهای این بخش آورده شده است:

جدول ۵. میانگین داده‌های شبیه‌سازی انواع چیدمان‌ها با فرض باز بودن پنل‌های خورشیدی برای اعمال گشتاور اغتشاشی در راستای محور  $z$ ، و اعمال گشتاور اغتشاشی در راستای محور  $y$ .

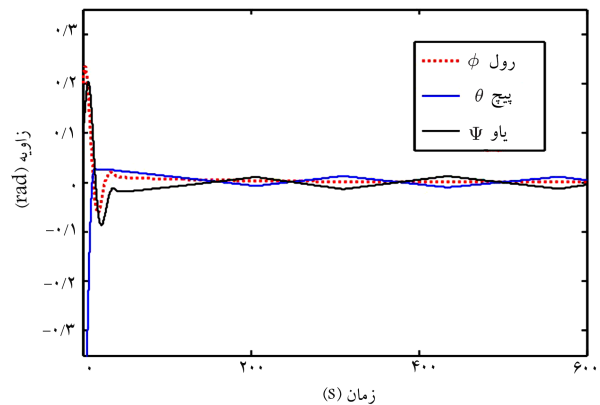
چیدمان	زمان رسیدن به $2^\circ$ (ثانیه)	مصرف سوخت تا رسیدن به $2^\circ$ (گرم)	نرخ مصرف سوخت در حالت پایدار (گرم بر ثانیه)	خطای ماندگار (درجه)	زمان رسیدن به حالت پایدار (ثانیه)
نوع ۱	۲۶٫۱	۱۱۹٫۳	۰٫۴۳۶۳۵	۰٫۶۴۲۹	۱۷۹٫۳
نوع ۲	۵۶٫۱	۱۷۸٫۸۵	۰٫۶۲۱۵	۰٫۴۰۸۸۵	۳۲۸٫۵
نوع ۳	۲۶٫۵	۱۳۷٫۴	۰٫۴۲۷۳۵	۰٫۶۷۶۱۵	۱۷۰
نوع ۴	۲۷٫۳	۱۷۵٫۸۵	۰٫۶۱۹۹	۰٫۶۹۷۰۵	۲۹۵٫۵
نوع ۵	۲۴٫۸	۱۰۴٫۲۵	۰٫۴۲۲۹۵	۰٫۷۸۲۲	۱۷۹٫۳
نوع ۶	۲۴٫۲	۱۱۸٫۶۵	۰٫۶۶۱۴	۰٫۳۹۵۶	۳۳۷٫۲
نوع ۷	۲۶٫۵	۱۴۳٫۴۵	۰٫۴۲۵۷	۰٫۶۶۴۹	۱۷۸٫۸
نوع ۸	۲۶٫۸	۱۵۷٫۸۵	۰٫۶۶۱۳۵	۰٫۶۶۸۲۵	۲۳۸٫۴
نوع ۹	۲۶٫۹	۱۳۵٫۴۵	۰٫۴۲۸۳	۰٫۶۵۲۵۵	۲۶۴٫۴
نوع ۱۰	۲۳٫۲	۱۱۳	۰٫۴۲۸۸۵	۰٫۵۷۰۶	۲۰۵٫۹
نوع ۱۱	۲۶	۱۲۳٫۰۵	۰٫۴۲۸۳۵	۰٫۵۱۸۶	۲۲۲٫۸
نوع ۱۲	۲۱٫۶	۱۰۱٫۴	۰٫۴۳۲۹۵	۱٫۳۸۹۸	۵۸٫۱



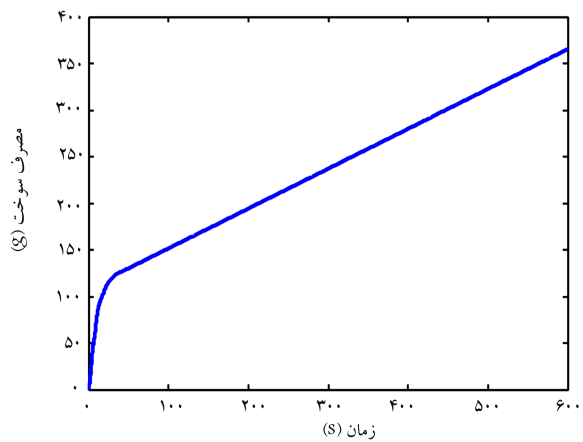
شکل ۱۱. خطا برحسب درجه برای چیدمان نوع ۶ - گشتاور اغتشاشی موازی محور  $z$ .  
جدول ۶. داده‌های شبیه‌سازی انواع چیدمان‌ها با فرض باز بودن پنل‌های خورشیدی و اعمال گشتاور اغتشاشی در راستای محور  $z$ .

چیدمان	مصرف سوخت تا رسیدن به $2^\circ$ (گرم)	نرخ مصرف سوخت در حالت پایدار (گرم بر ثانیه)
نوع ۱	۱۱۷٫۳	۰٫۴۴۱۷
نوع ۲	۱۵۹٫۱	۰٫۸۱۲۸
نوع ۳	۱۳۲٫۱	۰٫۴۲۸۰
نوع ۴	۱۶۹٫۶	۰٫۸۰۹۷

توجه داشته باشید که مقدار تقریبی گشتاور اغتشاشی ناشی از عدم گذار محل اثر نیروی موتور لم از مرکز جرم ماهواره، معادل ۱ نیوتن متر است. اما از آنجا که می‌تواند در راستای محور  $x$  یا  $y$  یا ترکیبی از این دو باشد، ما نیز شبیه‌سازی را برای هر دو حالت گشتاور خارجی در راستای محور  $x$  و گشتاور خارجی در راستای محور  $y$  انجام داده‌ایم و در نهایت از نتایج حاصله میانگین‌گیری کرده‌ایم (جدول ۵) تا جواب‌های بهتری به دست بیاوریم. البته به منظور برخی نتیجه‌گیری‌های خاص در بخش جمع‌بندی و نتیجه‌گیری، پاره‌یی از نتایج شبیه‌سازی در حالت گشتاور اغتشاشی موازی محور  $x$  نیز برای چند چیدمان خاص ارائه شده است (جدول ۶). ماتریس اینرسی نیز همان ماتریس معرفی شده در معادله‌ی ۱۵ است.



شکل ۹. پاسخ زمانی برای چیدمان نوع ۶ - گشتاور اغتشاشی موازی محور  $z$ .



شکل ۱۰. نمودار مصرف سوخت برای چیدمان نوع ۶ - گشتاور اغتشاشی موازی  $z$ .

## ۶. نتیجه‌گیری

چهار چیدمان ۶ تراستری و چهار چیدمان ۴ تراستری باقی‌مانده، چیدمان نوع ۱۲ به دلیل خطای ماندگار زیادش و چیدمان نوع ۱ به‌خاطر مصرف سوخت زیادش کنار گذاشته می‌شود.

در بین سه چیدمان ۶ تراستری (۳ و ۵ و ۷) و سه چیدمان ۸ تراستری باقی‌مانده (چیدمان ۹ و ۱۰ و ۱۱) به‌طور کلی چیدمان‌های ۸ تراستری نسبت به چیدمان‌های ۶ تراستری خطای ماندگار کم‌تری دارند که یک مزیت محسوب می‌شود اما در مقابل، زمان رسیدن به خطای ماندگار و همچنین زمان رسیدن خطا به ۲ درجه در چیدمان‌های ۸ تراستری بیشتر است. این امر طبیعی است، چرا که هر قدر خطای ماندگار کم‌تر شود، مدت زمان لازم برای رسیدن از شرایط اولیه به شرایط ماندگار بیشتر است.

از سه چیدمان ۶ تراستری (۳ و ۵ و ۷) و سه چیدمان ۸ تراستری باقی‌مانده (۹ و ۱۰ و ۱۱) چیدمان نوع ۳ نسبت به چیدمان نوع ۷ مزیت چشم‌گیری ندارد، به همین دلیل کنار گذاشته می‌شود. همچنین در بین چیدمان‌های ۸ تراستری چیدمان نوع ۱۱ -- هم به‌لحاظ خطای ماندگار و هم به‌لحاظ نرخ مصرف سوخت -- بهترین است؛ بنابراین چیدمان‌های ۹ و ۱۰ نیز کنار گذاشته می‌شود. بنابراین چیدمان بهینه احتمالاً یکی از سه چیدمان ۵، ۷ یا ۱۱ است. در این بین چیدمان ۵ به دلیل نرخ مصرف سوخت پایین‌تر خود یکی از گزینه‌های مطلوب به نظر می‌رسد، هر چند خطای ماندگار آن اندکی زیاد است. اگر شرط خطای ماندگار کم‌تر از ۱ درجه را -- که عموماً شرط خوبی است -- اصل قرار بدهیم، چیدمان شماره ۵ آن را ارضا می‌کند. در ضمن سرعت پاسخ این چیدمان نیز بالاست. اما اگر در مورد خطای ماندگار اندکی سخت‌گیرانه‌تر عمل کنیم چیدمان شماره ۷ مناسب به نظر می‌رسد. چیدمان شماره ۷ هم از لحاظ مصرف سوخت و هم از لحاظ خطای ماندگار بین دو چیدمان دیگر قرار می‌گیرد.

در نهایت چیدمان نوع ۱۱ با کم‌ترین مقدار خطا از لحاظ دقت بسیار قوی است، اما در استفاده از چیدمان‌های ۸ تراستری باید به این نکته نیز توجه کنیم که به دلیل افزایش تعداد تراسترها و در نتیجه افزایش عدم قطعیت کلی، احتمال تحت تأثیر قرار گرفتن کنترل ماهواره بر اثر برهم‌نهی اثرات عدم قطعیت نیز وجود دارد. از مجموع بحث‌های صورت گرفته چنین نتیجه می‌گیریم که باید بین کم‌ترین نرخ مصرف سوخت در حالت پایای کم‌تر و خطای حالت ماندگار کم‌تر به‌گونه‌ی تعادل برقرار شود. در این بین چیدمان شماره ۵ با کم‌ترین نرخ مصرف سوخت و چیدمان شماره ۱۱ با کم‌ترین مقدار خطای حالت پایدار در دو سر طیف چیدمان‌های مطلوب قرار گرفته و چیدمان شماره ۷، که به‌گونه‌ی هم از لحاظ مصرف سوخت و هم از لحاظ خطای حالت پایدار بین دو چیدمان دیگر است، در وسط این طیف قرار می‌گیرد.

به‌منظور بررسی نتایج حاصله و انتخاب چیدمان بهینه، ابتدا توجه کنید که چون پارامتر مقدار مصرف سوخت تا رسیدن به ۲ درجه به‌شدت تحت تأثیر شرایط گذرای اولیه است، و چون در نهایت ماهواره مدت بسیار بیشتری در حالت پایا قرار خواهد گرفت (نسبت به حالت گذرا)، بنابراین بهتر است به جای سنجش مقدار مصرف سوخت تا رسیدن به ۲ درجه پارامتر نرخ مصرف سوخت پایا برای بهینه‌سازی مصرف سوخت ملاک ارزش‌یابی قرار بگیرد. همچنین پارامتر زمان رسیدن مقدار خطا به ۲ درجه در عموم چیدمان‌ها (به جز چیدمان نوع ۲) تقریباً برابر است و در تحلیل برای یافتن چیدمان بهینه پارامتر چندان مهمی نیست.

در مورد پارامتر زمان رسیدن به حالت پایدار که معیاری از سرعت چیدمان در رفع شرایط گذرای اولیه است باید به این نکته توجه کرد که هر چند این پارامتر پراهمیت است، باید همواره در کنار پارامتر خطای ماندگار لحاظ شود؛ چرا که اگر چیدمانی در پاسخ گذرای خود سریع باشد، ولی خطای ماندگار زیادی داشته باشد چیدمان مناسبی نخواهد بود. مثلاً در چیدمان نوع ۱۲ (جدول ۵)، مقدار خطای ماندگار زیاد است و بنابراین طبیعی است که رسیدن پاسخ زمانی به محدوده‌ی خطای ماندگار و نوسان در آن محدوده به زمان زیادی نیاز ندارد و در نتیجه زمان رسیدن به خطای ماندگار در آن بسیار کم است. اما با توجه به مباحث ذکر شده نباید این چیدمان را جزو چیدمان‌های مطلوب لحاظ کرد.

با توجه به جدول ۶، اگر گشتاور اغتشاشی موازی محور  $x$  باشد چیدمان‌هایی که در آن کنترل حول محور  $x$  توسط یک تراستر مستقل صورت می‌گیرد (نسبت به چیدمان‌های مشابهی که در آنها تراستری که کنترل در راستای  $x$  را انجام می‌دهد وظایف دیگری نیز دارد) نرخ مصرف سوخت و مصرف سوخت کم‌تری دارند. مثلاً در چیدمان نوع ۱، تراسترهای ۵ و ۶ تنها موظف به کنترل در راستای  $x$  هستند، اما در چیدمان نوع ۲ گشتاور اعمالی آنها در راستای محور  $z$  نیز خواهد بود. همین‌طور چیدمان ۳ در برابر ۴ دارای این مزیت نسبی است. این امر در راستای محور  $y$  نیز برای حالت گشتاور اغتشاشی در راستای  $y$  صادق است.

با توجه به این نکته در چیدمان‌های ۶ تایی در صفحه‌ی که دو تراستر واقع شده است، نباید دو تراستر در گوشه‌ها و به‌صورت قطری قرار گرفته باشند (چرا که مصرف سوخت را به‌شدت بالا می‌برد)، بلکه باید در وسط اضلاع واقع شده باشند. بنابراین چیدمان‌های شماره ۲ و ۴ و ۶ و ۸ به ترتیب در مقابل چیدمان‌های شماره ۱ و ۳ و ۵ و ۷ کنار گذاشته می‌شود (اگرچه چیدمان ۶ دارای کم‌ترین خطای ماندگار بود). از

## پانویس‌ها

1. minimum impulse width
2. valve closing delay and valve opening delay
3. LAM
4. pulse width modulation: روشی که دستورات خطی ورودی را به سکانس‌هایی از سیگنال‌های قطع و وصل تبدیل می‌کند.
5. on-off switching
6. Euler

7. thrust build up
8. on-command
9. thrust decay
10. roughness
11. minimum impulse bit (MIB)
12. dead zone
13. sample time
۱۴. برای مشاهده چیدمان‌ها به فصل بعدی بخش چیدمان‌های مورد بررسی مراجعه نمایید.
15. uncertainty (Uc)

## (References) منابع

1. Maani, E. Kosari, A. Fakoor, M. "Two-objective optimization of GEO communication satellite trajectory considering continuous orbital maneuver", *Modares Mechanical Engineering*, **13**(7), pp. 152-182 (2013). (In Persian)
2. Kristiansen, R. and Nicklasson, P.J. "Satellite attitude control by quaternion-based backstepping", *American Control Conference*, pp.907-912 (2005).
3. Antropov, N.N., Diakonov, G.A., Kazeev, M.N., Khodnenko, V.P., Kim, V., Popov, G.A. and Pokryshkin, A.I. "Pulsed plasma thrusters for spacecraft attitude and orbit control system", *26th International Propulsion Conference*, **2**(9), pp. 1129-1135 (1999).
4. Reichbach, J.G. "Micropropulsion system selection for precision formation flying satellites", M.Sc Thesis, MIT, Cambridge, MA (2001).
5. Rom, H. and Gany, A. "Lean blowoff behavior of asymmetrically-fueled bluff body-stabilized flames", *Thrust Control of Hydrazine Rocket Motors by Means of Pulse Width Modulation, Acta Astronautica*, **26**, pp. 313-316 (1992).
6. Kienitz, K.H. and Bals, J. "Pulse modulation for attitude control with thrusters subject to switching restrictions", *Aerospace Science and Technology*, **9**, pp. 635-640 (2005).
7. Topland, M.P. and Gravdahl, J.T. "Nonlinear attitude control of the microsatellite ESEO", *55th International Astronautical Congress* (2004).
8. Avanzini, G. and Matteis, G. "Bifurcation analysis of attitude dynamics in rigid spacecraft with switching control logics", *J. Guidance Control Dynam*, **24**, pp. 953-959 (2001).
9. Yoshimura, Y., Matsuno, T. and Hokamoto, S. "Three dimensional attitude control of an underactuated satellite with thrusters", *Int. J. of Automation Technology*, **5**(6), pp.892-899 (2011).
10. Bang, H., Lee, H., Han, J. and Park, Y. "Satellite attitude control using pulse type thruster inputs", *Journal of the Korean Society for Aeronautical and Space Sciences*, **29**(7), pp. 78-86 (2001).
11. Sidi, M.J., *Spacecraft Dynamics and Control A Practical Engineering Approach*, First ed., Cambridge University (1997).
12. Fakoor, G.M., Taghinezhad, M. and Kosari, A. "Review of method for optimal layout of satellite components", *Modares Mechanical Engineering*, **13**(9), pp. 126-137 (2013). (In Persian)
13. Jaehyun, J., Bongkyu, P., Youngwoong, P. and Min-Jea, T. "Attitude control of a satellite with redundant thrusters", *Aerospace Science and Technology*, **10**, pp. 644-651 (2006).
14. D'souza, A.F. and Garg, V.K., *Advanced Dynamics Modeling and Analysis*, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice 4 Hall, pp. 96 (1981).
15. Wertz, J.R., *Spacecraft Attitude Determination and Control*, Dordrecht, Reidel (1978).
16. Egeland, O. and Gravdahl, J.T. "Modeling and simulation for automatic control", *Journal of Guidance Control and Dynamics*, Trondheim, Norway, Marine Cybernetics, **76**, pp. 227-228 (2002).
17. Thurman, S.W. "Robust digital autopilot design for spacecraft equipped with pulse-operated thrusters", *Journal of Guidance Control and Dynamics*, **19**(5), pp. 1047-1055 (1996).
18. Brown, C.D, *Elements of Spacecraft Design*, First ed., American Institute of Aeronautics & Astronautics (2002).
19. Mauthe, S., Pranajaya, F. and Zee, R.E. "The design and test of a compact propulsion system for CanX nanosatellite formation flying", *19 th Annual AIAA Utah State University Conference on Small Satellites* (2005).
20. Wang, M. and Xie, Y.C. "Control capability analysis for complex spacecraft thruster configurations", *Science China*, **53**(8), pp. 2089-2096 (2010).