مهندسی مکانیک شریف (پاییز ۱۳۹۵)
دوره‌ی ۳۲ - ۳، شماره‌ی ۲، ص. ۹۹-۱۰۸

Original Article

شبیه‌سازی ترکیبی و صریح ـ ضمنی مخازن هیدروکربنی به‌کمک پارامتری‌کردن تطبیقی فضای ترکیب

سعید شیخی (کارشناس ارشد)
مهرداد تقی‌زاده منظری * (استاد)
دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

مدل‌سازی ترکیبی یکی از پرکاربردترین روش‌ها برای شبیه‌سازی مخازن نفتی و فرایندهای ازدیاد برداشت است. در شبیه‌سازهای ترکیبی برای محاسبه‌ی ترکیب اجزاء در فازهای مختلف معمولاً از معادله‌ی حالت استفاده می‌شود که البته باعث صرف زمان محاسباتی زیادی می‌شود. در این نوشتار برای کاهش تعداد معادلات حالت مورد نیاز، فضای ترکیب به‌کمک پارامترهای خطوط رابط بیان می‌شود و خواص ترمودینامیکی سیستم به‌کمک این پارامترها به‌دست می‌آید. برای این کار تعداد کمی خطوط رابط اصلی مورد نیاز است که در طول حل به‌دست می‌آید. فضا با استفاده از این خطوط رابط اصلی و مثلث‌بندی دلونی گسسته‌سازی می‌شود و با میان‌یابی خطی در این فضای گسسته‌شده خواص ترمودینامیکی به دست می‌آید. این روش در یک شبیه‌ساز فشار ضمنی درجه‌ی اشباع صریح پیاده‌سازی شده است. در پایان چند مسئله‌ی جابه‌جایی امتزاج‌پذیر و امتزاج‌ناپذیر نفت در یک مخزن یک‌بعدی شبیه‌سازی شده است.

واژگان کلیدی: شبیه‌سازی ترکیبی، معادلات حالت، پارامتری‌کردن فضای ترکیب، خطوط رابط، مثلث‌بندی دلونی.

sheikhi_saeed@mech.sharif.ir
mtmanzari@sharif.edu

۱. مقدمه

شبیه‌سازی جریان چندفازی در محیط متخلخل در حوزه‌های گوناگون ــ نظیر مسائل مربوط به مخازن نفتی مانند تولید از یک مخزن هیدروکربنی، تزریق سیال در فرایندهای ازدیاد برداشت و... ــ از اهمیت خاصی برخوردار است. از نظر ریاضی در شبیه‌سازهای مخازن باید یک دسته معادلات دیفرانسیل بقای جرم و یک دسته معادلات جبری برای شرایط ترمودینامیکی به‌همراه شرایط اولیه و مرزی مناسب حل شود. این معادلات به‌شدت غیرخطی‌اند و با یکدیگر مزدوج‌اند. درنتیجه در این شبیه‌سازها باید یک سیستم بزرگ معادلات غیرخطی حل شود. با توجه به پیچیدگی هندسه‌ی مخزن و جریان سیال در آن از شبیه‌سازی عددی برای شناخت جریان سیال استفاده می‌شود. اولین مدل ترکیبی که در آن برای محاسبه‌ی خواص سیال از یک معادله‌ی حالت استفاده می‌شود[۱] در سال ۱۹۷۹ ارائه شد. سپس محققین یک فرمول‌بندی تمام‌ضمنی[۲] و یک فرمول‌بندی از نوع فشار ضمنی درجه‌ی اشباع صریح[۳] (IMPES)[۱] برای تزریق امتزاجی گاز ارائه کردند. بعد از آن نیز فرمول‌بندی‌های متفاوتی برای شبیه‌سازی ترکیبی جریان چندفازی در محیط متخلخل ارائه شد که در بیشتر آن‌ها، تعادل ترمودینامیکی فازها با استفاده از معادلات حالت بررسی می‌شود.

در شبیه‌سازی ترکیبی مخازن، بررسی تعادل ترمودینامیکی فازها از اهمیت زیادی برخوردار است. این کار معمولاً توسط معادلات حالت انجام می‌پذیرد. مهم‌ترین مشکل معادلات حالت این است که در طول شبیه‌سازی مدت زمان زیادی صرف آنها می‌شود و هرچه تعداد اجزاء بیشتر باشد این زمان به‌شدت افزایش می‌یابد. به‌همین دلیل برای افزایش سرعت محاسبه‌ی تعادل فازی تلاش‌های زیادی شده است. محققین با تغییر در قوانین ترکیب،[۴] در معادلات حالت پارامترهای مورد نیاز برای محاسبه‌ی فلش را بدون توجه به تعداد اجزاء به ۶ کاهش دادند. آنان این روش را در شبیه‌سازی ترکیبی مخازن اعمال کردند،[۵] و نیز روشی ارائه دادند که در آن[۶-۹] برای بررسی رفتار فازی اجزاء از پارامتری‌کردن فضای ترکیب براساس خطوط رابط[۲] استفاده می‌شود. برای این منظور ابتدا اصول پارامتری‌کردن فضای ترکیب به‌کمک خطوط رابط بیان شد[۶] و سپس با استفاده از این ایده و به‌کمک جدول‌بندی تطبیقی فضای ترکیب (CSAT)[۳] روشی ارائه شد[۷] که در آن نتایج حاصل از محاسبات فلش در گام زمانی قبلی در جدولی ذخیره می‌شود و برای جلوگیری از بررسی پایداری فازها، در گام زمانی بعدی از آن استفاده می‌شود. برای شبیه‌سازی حرارتی مسائل ترکیبی از روش CSAT استفاده شد،[۱۰] و نیز با استفاده از پارامتری‌کردن تطبیقی فضای ترکیب (ACSP)[۴] روشی ایجاد شد[۱۱-۱۳] که در آن با استفاده از محاسبات فلش براساس خطوط رابط و گسسته‌سازی فضا با این خطوط، و به‌کمک

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۵/۲۷، اصلاحیه ۱۳۹۴/۷/۲۲، پذیرش ۱۳۹۴/۸/۱۲.

میان‌یابی خطی ــ بدون نیاز به حل دستگاه معادلات غیرخطی مربوط به تعادل ترمودینامیکی ــ رفتار فازی اجزاء به دست می‌آید. با بررسی ویژگی‌های روش «پارامتری‌کردن تطبیقی فضای ترکیب» (ACSP) نشان داده شد که با بهبود شبکه، خطای ناشی از میان‌یابی خطی در فضای گسسته‌شده کاهش می‌یابد.[۱۴]

در مطالعات پیشین از روش ACSP در شبیه‌سازهای تمام‌ضمنی استفاده شده است؛ شبیه‌سازی تمام‌ضمنی مخازن مستلزم یک برنامه‌ی رایانه‌یی پیچیده است. هم‌چنین در این شبیه‌سازها در هرگام زمانی باید یک سیستم معادلات غیرخطی بزرگ حل شود که بسیار پرهزینه است. اگرچه در شبیه‌سازی به‌روش فشار ضمنی درجه‌ی اشباع صریح علاوه بر سادگی، در هرگام زمانی محاسبات کمی انجام می‌شود، به‌دلیل مشکلات پایداری باید گام زمانی را کوچک انتخاب کرد. از سوی دیگر، به‌دلیل کوچک بودن گام زمانی تعداد معادلات حالتی که برای شبیه‌سازی جریان چندفازی در محیط متخلخل با روش فشار ضمنی درجه‌ی اشباع صریح به‌کار برده می‌شود در مقایسه با روش تمام‌ضمنی بسیار بیشتر است. درنتیجه به‌کار بردن روش ACSP در یک شبیه‌ساز فشار ضمنی درجه‌ی اشباع صریح کارایی بهتری نسبت به شبیه‌سازهای تمام‌ضمنی دارد. درواقع تعداد معادلات حالت کاهش‌یافته در روش فشار ضمنی درجه‌ی اشباع صریح بیشتر است. به‌همین دلیل هدف اصلی این مقاله پیاده‌سازی روش ACSP در حل‌کننده‌های صریح ـ ضمنی است. درنتیجه در اینجا با استفاده از ایده‌ی محققین قبلی[۱۵] یک فرمول‌بندی فشار ضمنی درجه‌ی اشباع صریح ارائه شده و نیز از روش ACSP برای بررسی تعادل ترمودینامیکی فازها در آن استفاده شده است. در ادامه معادلات مدل ترکیبی مورد استفاده ارائه می‌شود، و سپس روش ACSP بر روی این مدل اعمال می‌شود. در پایان چند مسئله با این شبیه‌ساز حل، و کارایی آن بررسی می‌شود.

۲. معادلات مدل ترکیبی

برای یک مدل ترکیبی دوفازی گاز و نفت هم‌دما و با صرف‌نظر از فشار موئینگی و گرانش، معادله‌ی بقای مول برای هر جزء عبارت است از:

$$\frac{\partial N_i}{\partial t} = \nabla . \left(\xi_o x_i \frac{k k_{ro}}{\mu_o} \nabla P + \xi_g y_i \frac{k k_{rg}}{\mu_g} \nabla P \right) + q_i, \quad i = ۱, ۲, ..., n_c \qquad (۱)$$

که در آن، ξ_j چگالی مولی فاز j؛ x_i کسر مولی جزء i در فاز نفت؛ y_i کسر مولی جزء i در فاز گاز، k نفوذپذیری مطلق، k_{rj} نفوذپذیری نسبی فاز j، μ_j گرانروی فاز j، P فشار، n_c تعداد اجزاء، q_i نرخ مولی تزریق یا برداشت جزء i بر واحد حجم مخزن، و N_i مول جزء i در واحد حجم مخزن است که مطابق رابطه‌ی ۲ تعریف می‌شود:

$$N_i = \varphi \left(\xi_o x_i S_o + \xi_g y_i S_g \right) \qquad (۲)$$

در آن، S_j درجه‌ی اشباع فاز j و φ تخلخل مخزن است. در معادله‌ی ۱ قیودی نیز برای x_i و y_i در یک سیستم n_c جزئی باید مورد توجه قرار گیرد که عبارت‌اند از:

$$\sum_{i=۱}^{n_c} x_i = ۱ \qquad (۳)$$

$$\sum_{i=۱}^{n_c} y_i = ۱ \qquad (۴)$$

با جمع زدن رابطه‌ی ۱ روی تمام اجزاء، رابطه‌ی پایستگی مولی برای سیستم هیدروکربنی به دست می‌آید:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \nabla . \left(\xi_o \frac{k k_{ro}}{\mu_o} \nabla P + \xi_g \frac{k k_{rg}}{\mu_g} \nabla P \right) + q_t \qquad (۵)$$

که در آن، q_t نرخ مولی تزریق یا برداشت هیدروکربن بر واحد حجم، و N مول سیستم هیدروکربن بر واحد حجم مخزن است و مطابق رابطه‌ی ۶ محاسبه می‌شود:

$$N = \varphi \left(\xi_o S_o + \xi_g S_g \right) \qquad (۶)$$

در ادامه نحوه‌ی گسسته‌سازی این معادلات و حل عددی آن‌ها آورده شده است.

۲.۱. گسسته‌سازی و حل عددی معادلات

برای گسسته‌سازی معادلات از روش حجم محدود سلول مبنا استفاده می‌شود. برای این کار فضا توسط حجم کنترل‌هایی گسسته می‌شود. هر حجم کنترل مانند شکل ۱ است.

با گسسته‌سازی رابطه‌ی ۵ روی هر حجم کنترل به شکل ۱ معادله‌ی فشار به فرم حجم محدود به‌دست می‌آید:

$$\left[\frac{V_b}{\Delta t} \left(N^{n+۱} - N^n \right) - q_t V_b \right]_p = (T_o + T_g)_e^{n+۱} (\Delta P)_e^{n+۱} - (T_o + T_g)_w^{n+۱} (\Delta P)_w^{n+۱} \qquad (۷)$$

در این رابطه V_b حجم سلول، Δ اپراتور تغییرات و T_j ضریب انتقال‌پذیری است که چنین تعریف می‌شود:

$$T_j = C \frac{k k_{rj} \xi_j}{\mu_j} \frac{A}{\Delta x}, \qquad j = \{o, g\} \qquad (۸)$$

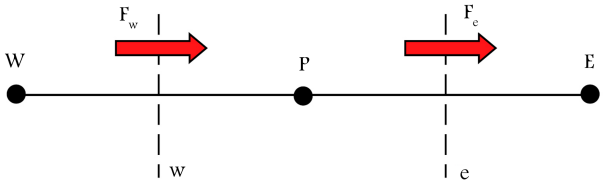
و در آن A سطح مقطع عبور سیال، Δx طول سلول محاسباتی و C ضریب تبدیل واحد اندازه‌گیری است. در این نوشتار چون از واحد متریک استفاده می‌شود، مقدار C برابر $۸٫۶۴ \times ۱۰^{-۵}$ است.

رابطه‌ی ۷ (معادله‌ی فشار) با استفاده از روش نیوتون ـ رفسون و به‌صورت ضمنی حل می‌شود. برای حل این رابطه با روش نیوتون ـ رفسون $N^{n+۱} = N^{\ell}$، $T_o^{n+۱} = T_o^{\ell}$ و $T_g^{n+۱} = T_g^{\ell}$ قرار داده می‌شود که ℓ نشان‌دهنده‌ی تکرار قبلی است. پس از محاسبه‌ی فشار، مول هر جزء به‌طور صریح و با استفاده از رابطه‌ی ۹ به‌دست می‌آید:

$$N_i^{\ell+۱} = \frac{\Delta t}{V_b} (T_o x_i + T_g y_i)_e^{\ell} (\Delta P)_e^{\ell+۱} - \frac{\Delta t}{V_b} (T_o x_i + T_g y_i)_w^{\ell} (\Delta P)_w^{\ell+۱} + q_i \Delta t + N_i^n \qquad (۹)$$

پس از محاسبه‌ی مول هر جزء، کسر مولی نیز مطابق رابطه‌ی ۱۰ به‌دست می‌آید:

$$Z_i^{\ell+۱} = \frac{N_i^{\ell+۱}}{N^{\ell}} \qquad (۱۰)$$



شکل ۱. یک حجم کنترل برای گسسته‌سازی محیط.

بعد از محاسبه‌ی کسر مولی هر جزء و فشار در یک سلول محاسباتی، خط رابطی که این سلول روی آن قرار می‌گیرد ــ مطابق آنچه در قسمت پارامتری‌کردن فضای ترکیب گفته می‌شود ــ محاسبه خواهد شد. سپس با میان‌یابی خطی در فضای خطوط رابط گسسته‌شده، برای این خط رابط کسر مولی هر جزء در فازهای نفت و گاز (x_i, y_i)، کسر مولی مایع (L) و کسر مولی گاز $(V = 1 - L)$ به‌دست می‌آید و با استفاده از رابطه‌های ۱۱ و ۱۲ درجه‌ی اشباع هر فاز محاسبه می‌شود:

$$S_g^{\ell+1} = \frac{V^{\ell+1}\xi_o^{\ell+1}}{\xi_g^{\ell+1} + V^{\ell+1}\left(\xi_o^{\ell+1} - \xi_g^{\ell+1}\right)} \qquad (11)$$

$$S_o^{\ell+1} = 1 - S_g^{\ell+1} \qquad (12)$$

پس از به‌دست آمدن خواص ترمودینامیکی، به‌کمک رابطه‌ی ۶ مقدار N و سپس T_o و T_g به‌روز می‌شود. سپس این روند در هرگام زمانی تکرار می‌شود تا همگرایی حاصل شود.

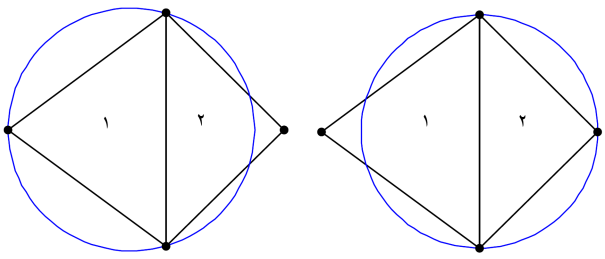
۳. پارامتری‌کردن فضای ترکیب

چنان که در قسمت قبل بیان شد برای بررسی رفتار ترمودینامیکی اجزاء، فضای ترکیب به‌کمک خطوط رابط بیان می‌شود. سپس خواص ترمودینامیکی به‌کمک این پارامترهای جدید و با میان‌یابی خطی محاسبه می‌شود. برای میان‌یابی در فضای خطوط رابط باید این فضا با استفاده از مثلث‌بندی دلونی گسسته‌سازی شود. به‌همین دلیل در این قسمت ابتدا نحوه‌ی مثلث‌بندی دلونی یک ناحیه بیان می‌شود. سپس چگونگی تعیین پارامترهای جدید در فضای ترکیب و محاسبه‌ی خواص ترمودینامیکی به‌کمک این پارامترها تشریح خواهد شد.

۱.۳. مثلث‌بندی دلونی

مثلث‌بندی دلونی الگوریتمی است که در تولید شبکه کاربرد دارد. با استفاده از این الگوریتم، محیط به‌کمک تعدادی نقطه پراکنده گسسته‌سازی می‌شود و توسط سیمپلکس‌هایی[5] (ابتدایی‌ترین‌شکل هندسی که می‌تواند در m بعد وجود داشته باشد، حالت عمومی مثلث یا هرم در بعد دلخواه) مشخص می‌شود. مثلث ساده‌ترین نوع سیمپلکس است که در فضای دوبعدی استفاده می‌شود.

برای ساده‌سازی، این الگوریتم در دو بعد معرفی می‌شود که قابل گسترش به بعدهای دلخواه است. اگر یک دسته نقطه‌ی پراکنده در فضای دوبعدی به‌گونه‌یی مثلث‌بندی شود که دایره‌ی محیطی هر مثلث هیچ نقطه‌ی دیگری را در بر نگیرد، مثلث‌بندی را دلونی می‌نامند. برای مثال چنان که در شکل ۲ مشاهده می‌شود، هیچ نقطه‌یی از مثلث‌های ۱ و ۲ درون دایره‌ی محیطی مثلث‌دیگر قرار نمی‌گیرد؛ درنتیجه این مثلث‌بندی دلونی است.



شکل ۲. دایره‌ی محیطی مثلث‌ها در مثلث‌بندی دلونی.

امروزه الگوریتم‌های کارآمدی برای مثلث‌بندی دلونی یک دسته نقطه‌ی پراکنده به وجود آمده، و درنتیجه مثلث‌بندی دلونی کاربرد فراوانی یافته است. در نوشتار حاضر برای مثلث‌بندی دلونی فضای خطوط رابط از روش پیشنهادی محققین[16] استفاده می‌شود.

در علوم مهندسی از طریق مثلث‌بندی دلونیِ نقاط پراکنده، میان‌یابی در بین این نقاط انجام می‌شود. بدین منظور برای یافتن خواص در هر نقطه، سیمپلکس در برگیرنده‌ی آن نقطه پیدا می‌شود و با توجه به خواص گوشه‌های این سیمپلکس خاصیت نقطه‌ی مورد نظر با میان‌یابی محاسبه می‌شود. اگر نقطه خارج ناحیه‌ی گسسته شده قرارگرفت، باید مثلث‌بندی دلونی مجدداً با در نظرگرفتن نقطه‌ی جدید انجام شود و محیط گسسته‌شده گسترش یابد.

۲.۳. پارامتری‌کردن ناحیه زیربحرانی

پارامتری‌کردن فضای ترکیب برای اولین بار توسط انتو[17] و چلپی و وسکو[6] معرفی شد. با پارامتری کردن فضا جریان چندفازی و چندجزئی در محیط متخلخل به دو قسمت هیدرودینامیکی و ترمودینامیکی جداسازی می‌شود.[17] در اینجا فضای پارامتری‌شده مستقیماً برای بررسی تعادل ترمودینامیکی فازها استفاده می‌شود. برای یک سیستم هیدروکربنی با n_c جزء، کسر مولی هر جزء را می‌توان چنین به دست آورد:

$$Z_i = x_i L + y_i (1 - L), \qquad i = 1, 2, ..., n_c \qquad (13)$$

با در نظرگرفتن سبک‌ترین جزء به‌عنوان جزء اول داریم:

$$L = \frac{Z_1 - y_1}{x_1 - y_1} \qquad (14)$$

با توجه به ساختار و ویژگی‌های خطوط رابط، کسر مولی هر جزء را می‌توان به‌صورت تابعی خطی از کسر مولی یک جزء (جزء اول) و پارامترهای خطوط رابط بیان کرد.[17] برای این کار رابطه‌ی ۱۴ در رابطه‌ی ۱۳ جایگزین می‌شود:

$$Z_i = A_i Z_1 + B_i, \qquad i = 2, ..., n_c \qquad (15)$$

که در آن:

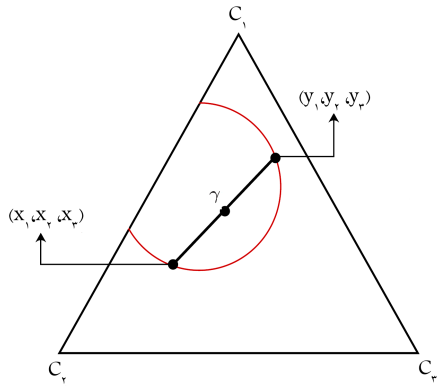
$$A_i = \frac{x_i - y_i}{x_1 - y_1}, \qquad B_i = y_i - y_1 \frac{x_i - y_i}{x_1 - y_1} \qquad (16)$$

پارامترهای A_i و B_i در هر خط رابط وامتداد آن ثابت‌اند و فقط تابع پارامترهای خطوط رابط‌اند. در اینجا نقطه‌ی وسط هر خط رابط انتخاب می‌شود $(\gamma_i = \frac{x_i + y_i}{2})$. در شکل ۳ یک خط رابط و پارامتر مربوط به آن در یک سیستم سه‌جزئی نشان داده شده است. با توجه به این موضوع متغیرهای استاندارد $\{Z_i,\ i = 1, 2, ..., n_c\}$ با متغیرهای $\{Z_1, \gamma_i,\ i = 2, ..., n_c\}$ جایگزین می‌شود. Z_1 کسر مولی جزء اول و γ بردار پارامترهای خطوط رابط می‌باشد.

برای جایگزین‌کردن متغیرهای جدید درکار حاضر با مساوی قرار دادن دو رابطه‌ی ۱۰ و ۱۵ یک دسته معادلات غیرخطی به‌شکل زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{N_i^{\ell+1}}{N^{\ell}} - A_i(\gamma) Z_1 - B_i(\gamma) = 0, \qquad i = 2, ..., n_c \qquad (17)$$

دستگاه معادلات غیرخطی ۱۷ در هر تکرار با استفاده از روش نیوتون ـ رفسون حل می‌شود که حدس اولیه برای آن از تکرار قبلی نیوتون به‌دست می‌آید. این دستگاه



شکل ۳. خط رابط و پارامتر γ در یک سیستم سه‌جزئی.

معادلات با تعداد کمی تکرار همگرا می‌شود.[۱۴] به‌همین دلیل استفاده از این روش نسبت به معادلات حالت از همگرایی سریع‌تری برخوردار است. با حل این دستگاه معادلات، بردار پارامترهای خط رابط و درنتیجه موقعیت آن به‌دست می‌آید. با داشتن پارامترهای خط رابط و $Z_۱$ در یک سلول محاسباتی باید مقدار x_i، y_i، L و V را به دست آورد. براساس الگوریتم زیدولین و همکاران[۱۱] برای این کار باید مراحلی را طی کرد که در ادامه تشریح می‌شود.

۱.۲.۳. گسسته‌سازی فضای خطوط رابط

با مشخص شدن خط رابط (γ) که m بعدی است ($m = n_c - ۲$)، فضای خطوط رابط با استفاده از مثلث‌بندی دلونی گسسته‌سازی می‌شود. برای این که در این فضا بتوان خواص ترمودینامیکی را به‌دست آورد باید در نقاطی که برای تولید شبکه استفاده می‌شود (خطوط رابط اصلی) با داشتن P، T و پارامتر خط رابط γ خواص ترمودینامیکی را به دست آورد، که برای این کار از محاسبات فلش استفاده می‌شود. سیستم معادلات برای محاسبات فلش در فضای خطوط رابط چنین است:

$$\gamma_i - \left(\frac{x_i + y_i}{۲}\right) = ۰, \qquad i = ۲, ..., n_c - ۱ \tag{۱۸}$$

$$x_i f_{i,o}(P,T,x) - y_i f_{i,g}(P,T,y) = ۰, \qquad i = ۱, ..., n_c \tag{۱۹}$$

$$\sum_{i=۱}^{n_c} x_i = ۱, \qquad \sum_{i=۱}^{n_c} y_i = ۱. \tag{۲۰}$$

در روابط بالا، $f_{i,j}$ فوگاسیته‌ی جزء i در فاز j است. مانند محاسبات فلش عادی ابتدا ثابت تعادل به‌کمک رابطه‌ی ویلسون به‌دست می‌آید:

$$K_i = \frac{P_{c,i}}{P} \exp\left(۵{,}۳۷\,(۱+\omega_i)\left(۱ + \frac{T_{c,i}}{T}\right)\right), \qquad i = ۱, ..., n_c \tag{۲۱}$$

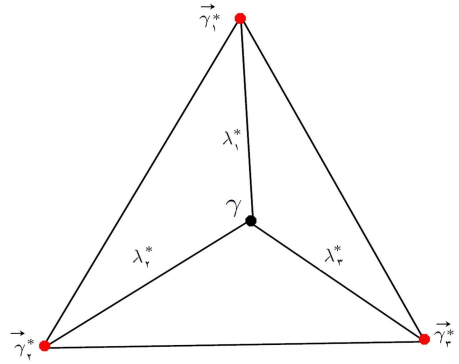
در این رابطه T_c و P_c به‌ترتیب دما و ω_i فشار بحرانی و ضریب خروج از مرکز برای جزء i است. به این ترتیب با معلوم بودن ثابت تعادل و پارامتر γ، کسر مولی اجزاء در فاز نفت و گاز مستقیماً از طریق روابط ۲۲ و ۲۳ محاسبه می‌شود:

$$x_i = \frac{۲\gamma_i}{K_i + ۱}, \qquad i = ۲, ..., n_c - ۱ \tag{۲۲}$$

$$y_i = K_i x_i, \qquad i = ۲, ..., n_c - ۱ \tag{۲۳}$$

برای مشخص شدن کسر مولی جزء اول و جزء n_c، طبق تعریف ثابت تعادل داریم:

$$(K_۱ - K_{n_c})\, x_{n_c} = K_۱ x_{n_c} - y_{n_c} = K_۱ (x_{n_c} + x_۱) - y_۱ - y_{n_c} \tag{۲۴}$$



شکل ۴. میان‌یابی در سیستم چهارجزئی؛ نقاط قرمز خطوط رابط اصلی و نقطه‌ی مشکی (γ) خط رابط میان‌یابی شده است.

با انجام عملیات ریاضی روی رابطه‌ی ۲۴ داریم:

$$(K_۱ - K_{n_c})\, x_{n_c} = K_۱ \left(۱ - \sum_{i=۲}^{n_c-۱} x_i\right) + \sum_{i=۲}^{n_c-۱} y_i - ۱ \tag{۲۵}$$

در نتیجه x_{n_c} به‌دست می‌آید:

$$x_{n_c} = \frac{K_۱ \left(۱ - \sum_{i=۲}^{n_c-۱} x_i\right) + \sum_{i=۲}^{n_c-۱} y_i - ۱}{K_۱ - K_{n_c}} \tag{۲۶}$$

سپس طبق رابطه‌ی ۲۰ مقدار $x_۱$ به‌دست می‌آید. به‌کمک ثابت تعادل، $y_۱$ و y_{n_c} نیز محاسبه می‌شود. در پایان با جایگذاری x_i و y_i در رابطه‌ی ۱۹ و به دست آمدن ضریب فوگاسیته‌ی $\phi_{i,j} = \frac{f_{i,j}}{P}$، ثابت تعادل طبق رابطه‌ی ۲۷ به‌روز می‌شود:

$$K_i^{(r)} = \frac{\phi_{i,o}^{(r-۱)}}{\phi_{i,g}^{(r-۱)}} \tag{۲۷}$$

به این ترتیب دستگاه معادلات ۱۸ تا ۲۰ طبق روش جایگزینی متوالی و به‌کمک یک معادله‌ی حالت حل می‌شود که در آن r شماره تکرار است.

با توجه به مطالب گفته‌شده فضای خطوط رابط توسط چند سیمپلکس‌ها گسسته می‌شود و خواص ترمودینامیکی در گوشه‌های آن با استفاده از محاسبات فلش به دست می‌آید. درنتیجه شرایط برای محاسبه‌ی خواص ترمودینامیکی به‌کمک میان‌یابی خطی در فضای خطوط رابط فراهم می‌شود.

۲.۲.۳. میان‌یابی خطی در فضای خطوط رابط

به‌منظور میان‌یابی خطی برای هر نقطه‌درون یک سیمپلکس فضای گسسته شده (شکل ۴) داریم:

$$\gamma_i = \sum_{k=۱}^{m+۱} \lambda_k^* \gamma_{k,i}^*, \qquad i = ۱, ..., m \tag{۲۸}$$

که در آن m بعد فضای خطوط رابط، λ_k^* مختصات مرکز سطح[۶] از هر رأس سیمپلکس و $\gamma_{k,i}^*$ مختصات خط رابط در بعد i برای رأس kام سیمپلکس است.

با به‌دست آمدن γ از رابطه‌ی ۱۷ در فضای گسسته‌شده، سیمپلکس دربرگیرنده‌ی γ نیز یافت می‌شود. با استفاده از مختصات گوشه‌های این سیمپلکس ($\gamma_{k.i}^*$) و رابطه‌ی ۲۸، λ_k^* یعنی مختصات مرکز سطحی برای γ در سیمپلکس دربرگیرنده‌ی آن محاسبه می‌شود. سپس برای محاسبه‌ی خواص ترمودینامیکی، بازه‌ی بین کمینه فشار و بیشینه فشار مخزن به چند زیربازه‌ی دلخواه تقسیم می‌شود و زیربازه‌ی محتوی

فشار سلول محاسباتی ($P \in [P_1, P_2]$) مشخص می‌شود. در ابتدا و انتهای این بازه‌ی فشار طبق رابطه‌های ۲۹ و ۳۰ کسر مولی هر جزء در فاز نفت به‌دست می‌آید:

$$x_i^{(1)} = \sum_{k=1}^{m+1} \left(x_i^*\left(P_1\right)\right)_k \lambda_k^*, \qquad i = 1, ..., n_c \tag{۲۹}$$

$$x_i^{(2)} = \sum_{k=1}^{m+1} \left(x_i^*\left(P_2\right)\right)_k \lambda_k^*, \qquad i = 1, ..., n_c \tag{۳۰}$$

در این روابط $(x_i^*)_k$ کسر مولی جزء i در فاز نفت در رأس kام سیمپلکس است که با استفاده از محاسبات فلش به‌دست آمده است. در نهایت با میان‌یابی خطی در بازه‌ی فشار، کسر مولی اجزاء برای هر γ در طول حل به‌دست می‌آید و در هر سلول محاسباتی با فشار P محاسبه می‌شود:

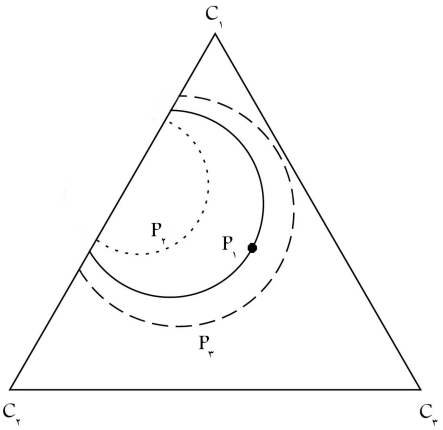
$$x_i = x_i^1 + \frac{x_i^2 - x_i^1}{P_2 - P_1}(P - P_1) \tag{۳۱}$$

به‌طریق مشابه کسر مولی هر جزء در فاز گاز به دست می‌آید. در پایان نیز طبق رابطه‌ی ۱۴ مقدار کسر مولی نفت (L) به‌دست می‌آید و با استفاده از رابطه‌ی ۱۱ درجه‌ی اشباع محاسبه می‌شود. این فرایند در هر تکرار انجام می‌شود. به این ترتیب به‌جای انجام محاسبات فلش در هر سلول برای هر گام زمانی، فقط برای گوشه‌های سیمپلکس‌های فضای گسسته‌شده و در تعداد محدودی فشار دلخواه محاسبات فلش انجام می‌شود. درواقع تعداد معادلات حالت مورد استفاده بستگی دارد به‌اندازه‌ی سیمپلکس‌ها و تعداد بازه فشاری که بین بیشترین و کم‌ترین فشار مخزن در نظر گرفته می‌شود.

۳.۳. پارامترهای ناحیه‌ی فوق‌بحرانی

برای بررسی فرایندهای امتزاج‌پذیر، پارامتری‌کردن ناحیه‌ی فوق بحرانی ضروری است ولی در ناحیه‌ی فوق‌بحرانی خط رابط وجود ندارد و پارامتری‌کردن این ناحیه با استفاده از خطوط رابط امکان‌پذیر نیست. درنتیجه در این ناحیه متغیرهای مورد بررسی همان متغیرهای حالت استاندارد، یعنی $\{Z_i, i = 1, 2, \cdots, n_c\}$، است. برای این که مشخص شود یک جزء در ناحیه‌ی فوق‌بحرانی است یا ناحیه‌ی زیربحرانی، فشار در هر سلول با کمینه فشاری که خط رابط بحرانی هر جزء را قطع می‌کند (MCP)[۷] مقایسه می‌شود. اگر فشار سلول بیشتر از MCP باشد، این سلول در ناحیه‌ی فوق‌بحرانی است و مسئله طبق حالت استاندارد یعنی با معادلات حالت حل می‌شود.[۸] برای مثال در شکل ۵ مرز ناحیه‌ی فوق‌بحرانی و ناحیه‌ی زیربحرانی، در یک سیستم سه‌جزئی با دمای ثابت T_1 و برای سه فشار مختلف نشان داده‌شده است. حال یک نقطه با ترکیب اجزای مشخص در دمای T_1، اگر فشار سلول P_1 باشد در ناحیه‌ی بحرانی ($P_1 = \text{MCP}$)، P_2 باشد در ناحیه فوق‌بحرانی ($P_2 > \text{MCP}$) و P_3 باشد در ناحیه زیربحرانی ($P_3 < \text{MCP}$) قرار دارد. در اینجا برای این که پیوستگی Z و γ با تغییر حالت از ناحیه‌ی فوق‌بحرانی به زیربحرانی و برعکس حفظ شود، حالت فوق‌بحرانی و تغییر متغیرها طبق روشی که در ادامه آورده می‌شود تعیین می‌شود.

همان‌طور که گفته شد رابطه‌ی ۱۷ به‌سرعت همگرا می‌شود. اگر بعد از تعداد کمی تکرار نیوتون این رابطه همگرا نشد، به این معناست که خط رابطی وجود ندارد. درنتیجه در این حالت فرض می‌شود که ترکیب مولی اجزاء به اندازه‌ی کافی از مرز ناحیه‌ی زیربحرانی فاصله دارد و خواص ترمودینامیکی طبق حالت استاندارد محاسبه می‌شود. درصورتی‌که رابطه‌ی ۱۷ همگرا شود برای اطمینان از

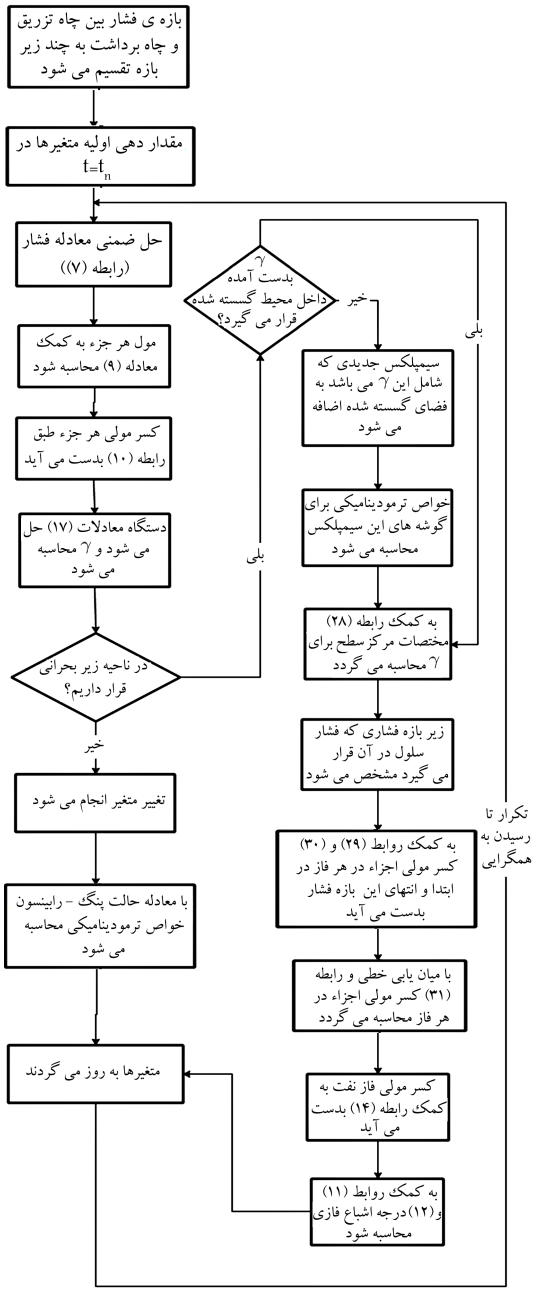


شکل ۵. مقایسه‌ی فشار سلول با MCP.

این که ترکیب مولی اجزاء در ناحیه‌ی زیربحرانی قرار دارد، از γ به‌دست آمده به‌کمک میان‌یابی خطی MCP محاسبه می‌شود و با مقایسه‌ی آن با فشار سلول، حالت سیستم مشخص می‌شود. اگر ترکیب اجزاء در ناحیه‌ی فوق‌بحرانی قرار دارد خواص ترمودینامیکی به‌کمک معادلات حالت محاسبه می‌شود، و در غیر این‌صورت این خواص با میان‌یابی خطی به‌دست می‌آید. با استفاده از این روش تفاوت بین ناحیه‌ی فوق‌بحرانی و زیربحرانی در طول حل به‌شکل هوشمندانه‌یی مشخص می‌شود و مشکلات همگرایی در مسائل جریان چندفازی امتزاجی کاهش می‌یابد.

۴. الگوریتم محاسبات

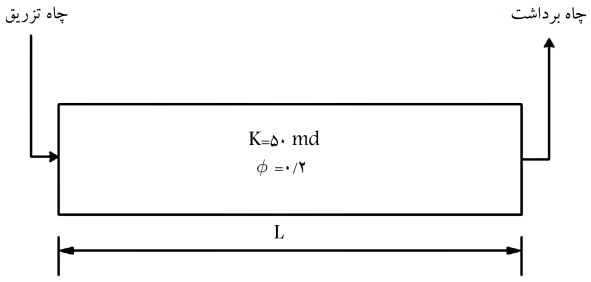
الگوریتم حل معادلات شبیه‌ساز ترکیبی معرفی‌شده، برای هرگام زمانی در فلوچارت شکل ۶ نشان داده شده است. طبق این فلوچارت در ابتدا بازه‌ی فشار چاه تزریق تا چاه برداشت (بیشینه و کمینه فشار مخزن) به چند زیربازه‌ی دلخواه تقسیم می‌شود. سپس متغیرها با توجه به گام زمانی قبلی مقداردهی اولیه می‌شوند. معادله‌ی فشار با روش حجم محدود سلول مبنا و به‌طور ضمنی به‌کمک روش توماس حل می‌شود. سپس به‌طور صریح کسر مولی اجزاء به دست می‌آید. با حل دستگاه معادلات ۱۷ مقدار γ محاسبه می‌شود. اگر این γ در ناحیه فوق‌بحرانی قرار دارد به‌کمک معادله حالت خواص ترمودینامیکی به‌دست می‌آید. ولی اگر در ناحیه زیربحرانی قرار دارد، سیمپلکسی که این γ را در بر می‌گیرد پیدا می‌شود و خواص ترمودینامیکی با میان‌یابی خطی در این سیمپلکس به‌دست می‌آید. اگر هیچ سیمپلکسی γ محاسبه‌شده را در بر نگیرد، سیمپلکس جدیدی با اندازه‌ی دلخواه که شامل این γ است در فضا ایجاد می‌شود (در این نوشتار اندازه تمام سیمپلکس‌ها یکسان در نظر گرفته می‌شود) و خواص ترمودینامیکی برای گوشه‌های آن به‌کمک معادله‌ی حالت محاسبه می‌شود. به این ترتیب فقط قسمتی از فضای خطوط رابط که برای حل مسئله مورد نیاز است، در طول حل گسسته می‌شود و لازم نیست تمام فضا مثلث‌بندی شود؛ به‌همین دلیل این روش را تطبیقی می‌نامند. سپس به‌کمک میان‌یابی خطی در این سیمپلکس جدید مقدار $x_{i,j}$، L و V به دست می‌آید و به‌کمک آن‌ها درجه‌ی اشباع هر فاز محاسبه می‌شود. در پایان با به‌روزکردن متغیرها این روند تکرار می‌شود تا در هرگام زمانی همگرایی حاصل شود. چون متغیر N در ابتدا از گام زمانی قبلی قرار داده می‌شود، باید در یک فرایند تکراری مقدار آن به‌روز شود تا در هرگام زمانی همگرایی حاصل شود.



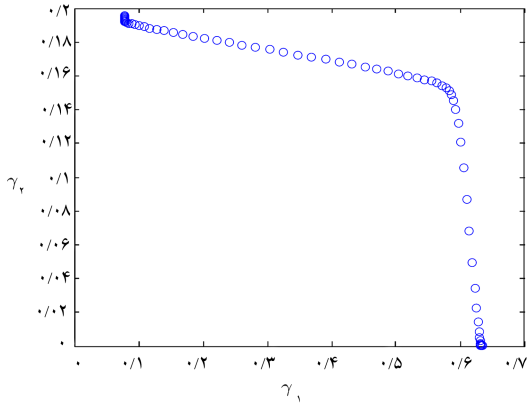
شکل ۶. فلوچارت روند حل معادلات شبیه‌ساز ترکیبی معرفی‌شده.

۵. نتایج

برای مشخص شدن کارایی مدل ارائه‌شده، چهار مسئله‌ی تزریق گاز حل شده است. در بخش اول دو نمونه مسئله یک‌بعدی امتزاج‌ناپذیر و در بخش دوم همان مسائل در حالت امتزاج‌پذیر حل شده است. مخزن مورد مطالعه در این مسائل مخزنی یک‌بعدی و افقی است که چاه تزریق در ابتدا و چاه تولیدی در انتهای آن قرار دارد. در تمام مسائل تخلخل ۰٫۲ و نفوذپذیری ۵۰ md است. مخزن تراکم‌ناپذیر است و نفوذپذیری آن با فشار تغییر نمی‌کند. نفوذپذیری نسبی نیز از رابطه‌ی $K_{rj}=S_j^2$ محاسبه می‌شود که در آن j نشان‌دهنده‌ی فازگاز یا نفت است. شماتیک مخزن در شکل ۷ نشان داده شده است.



شکل ۷. شماتیک مخزن مورد مطالعه.



شکل ۸. مسیر حل در فضای خطوط رابط برای مسئله‌ی چهارجزئی امتزاج‌ناپذیر.

۱.۵. تزریق امتزاج‌ناپذیر

۱.۱.۵. سیستم ۱: (سیستم چهارجزئی)

ترکیب مولی نفت اولیه $\{CO_۲(٪۵), C_۱(٪۲۰), C_۴(٪۳۰), C_{۱۰}(٪۴۵)\}$

ترکیب مولی گاز تزریقی $\{CO_۲(٪۸۰), C_۱(٪۲۰)\}$

فشار چاه برداشت ۱۰۰ بار در نظرگرفته می‌شود. فشار چاه تزریق ۱۲۰ بار فرض می‌شود که کم‌تر از کمینه فشار امتزاج‌پذیری است. درنتیجه فرایند تزریق گاز، امتزاج‌ناپذیر است. نتایج حاصل از حل این سیستم پس از ۱۰۰ روز در ادامه آورده شده است.

طول مخزن ۳۰۰ متر است. برای حل این سیستم شبکه‌ی محاسباتی شامل ۲۰۰ گره در نظر گرفته شده است. درنتیجه اندازه هر سلول محاسباتی $\Delta x = ۱٫۵\,\mathrm{m}$ است. در شکل ۸ مسیر حل در فضای خطوط رابط را نشان می‌دهد. باتوجه به این شکل مسیر حل از خط رابط خط رابط مسیر حل در فضای خطوط رابط را نشان می‌دهد. باتوجه به این شکل مسیر حل از خط رابط چاه تزریق در طول مخزن به خط رابط نفت اولیه رسیده است. همان‌طور که گفته شد این مسیر $n_c - ۲$ بعدی (۲ بعدی) است. در شرایط ایده‌آل (افت فشار در مخزن قابل اغماض باشد) این مسیر فقط به خواص ترمودینامیکی بستگی دارد و از قسمت هیدرودینامیکی مسئله مستقل است. برای به‌دست آوردن خواص ترمودینامیکی، فضای خطوط رابط با مثلث‌بندی دلونی گسسته شده است. فضای خطوط رابط گسسته‌شده برای این مسئله در شکل ۹ نشان داده شده است. چون فضای خطوط رابط دوبعدی است، سیمپلکس‌های ایجادشده مثلث‌اند. اندازه تمام مثلث‌ها یکسان و برابر ۰٫۱۵۵ است، درنتیجه برای گسسته‌سازی این ناحیه ۲۰ مثلث ایجاد شده است. بازه فشار بین چاه تزریق و چاه برداشت به ۸ قسمت تقسیم شده، و با توجه به کاربرد ۲۰ نقطه برای گسسته‌سازی فضا، درکل برای حل این مسئله ۱۸۰ بار معادله‌ی حالت پنگ ـ

رابینسون حل می‌شود. این در حالی است که در حالت عادی باید ۲۰۰۰۰۰ بار معادله‌ی حالت حل شود. به این ترتیب با به‌کار بردن این روش نیاز به محاسبات فلش به‌شدت کاهش می‌یابد.

در شکل ۱۰ درجه‌ی اشباع فاز گاز در طول مخزن برای سیستم چهارجزئی نشان داده شده است. با توجه به این شکل به‌کار بردن میان‌یابی خطی در فضای خطوط رابط گسسته‌شده برای محاسبه‌ی خواص ترمودینامیکی دقت مناسبی دارد و بیشترین خطا در محل شوک بین نفت اولیه و ناحیه‌ی دوفازی و در موج انبساطی ایجاد می‌شود.

۲.۱.۵. سیستم ۲: (سیستم پنج‌جزئی)

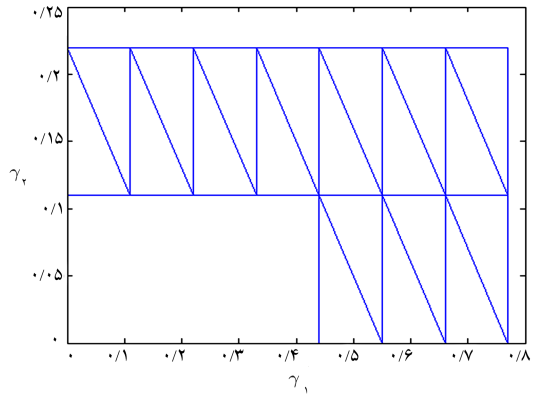
ترکیب مولی نفت اولیه $\{CO_2(\%1), C_1(\%20), C_4(\%19), C_8(\%40), C_{15}(\%20)\}$

ترکیب مولی گاز تزریقی $\{CO_2(\%80), C_1(\%20)\}$

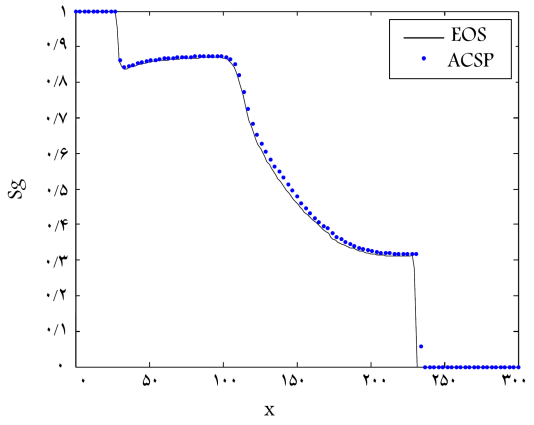
فشار چاه برداشت ۸۰ بار در نظر گرفته می‌شود. فشار چاه تزریق ۱۲۰ بار فرض می‌شود که کم‌تر از حداقل فشار امتزاج‌پذیری است؛ یعنی فرایند تزریق همچنان امتزاج ناپذیر است.

طول مخزن ۴۰۰ متراست. برای حل این سیستم شبکه‌ی محاسباتی شامل ۲۰۰ گره در نظر گرفته شده است. درنتیجه اندازه‌ی سلول‌های محاسباتی $\Delta x = 2\ \mathrm{m}$ است و نتایج بعد از ۱۰۰ روز به‌دست آمده است. در شکل ۱۱ مسیر حل در فضای خطوط رابط نشان داده شده است. در این شکل مسیر حل از خط رابط گاز تزریقی به خط رابط نفت اولیه رسیده است. برای سیستم پنج‌جزئی، این مسیر سه‌بعدی است. با توجه به این که فضای خطوط رابط سه‌بعدی است، سیمپلکس‌های ایجادشده برای گسسته‌سازی فضا به شکل هرم است. فضای خطوط رابط گسسته‌شده برای این مسئله در شکل ۱۲ نشان داده شده است. برای گسسته‌سازی فضای خطوط رابط در این مسئله از ۴۰ نقطه‌ی پراکنده و ۶۰ هرم استفاده شده است (در هر مکعب شش هرم یکسان قرار گرفته است). بازه‌ی فشار بین چاه تزریق و چاه برداشت به ۱۶ قسمت تقسیم شده است. درنتیجه در روش پارامتری‌کردن فضای ترکیب فقط ۶۸۰ بار محاسبات فلش انجام می‌شود، درصورتی‌که در حالت عادی برای این مسئله باید ۲۰۰۰۰۰ بار معادله‌ی حالت حل شود.

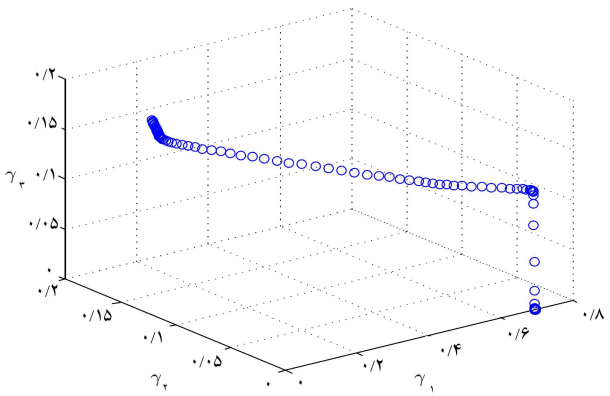
در شکل ۱۳ درجه‌ی اشباع فاز گاز در طول مخزن برای سیستم پنج‌جزئی نشان



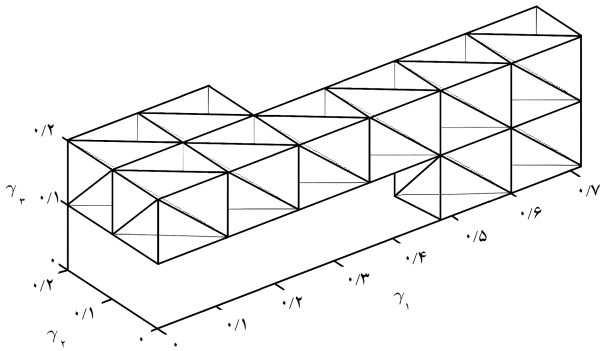
شکل ۹. فضای خطوط رابط گسسته شده در مسئله‌ی چهارجزئی امتزاج‌ناپذیر.



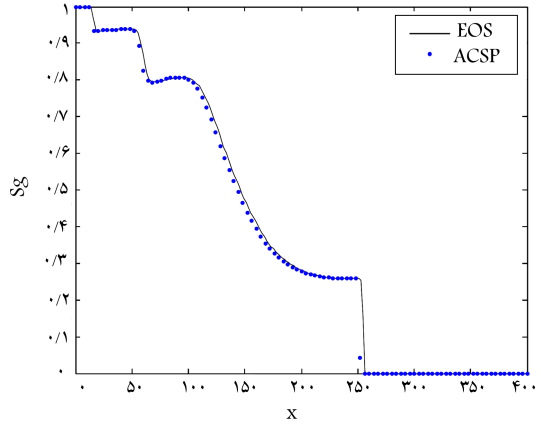
شکل ۱۰. توزیع درجه‌ی اشباع فاز گاز برای مسئله‌ی چهارجزئی امتزاج‌ناپذیر.



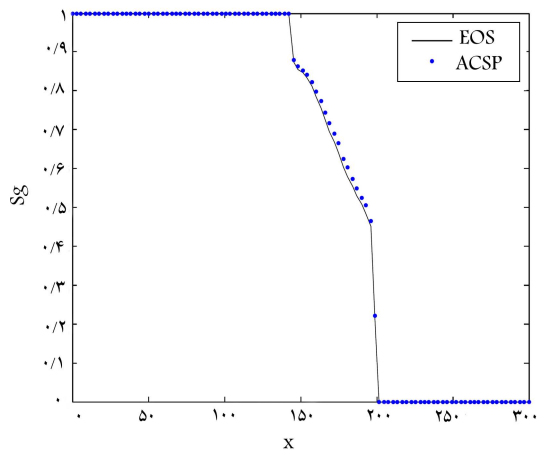
شکل ۱۱. مسیر حل در فضای خطوط رابط برای مسئله‌ی پنج‌جزئی امتزاج‌ناپذیر.



شکل ۱۲. فضای خطوط رابط گسسته شده در مسئله‌ی پنج‌جزئی امتزاج‌ناپذیر؛ در درون هر منشور مثلث‌القاعده سه هرم قرار گرفته است.



شکل ۱۳. توزیع درجه‌ی اشباع فاز گاز برای مسئله‌ی پنج‌جزئی امتزاج‌ناپذیر.



شکل ۱۴. توزیع درجه‌ی اشباع فازگاز برای مسئله‌ی تزریق چهارجزئی امتزاج‌پذیر.

داده شده است. با توجه به این شکل، استفاده از فضای خطوط رابط برای بررسی رفتار فازی در این مسئله از دقت قابل قبولی برخوردار است. چنان که مشاهده می‌شود در سیستم پنج‌جزئی مسیر حل در طول ۲۵۵ متری وارد ناحیه‌ی دوفازی می‌شود و با یک موج انبساطی تا حدود ۱۰۰ متری امتداد می‌یابد. در طول ۷۰ متری نیز مسیر حل بین خطوط رابط با یک تغییر ناگهانی حرکت می‌کند که با یک شوک همراه است و در نهایت در طول ۱۵ متری با یک شوک از ناحیه‌ی دوفازی خارج می‌شود.

۲.۵. تزریق امتزاج‌پذیر

۱.۲.۵. سیستم ۱

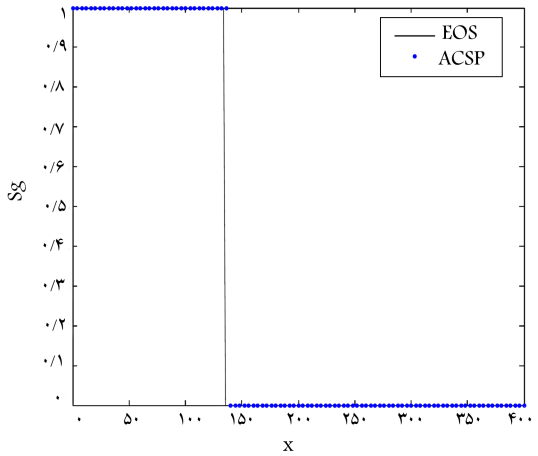
اگر در سیستم چهارجزئی امتزاج‌ناپذیر فشار تزریق ۲۰۰ بار در نظرگرفته شود، چون بیشتر ازکمینه فشار امتزاج‌پذیری است فرایند تزریق امتزاج‌پذیر است.

برای حل این مسئله شبکه‌ی محاسباتی دارای ۱۵۰ گره است و نتایج بعد از ۲۵ روز به‌دست آمده است. برای گسسته‌سازی فضای خطوط رابط از ۲۰ مثلث استفاده‌شده است و بازه فشار چاه تزریق تا چاه برداشت به ۴۰ قسمت تقسیم می‌شود. چون برای نقاطی که در ناحیه‌ی فوق‌بحرانی قرار می‌گیرند نیز از معادلات حالت استفاده می‌شود، برای حل این مسئله ۱۳۲۴ بار معادله‌ی حالت حل شده است. ولی در حالت عادی باید ۳۷۵۰۰ بار معادله‌ی حالت حل شود. در شکل ۱۴ توزیع درجه‌ی اشباع برای تزریق گاز امتزاج‌پذیر در سیستم ۱ نشان داده شده است. با توجه به این شکل در فاصله‌ی حدوداً ۲۰۰ متری مسیر حل برای سیستم چهارجزئی با یک شوک وارد ناحیه‌ی دوفازی می‌شود و با یک موج انبساطی تا فاصله‌ی ۱۵۰ متری امتداد می‌یابد و در پایان در فاصله‌ی حدود ۱۴۰ متری با یک شوک از ناحیه‌ی دوفازی خارج می‌شود.

۲.۲.۵. سیستم ۲

برای تزریق امتزاج‌پذیر در سیستم ۲ فشار تزریق ۲۰۰ بار در نظرگرفته می‌شود و گاز تزریق دارای ترکیب مولی $\{CO_2(\%80), C_1(\%8), C_4(\%10), C_{15}(\%2)\}$ است.

در این مسئله شبکه‌ی محاسباتی شامل ۲۰۰ گره است. برای حل این مسئله فضای خطوط رابط توسط ۶۶ هرم‌گسسته شده است. بازه فشار چاه تزریق تا چاه برداشت به ۴۸ قسمت تقسیم می‌شود. در حل این مسئله با روش پارامتری‌کردن فضای ترکیب فقط ۲۵۹۴ بار از معادله‌ی حالت استفاده شده است، در صورتی



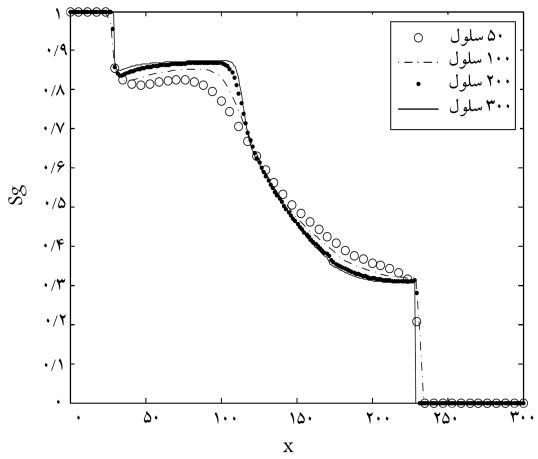
شکل ۱۵. توزیع درجه‌ی اشباع فازگاز برای مسئله‌ی تزریق امتزاج‌پذیر پنج‌جزئی.

که در حالت عادی باید ۷۰۰۰۰ بار معادله‌ی حالت حل شود. در شکل ۱۵ توزیع درجه‌ی اشباع در طول مخزن بعد از ۳۵ روز برای تزریق گاز امتزاج‌پذیر در سیستم پنج‌جزئی نشان داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود، در سیستم پنج‌جزئی مسیر حل در فاصله‌ی ۱۴۰ متری با یک شوک از ترکیب نفت اولیه به ترکیب گاز تزریقی می‌رسد.

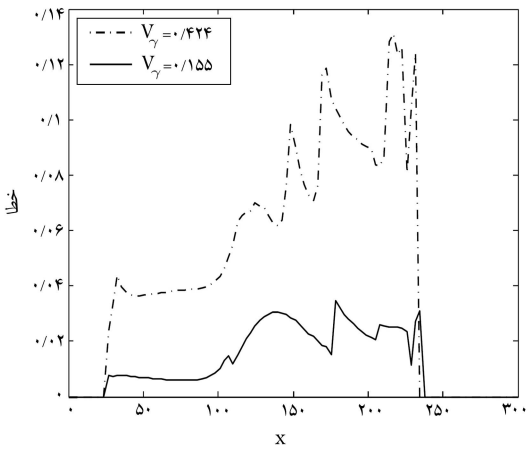
۶. بررسی همگرایی

برای نشان دادن استقلال حل عددی از شبکه‌ی محاسباتی درجه‌ی اشباع فازگاز، در مسئله‌ی اول تزریق امتزاج‌ناپذیر برای شبکه‌های مختلف (مقادیر متفاوت Δx) بعد از ۱۰۰ روز تزریق در شکل ۱۶ نشان داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود با افزایش تعداد گره‌ها به بیش از ۲۰۰، نتایج تغییر چندانی نمی‌کند. در سایر مسائل حل‌شده نیز همین روند مشاهده می‌شود، پس حل عددی مستقل از شبکه‌ی محاسباتی است.

به‌دلیل استفاده ازمیان‌یابی خطی برای محاسبه‌ی خواص ترمودینامیکی مقداری خطا در نتایج وجود دارد. با کاهش اندازه‌ی سیمپلکس‌ها در مثلث‌بندی دلونی می‌توان مقدار این خطا راکاهش داد. اندازه‌ی سیمپلکس‌ها، طول بزرگ‌ترین ضلع



شکل ۱۶. درجه‌ی اشباع فازگاز برای مسئله‌ی اول تزریق امتزاج‌ناپذیر با تعداد گره‌های مختلف.



شکل ۱۷. خطای درجه‌ی اشباع فازگاز در مسئله‌ی اول تزریق امتزاج‌ناپذیر برای اندازه‌های مختلف مثلث‌بندی دلونی.

سیمپلکس است ($V_\gamma = \left\|\gamma_i^* - \gamma_j^*\right\|_\infty$). در شکل ۱۷ خطای $\frac{|S_g - S_{g,EOS}|}{S_{g,EOS}}$ در سیستم اول تزریق امتزاج‌ناپذیر برای دو مقدار $V_\gamma = ۰/۱۵۵$ و $V_\gamma = ۰/۴۲۴$ آورده شده است. با توجه به این شکل بیشینه خطا برای $V_\gamma = ۰/۱۵۵$ معادل ۳/۴۵٪ و برای $V_\gamma = ۰/۴۲۴$ معادل ۱۳٪ است. درنتیجه با کوچک‌تر کردن سیمپلکس‌ها نتایج همگرا می‌شود.

۷. نتیجه‌گیری

در این نوشتار نشان داده شد که با کاربرد روش ACSP در یک شبیه‌ساز ترکیبی، ضرورت حل معادله‌ی حالت به‌شدت کاهش می‌یابد. در این روش فقط در نقاطی که برای گسسته‌سازی فضا لازم است باید معادلات حالت حل شود و در بقیه‌ی نقاط با میان‌یابی خطی و بدون نیاز به فرایند تکرار، خواص ترمودینامیکی اجزاء به دست می‌آید. برای مثال در نتایج دیده شد که برای شبیه‌سازی یک فرایند تزریق چهارجزئی امتزاج‌ناپذیر می‌توان با به‌کار بردن روش ACSP تعداد معادلات حالت مورد نیاز را از ۲۰۰۰۰۰ به ۱۸۰ کاهش داد. این موضوع در سایر مسائل نیز دیده می‌شود.

استفاده از روش IMPES برای حل معادلات نسبت به روش تمام‌ضمنی بسیار ساده‌تر و نیازمند حافظه‌ی کم‌تری است، ولی به‌دلیل گام زمانی کوچک در این روش باید معادلات حالت به‌تعداد دفعات بیشتری حل شود. با استفاده از روش ACSP می‌توان تعداد دفعات حل معادلات حالت را کاهش داد. درنتیجه با ترکیب روش‌های IMPES و ACSP یک شبیه‌ساز نسبتاً ساده، سریع و کارا ایجاد می‌شود.

با توجه به نتایج به‌دست آمده، مشاهده می‌شود که از روش پارامتری‌کردن فضای ترکیب به‌خوبی می‌توان برای شبیه‌سازی ترکیبی و صریح ـ ضمنی مخازن استفاده کرد. همچنین تطابق مناسبی بین نتایج روش ACSP و روش مستقیم و پرهزینه‌ی معادله‌ی حالت دیده می‌شود. با کاهش اندازه‌ی سیمپلکس‌هایی که برای گسسته‌سازی فضا استفاده می‌شود، می‌توان خطای میان‌یابی خطی را کاهش داد و نتایج را حتی با دقت بالاتری تخمین زد.

پانوشت‌ها

1. implicit pressure explicit saturation
2. tie-line
3. compositional space adaptive tabulation
4. adaptive compositional space parameterization
5. simplex
6. barycenter coordinates
7. minimal miscibility pressure

منابع (References)

1. Fussell, L.T. and Fussell, D.D. "An iterative technique for compositional reservoir models", *SPE Journal*, **19**(4), pp. 211-220 (1979).
2. Coats, K.H. "An equation of state compositional model", *SPE Journal*, **20**(5), pp. 363-376 (1980).
3. Nghiem, L.X., Fong, D.K. and Aziz, K. "Compositional modeling with an equation of state", *SPE Journal*, **21**(6), pp. 687-698 (1981).
4. Li, Y. and Johns, R.T. "Rapid flash calculations for compositional simulation", *SPE Res Eval & Eng*, **9**(5), pp. 521-529 (2006).
5. Mohebbinia, S., Sepehrnoori, K. and Johns, R.T. "Four phase equilibrium calculations of CO_2/hydrocarbon/water systems using a compositional formulation of the pressure and saturation equation", Paper SPE 154218 Presented at the SPE Improved Oil Recovery Symposium, Tulsa, Oklahoma (14-18 April 2012).
6. Voskov, D.V. and Tchelepi, H.A. "Compositional space parameterization for flow simulation", Paper SPE 106029 Presented at the SPE Reservoir Simulation Symposium, Houston, Texas (26-28 February 2007).
7. Voskov, D.V. and Tchelepi, H.A. "Compositional space parameterization: Theory and application for immiscible displacement", *SPE Journal*, **14**(3), pp. 431-440 (2009).
8. Voskov, D.V. and Tchelepi, H.A. "Compositional space parameterization for miscible displacement simulation", *Transport in Porous Media*, **75**, pp. 111-128 (2008).
9. Voskov, D.V. and Tchelepi, H.A. "Tie-simplex-based mathematical framework for thermodynamical equilibrium computation of mixtures with an arbitrary number of phases", *Fluid Phase Equilibria*, **283**(1-2), pp. 1-11 (2009).
10. Iranshahr, A., Voskov, D.V. and Tchelepi, H.A. "Tie-simplex parameterization for EOS-based thermal compositional simulation", *SPE Journal*, **15**(2), pp. 545-556 (2010).
11. Zaydullin, R., Voskov, D.V. and Tchelepi, H.A. "Nonlinear formulation based on an equation of state

(EOS) free method for compositional flow simulation", *Society of Petroleum Engineers*, SPE-146989-PA, doi:10.2118/146989-PA (2012).

12. Zaydullin, R., Voskov, D.V. and Tchelepi, H.A. "Compositional formulation based on piece-wise linear representation in tie-simplex space", *13th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, Biarritz, France (10-13 September 2012).
13. Zaydullin, R., Voskov, D.V., James, S.C., Henley, H. and Lucia, A. "Fully compositional and thermal reservoir simulation", *Computers and Chemical Engineering,* **63**, pp. 51-65 (2014).
14. Zaydullin, R., Voskov, D.V. and Tchelepi, H.A. "Formulation and solution of compositional displacements in tie-simplex space", *Paper SPE 142132 Presented at the SPE Reservoir Simulation Symposium, the Woodlands, Texas* (21-23 February, 2013).
15. Sharabadi, A. and Dabir, B. "A sequential formulation for compositional reservoir simulation using Peng Robinson equation of state", *Iranian Journal of Chemical Engineering,* **3**(1), pp. 52-64 (2013).
16. Hornus, S. and Boissonnat, J.D. "An efficient implementation of Delaunay triangulations in medium dimensions", Research Report RR-6743 (2008).
17. Entov, V. "Nonlinear wave in physicochemical hydrodynamics of enhanced oil recovery", *Multicomponent Flows, Proc. of the International Conference Porous Media: Physics, Models, Simulation,* Moscow, Russia (1997).