

تعیین مقادیر بهینه سختی نگه‌دارنده‌های لاستیکی موتور ملی براساس جداسازی مودهای ارتعاشی

حمید سفندیاری (کارشناس ارشد)

علیرضا شوشتری* (دانشیار)

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه بوعلی سینا همدان

وحید فخاری (استادیار)

دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، پردیس فنی و مهندسی شهید عباسپور، دانشگاه شهید بهشتی

مهندسی مکانیک شریف، بهار ۱۳۹۷ (۳۳-۳۵)
دروزی ۳-۲، شماره ۱، ص. ۳۳-۳۵

در این مقاله، ضرایب سختی مناسب برای نگه‌دارنده‌های لاستیکی موتور ملی با استفاده از مدل دینامیکی شش درجه آزادی و به روش جداسازی مودهای ارتعاشی تعیین می‌شود. از آنجا که دست‌یابی به جداسازی کامل مودهای ارتعاشی طی بررسی‌های به عمل آمده، و با توجه به محدودیت‌های طراحی بسیار مشکل است، از روش‌های بهینه‌سازی به منظور دست‌یابی به بیشینه جداسازی مودهای ارتعاشی موتور استفاده می‌شود. بدین منظور، با استفاده از توابع هدف مختلف، حالت‌های بهینه‌ی گوناگون برای سختی نگه‌دارنده‌ها ایجاد شده و با ترسیم و مقایسه‌ی نمودارهای پاسخ فرکانسی، بهترین حالت بهینه انتخاب می‌شود. نتایج به دست آمده در این پژوهش نشان می‌دهد که جابه‌جایی مرکز جرم و نیروی منتقل شده در محل نگه‌دارنده‌ها در حالت بهینه نسبت به حالت کنونی کم‌تر، و رفتار ارتعاشی موتور با مقادیر سختی جدید بهتر خواهد شد.

واژگان کلیدی: ارتعاشات، نگه‌دارنده موتور (دسته‌موتور)، موتور ملی، سختی، جداسازی مودهای ارتعاشی، بهینه‌سازی، پاسخ فرکانسی.

h.sfandiyari91@basu.ac.ir
shooshta@basu.ac.ir
v.fakhari@sbu.ac.ir

۱. مقدمه

معمولاً بین ۲۰ تا ۲۰۰ هرتز است. ۲. تولید نوسانات ناخواسته در خودرو که به ورود ارتعاشات از سمت جاده می‌انجامد. این ارتعاشات با گذر از سیستم تعلیق به شاسی خودرو و کلیه قطعات متصل به آن -- از جمله موتور و اتاق سرنشین -- وارد می‌شود. فرکانس این نوسانات به پستی و بلندی جاده و سرعت خودرو وابسته است و در سرعت‌های معمول خودرو در بازه‌ی فرکانسی کم‌تر از ۲۰ هرتز قرار می‌گیرد. از آنجا که یکی از وظایف اصلی نگه‌دارنده‌ها جداسازی ارتعاشات و کاهش ارتعاشات انتقالی به شاسی است، طراحی صحیح و مناسب آنها تا حد زیادی باعث راحتی سرنشینان خودرو می‌شود. یکی از راه‌های تعیین سختی مناسب نگه‌دارنده‌های لاستیکی، استفاده از روش جداسازی^۲ مودهای ارتعاش حول محور گشتاور غلتشی^۳ است.

اگر به یک جسم صلب آزاد گشتاوری در راستای دلخواه اعمال شود، جسم اطراف محوری خاص چرخش خالص دارد که به آن محور گشتاور غلتشی گویند.^[۱] در شکل ۱ محور مختصات اصلی (x, y, z) و مختصات محور گشتاور غلتشی (x', y', z') نشان داده شده است.

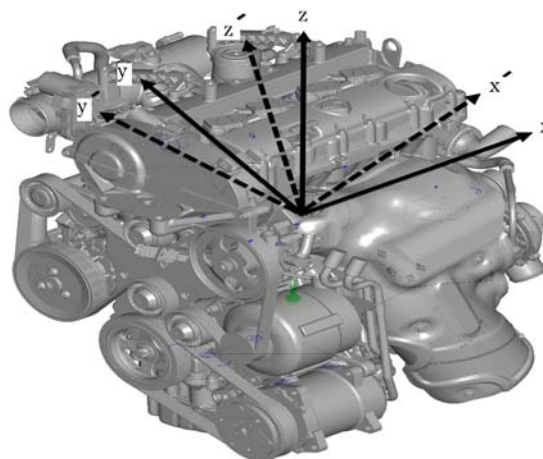
موقعیت محور گشتاور غلتشی تنها به دو عامل ممان اینرسی جرمی و راستای گشتاور اعمال شده به سیستم وابسته است.^[۲] جک و پاتون در سال ۱۹۸۴ بیان

یکی از مسائل مهم در طراحی خودروهای سواری حفظ آرامش سرنشینان است. در این ارتباط کاهش سروصدا و ارتعاش وارد به بدنه‌ی خودرو از اهمیت زیادی برخوردار است. از این رو شرکت‌های سازنده‌ی خودرو تحقیقات گسترده‌ی برای ارائه‌ی راهکارهایی به منظور کاهش ارتعاشات وارده بر شاسی خودرو و بهینه‌سازی سیستم‌های جذب ارتعاش در خودرو انجام می‌دهند. موتور به عنوان منبع اصلی تولید قدرت در خودرو یکی از منابع مهم تولید ارتعاش نیز به شمار می‌رود. در این ارتباط نگه‌دارنده‌های موتور (دسته‌موتورها)^۱ علاوه بر وظیفه‌ی تحمل وزن موتور و پایداری آن، عهده‌دار کاهش ارتعاشات انتقالی به موتور از طرف جاده، و نیز کاهش انتقال نوسان موتور به بدنه‌ی خودرو هستند. نوع نگه‌دارنده‌ها، موقعیت آن‌ها، زاویه‌ی قرارگیری و مشخصه‌های دینامیکی -- شامل سختی و میرایی -- در کاهش ارتعاشات انتقالی به بدنه‌ی خودرو از اهمیت زیادی برخوردار است. ارتعاشات نامطلوب از دو منبع ایجاد می‌شود: ۱. نیروهای متعادل نشده‌ی موتور و ضربات ناشی از احتراق سوخت در داخل سیلندر؛ بازه‌ی فرکانسی این ارتعاشات برای موتورهای چهارسیلندر

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۱۱/۱۰، اصلاحیه ۱۳۹۵/۹/۲۸، پذیرش ۱۳۹۵/۱۱/۱۱.

DOI:10.24200/J40.2018.6389



شکل ۱. محور مختصات اصلی و مختصات محور گشتاور غلتشی.

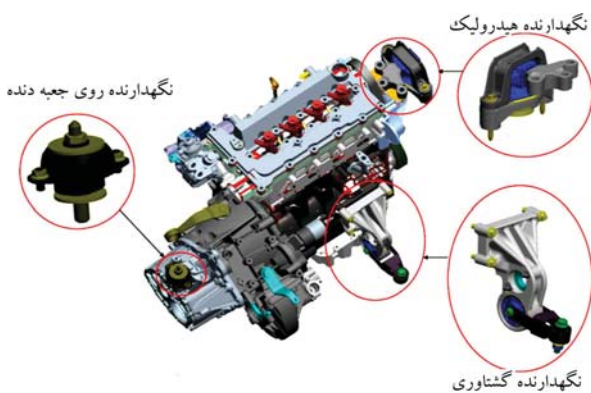
پس از ارائه‌ی تجزیه و تحلیل سیستم انتقال قدرت با پیکربندی نگهدارنده‌ی اولیه‌ی داده‌شده، با استفاده از روش جداسازی حول محور گشتاور خالص مقادیر بهینه‌ی موقعیت نگهدارنده‌ها را محاسبه کردند. چن و همکاران^[۸] با استفاده از مدل شش درجه آزادی سیستم نگهدارنده و با در نظر گرفتن یک جسم صلب روی چند نگهدارنده در نرم‌افزار انسیس، این سیستم را مدل کرده و مودهای سیستم را با تغییر سختی و موقعیت‌های مختلف محاسبه کردند؛ در نهایت با تغییر مقادیر سختی و موقعیت نگهدارنده بالاترین درصد جداسازی در مودها را محاسبه و مقادیر بهینه‌ی سختی و موقعیت را تعیین کردند. کمار و همکاران^[۹] یک مدل ریاضی از سیستم انتقال قدرت و نگهدارنده‌ی توسعه داده شده را برای یک وسیله‌ی سه چرخ ارائه کرده و با استفاده از مدل شش درجه آزادی موتور، و با ترکیب جدیدی از متغیرهای طراحی نگهدارنده‌ی سیستم، در مقایسه با پیکربندی قبلی نشان دادند که ارتعاشات ۴۰ درصد در حالت دور آرام و ۶۰ درصد در محدوده‌ی دور کاری موتور کاهش می‌یابد.

در نوشتار حاضر با استفاده از روش جداسازی مودها، سختی نگهدارنده‌های لاستیکی کنونی موتور مملی با ثابت در نظر گرفتن موقعیت و زاویه‌ی قرارگیری نگهدارنده‌ها تغییر یافته و مقادیر بهینه محاسبه می‌شود. تغییر این دو پارامتر باعث ایجاد تغییر شکل در شاسی و براکت نگهدارنده‌ها می‌شود که از لحاظ عملی این تغییرات فاقد صرفه‌ی اقتصادی بوده و به راحتی امکان‌پذیر نیست. برای تعیین ضرایب سختی دو نگهدارنده‌ی لاستیکی و قسمت لاستیکی نگهدارنده‌ی هیدرولیکی، از مدل شش درجه آزادی موتور مملی و با در نظر گرفتن منبع ارتعاش نوع اول (ارتعاشات موتور) استفاده می‌شود.

۲. مشخصات موتور مملی

موتور مملی روی سه نگهدارنده، یک نگهدارنده‌ی هیدرولیکی و دو نگهدارنده‌ی لاستیکی قرار دارد. در شکل ۲ موتور مملی همراه با نگهدارنده‌های آن نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که نگهدارنده‌های روی جعبه‌دنده و هیدرولیکی از بالا موتور را نگه می‌دارند و روی موتورند، اما نگهدارنده‌ی گشتاوری در بخش پایینی آن قرار گرفته است.

مقادیر سختی موجود نگهدارنده‌های موتور مملی، موقعیت مکانی هر یک از نگهدارنده‌ها نسبت به مرکز جرم، مقادیر ممان اینرسی جرمی و جرم موتور در قسمت ضمیمه آورده شده است.



شکل ۲. وضعیت قرارگیری نگهدارنده‌ها در موتور مملی.

کردند که اگر بردار یکی از مودهای سیستم هم‌راستا با چرخش حول محور گشتاور غلتشی باشد، در پاسخ آن سیستم به گشتاور وارد شده، تنها آن مود نقش دارد و سایر مودهای ارتعاشی در پاسخ سیستم اثری نخواهند داشت.^[۱] با توجه به محدودیت‌های طراحی، چون معمولاً دست‌یابی به جداسازی کامل مودهای ارتعاشی بسیار مشکل است، از روش‌های بهینه‌سازی به منظور دست‌یابی به بیشینه جداسازی مودهای ارتعاشی موتور استفاده می‌شود. جئونگ و سینگ^[۲] با آنالیز کامل اصل مطرح شده توسط جک و پاتون، و تا حدودی تکمیل آن، توانستند با استفاده از روابط تحلیلی، طوری سختی، موقعیت و زاویه‌ی قرارگیری نگهدارنده‌ها را تعیین کنند که سیستم اطراف محور گشتاور غلتشی کاملاً جداسازی شود. بدین منظور برای مدل شش درجه آزادی موتور، پاسخ فرکانسی را در حالات مختلف رسم کردند و به این نتیجه رسیدند که اگر بتوان سیستم را در اطراف محور گشتاور غلتشی کاملاً جداسازی کرد، رفتار ارتعاشی موتور بهتر خواهد شد. ونگ^[۳] از یک کامیون به عنوان خودرو مرجع استفاده کرد و درصد جداسازی مودها (توزیع انرژی جنبشی مودها) اطراف محور اصلی را با تغییر سختی و زاویه‌ی قرارگیری نگهدارنده‌ها بهبود بخشید و نشان داد که از این طریق شتاب جستن (بالا پریدن) صندلی راننده کاهش می‌یابد. در واقع ونگ نشان داد که اگر جداسازی کامل اطراف محور مورد نظر ممکن نباشد، با بهینه‌سازی درصد جداسازی (نزدیک کردن یکی از مودهای سیستم به محور مورد نظر) نیز می‌توان رفتار ارتعاشی موتور را بهبود بخشید. دای و همکاران^[۴] با جداسازی مودها اطراف محور گشتاور غلتشی، درصد جداسازی ارتعاش نگهدارنده‌ها را افزایش دادند. بدین ترتیب آنها باعث کاهش ارتعاشات صندلی راننده شدند و همچنین نشان دادند که زاویه‌ی قرارگیری نگهدارنده‌ها بیشترین اثر را بر درصد جداسازی نسبت به سختی و محل نگهدارنده‌ها دارد. سو و همکاران^[۵] نشان دادند که با بیشینه‌کردن درصد جداسازی مود چرخش، بیشینه‌ی پاسخ شتاب عمودی هم برای میل فرمان و هم برای کف صندلی خودرو و به طور همزمان در محدوده‌ی دور آرام موتور (۲۰ تا ۳۴ هرتز) کمیته می‌شود و در نتیجه احساس آرامش و راحتی سرنشینان افزایش می‌یابد. کلت و همکاران^[۶] با استفاده از مدل شش درجه آزادی سیستم نگهدارنده‌ها را در نرم‌افزار متلب مدل کرده و سپس با تغییر محل قرارگیری و سختی نگهدارنده‌های موتور، جداسازی حول محور گشتاور خالص را انجام دادند. آنها این کار را یک بار برای موتور دیزل تک‌سیلندر و یک بار هم برای موتور دیزل سه‌سیلندر انجام دادند و برای رسیدن به مقادیر بهینه‌ی سختی و موقعیت نگهدارنده‌ها از الگوریتم ازدحام ذرات استفاده کردند. اردلی و همکاران^[۷]

۳. بیان ریاضی مسئله

به منظور اعمال روش جداسازی مودهای ارتعاشی، تعیین ماتریس‌های سختی و جرم سیستم و محورگشتاور غلتشی موتور مملی ضروری است. در ادامه، هریک از مقادیر فوق تعیین می‌شود.

۳.۳. راستای محورگشتاور غلتشی برای موتور مملی

در این پژوهش گشتاور اصلی وارد شده به سیستم، گشتاور حول محور میل لنگ (x) است. گشتاور خارجی هارمونیک به صورت $T_x(t) = T_x e^{i\omega t}$ در جهت محور x اعمال می‌شود، بنابراین معادله‌ی گشتاور مطابق رابطه‌ی ۷ خواهد بود.^[۱]

$$M_\theta \ddot{\theta}_g(t) + \dot{\theta}_g(t) \otimes M_\theta \dot{\theta}_g(t) = [T_x \quad 0 \quad 0]^T e^{i\omega t} \quad (7)$$

که در آن $\dot{\theta}_g(t)$ سرعت زاویه‌ی دستگاه مختصات ($x - y - z$) حول مرکز جرم، M_θ نشان‌دهنده‌ی اینرسی چرخشی، و \otimes علامت ضرب خارجی است. با فرض ارتعاشات خطی، جمله‌ی دوم در معادله‌ی ۷ حذف خواهد شد. به دلیل هارمونیک بودن تحریک، پاسخ نیز به صورت هارمونیک فرض می‌شود و می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \theta_g(t) &= A e^{i\omega t} \\ \ddot{\theta}_g(t) &= -A\omega^2 e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (8)$$

با جایگذاری رابطه‌ی ۸ در معادله‌ی گشتاور (رابطه‌ی ۷) بردار محورگشتاور غلتشی در سیستم شش درجه آزادی موتور مملی به دست خواهد آمد. در نهایت، بردار نرمالیزه شده‌ی مود متناظر با چرخش حول محورگشتاور غلتشی عبارت خواهد بود از:

$$q_{TRA} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.980 \\ 0.799 \\ -0.181 \end{bmatrix} \quad (9)$$

لازم به ذکر است که بردار مذکور به گونه‌ی نرمالیزه شده که اندازه آن برابر ۱ شود. همچنین، صفر بودن سه سطر اول این بردار ناشی از عبور راستای محورگشتاور غلتشی از مرکز جرم موتور است.

۱.۳. تعیین ماتریس سختی

ماتریس سختی برای موتوری که روی تعدادی نگه‌دارنده قرار گرفته مطابق رابطه‌ی ۱ است:^[۱]

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} k_{gi} & k_{gi} B_i^T \\ (k_{gi} B_i^T)^T & B_i k_{gi} B_i^T \end{bmatrix} \quad (1)$$

که در آن n تعداد نگه‌دارنده‌های موتور است و B_i با توجه به موقعیت نگه‌دارنده‌ها مطابق رابطه‌ی ۲ تعیین می‌شود.

$$B_i = \begin{bmatrix} 0 & -a_{zi} & a_{yi} \\ a_{zi} & 0 & -a_{xi} \\ -a_{yi} & a_{xi} & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

موقعیت نگه‌دارنده‌ها نسبت به مرکز جرم موتور در پیوست ارائه شده است. همچنین k_{gi} ماتریس سختی محلی نگه‌دارنده‌هاست. از آنجا که نگه‌دارنده‌های موتور مملی زاویه‌دار نیستند و محوره‌های کشسان آنها به موازات محورهای سیستم مختصات اصلی (xyz) است، ماتریس سختی هریک تنها در راستاهای انتقالی تعریف شده و سایر مقادیر سختی صفر در نظر گرفته می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت:

$$k_{gi} = \begin{bmatrix} k_{xi} & 0 & 0 \\ 0 & k_{yi} & 0 \\ 0 & 0 & k_{zi} \end{bmatrix} \quad (3)$$

۲.۳. تعیین ماتریس جرم

ماتریس جرم برای موتوری که دارای سه نگه‌دارنده است شامل اینرسی انتقالی M_w و اینرسی چرخشی M_θ است که به ترتیب در روابط ۴ و ۵ نشان داده شده است. همچنین ماتریس جرم کل سیستم شامل موتور و نگه‌دارنده‌ها مطابق رابطه‌ی ۶ در نظر گرفته می‌شود:^[۱۰]

$$M_w = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$M_\theta = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & -I_{zz} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$M = \begin{bmatrix} M_w & 0 \\ 0 & M_\theta \end{bmatrix} \quad (6)$$

m جرم موتور و I_{ij} ممان اینرسی جرمی موتور است.

۴.۳. توزیع انرژی جنبشی مودها^۴

برای مشخص شدن درصد جدایش مودها از یکدیگر، باید توزیع انرژی جنبشی مودها را محاسبه کرد. در واقع ماتریس مودال با استفاده از رابطه‌ی ۱۰، به ماتریس دیگری به نام «ماتریس انرژی جنبشی مودها» تبدیل می‌شود که هریک از مؤلفه‌های آن نسبت میزان درصد انرژی جنبشی هریک از درجات آزادی به کل انرژی جنبشی آن مود را تشکیل می‌دهد که بیانگر مقدار درصد مشارکت آن مؤلفه در مود مورد نظر است. توزیع انرژی جنبشی مودها به طور معمول به عنوان «درصد جداسازی» تعریف می‌شود و مقدار آن برای سیستم شش درجه آزادی مطابق رابطه‌ی ۱۰ محاسبه می‌شود:^[۱۰]

$$E(n, i) = \frac{\varphi_{ni} \sum_{l=1}^6 m_{nl} \varphi_{li}}{\varphi_i^T M \varphi_i} \times 100 \quad (10)$$

که در آن m ماتریس جرم و $\varphi = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \varphi_3 \quad \varphi_4 \quad \varphi_5 \quad \varphi_6]^T$ ماتریس 6×6 مودهاست که در رابطه‌ی ۱۱ نشان داده شده است؛ φ_i نشان‌دهنده‌ی بردار هریک از مودهاست. φ_{ni} نیز نشان‌دهنده‌ی عضو سطر n ام و ستون i ام ماتریس مودها،

و m_{ni} نشان‌دهنده عضو سطر m ام و ستون i ام ماتریس جرم، و $E(n, i)$ عضو سطر m ام و ستون i ام ماتریس توزیع انرژی جنبشی مودهاست. ماتریس مودها و همچنین ماتریس توزیع انرژی جنبشی مودها برای موتور ملی در سیستم مختصات اصلی با استفاده از مقادیر عددی ارائه شده در جداول ۱، ۲ و ۳ پیوست، به ترتیب به صورت روابط ۱۱ و ۱۲ به دست می‌آید:

$$\varphi = \begin{bmatrix} -0,001 & 0,025 & 0,025 & -0,831 & -0,028 & -0,021 \\ -0,008 & -0,016 & -0,098 & -0,301 & 0,041 & -0,009 \\ -0,034 & -0,119 & 0,143 & -0,08 & 0,298 & -0,028 \\ -0,093 & -0,080 & 0,108 & 0,196 & -0,094 & -0,048 \\ -0,0791 & 0,0486 & 0,055 & 0,148 & 0,140 & 0,058 \\ -0,147 & -0,326 & -0,094 & -0,493 & -0,053 & 0,835 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} E_{x_i} \\ E_{y_i} \\ E_{z_i} \\ E_{\theta_{x_i}} \\ E_{\theta_{y_i}} \\ E_{\theta_{z_i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,18 & 0,64 & 97,1 & 0,06 & 0,97 & 0,0031 \\ 0,22 & 1,36 & 0,12 & 97,74 & 0,39 & 0,14 \\ 2,03 & 71,14 & 0,89 & 2,10 & 21,41 & 2,41 \\ 14,79 & 24,82 & 0,02 & 0,27 & 39,54 & 20,79 \\ 0,03 & 1,51 & 0,18 & 0,016 & 25,28 & 72,98 \\ 81,73 & 0,50 & 1,64 & 0,036 & 12,41 & 3,68 \end{bmatrix} \quad (12)$$

با توجه به مقادیر مؤلفه‌های ماتریس توزیع انرژی جنبشی مودها می‌توان مشاهده کرد که جمع هر ستون از این ماتریس (مقدار انرژی جنبشی کل هر مود) برابر 10^0 است و درصد مشارکت هر راستا در مود مورد نظر نشان داده شده است. به طور مثال مود اول نشان می‌دهد که درصد جداسازی چرخش سیستم حول محور z برابر با $81,73$ است و مود پنجم نشان می‌دهد که درصد جداسازی چرخش سیستم حول محور x (محور میل‌لنگ) برابر $39,54$ است. برای نشان دادن درصد جداسازی حول محور گشتاور غلتشی باید ماتریس‌های سختی و جرم را در مختصات یکی از محورهای آن محورگشتاور غلتشی است محاسبه کرد. مختصات مورد نظر منحصر به فرد نیست؛ در واقع با پیدا کردن دو بردار عمود بر محورگشتاور غلتشی این مختصات تعیین می‌شود. ماتریس توزیع انرژی جنبشی مودها در مختصات محور گشتاور غلتشی برای موتور ملی مطابق رابطه ۱۳ است.

$$\begin{bmatrix} E_{x'_i} \\ E_{y'_i} \\ E_{z'_i} \\ E_{\theta_{x'_i}} \\ E_{\theta_{y'_i}} \\ E_{\theta_{z'_i}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,72 & 0,039 & 3,09 & 4,95 & 90,58 & 0,63 \\ 0,32 & 0,29 & 1,41 & 4,57 & 0,02 & 93,39 \\ 2,41 & 2,22 & 18,28 & 63,64 & 7,55 & 5,91 \\ 30,10 & 22,87 & 25,74 & 20,99 & 0,25 & 0,04 \\ 2,32 & 70,64 & 24,85 & 2,12 & 0,07 & 0,01 \\ 64,13 & 3,94 & 26,63 & 3,73 & 1,53 & 0,03 \end{bmatrix} \quad (13)$$

۴. حالت‌های بهینه

در این پژوهش با استفاده از چهار تابع هدف برای بهینه‌سازی مقادیر سختی دسته‌موتورهای موتور ملی، بهترین حالت انتخاب می‌شود. حالت‌های بهینه که به سبب تابع هدف‌های مختلف تعیین شده‌اند عبارت‌اند از:

-- تابع هدف بهینه‌سازی اول: در این حالت هدف بیشینه‌کردن درصد جداسازی مود حول محور میل‌لنگ (محور x) است که این امر مستلزم بیشینه‌کردن توزیع انرژی جنبشی مود حول محور x (یعنی سطر چهارم ماتریس به دست آمده از رابطه ۱۰ در سیستم مختصات اصلی) است. به عبارت دیگر، تابع هدف بیشینه مقدار سطر چهارم ماتریس توزیع انرژی جنبشی مودها به دست آمده از رابطه ۱۰ در سیستم مختصات اصلی و به بیان ریاضی $\max E(\theta_x, i)$ است. با توجه به رابطه ۱۲ مشاهده می‌شود که در حالت فعلی میزان درصد جداسازی مود حول محور میل‌لنگ $39,54$ درصد است که پس از بهینه‌سازی مقادیر سختی، باید از این مقدار بیشتر شود.

-- تابع هدف بهینه‌سازی دوم: در این حالت، هدف بیشینه‌کردن درصد جداسازی مود حول محورگشتاور غلتشی (محور x') است که این امر مستلزم بیشینه‌کردن توزیع انرژی جنبشی مود حول محور x' (یعنی سطر چهارم ماتریس به دست آمده از رابطه ۱۰ در سیستم مختصات محورگشتاور غلتشی) است. به عبارت دیگر، تابع هدف بیشینه مقدار سطر چهارم ماتریس توزیع انرژی جنبشی مودها به دست آمده از رابطه ۱۰ در سیستم مختصات محورگشتاور غلتشی و به بیان ریاضی $\max E(\theta'_x, i)$ است. با توجه به رابطه ۱۳، مشاهده می‌شود که در حالت فعلی میزان درصد جداسازی مود حول محورگشتاور غلتشی $30,10$ درصد است که پس از بهینه‌سازی مقادیر سختی، باید از این مقدار بیشتر شود.

-- تابع هدف بهینه‌سازی سوم: در این حالت، هدف نزدیک‌سازی یکی از مودهای چرخشی موتور تا حد امکان به چرخش حول محور میل‌لنگ است. به بیان ریاضی، کمینه‌کردن تابع هدف نشان داده شده در رابطه ۱۴ مورد نظر است. به عبارت دیگر، با ثابت بودن ماتریس جرم، مقادیر سختی نگه‌دارنده‌ها طوری بهینه می‌شود که طرف راست رابطه ۱۴ به سمت صفر میل کند و در نتیجه یکی از مودهای ارتعاشی سیستم به مود ارتعاشی حول محور میل‌لنگ نزدیک شود: [۱۲]

$$\| \| [K_{engine}]_{6 \times 6} [q_{Mil}]_{6 \times 1} - \omega^2 [M_{engine}]_{6 \times 6} [q_{Mil}]_{6 \times 1} \| \|_{\tau} = \| \| z_{6 \times 1} \| \|_{\tau} \quad (14)$$

در رابطه فوق، K ماتریس سختی، M ماتریس جرم، و $[q_{Mil}]_{6 \times 1} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0]^T$ بردار شکل مود مورد نظر حول محور میل‌لنگ است. $\| \| z_{6 \times 1} \| \|_{\tau}$ مقدار نرم دوم است که از رابطه ۱۵ محاسبه می‌شود.

$$\| \| z_{6 \times 1} \| \|_{\tau} = (z^T \times z)^{1/5} \quad (15)$$

-- تابع هدف بهینه‌سازی چهارم: در این حالت، هدف این است که یکی از مودهای چرخشی موتور تا حد امکان به چرخش حول محورگشتاور غلتشی نزدیک شود. به بیان ریاضی، کمینه‌کردن تابع هدف نشان داده شده در رابطه ۱۶ مورد نظر است. هرچه مود ارتعاشی موتور به چرخش حول محورگشتاور غلتشی نزدیک‌تر باشد، مقدار عبارت ۱۶ کم‌تر خواهد بود.

$$\| \| [K_{engine}]_{6 \times 6} [q_{TRA}]_{6 \times 1} - \omega^2 [M_{engine}]_{6 \times 6} [q_{TRA}]_{6 \times 1} \| \|_{\tau} = \| \| z_{6 \times 1} \| \|_{\tau} \quad (16)$$

در رابطه ۱۶، M ماتریس جرم، K ماتریس سختی، و $[q_{TRA}]_{6 \times 1} = [0 \ 0 \ 0 \ 0,98033 \ 0,07857 \ 0,181]^T$ بردار شکل مود مورد نظر حول محورگشتاور غلتشی است که در رابطه ۹ به آن اشاره شده است. بنابراین، با ثابت در نظر گرفتن ماتریس جرم، مقادیر سختی نگه‌دارنده‌ها چنان بهینه می‌شود

سختی نگه‌دارنده‌ها در راستاهایی که تأثیر بیشتری بر توابع هدف دارند (جدول ۲)، به‌عنوان متغیرهای بهینه‌سازی انتخاب شده‌است. به‌منظور انجام بهینه‌سازی، قیودی در نظر گرفته شده‌است. اولین قید، در نظر گرفتن محدوده برای متغیرهای بهینه‌سازی است. به این ترتیب که ۳۰ درصد بالاتر و پایین‌تر از مقدار نامی (معمول) سختی نگه‌دارنده‌ها به‌عنوان محدوده‌ی تغییر متغیرهای بهینه‌سازی لحاظ شده‌است. دومین قید، در نظر گرفتن محدوده‌ی فرکانس‌های طبیعی سیستم است؛ به‌این ترتیب که فرکانس‌های طبیعی سیستم باید کم‌تر از ۲۰ هرتز (در حدود شروع دورکاری موتور) باشد تا در محدوده‌ی دورهای کاری موتور قرار نگیرند. سختی‌های بهینه در حالت بهینه‌ی اول، دوم، سوم و چهارم بعد از بهینه‌سازی در نرم‌افزار مدفرانتیر به ترتیب در جداول ۳ تا ۶ نشان داده شده‌است.

همچنین، مقادیر فرکانس‌های طبیعی موتور ملی روی نگه‌دارنده‌ها در جدول ۴ پیوست،

جدول ۳. مقادیر سختی بهینه‌ی نگه‌دارنده‌ها در حالت بهینه‌ی اول.

پارامتر	سختی بهینه	پارامتر	سختی بهینه
k_1	۵۹۵۰۰	k_6	۱۸۴۰۰۰
k_2	۲۴۷۰۰۰	k_7	۲۲۰۰۰۰
k_3	۸۴۰۰۰	k_8	۱۵۸۰۰۰
k_4^*	۹۲۴۹۰	k_9	۲۶۰۶۲۰
k_5	۱۹۹۰۰۰		

بیشترین درصد جداسازی اطراف محور میل‌لنگ برابر ۸۱/۱۹۳ درصد است.

* پارامتر با تأثیر کم (از مقدار موجود استفاده شده‌است).

جدول ۴. مقادیر سختی بهینه‌ی نگه‌دارنده‌ها در حالت بهینه‌ی دوم.

پارامتر	سختی بهینه	پارامتر	سختی بهینه
k_1^*	۸۵۰۰۰	k_6	۱۸۴۰۰۰
k_2	۲۴۷۰۰۰	k_7^*	۳۱۳۰۰۰
k_3^*	۱۲۰۰۰۰	k_8	۱۵۸۰۰۰
k_4	۱۲۰۰۰۰	k_9	۲۸۶۰۰۰
k_5	۱۷۹۰۰۰		

بیشترین درصد جداسازی اطراف محور گشتاور غلتشی برابر ۷۱/۴ درصد است.

* پارامتر با تأثیر کم (از مقدار موجود استفاده شده‌است).

جدول ۵. مقادیر سختی بهینه‌ی نگه‌دارنده‌ها در حالت بهینه‌ی سوم.

پارامتر	سختی بهینه	پارامتر	سختی بهینه
k_1^*	۸۵۰۰۰	k_6	۱۸۴۰۰۰
k_2	۲۱۲۳۰۰	k_7^*	۳۱۳۰۰۰
k_3^*	۱۲۰۰۰۰	k_8^*	۲۲۵۰۰۰
k_4^*	۹۲۴۹۰	k_9	۱۵۴۰۰۰
k_5	۱۹۴۰۰۰		

کم‌ترین مقدار تابع هدف بهینه سوم برای حالت بهینه برابر ۴۶۹۸۸ است.

* پارامتر با تأثیر کم (از مقدار موجود استفاده شده‌است).

که مقدار سمت راست رابطه‌ی ۱۶ به صفر میل کند و در نتیجه یکی از موده‌های ارتعاشی سیستم به مود ارتعاشی حول محور گشتاور غلتشی نزدیک شود. [۱۳]

۵. آنالیز حساسیت

برای آن که بهینه‌سازی بهتر و سریع‌تر به جواب برسد، آنالیز حساسیت برای پارامترهای ورودی که همان سختی نگه‌دارنده‌ها در راستای طولی، عرضی و ارتفاعی موتور است در تمامی حالت‌های بهینه‌ی مورد نظر انجام شده و پارامترهایی که بر مقدار تابع هدف تأثیر چندانی ندارند، شناسایی شده‌اند. سختی نگه‌دارنده‌های موتور ملی مطابق داده‌های جدول ۱ است؛ برای این اساس، برای هر نگه‌دارنده سه سختی در هر سه راستا در نظر گرفته شده‌است.

نتایج به دست آمده از آنالیز حساسیت به‌طور خلاصه در جدول ۲ گردآوری شده، و با توجه به توابع هدف بهینه‌سازی در هر حالت اثر مقادیر سختی هر یک از نگه‌دارنده‌های موتور در سه جهت مشخص شده‌است. لازم به ذکر است در انجام آنالیز فوق مقادیر سختی‌ها در بازه $\pm 30\%$ درصد مقدار فعلی تغییر داده شده‌است. به عبارت دیگر، با تغییر مقادیر فعلی سختی نگه‌دارنده‌ها (که در جدول ۱ پیوست ارائه شده) در بازه $\pm 30\%$ درصد و یافتن مقادیر توابع هدف متناظر، مشخص شده که کدام یک از سختی‌ها در هر یک از توابع هدف دارای تأثیر زیاد و کدام یک دارای تأثیر کم است.

۶. بهینه‌سازی

در این تحقیق، بهینه‌سازی مقادیر سختی نگه‌دارنده‌های موتور با استفاده از نرم‌افزار بهینه‌سازی مدفرانتیر^۵ انجام شده‌است. مزیت اصلی این نرم‌افزار این است که به راحتی با نرم‌افزارهای مختلف مهندسی از جمله متلب^۶، کتیا^۷، آباکوس^۸، انسیس^۹ و نرم‌افزارهای دیگر رشته‌ها مرتبط می‌شود. در این پژوهش از مرتبط کردن نرم‌افزارهای متلب و مدفرانتیر برای محاسبه‌ی مقادیر سختی بهینه در حالت‌های مختلف استفاده شده‌است، بدین ترتیب که کدهای مربوطه برای محاسبه‌ی توابع هدف در نرم‌افزار متلب نوشته شده و الگوریتم بهینه‌سازی از نرم‌افزار مدفرانتیر انتخاب می‌شود. دو نرم‌افزار مذکور در حین انجام بهینه‌سازی با یکدیگر در ارتباط خواهند بود. در این پژوهش، از الگوریتم ژنتیک NSGA-II برای بهینه‌سازی استفاده شده‌است.

جدول ۱. سختی‌های در نظر گرفته شده برای دسته‌موتورها.

دسته موتور	k_x	k_y	k_z
دسته موتور هیدرولیکی	k_1	k_2	k_3
دسته موتور گشتاوری	k_4	k_5	k_6
دسته موتور روی جعبه دنده	k_7	k_8	k_9

جدول ۲. نتایج حاصل از آنالیز حساسیت.

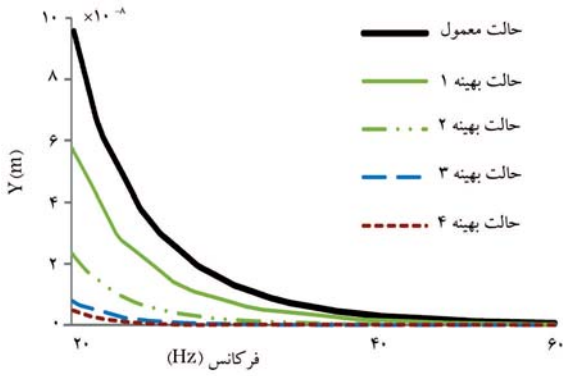
حالت	پارامترهای با تأثیر زیاد	پارامترهای با تأثیر کم
بهینه اول	$k_1, k_2, k_3, k_5, k_6, k_7, k_8, k_9$	k_4
بهینه دوم	k_4, k_5, k_6, k_8, k_9	k_1, k_2, k_7
بهینه سوم	k_2, k_5, k_6, k_9	k_1, k_3, k_4, k_7, k_8
بهینه چهارم	k_2, k_5, k_6, k_9	k_1, k_3, k_4, k_7, k_8

جدول ۶. مقادیر سختی بهینه نگه‌دارنده‌ها در حالت بهینه‌ی چهارم.

پارامتر	سختی بهینه	پارامتر	سختی بهینه
k_1^*	۸۵۰۰۰	k_6^*	۱۸۴۰۰۰
k_2^*	۲۴۷۰۰۰	k_7^*	۳۱۳۰۰۰
k_3^*	۱۲۰۰۰۰	k_8^*	۲۲۵۰۰۰
k_4^*	۹۲۴۹۰	k_9^*	۱۵۴۰۰۰
k_5^*	۲۰۴۰۰۰		

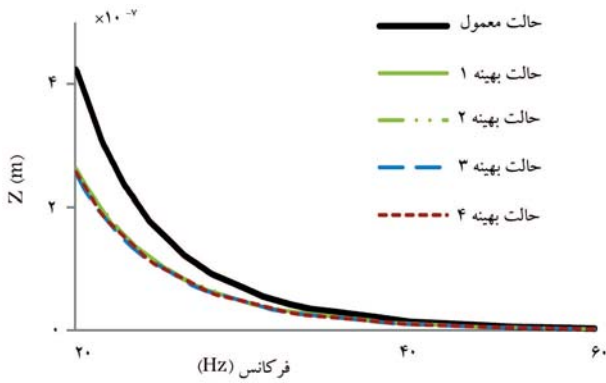
کم‌ترین مقدار تابع هدف بهینه‌ی چهارم برای حالت بهینه برابر ۴۷۹۵۶ است.

* پارامتر با تأثیر کم (از مقدار موجود استفاده شده است).

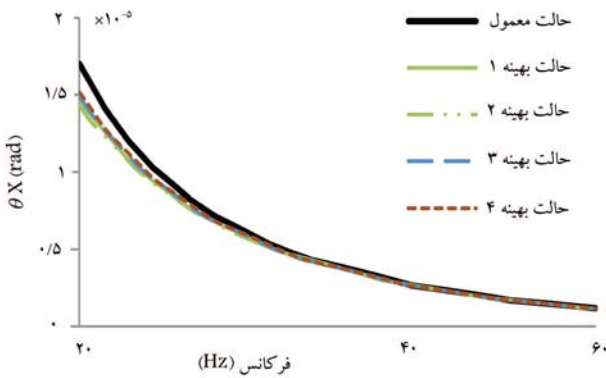


شکل ۴. پاسخ فرکانسی جابه‌جایی مرکز جرم در راستای محور y به‌ازای ورودی گشتاور واحد.

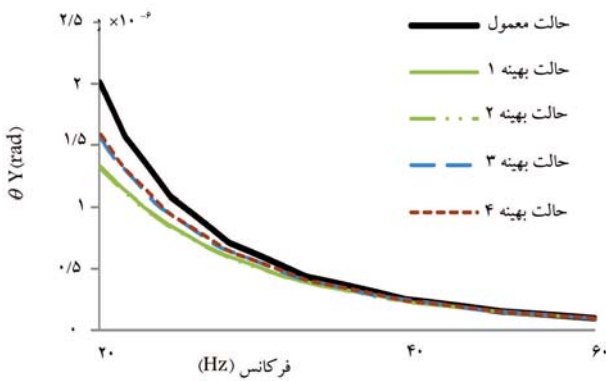
ت.



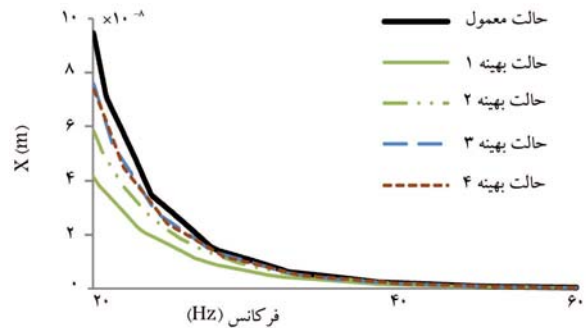
شکل ۵. پاسخ فرکانسی جابه‌جایی مرکز جرم در راستای محور z به‌ازای ورودی گشتاور واحد.



شکل ۶. پاسخ فرکانسی چرخش موتور حول محور x به‌ازای ورودی گشتاور واحد.



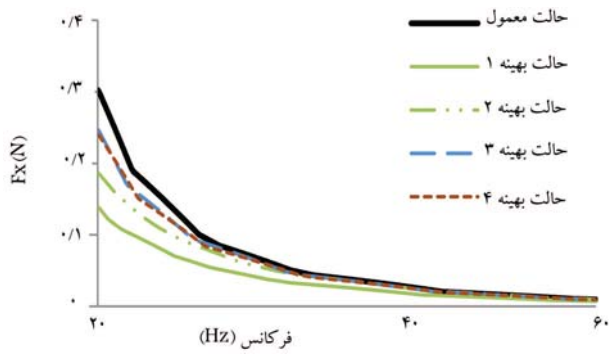
شکل ۷. پاسخ فرکانسی چرخش موتور حول محور y به‌ازای ورودی گشتاور واحد.



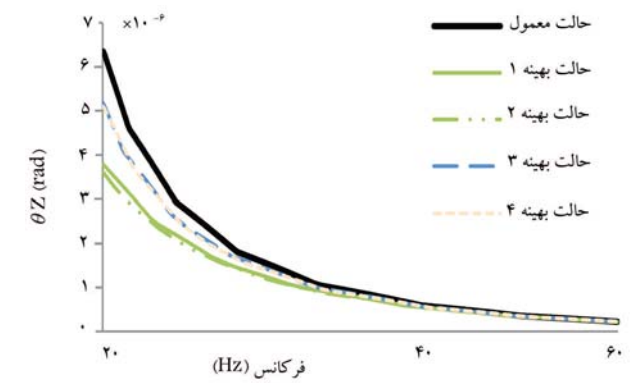
۷. نتایج و بحث

$$(\theta_x, \theta_y, \theta_z)$$

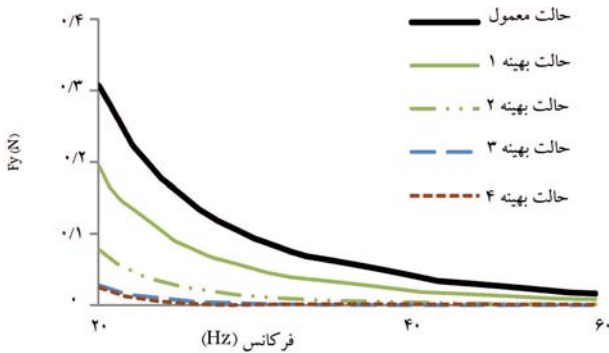
$$(x, y, z)$$



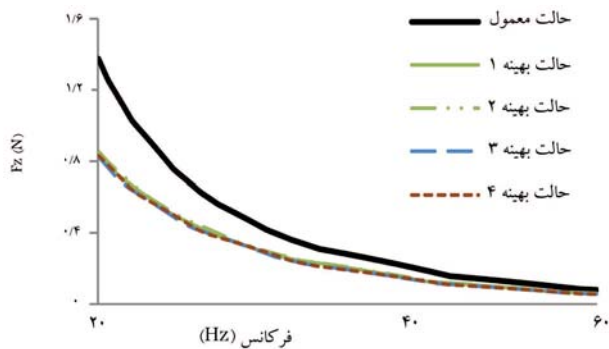
شکل ۹. پاسخ فرکانسی برآیند نیروهای منتقل شده به شاسی در راستای محور x به ازای ورودی گشتاور واحد.



شکل ۸. پاسخ فرکانسی چرخش موتور حول محور z به ازای ورودی گشتاور واحد.



شکل ۱۰. پاسخ فرکانسی برآیند نیروهای منتقل شده به شاسی در راستای محور y به ازای ورودی گشتاور واحد.



شکل ۱۱. پاسخ فرکانسی برآیند نیروهای منتقل شده به شاسی در راستای محور z به ازای ورودی گشتاور واحد.

به شاسی، مشاهده می‌شود که حالت بهینه‌ی چهارم در مجموع رفتار بهتری از خود نشان می‌دهد. بدین ترتیب، مقادیر سختی حالت بهینه‌ی چهارم که در جدول ۶ ارائه شده به عنوان مقادیر سختی بهینه‌ی نهایی در نظر گرفته می‌شود. در جدول ۷ تأثیر استفاده از مقادیر سختی حالت بهینه‌ی چهارم روی جابه‌جایی مرکز جرم موتور و نیروی منتقل شده در محل نگه‌دارنده‌ها نشان داده می‌شود.

۸. نتیجه‌گیری

با توجه به حصول جداسازی کامل مودهای ارتعاشی طی بررسی‌های به عمل آمده، و نیز با توجه به محدودیت‌های طراحی بسیار مشکل، از روش‌های بهینه استفاده

اما دلیل انتخاب فرکانس 60 هرتز به عنوان محدوده‌ی بالا، منطبق شدن نمودارهای حالت‌های مختلف بهینه در فرکانس‌های بالاتر از 60 هرتز است. در واقع در محدوده‌ی بالاتر از 60 هرتز نمودارهای حالت‌های مختلف رفتار مشابه نشان خواهند داد. با توجه به شکل‌های ۳ تا ۸ در تمامی حالت‌های بهینه، جابه‌جایی مرکز جرم موتور نسبت به حالت فعلی کاهش یافته است. با توجه به شکل‌های ۵ و ۶ حالت‌های بهینه دارای پاسخی یکسان و شبیه هم هستند. با توجه به شکل ۳، در حالت بهینه‌ی اول، جابه‌جایی مرکز جرم در راستای x کم‌تر است و با توجه به شکل ۴، در حالت بهینه‌ی چهارم، جابه‌جایی مرکز جرم در راستای y کم‌تر است. اما حالت بهینه‌ی چهارم نسبت به حالت بهینه‌ی اول در شکل ۴ حدود سه برابر بهتر از حالت بهینه‌ی اول نسبت به حالت بهینه‌ی چهارم در شکل ۳ است. بنابراین، از دیدگاه بهبود جابه‌جایی‌ها و چرخش‌های موتور حول مرکز جرم، حالت بهینه‌ی چهارم مناسب‌تر است.

در شکل‌های ۹ تا ۱۱ نمودارهای پاسخ فرکانسی برآیند نیروهای منتقل شده به شاسی در سه راستا نشان داده شده است. با توجه به نمودارهای پاسخ فرکانسی مذکور، در حالت بهینه‌ی اول برآیند نیروهای منتقل شده در راستای x و در حالت بهینه‌ی چهارم برآیند نیروهای منتقل شده در راستای y (مشابه جابه‌جایی‌های مرکز جرم) شرایط بهتری دارند و نیز در راستای z حالت‌های بهینه شرایط یکسان دارند. در شکل ۹ برآیند نیروهای منتقل شده در حالت بهینه‌ی اول در راستای x نسبت به حالت بهینه‌ی چهارم $1/8$ نیوتن (در فرکانس 20 هرتز) کم‌تر است، در حالی که در شکل ۱۰ برآیند نیروهای منتقل شده در حالت بهینه‌ی چهارم در راستای y نسبت به حالت بهینه‌ی اول $3/8$ نیوتن (در فرکانس 20 هرتز) کم‌تر است. از این رو، از دیدگاه برآیند نیروهای منتقل شده به شاسی حالت بهینه‌ی چهارم مناسب‌تر است. یادآور می‌شود تمامی شبیه‌سازی‌های ارائه شده در این تحقیق با در نظر گرفتن تحریک نیروی واحد در راستای قائم (به عنوان معیاری از نیروهای ناشی از احتراق و اینرسی در راستای قائم) نیز انجام شده که به نتایج مشابهی منجر شده است. به عبارت دیگر، نتایج به دست آمده نشان داد که با بهینه‌سازی مشخصه‌ی نگه‌دارنده‌ها براساس معیار محور گشتاور غلتشی، جابه‌جایی‌ها و چرخش‌های موتور و همچنین نیروهای منتقل شده به شاسی در اثر تحریک نیروی واحد قائم نیز کاهش یافته است که از این منظر نیز، حالت بهینه‌ی چهارم مناسب‌ترین است. بنابراین با توجه به مشابه بودن نتایج تحریک قائم با نتایج تحریک حول محور میل‌لنگ و برای جلوگیری از افزایش حجم مقاله، از آوردن نتایج مذکور صرف‌نظر شده است.

بنابراین با توجه به تحلیل‌های ارائه شده‌ی مذکور، با در نظر گرفتن هر دو دیدگاه جابه‌جایی و چرخش‌های موتور حول مرکز جرم و همچنین برآیند نیروهای منتقل شده

جدول ۷. اثر استفاده از مقادیر سختی نگره‌دارنده در حالت بهینه چهارم در مقایسه با سختی‌های موجود.

راستای x	کاهش	جابه‌جایی مرکز جرم موتور
راستای y	کاهش	
راستای z	کاهش	
حول محور x	کاهش	چرخش موتور
حول محور y	کاهش	
حول محور z	کاهش	
راستای x	کاهش	نیروی منتقل شده
راستای y	کاهش	
راستای z	کاهش	

تابع هدف حالت بهینه‌ی چهارم برای بهینه‌سازی سیستم نگره‌دارنده موتور پیشنهاد می‌شود.

لازم به ذکر است که در این مقاله، محدوده‌ی فرکانسی بالای 20 هرتز، یعنی محدوده‌ی دوره‌های کاری موتور مورد بررسی قرار گرفته است و بنابراین، مقادیر بهینه‌ی به دست آمده از سختی نگره‌دارنده‌ها باعث بهبود رفتار ارتعاشی موتور در دوره‌های کاری آن می‌شود. از طرفی، بخش دیگری از ارتعاشات موتور شامل ارتعاشات ناشی از تحریک جاده، ارتعاشات موتور در لحظه‌ی راه‌اندازی آن و... است که در محدوده‌ی فرکانسی کم‌تر از 20 هرتز اتفاق می‌افتد. از آنجا که همه‌ی فرکانس‌های طبیعی موتور در محدوده‌ی فرکانسی پایین قرار دارد، دامنه‌ی ارتعاشات ایجاد شده در این محدوده بالاست که برای کاهش آن، ایجاد میرایی مناسب در سیستم نگره‌دارنده‌های موتور لازم است. بنابراین، برای کاهش ارتعاشات فرکانس پایین موتور (ناشی از تحریک جاده و...) باید میرایی مناسبی برای نگره‌دارنده‌ها، و از جمله نگره‌دارنده‌ی هیدرولیکی در نظر گرفته شود. این امر، در طراحی جزئی نگره‌دارنده‌ی هیدرولیکی باید لحاظ شود. به عبارت دیگر، برای بهبود رفتار ارتعاشی موتور در دوره‌های کاری آن (فرکانس‌های بالا) باید مقادیر مناسب برای سختی نگره‌دارنده‌ها انتخاب شود (چنان که در این مطالعه نیز انجام شده است) و برای بهبود رفتار ارتعاشی موتور در فرکانس‌های پایین باید میرایی مناسب برای نگره‌دارنده‌ها، به خصوص نگره‌دارنده‌ی هیدرولیکی، تعیین شود.

تشکر و قدردانی

نویسندگان این مقاله مراتب تشکر و قدردانی خود را از «شرکت تحقیق، طراحی و تولید موتور ایران خودرو (ایپکو)» برای تأمین اطلاعات مورد نیاز این پژوهش مربوط به موتور ملی شامل اطلاعات جداول ۱، ۲ و ۳ پیوست و شکل‌های ۱ و ۲، اعلام می‌دارند.

می‌شود. در روش‌های بهینه‌سازی شکل مودهای سیستم نزدیک به محور گشتاور غلتشی یا محور میل‌لنگ می‌شوند. در پژوهش‌های انجام شده در این زمینه معمولاً از تابع هدف معین استفاده شده، اما در این پژوهش چهار تابع هدف مختلف به منظور جداسازی مودهای ارتعاشی موتور در نظر گرفته شده و نتایج حاصل از آن‌ها با یکدیگر مقایسه شده‌اند. چنان که در نمودارهای پاسخ فرکانسی دیده شد، در تمام حالت‌های بهینه‌ی در نظر گرفته شده، شرایط ارتعاشی موتور نسبت به حالت معمول بهتر شده بود. اما در بین روش‌های مختلف بهینه‌سازی، حالت بهینه‌ی چهارم نتایج بهتری نسبت به بقیه‌ی حالات در بر داشت. بنابراین براساس نتایج به دست آمده در این پژوهش، با استفاده از روش‌های مختلف بهینه‌سازی می‌توان به سختی‌های مناسب نگره‌دارنده‌ها برای بهبود رفتار ارتعاشی موتور دست یافت و استفاده از

پانویس‌ها

1. engine mounts
2. decoupling
3. torque roll axis (TRA)
4. mode kinetic energy distribution
5. Modefrontier
6. Matlab
7. Catia
8. Abaqus
9. Ansys

منابع (References)

1. Geck, P.E. and Patton, R. "Front wheel drive engine mount optimization", SAE Technical Paper 840736 (1984).
2. Jeong, T. and Singh, R. "Analytical methods of decoupling the automotive engine torque roll axis", *Journal of Sound and Vibration*, **234**(1), pp. 85-114 (2000).

3. Weng, J. "Robust optimization design of the power-train mounting system of the light truck", SAE Technical Paper 07010556 (2007).
4. Dai, F., Wu, W., Wang, H., Liu, Q., Ma, F. and Zhao, F. "Study on mount matching optimization for removing powertrain abnormal low frequency vibration", in *Proceedings of the FISITA 2012 World Automotive Congress*, Springer, **201**, pp. 417-429 (2013).
5. Suh, M., Shim, M., Kim, M. and Hong, S. "Multidisciplinary design optimization of engine mounts with consideration of the driveline", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, **217**(2), pp. 107-114 (2003).
6. Kolte, S., Neihguk, D., Prasad, A. and Rawte, S. "A particle swarm optimization tool for decoupling automotive powertrain torque roll axis", SAE Technical Paper 14011687 (2014).
7. Erdelyi, H.E., Roesems, D., Toso, A. and Donders, S. "Powertrain mounting system layout for decoupling rigid-body modes in the vehicle concept design stage", SAE Technical Paper 13011706 (2013).

8. Chen, S., Wei, Q., Huang, J., Yin, G. and Li, Z. "An equivalent model for modal analysis of engine mounting system", *2nd International Conference on Electronic & Mechanical Engineering and Information Technology*, pp. 1128-1132 (2012).
9. Kuduva Shanthulal, V., Marudachalam, K., Pattabiraman, V. and Jabez Dhinagar, S. "Single cylinder diesel engine mount configuration for reduced vibration in a three-wheeled vehicle", SAE Technical Paper 14320123 (2014).
10. Meriam, J.L. and Kraige, L.G., *Engineering Mechanics, Dynamics*, 5th Edn, John Wiley and Sons, Inc. (2002).
11. Parker, G.R., Rose, T.L. and Brown, J.J. "Kinetic energy calculation as an aid to instrumentation location in modal testing", in *1990 MSC World Users Conference* (1990).
12. Wamsler, M. and Rose, T. "Advanced mode shape identification method for automotive application via modal kinetic energy plots assisted by numerous printed outputs", in *Proceedings of the MSC—Americas users' Conference*, Universal City, California (1998).
13. Courteille, E., Mortier, F., Leotoing, L. and Ragneau, E. "Multi-objective robust design optimization of an engine mounting system", SAE Technical Paper 05012412 (2005).

پیوست

جدول ۳ پیوست. مقادیر ممان اینرسی جرمی و جرم موتور.

$0,261$	$I_{yz} \text{ (kg.m}^2\text{)}$	$6,84$	$I_{xx} \text{ (kg.m}^2\text{)}$
$-1,96$	$I_{zx} \text{ (kg.m}^2\text{)}$	$12,5$	$I_{yy} \text{ (kg.m}^2\text{)}$
$204,15$	$m \text{ (kg)}$	$10,5$	$I_{zz} \text{ (kg.m}^2\text{)}$
		$1,05$	$I_{xy} \text{ (kg.m}^2\text{)}$

جدول ۴ پیوست. فرکانس‌های طبیعی سیستم نگه‌دارنده موتور برای حالت‌های مختلف (HZ).

معمول	بهینه‌ی ۱	بهینه‌ی ۲	بهینه‌ی ۳	بهینه‌ی ۴	
$6,88$	$6,38$	$6,85$	$6,49$	$7,62$	ω_1
$7,62$	$6,62$	$7,6$	$7,61$	$9,08$	ω_2
$8,96$	$8,28$	$8,32$	$8,84$	$10,77$	ω_3
$11,8$	$11,56$	$11,52$	$10,58$	$12,1$	ω_4
$13,14$	$12,84$	$13,62$	$11,97$	$6,57$	ω_5
$15,45$	$14,64$	$14,92$	$15,26$	$15,64$	ω_6

جدول ۱ پیوست. مقادیر سختی نگه‌دارنده‌های موتور ملی.

دسته موتور	k_z (N/m)	k_y (N/m)	k_x (N/m)
نگه‌دارنده‌ی هیدرولیکی	20000	190000	85000
نگه‌دارنده‌ی گشتاوری	261905	232323	92490
نگه‌دارنده روی جعبه‌دنده	220000	225000	313000

جدول ۲ پیوست. موقعیت نگه‌دارنده‌ها نسبت به مرکز جرم.

a_z (m)	a_y (m)	a_x (m)
$0,187$	$-0,02$	$-0,405$
$-0,252$	$0,216$	$-0,133$
$0,05$	$0,059$	$0,452$

a_{zi}, a_{yi}, a_{xi} موقعیت مکانی هر یک از نگه‌دارنده‌ها نسبت به مرکز جرم موتور است.