مهندسی مکانیک شریف، (بهار ۱۳۹۷)
دوره‌ی ۳ - ۳۴، شماره‌ی ۱، ص. ۶۳-۷۲

Original Article

بهبود کارآمدی عملیاتی کوادروتورهای گام متغیر با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی نرم بی‌نهایت و سنتز μ

یاسین سرافراز (دانشجوی دکتری)
فرید شاهمیری* (استادیار)
سید حسین ساداتی (دانشیار)
دانشکده‌ی مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک‌اشتر

این تحقیق با هدف بهبود کارآمدی کوادروتورهای گام متغیر در پرواز ایستا با چشم‌انداز تحقق پرواز معکوس و پایدار تدوین شده است. متدولوژی حل مبتنی بر استخراج معادلات حرکت شش درجه آزادی، محاسبه‌ی شرایط تریم، خطی‌سازی معادلات حول این شرایط و نهایتاً طراحی، پیاده‌سازی و الحاق یک کنترل‌کننده مقاوم برای کوادروتور منتخب با زاویه گام پره‌های قابل تنظیم طرح ریزی‌شده است. مدل آیرودینامیک روتورهای اصلی در رینولدزهای کوچک محاسبه و مدل دینامیکی سامانه پیشرانش الکتریکی با تلفیق نظریه ممنتم ـ المان پره به‌خوبی استخراج شده است. سامانه‌ی کنترل مقاوم این تحقیق شامل دو حلقه‌ی کنترل وضعیت و موقعیت است که عدم قطعیت‌های بدون ساختار را با استفاده از بهینه‌سازی نرم بی‌نهایت و عدم قطعیت‌های ساختاریافته را با روش سنتز μ کنترل می‌کند. نتایج نشان می‌دهد با ۳۰ درصد عدم قطعیت در ضرایب آیرودینامیک و دیگر مشخصات، پایداری پرواز ایستا محرز و پرواز معکوس پایدار به‌عنوان یک توانمندی جدید در کوادروتور گام متغیر امکان‌پذیر می‌شود.

واژگان کلیدی: کوادروتور گام متغیر، پرواز ایستا، مدل‌سازی آیرودینامیک، کنترل مقاوم، بهینه‌سازی.

aero8186@mut.ac.ir
fsh@mut.ac.ir
hsadaty@mut.ac.ir

۱. مقدمه

به‌طور کلی کوادروتور پهپاد بالگرد با قابلیت نشست و برخاست عمودی است که در آن از چهار روتور اصلی برای هدایت و کنترل پرنده استفاده می‌شود. معمولاً هدایت و کنترل این پرنده با تغییر سرعت دوران روتورهای اصلی و درنتیجه تغییر نیرو و گشتاورهای حول مرکز ثقل بدنه انجام می‌شود. مطالعات و بررسی‌ها نشان می‌دهد که سال‌های متمادی است بالگردها با تغییر زاویه‌ی گام پره‌های روتور اصلی قادر به ارائه‌ی سطح قابل قبولی از عملکرد در فازهای ایستا و کروز شده‌اند. این قابلیت با نصب سامانه‌ی کنترل پرواز و استفاده از سازوکار صفحه‌ی رقصان و تولید ورودی زاویه‌ی گام کالکتیو و زاویه‌ی گام سایکلیک ایجاد شده است. صرف نظر از ورودی سایکلیک، با استفاده از ورودی زاویه کالکتیو (تغییر یکسان زاویه گام پره‌ها) که اصولاً منجر به تغییر اندازه نیروی تراست می‌شود می‌توان قدرت مانورپذیری و چالاکی در یک کوادروتور را افزایش داد و البته این موضوع محور مطالعات در بررسی حاضر است. این افزایش قدرت مانورپذیری به دلیل تغییر زاویه گام پره‌های روتور اصلی و درنتیجه تغییر زاویه حمله پره‌ها و به دنبال آن تغییر نیروی برآ یا تراست روتور اصلی است. اگرچه روتورهای اصلی به انواع مختلف با کاربرد خاص خود تقسیم می‌شود، به‌دلیل سادگی ساختار مکانیکی در این تحقیق فرض می‌شود روتور اصلی کوادروتور از نوع روتورهای الاکلنگی یا اصطلاحاً نیمه‌صلب است. مطالعات و بررسی‌ها نشان می‌دهد که در این ساختار دوپره‌یی هرگاه یک پره به سمت بالا حرکت کند پره دیگر به سمت پایین رانده می‌شود به‌طوری‌که فرکانس بی‌بعد حرکت فلپینگ[1] روتور اصلی مقداری واحد خواهد شد. به‌این‌ترتیب، در این روتورها اختلاف فاز بین ورودی (زاویه‌ی گام کالکتیو و سایکلیک طولی و عرضی) و خروجی روتور اصلی (زاویه‌ی فلپینگ روتور اصلی) ۹۰ درجه است.

از نگاهی دیگر، تبدیل کوادروتور به یک کوادروتور گام متغیر گامی مؤثر در توسعه‌ی پاکت پروازی کوادروتورهای گام ثابت است. درواقع سازوکار گام متغیر تمهیدی در جهت افزایش قابلیت پروازی و سرعت‌بخشی به عملیاتی است که در کوادروتورهای گام ثابت به‌علت بالابودن لختی روتورهای اصلی دسترسی به آن‌ها غیرممکن شده است. علاوه بر این، پرواز معکوس نیز قابلیت جدیدی است که می‌تواند در مأموریت

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۵/۱۸، اصلاحیه ۱۳۹۵/۸/۱۸، پذیرش ۱۳۹۵/۹/۱۵.
DOI:10.24200/J40.2018.6390

کوادروتورهای با زاویه‌ی گام متغیر لحاظ شود و البته کاربرد آن در پروازهای دسته‌جمعی و عملیات گروهی بسیار حائز اهمیت است.

مطالعات و بررسی‌ها نشان می‌دهد که تحقیقات گسترده‌یی در زمینه‌ی کوادروتورهای گام ثابت صورت گرفته است. لی[۱] و طیبی[۲] کنترل‌کننده‌های تناسبی ـ مشتقی ـ انتگرالی را روی کوادروتور گام ثابت پیاده‌سازی و شبیه‌سازی کرده‌اند. استفاده از بردارهای کواترنیونی و پایدارسازی پرنده در یک مانور ساده در این تحقیق‌ها ارائه شده است.

مارتین[۳] به‌دلیل الزامات رژیم پروازی، تحلیل آیرودینامیکی پرنده در رژیم پروازی رینولدز پایین را برای بهبود مدل‌سازی یک بالگرد بدون سرنشین همراه با طراحی کنترل‌کننده‌ی خطی در حلقه داخلی و کنترل‌کننده‌ی H_∞ در حلقه‌ی خارجی ارائه کرد. توسعه‌ی روابط آیرودینامیکی پره باعث افزایش دقت معادلات دینامیکی پرنده و درنتیجه کاهش عدم قطعیت معادلات پرواز شده است.

پیلز[۴] با توجه به عدم قطعیت در حس‌گرهای اندازه‌گیری و موقعیت‌سنجی، کنترل‌کننده‌ی مقاوم H_∞ را برای پرواز گروهی کوادروتور گام ثابت طراحی و مدل‌سازی کرد. استفاده از این نوع کنترل‌کننده منجر به تضمین پایداری پرنده در حضور عدم قطعیت‌های مدل‌سازی و آیرودینامیکی و بهبود توانمندی پرنده‌ها در پرواز گروهی شد.

چوتن[۵] نیز با استفاده از کنترل‌کننده‌ی مقاوم مود لغزشی، رفتار کوادروتور گام ثابت را در حضور نامعینی‌های پارامتریک مدل‌سازی غیرخطی و عدم قطعیت‌ها بدون ساختار بهبود بخشید. در سال‌های اخیر نیز لوایی[۶] برای یک ربات پرنده‌ی چهارپره‌ی گام ثابت، کنترل‌کننده‌ی مقاوم را با استفاده از تکنیک مود لغزشی برای تعقیب مسیر توسعه داد.

بررسی‌ها همچنین نشان می‌دهد که چنگ پنگ[۷] کنترل‌کننده‌ی مقاوم مود لغزشی را در ترکیب با روش کنترلی بازگشت به عقب و استفاده از شبکه‌ی عصبی در یک پرنده‌ی هشت روتوره استفاده و با پیش‌بینی عدم قطعیت‌های مدل‌سازی، پایداری پرنده را در حضور عدم قطعیت‌ها و همچنین اغتشاشات خارجی تضمین کرد. دادگر[۸] با استفاده از روش کنترل گام به عقب و الگوریتم ژنتیک، مقاومت سیستم کنترلی را در مقابل عدم قطعیت جرم کوادروتور گام ثابت نشان داد.

مطالعات و بررسی‌ها نشان می‌دهد که علاوه بر موارد فوق، کوادروتورها بستر مناسبی برای توسعه و آزمایش انواع کنترل‌کننده‌های خطی و غیرخطی ـــ اعم از لیاپانوف، LQR، PID، مود لغزشی و غیره ـــ خواهند بود. به‌عنوان نمونه، بوعبدالله[۹] با ساخت و پیاده‌سازی انواع روش‌های کنترلی روی یک کوادروتور آزمایشگاهی پرواز خودکار در فاز پرواز ایستا و نشست‌وبرخاست را روی پرنده پیاده‌سازی کرد.

بررسی‌های بیشتر در این زمینه نشان می‌دهد که توسعه‌ی مأموریت کوادروتورهای گام ثابت با سازوکار تغییر زاویه‌ی گام پره‌های روتور اصلی اولین بار توسط آستین[۱۰] بررسی شد. وی موفق به ساخت یک کوادروتور با سازوکار گام متغیر شد. البته در نتایج این تحقیق گزارشی از طراحی سامانه‌ی کنترل خودکار یا طراحی کنترل‌کننده‌ها ارائه نشده است.

در ادامه، می‌چینی[۱۱] و کاتلر[۱۲] کنترل‌کننده‌ی خطی را برای کوادروتور گام متغیر طراحی، و سپس بهینه‌سازی دوبعدی مسیر را در آن پیاده‌سازی کرده‌اند. پس از ایشان شنگ[۱۳]، پانیزا[۱۴] و گوپتا[۱۵] توسعه‌ی روش‌های کنترل غیرخطی و بهینه را برای این‌گونه وسایل پرنده ارائه کرده‌اند.

چنان که اشاره شد تقریباً اکثر فعالیت‌های علمی روی کوادروتور گام ثابت و بدون قابلیت تغییر زاویه‌ی گام پره روتور اصلی انجام شده است. تجربه نشان می‌دهد که کوادروتور گام ثابت توانمندی پرواز معکوس را ندارد و علاوه بر آن به‌دلیل حضور اثرات پدیده‌ی ژیروسکوپی و پیچیده‌ترشدن سیستم کنترل با افزایش وزن، دارای محدودیت وزنی هستند. همچنین به‌دلیل ساده‌سازی مدل‌سازی سیستم پیشران و نادیده گرفتن الزامات رژیم پروازی رینولدز پایین در اغلب مدل‌سازی‌ها عدم قطعیت وجود دارد. لذا در تحقیق حاضر ابتدا مدل دینامیکی جامع (به انضمام دینامیک موتور) مبتنی بر نظریه‌ی ممنتم و المان پره، برای کوادروتور گام متغیر (در رژیم پروازی رینولدز پایین) استخراج می‌شود. مدل ریاضی سیستم پیشران منجر به توسعه‌ی درک سازوکار شده و ابزار مناسبی را برای شبیه‌سازی و مقایسه‌ی سازوکارهای مختلف پیشرانه ارائه می‌کند. لذا با استفاده از مدل دینامیکی، پایداری و عملکرد سازوکارهای گام ثابت و متغیر مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی بیانگر برتری سازوکار گام متغیر در پرواز مانور و چالاک است.

در ادامه با توجه به افزایش چالاکی و گسترش پاکت پروازی کوادروتور گام متغیر نسبت به کوادروتور گام ثابت، برای تضمین پایداری با استفاده از بهینه‌سازی H_∞ کنترل‌کننده‌ی وضعیت و موقعیت طراحی می‌شود. البته به‌دلیل وجود قطب مرتبه‌ی دوم در مبدأ، انتقال دوخطی معادلات در محیط لاپلاس برای حل معادلات ریکاتی انجام و کنترل‌کننده‌ی بهینه H_∞ با استفاده از حل معادلات تحلیلی به دست می‌آید. کنترل‌کننده‌ی حاصل از بهینه‌سازی H_∞ دارای رفتاری پایدار و البته محافظه‌کارانه است. لذا برای کاهش محافظه‌کاری سیستم و بهبود چالاکی، با مدل‌سازی عدم قطعیت‌ها، از روش دیگری در کنترل مقاوم به‌نام «سنتز» μ استفاده شده است. این کنترل‌کننده، علاوه بر پایدارسازی پرنده در مقابل عدم قطعیت‌ها، مانور پرواز معکوس پایدار را به‌عنوان یک مانور چالاک شبیه‌سازی می‌کند.

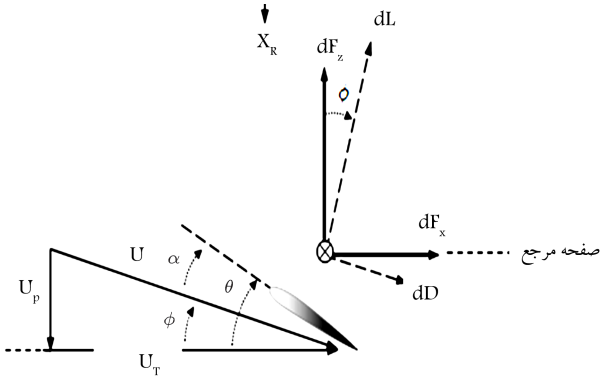
۲. مدل آیرودینامیک روتور اصلی

در این قسمت نخست از تلفیق نظریه‌ی ممنتم و المان پره، برای محاسبه‌ی نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی روتور اصلی در پرواز ایستا استفاده می‌شود.[۱۶] براساس این نظریه، و با فرض استاندارد بودن روتور اصلی متشکل از پره‌هایی با ایرفویل، می‌توان نشان داد که نیروها و گشتاورهای آیرودینامیکی در یک المان دیفرانسیلی به‌ضخامت dy و به فاصله‌ی y از مرکز دوران روتور اصلی (شکل‌های ۱ و ۲) برابر است با:

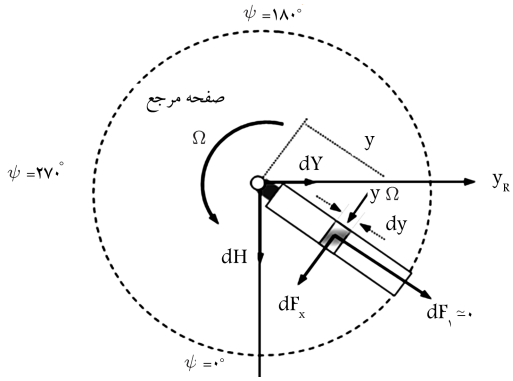
$$dL = \frac{1}{2}\rho c v^2 C_{L_\alpha}\alpha dy \qquad (1)$$

$$dD = \frac{1}{2}\rho c v^2 C_d dy \qquad (2)$$

که در آن ρ چگالی هوا، c وتر پره، و v سرعت خطی المان است. همچنین $C_{L\alpha}$ شیب منحنی برآ و C_d ضریب نیروی پسای المان است. با توجه به شکل ۱ واضح



شکل ۱. نمایش سرعت و نیرو آیرودینامیکی المان دیفرانسیلی پره.



شکل ۲. نمایش المان دیفرانسیلی پره در صفحه روتور اصلی.

است:

$$v = \sqrt{(u_p)^2 + (u_T)^2} \qquad (۳)$$

که در آن u_p سرعت القایی عمود بر پره و u_T سرعت افقی حاصل از دوران پره است. با توجه به $u_T >> u_p$ در شرایط پرواز ایستا می‌توان نتیجه گرفت:

$$v = u_T = \Omega y \qquad (۴)$$

که در آن Ω سرعت دورانی روتور اصلی و y فاصله‌ی المان از مرکز پره است. از سوی دیگر، مطابق شکل می‌توان نشان داد که تصویر نیروهای پسا و برآی المان در صفحه روتور اصلی (صفحه هاب) عبارت خواهد بود از:

$$dT = dL\cos\varphi - dD\sin\varphi \qquad (۵)$$

$$dQ = (dL\sin\varphi + dD\cos\varphi)\, y \qquad (۶)$$

در رابطه‌ی فوق φ زاویه حمله جریان داخلی (شکل ۱)، dQ و dT به ترتیب گشتاور آیرودینامیکی و تراست المان دیفرانسیلی حول مرکز دوران روتور اصلی است.

با جایگذاری رابطه‌ی ۴ در رابطه‌ی ۱ و فرض R به‌عنوان شعاع پره و سرعت القایی یکنواخت در روتور اصلی، با انتگرال‌گیری از معادله‌ی ۵ در طول پره می‌توان نشان داد که تراست روتور اصلی برابر است با:

$$T = \rho c_{۳/۴} \Omega^2 R^3 C_{L_\alpha} \frac{\theta}{۳} \qquad (۷)$$

همچنین مقدار گشتاور مورد نیاز برای دوران پره به‌صورت زیر است:

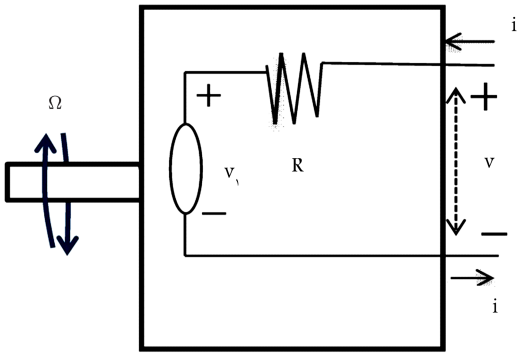
$$Q_L = \rho c_{۳/۴} R^4 \Omega^2 \left(\frac{C_{D_0} + C_{D_i}\theta^2}{۴} - \frac{C_{L\alpha}\theta}{۳R\Omega} \right) \qquad (۸)$$

که در آن C_{D_0} و C_{D_i} به‌ترتیب ضریب پسای القایی و ضریب پسا در زاویه‌ی حمله‌ی صفر پره، θ زاویه‌ی گام پره و $c_{۳/۴}$ مقدار معادل وتر در پره‌های ذوزنقه‌یی است.

۱.۲. مدل ریاضی موتور الکتریکی

برای تکمیل مدل ریاضی کوادروتور گام متغیر، با توجه به شکل ۳ و با استفاده از قانون کیرشهف[۱۷] می‌توان نوشت؛

$$v = Ri + \frac{\Omega}{K_V} \qquad (۹)$$



شکل ۳. مدار معادل یک موتور الکتریکی.

که در آن K_V ثابت موتور برحسب (رادیان بر ثانیه ـ ولت)، R مقاومت داخلی موتور و Ω سرعت دورانی روتور اصلی است. مقدار جریان مصرفی نیز در موتور برحسب مقدار سرعت دوران از رابطه‌ی ۱۰ محاسبه می‌شود:

$$i = \frac{1}{R}\left(v - \frac{\Omega}{K_V}\right) \qquad (۱۰)$$

$$I\dot{\Omega} = Q_M - Q_L \qquad (۱۱)$$

در معادله‌ی ۱۱ شتاب زاویه‌یی روتور اصلی Q_L و Q_M به‌ترتیب گشتاور مورد نیاز و گشتاور تولیدی موتور و I ممان اینرسی قطعات گردنده‌ی سامانه‌ی پیشران است. گشتاور موتور الکتریکی را می‌توان از اختلاف جریان i و جریان بدون بار i_0، تقسیم بر K_q ثابت گشتاور که برحسب Amp/Nm بیان می‌شود، به دست آورد:

$$Q_M = \frac{(i - i_0)}{K_q} \qquad (۱۲)$$

با جایگزینی معادلات ۱۲ و ۱۰ در رابطه‌ی ۱۱ مدل موتور الکتریکی چنین خواهد شد:

$$I\dot{\Omega} = \left[\left(v - \frac{\Omega}{K_V}\right)\frac{1}{R} - i_0\right]\frac{1}{K_q} - Q_L \qquad (۱۳)$$

با جایگزینی رابطه‌ی ۸، در معادله‌ی ۱۳ مدل دینامیکی روتور اصلی و موتور چنین خواهد شد:

$$I\dot{\Omega} = \left[\left(v - \frac{\Omega}{K_V}\right)\frac{1}{R} - i_0\right]\frac{1}{K_q} - \rho c R^4 \Omega^2 \left(\frac{C_{D_0} + C_{D_i}\theta^2}{۴} - \frac{C_{L\alpha}\theta}{۳R\Omega} \right) \qquad (۱۴)$$

مطابق رابطه‌ی ۱۴ واضح است که تغییرات سرعت دورانی مجموعه‌ی پیشران (روتور اصلی) هم‌زمان به ولتاژ موتور و زاویه‌ی حمله (گام) پره وابسته است.

برای به دست آوردن توابع تبدیل سیستم پیشران با استفاده از بسط تیلور و صرف نظرکردن جملات مرتبه دوم به بالا، در پرواز ایستا و با فرض سرعت ثابت دورانی روتور اصلی و زاویه تعادل گام پره (θ_0, Ω_0)، معادله‌ی ۱۴ خطی‌سازی می‌شود:

$$\Delta\dot{\Omega} = -\frac{1}{I}\begin{bmatrix} \frac{1}{RK_VK_Q} + ۲\rho c R_p^4 \frac{C_{D_0}}{۴}\Omega_0 + \dots \\ \dots ۲\rho c R_p^4 \frac{C_{D_i}}{۴}\Omega_0\theta_0^2 - \rho c R_p^4 \frac{C_{L\alpha}}{۳R_p}\theta_0 \end{bmatrix}\Delta\Omega + \frac{1}{I}\begin{bmatrix} \frac{1}{RK_Q} - ۲\rho c R_p^4 \frac{C_{D_i}}{۴}\Omega_0^2\theta_0 + \rho c R_p^4 \frac{C_{L\alpha}}{۳R_p}\Omega_0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta v \\ \Delta\theta\end{bmatrix} \qquad (۱۵)$$

که در آن Ω به‌عنوان متغیر حالت و (v, θ) به‌عنوان ورودی سیستم تعریف شده است. یادآور می‌شود شعاع پره جهت تفکیک از مقاومت الکتریکی موتور با R_p نمایش داده شده است. معادله‌ی ۱۵ رابطه‌ی تغییر سرعت دوران روتور اصلی را به تغییرات ولتاژ و زاویه‌ی گام پره ارائه داده و امکان مقایسه‌ی رفتار دینامیکی کوادروتورهای گام متغیر و گام ثابت با یکدیگر را ایجاد کرده است.

۳. ضرایب آیرودینامیکی پره در رینولدز پایین

در یک کوادروتور به‌دلیل ابعاد کوچک، مقدار عدد رینولدز پایین است و درنتیجه جریان آرام منجر به الزامات آیرودینامیک خاصی می‌شود. به‌عبارت دیگر، این پدیده باعث پیچیدگی محاسبه‌ی ضرایب آیرودینامیکی در کوادروتورها[۱۸] خواهد شد.

در این تحقیق برای پیاده‌سازی روابط، کوادروتوری را با مشخصات فنی جدول ۱ در نظر می‌گیریم. بیشینه عدد رینولدز روی پره روتور اصلی در فاز پرواز ایستا حدود $۱۰^۵$ است. با توجه به عدد پایین رینولدز، با استفاده از نرم‌افزار XFOIL ضرایب آیرودینامیکی المان پره (ایرفویل NACA ۰۰۰۹) محاسبه و در جدول ۲ ارائه شده است. در جدول ۳ نیز مشخصات موتور الکتریکی مورد استفاده تشریح شده است.

۴. شبیه‌سازی سازوکارهای گام متغیر و گام ثابت

تغییرات نیروی تراست برحسب گام پره و سرعت دورانی روتور اصلی درکوادروتور گام متغیر در شکل ۴ ارائه شده است. عملکرد کوادروتور گام متغیر با بارگذاری ضرایب جدول ۲ در معادلات ۷ و ۸ به دست آمده است.

جدول ۱. مشخصات کوادروتور گام متغیر.[۱۲]

متغیر	آحاد	مقدار
بیشینه وزن برخاست (W)	kg	۰/۶
موتور الکتریکی		AXI-۲۲۰۸
ممان اینرسی I_z	$kg.m^۲$	۰/۰۱۳
ممان اینرسی I_x	$kg.m^۲$	۰/۰۰۷۵
ممان اینرسی I_y	$kg.m^۲$	۰/۰۰۷۵
طول بازوی پیشران (L)	cm	۱۷
ایرفویل پره		NACA ۰۰۰۹
وتر پره	cm	۲/۵
شعاع پره	cm	۱۱
ممان اینرسی قطعات گردنده‌ی سامانه‌ی پیشران (I)	$kg.m^۲$	۰/۰۰۰۷

جدول ۲. ضرایب آیرودینامیکی ایرفویل ناکا ۰۰۰۹ در ماخ ۰/۱ و رینولدز $۱۰^۵$.

CL_α	$CL_۰$	$C_{D_۰}$	$C_{D_i} = C_{D_۲}$
۲/۸۷	۰	۰/۰۱۲۳	۰/۰۲۱

جدول ۳. مشخصات موتور AXI-۲۲۰۸.[۱۲]

$i_۰$	R	K_q	K_V
۰/۳۵	۰/۲۶	۱۰۰	۱۱۰۰

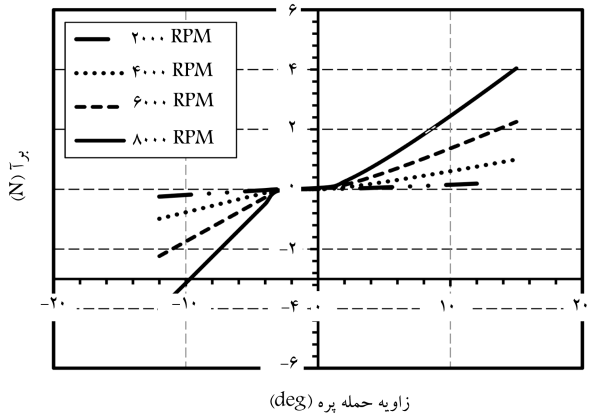
چنان که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، تراست مورد نیاز روتور اصلی برای پرواز ایستای پرنده‌ی شاهد با وزن ۶۰۰ گرم در ترکیبات مختلفی از سرعت دورانی روتور اصلی و زاویه‌ی گام (زاویه‌ی حمله) قابل دست‌یابی است. سرعت تغییر تراست به‌ازای تغییرات زاویه‌ی گام پره بسیار بالاتر از سرعت تغییر نسبت به تغییرات سرعت دوران روتور اصلی است که بدون تردید این نقطه‌ی قوت کوادروتور گام متغیر نسبت به گام ثابت است. معادله‌ی ۱۵ صورت فضای حالت تغییرات سرعت دورانی روتور اصلی به متغیرهای زاویه‌ی گام (زاویه‌ی حمله) و سرعت دورانی روتور اصلی است؛ لذا با به دست آوردن توابع تبدیل ۱۵ در فضای لاپلاس برای یک مجموعه پیشران با دو سازوکار مختلف، واضح است که:

$$\frac{\Delta T(s)}{\Delta v(s)} = \frac{۰/۲۱۷۲}{s + ۰/۵۳۶} \quad (۱۶)$$

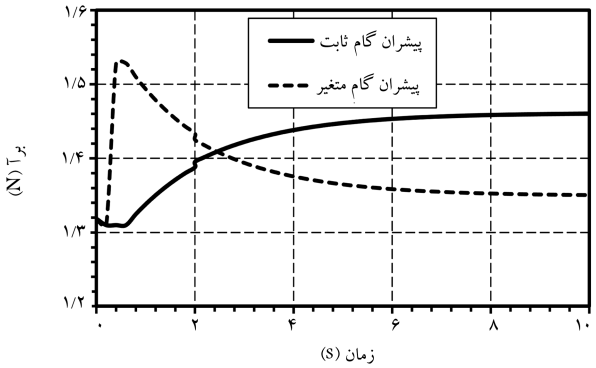
$$\frac{\Delta T(s)}{\Delta \theta(s)} = \frac{۶/۷۴۲s + ۳/۱۶۱}{s + ۰/۵۳۶} \quad (۱۷)$$

برای ارزیابی سازوکارهای گام ثابت و گام متغیر، سرعت دورانی در پرنده روی مقدار ۸۰۰۰ دور بر دقیقه معادل حدود ۸۵۰ رادیان بر ثانیه در نظر گرفته شده است. همچنین زاویه‌ی گام روتور اصلی نیز مقدار $\theta = ۷^\circ$ است. با این شرایط اولیه پاسخ سامانه‌ی پیشران به فرمان تراست پله واحد، در اشکال ۵ و ۶ نشان داده شده است.

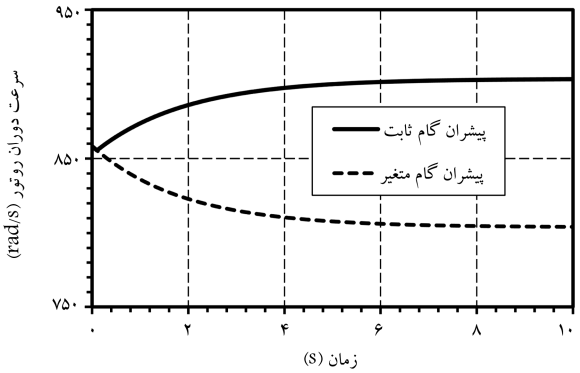
همان‌گونه که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، سامانه‌ی گام متغیر از سرعت بالاتری برخوردار است. می‌توان نشان داد هنگامی که مقدار زاویه‌ی گام پره افزایش می‌یابد، اندازه سرعت دورانی روتور اصلی کاسته شده و به انرژی پتانسیل حاصل از افزایش



شکل ۴. تغییرات تراست برحسب زاویه‌گام و سرعت دوران روتور اصلی درکوادروتور گام متغیر.



شکل ۵. پاسخ سامانه‌ی پیشران به‌فرمان پله واحد افزایش تراست.



شکل ۶. سرعت دورانی روتور اصلی به‌فرمان افزایش تراست.

ارتفاع پرنده تبدیل می‌شود. بر این اساس می‌توان نتیجه گرفت بخشی از انرژی جنبشی ذخیره شده در پره باعث افزایش مقدار برآ می‌شود (شکل ۶).

۵. مدل دینامیکی کوادروتور گام متغیر

در این بخش معادلات دینامیکی شش درجه آزادی کوادروتور گام متغیر شامل بدنه، روتور اصلی، موتور الکتریکی استخراج می‌شود.[۱۹] طبق تعریف معادلات حرکت دورانی عبارت‌اند از:

$$\begin{bmatrix}\dot{p}\\ \dot{q}\\ \dot{r}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{bu_1}{I_x}+\frac{(I_z-I_y)qr}{I_x}+\frac{I_{z_{rot}}.\omega_{z_{rot}}.q}{I_x}\\ \frac{bu_2}{I_y}+\frac{(I_x-I_z)pr}{I_y}-\frac{I_{z_{rot}}.\omega_{z_{rot}}.p}{I_y}\\ \frac{u_3}{I_z}+\frac{(I_y-I_x)pq}{I_z}+\frac{I_{z_{rot}}\dot{\omega}_{z_{rot}}}{I_z}\end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

همچنین معادلات حرکت خطی مرکز ثقل برابر است با:

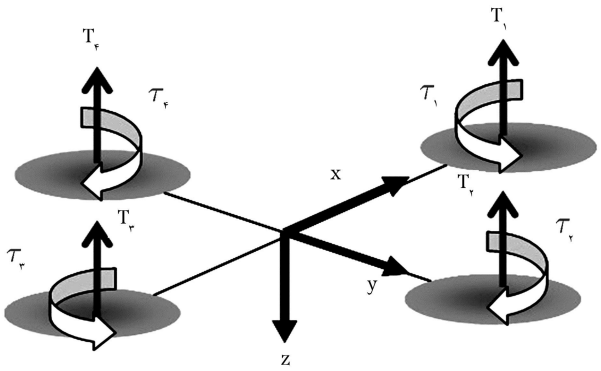
$$\begin{aligned}\dot{u}&=(vr-qw-g\sin\theta)\\ \dot{v}&=(wp-ru-g\sin\varphi\cos\theta)\\ \dot{w}&=(qu-pv-\frac{1}{m}u_4+g\cos\varphi\cos\theta)\end{aligned} \quad (۱۹)$$

(p,q,r) سرعت‌های دورانی، (u,v,w) سرعت‌های خطی در مختصات بدنی و ω_{zrot} برآیند سرعت دورانی روتورهای پرنده است. در ضمن (φ,θ,ψ) زوایای اویلر کوادروتور در مختصات مرجع است که از رابطه‌ی ۲۰ در هرلحظه به‌روزرسانی می‌شود؛

$$\begin{bmatrix}\dot{\varphi}\\ \dot{\theta}\\ \dot{\psi}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & \sin\varphi\tan\theta & \cos\varphi\tan\theta\\ 0 & \cos\varphi & -\sin\varphi\\ 0 & \sin\varphi/\cos\theta & \cos\varphi/\cos\theta\end{bmatrix}\begin{bmatrix}p\\ q\\ r\end{bmatrix} \quad (۲۰)$$

(u_1,u_2,u_3,u_4) فرمان‌های کنترلی پرنده هستند که از تغییرات مقدار تراست و گشتاور چهار مجموعه پیشران به دست می‌آیند (شکل ۷):

$$\begin{aligned}u_1&=C_1(T_4-T_2)\\ u_2&=C_2(T_1-T_3)\\ u_3&=\tau_2+\tau_4-\tau_1-\tau_1\approx C_3*(-T_1+T_2-T_3+T_4)\\ u_4&=\sum_{(i=1)}^{4}T_i\end{aligned} \quad (۲۱)$$



شکل ۷. کوادروتور با چهار محور پیشران که موقعیت و مکان در آن به‌وسیله برآیند تراست و گشتاور تأمین می‌شود.

T_i مقادیر بردار نیروی تراست در هرکدام از روتورهای اصلی پرنده است و C_i ضریب تناسب گشتاورهای اعمالی پرنده به تفاضلات بردار تراست روتورهای اصلی در راستاهای مختلف است. معادله‌ی مکان پرنده در مختصات اینرسی نیز با استفاده از زوایای اویلر و سرعت خطی پرنده در مختصات بدنی عبارت است از:

$$\begin{bmatrix}\dot{x}\\ \dot{y}\\ \dot{z}\end{bmatrix}=R_{\varphi\theta\psi}^{-1}\begin{bmatrix}u\\ v\\ w\end{bmatrix} \quad (۲۲)$$

ماتریس انتقال $R_{\varphi\theta\psi}^{-1}$ سرعت را از مختصات بدنی به اینرسی می‌برد و x,y,z نیز مکان پرنده در مختصات اینرسی است. بر اساس معادلات ۱۸ تا ۲۲ معادله‌ی فضا، حالت پرنده عبارت است از:

$$x^T=(z,\varphi,\theta,\psi,\dot{z},\dot{\varphi},\dot{\theta},\dot{\psi})$$

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}x_5\\ x_6\\ x_7\\ x_8\\ (\cos\theta\cos\varphi\,u_4-mg)/m\\ \frac{bu_1}{I_x}+\frac{(I_z-I_y)x_5x_6}{I_x}+\frac{I_{z_{rot}}.\omega_{z_{rot}}.x_5}{I_x}\\ \frac{bu_2}{I_y}+\frac{(I_x-I_z)x_4x_6}{I_y}-\frac{I_{z_{rot}}.\omega_{z_{rot}}.x_4}{I_y}\\ \frac{u_3}{I_z}+\frac{(I_y-I_x)x_4x_5}{I_z}+\frac{I_{z_{rot}}\dot{\omega}_{z_{rot}}}{I_z}\end{bmatrix} \quad (۲۳)$$

در این تحقیق با توجه به این که پیاده‌سازی و ارزیابی سیستم کنترل در مانور ایستا صورت پذیرفته، با در نظرگرفتن پرواز ایستا و صرف نظر از ترم‌های تداخلی، معادلات حرکت پرنده نتیجه می‌شود:

$$A=\begin{bmatrix}0&0&0&0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&1&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&1&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&1\\ 0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}$$

$$B=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m}\\ \frac{b}{i_x} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{b}{i_y} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{i_z} & 0 \end{bmatrix}$$

$$C=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$D=0 \qquad (۲۴)$$

درنتیجه تابع تبدیل زاویه‌ی پیچ پرنده (θ) در فاز پرواز ایستا نسبت به تغییر گام پره روتور اصلی ($\delta\alpha$) برابر است با؛

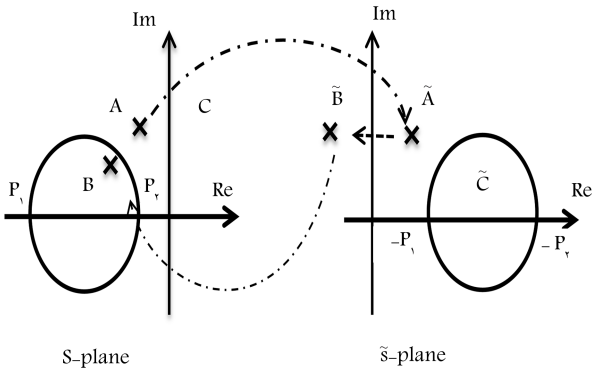
$$\frac{\theta(s)}{\delta\alpha(s)}=\frac{\theta(s)}{\delta l(s)}*\frac{\delta l(s)}{\delta\alpha(s)}=\frac{2b}{s^2 I_y}*\frac{6{,}742s+3{,}161}{s+0{,}536} \qquad (۲۵)$$

$\theta/\delta l$ تابع تبدیل زاویه‌ی پیچ پرنده به نیروی برآ (اختلاف برآ در موتورهای شماره ۱ و ۳) و $\delta l/\alpha$ تابع تبدیل برآی تولیدی در سیستم پیشران به نسبت تغییر زاویه‌ی حمله پره (گام متغیر پره) است. ترکیب این دو تابع تبدیل، تابع تبدیل زاویه‌ی پیچ پرنده‌ی گام متغیر را ارائه می‌دهد. b نیز طول بازوی نیروی برآی پیشران از مرکز ثقل پرنده و I_y ممان اینرسی پرنده حول محور y است. دیگر درجات آزادی پرنده نیز به همین ترتیب به دست می‌آید:

$$\frac{\varphi(s)}{\delta\alpha(s)}=\frac{2b}{s^2 I_x}*\frac{6{,}742s+3{,}161}{s+0{,}536}$$
$$\frac{\psi(s)}{\delta\alpha(s)}=\frac{0{,}045}{s^2 I_z}*\frac{6{,}742s+3{,}161}{s+0{,}536}$$
$$\frac{z(s)}{\delta\alpha(s)}=\frac{4}{s^2 m}*\frac{6{,}742s+3{,}161}{s+0{,}536} \qquad (۲۶)$$

۶. طراحی کنترل‌کننده

کوادروتور گام متغیر به‌دلیل وجود خطا در مدل‌سازی آیرودینامیکی همچنین وجود ترم‌های اختلالی نظیر اثرات ژیروسکوپی روتورهای اصلی دارای عدم قطعیت است. به‌ویژه اگر پرنده دارای ابعاد بزرگ باشد که در این صورت با روش‌های مرسوم طراحی کنترل‌کننده امکان‌پذیر نیست.[۲۰] بنابراین برای تضمین پایداری لازم است کنترل‌کننده‌یی طراحی شود که در حضور عدم قطعیت‌ها رفتار مناسبی را به نمایش بگذارد. کنترل‌کننده‌ی مقاوم با انجام این مهم، خصلت‌های اصلی شامل پایداری، ردیابی و حذف اغتشاش را به‌صورت کمی و کیفی تضمین می‌کند. در این بخش با استفاده از روش بهینه‌سازی H_∞ [۲۱] پایداری پرنده در حضور نامعینی‌ها تضمین می‌شود. آنچه طراحی کنترل‌کننده با استفاده از روش بهینه‌سازی H_∞ را با ابهام مواجه می‌کند وجود قطب در مبدأ معادلات ۲۵ و ۲۶ است. برای حل این مشکل با انتقال دوخطی[۲] [۲۲و۲۳] در فضای لاپلاس قطب مبدأ حذف می‌شود. پس از طراحی کنترل‌کننده، از معکوس کردن تبدیل دوخطی، تابع تبدیل کنترل‌کننده‌ی اصلی به دست می‌آید (شکل ۸).



شکل ۸. انتقال دوخطی.

جدول ۴. روند بهینه‌سازی H_∞.

γ	H_x	x_∞	H_y	y_∞	ρ_{xy}	p/f
۴٫۸	۷٫۲	۰٫۰۴۳	۳۰	۴٫۸	۰٫۵۲۵۳	p
۲٫۷۶۸	۷٫۱	۰٫۰۴۳	۳۰	۵٫۳	۱۱٫۸۰۲	f
۳٫۷۹۶	۷٫۲	۰٫۰۴۳	۳۰	۵	۰٫۸۷۹	p
۳٫۲۸۲	۷٫۲	۰٫۰۴۳	۳۰	۵٫۱	۱٫۲۱۴۷	p
۳٫۵۳۹	۷٫۲	۰٫۰۴۳	۳۰	۵	۱۱٫۰۲۵	f
۳٫۶۶۸	۷٫۲	۰٫۰۴۳	۳۰	۵	۰٫۹۴۸۱	p
۳٫۶۰۳	۷٫۲	۰٫۰۴۳	۳۰	۵	۰٫۹۸۵۸	p

پارامترهای انتقال دوخطی جایگزینی برای تعیین توابع وزن خروجی است. برای طراحی کنترل‌کننده، پارامترهای این انتقال به‌صورت $(P_1=0{,}5, P_2=30)$ انتخاب شده است.

۷. کنترل‌کننده با روش بهینه‌سازی H_∞

پس از انتقال دوخطی تابع تبدیل ارتفاع، توابع وزنی ۱ در نظرگرفته شده و H_∞ بهینه‌سازی می‌شود. روند بهینه‌سازی نیز بدین صورت است که مقدار اولیه‌یی برای γ در نظرگرفته می‌شود؛ سپس با فرض آن مقادیر ویژه (x_∞, y_∞) به دست آمده و شرط $\rho(x_\infty, y_\infty)<\gamma^2$ بررسی می‌شود. اگر شرط مزبور صدق کرد، مقدار γ کاهش می‌یابد تا مقدار بهینه‌ی H_∞ محاسبه شود. روند این بهینه‌سازی در جدول ۴ ارائه شده است.

پارامتر P نشانه‌ی برقراری شرط و کاهش مقدار γ برای مرحله‌ی بعد است. پس از بهینه‌سازی، تابع کنترل‌کننده به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$K_{H_\infty_bilin_h}=\frac{3{,}062s^2+2{,}735s+0{,}602}{s^2+4{,}633s+1{,}937}$$

همچنین با استفاده از انتقال دوخطی و بهینه‌سازی H_∞ توابع تبدیل کنترل‌کننده‌های زوایای (θ,φ) نیز به دست آمده و روی سیستم پیاده‌سازی می‌شود.

$$K_{H_\infty_bilin_\varphi}=\frac{1{,}047s^2+1{,}03s+0{,}2546}{s^2+10{,}33s+5{,}042}$$
$$K_{H_\infty_bilin_\theta}=\frac{1{,}047s^2+1{,}03s+0{,}2546}{s^2+10{,}33s+5{,}042}$$

با استفاده از Simulink نرم‌افزار MATLAB، شبیه‌سازی کوادروتور گام متغیر در

پاسخ سیستم به ورودی سینوسی برای مقدار ارتفاع در شکل ۹ و همچنین ورودی پله ثابت زوایای φ, ψ به مقدار ۵ درجه در شکل ۱۰ ارائه شده است.

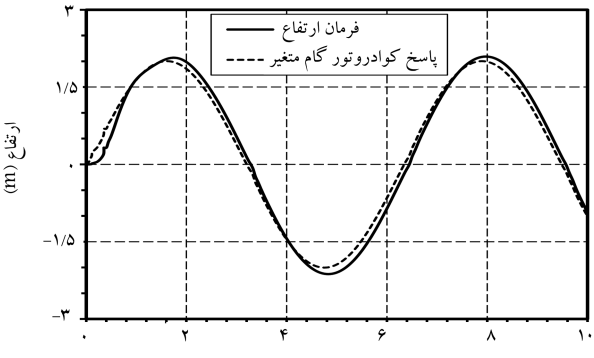
برای نمایش تضمین پایداری کنترل‌کننده‌ی طراحی شده، عدم قطعیت ۳۰ درصدی در مشخصات فیزیکی و آیرودینامیکی پرنده پیاده‌سازی می‌شود. همچنین مدل پارامتری عملگرگام متغیر در نرم‌افزار تولید و تمام متغیرهای آن مطابق جدول ۵ در محدوده‌ی مورد نظر به‌صورت تصادفی تغییر داده می‌شود.

در شکل ۱۱ رفتار زاویه‌ی پیچ کوادروتور در فرمان ورودی پله واحد در حضور عدم قطعیت‌هاست. برای کنترل موقعیت پرنده نیز در یک حلقه‌ی خارجی، از زاویه‌ی (φ, θ) استفاده می‌شود. پاسخ سیستم به دستور حرکت سینوسی در سه راستای طولی، عرضی و ارتفاع در شکل ۱۲ و مقدار تراست هرکدام از مجموعه‌های پیشران طی مانور در شکل ۱۳ نمایش داده شده است.

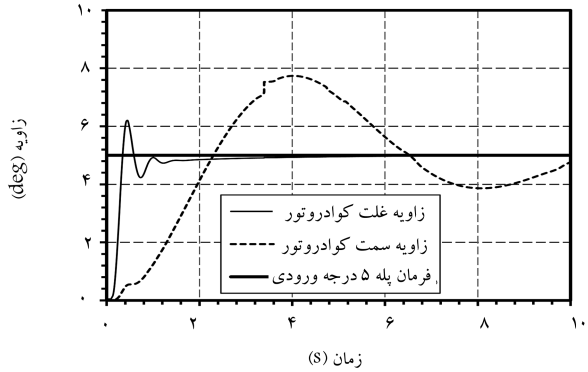
۱.۷. پرواز معکوس با کنترل‌کننده‌ی سنتز μ [۲۴]

یکی از مزیت‌های پرنده‌ی گام‌متغیر در برآورده کردن پرواز معکوس است. کنترل‌کننده‌ی طراحی‌شده با روش بهینه‌سازی H_∞ به‌دلیل محافظه‌کاری بالا و تضمین پایداری از مانورپذیری پایینی برخوردار است و برای مانور پرواز معکوس دچار مشکل می‌شود. در مقابل، روش سنتز μ با لحاظ ساختاری بودن عدم قطعیت‌ها و بهینه‌سازی مقدار تکین ساختاری کنترل‌کننده را طراحی می‌کند. این روش تنها در حضور عدم قطعیت‌ها محافظه‌کاری را بهبود بخشیده و هم‌زمان چالاکی سیستم را نیز حفظ می‌کند.

در این بخش با استفاده از سنتز μ یک کنترل‌کننده‌ی مقاوم و البته چالاک طراحی می‌شود. برای مدل‌سازی عدم قطعیت‌ها، ابتدا تابع تبدیل حالت نامی را



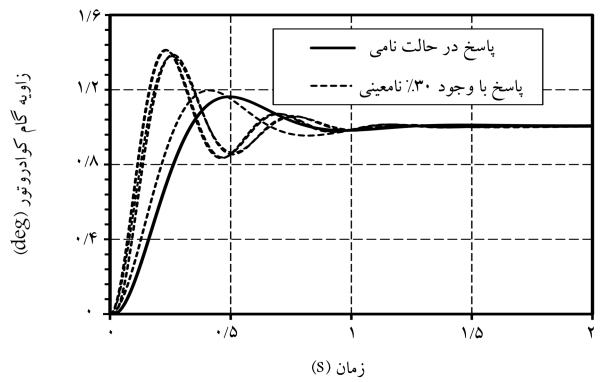
شکل ۹. رفتار کوادروتور گام متغیر به ورودی سینوسی ارتفاع.



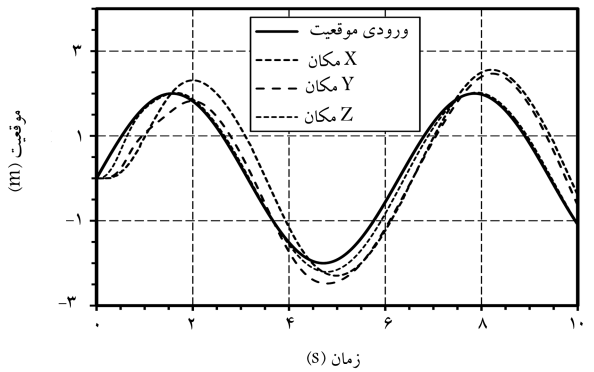
شکل ۱۰. رفتار کوادروتور گام متغیر به ورودی پله ثابت.

جدول ۵. مشخصه‌های پرنده که برای محاسبه‌ی عدم قطعیت با خطای ۳۰ درصد متغیر بوده‌اند.

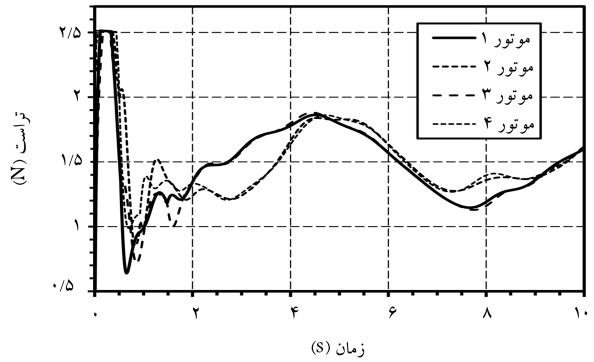
متغیر	آحاد	مقدار نامی	تلورانس (٪)
چگالی هوا	kg/m^3	۱٫۲۲	±۳۰
ضریب برآی پره		۲٫۸۷	±۳۰
شعاع پره	m	۰٫۱۱۴۳	±۳۰
وتر پره	m	۰٫۰۲۲	±۳۰
C_{D_0}		۰٫۱۲	±۳۰
b_L		۲٫۰۳E−۰۵	±۳۰
C_{D_2}		۰٫۰۲۱	±۳۰
K_V	rad/s.vol	۱۱۶	±۳۰
R	Ohm	۰٫۳۵	±۳۰
i_0	Amp	۰٫۳۵	±۳۰
K_q	Amp/Nm	۱۰۰	±۳۰
سرعت دوران روتور	RPM	۶۰۰۰	±۳۰
ممان اینرسی فلپینگ پره (I_b)	$kg.m^2$	۰٫۰۰۰۶۹۷	±۳۰
طول بازو	m	۰٫۳۵	±۳۰
ممان اینرسی (I_z)	$kg.m^2$	۰٫۰۰۷۵	±۳۰
ممان اینرسی (I_x)	$kg.m^2$	۰٫۰۱۳	±۳۰
ممان اینرسی (I_y)	$kg.m^2$	۰٫۱۳	±۳۰
جرم پرنده	kg	۰٫۶	±۳۰



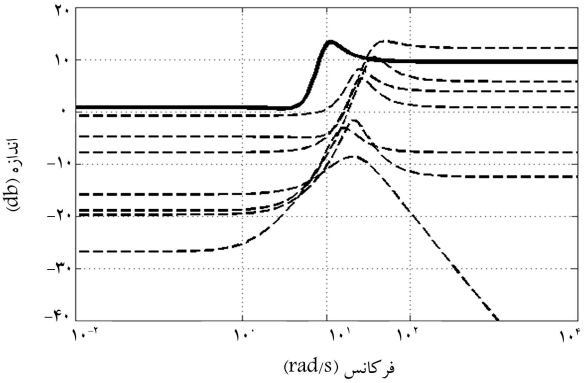
شکل ۱۱. پاسخ پرنده‌ی کوادروتور در حضور عدم قطعیت‌های مختلف با کنترل‌کننده‌ی طراحی‌شده.



شکل ۱۲. شبیه‌سازی کوادروتور گام متغیر به ورودی نوسانی موقعیت.



شکل ۱۳. مقدار تراست هریک از روتورها برای تعقیب فرمان موقعیت نوسانی، بیشینه مقدار تراست تولیدی در محدوده‌ی مجاز بوده و طی پرواز از ۲/۵ نیوتن فراتر نمی‌رود.



شکل ۱۴. نمودار فاز و اندازه‌ی عدم قطعیت‌ها و منحنی پوش بر آن.

نوشته و سپس عدم قطعیت‌ها مطابق معادله‌ی ۲۷ با آن ترکیب می‌شود:

$$\Delta_{mi}(z)=\frac{P_i(z)-P_{nom}(z)}{P_{nom}(z)} \qquad (۲۷)$$

P_i تابع تبدیل واقعی با اعمال عدم قطعیت‌ها و P_{nom} مقدار نامی تابع تبدیل است. در شکل ۱۴ نمودار فاز و اندازه‌ی عدم قطعیت و تابع پوش عدم قطعیت‌ها ارائه شده است.

خط توپر، $\Delta_M(z)$ یا همان تابع پوش بر عدم قطعیت‌هاست، لذا مدل عدم قطعیت عبارت خواهد بود از:

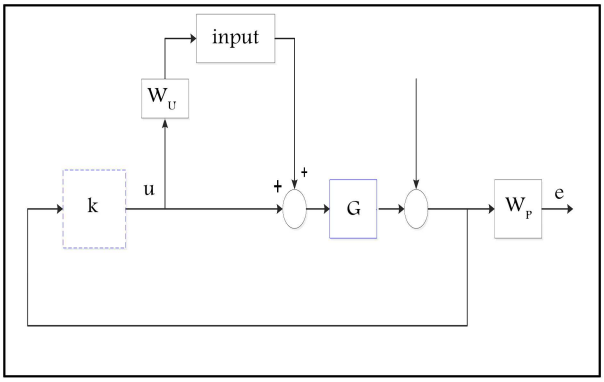
$$\Delta=\frac{۳s^۲+۱۸s+۱۱۰}{s^۲+۶s+۱۰۰} \qquad (۲۸)$$

ساختار سیستم کنترل در سنتز μ طبق شکل ۱۵ است. چنان که مشاهده می‌شود، برای طراحی کنترل‌کننده‌ی مناسب باید سیستم وزن‌دهی شود. تابع وزن خروجی چنین در نظرگرفته شده است:

$$w_p=\frac{۰/۹s+۱۰}{(s+۰/۰۰۱)} \qquad (۲۹)$$

پس از وزن‌دهی خروجی و مدل‌سازی عدم قطعیت‌ها با استفاده از Iteration D-K کنترل‌کننده‌ی سنتز μ محاسبه می‌شود (جدول ۶).

پس از چهار بار بهینه‌سازی، کنترل‌کننده‌ی مطلوب به دست آمد اما، این کنترل‌کننده



شکل ۱۵. ساختار سیستم کنترل و توابع وزنی در سنتز μ.

جدول ۶. مقادیر سنتز μ با روش D-K Iteration.

Iteration Summary				
Iteration	۱	۲	۳	۴
Controller Order	۴	۱۰	۱۴	۱۴
Total D-Scale Order	۰	۶	۱۰	۱۰
Gamma Achieved	۲/۶۳	۱/۱۵	۱/۱۷	۱/۲۰۷
Peak mu-Value	۲/۶۳	۱/۱۵	۱/۱۷	۱/۲۰۷

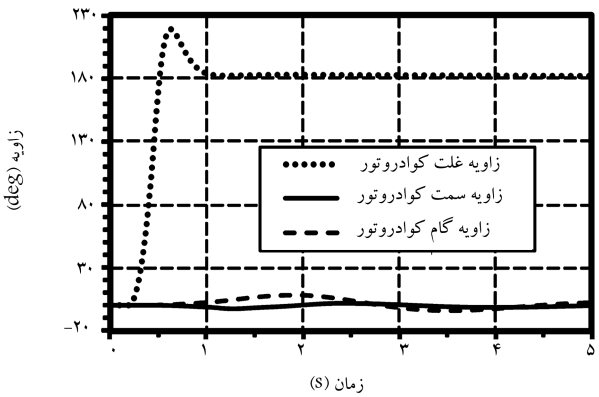
از مرتبه‌ی بالایی برخوردار است که پیاده‌سازی آن را دچار مشکل می‌کند.

$$K=\frac{\begin{array}{c}۱/۳۸۵\times۱۰^{۴}s^{۹}+۱/۱۲۷\times۱۰^{۷}s^{۸}+۳/۸۹۶\times۱۰^{۷}s^{۷}\\+۳/۳۱۳\times۱۰^{۸}s^{۶}+۱/۰۱۷\times۱۰^{۹}s^{۵}\\+۱/۳۵۹\times۱۰^{۹}s^{۴}+۸/۱۱۶\times۱۰^{۸}s^{۳}\\+۱/۸۰۴\times۱۰^{۸}s^{۲}+۴/۳۵۳\times۱۰^{۶}s+۲۷۸۶۰\end{array}}{\begin{array}{c}s^{۱۰}+۱۳۷۴s^{۹}+۲/۴۶۱\times۱۰^{۵}s^{۸}+۱/۵۱۲\times۱۰^{۷}s^{۷}\\+۴/۴۱۸\times۱۰^{۸}s^{۶}+۳/۲۶۲\times۱۰^{۹}s^{۵}\\+۶/۰۳۶\times۱۰^{۹}s^{۴}+/۱۵۶\times۱۰^{۹}s^{۳}\\+۹/۶۳۴\times۱۰^{۸}s^{۲}+۱/۲۹۲\times۱۰^{۷}s+۱۱۹۶۰\end{array}}$$

۲.۷. کاهش مرتبه[۲۵]

کنترل‌هایی که به‌روش مقاوم طراحی می‌شوند از مرتبه بالایی برخوردارند. این مسئله باعث پیچیده‌شدن فرایند پیاده‌سازی و مشکلات نگه‌داری خواهد شد. روش‌های کاهش مرتبه تابع جدیدی را ارائه می‌دهد که ضمن برخورداری از عملکرد بهینه، از پیچیدگی پایین‌تری نیز برخوردار است. در روش‌های کاهش مرتبه، سیستم تقلیل مرتبه یافته $G_r(s)$ را با کمینه نرم خطا به دست می‌آورند. به‌عبارت‌دیگر کاهش مرتبه عبارت است از کمینه‌کردن مقدار $||G(s)-G_r(s)||$. بهینه‌سازی نرم هنکل یکی از این روش‌هاست که با تعریف مشخصه‌یی به‌نام «نرم هنکل» اختلاف نرم تابع کاهش مرتبه یافته با تابع اصلی را کمینه می‌کند. با استفاده از این روش، کنترل‌کننده‌ی مرتبه‌ی ۱۰ طراحی‌شده با استفاده از سنتز μ به یک تابع درجه ۴ کاهش مرتبه داده می‌شود:

$$K=\frac{۲/۵۴۳\times۱۰^{۴}s^{۳}+۳/۳۶۳\times۱۰^{۵}s^{۲}+۵/۶۷۵\times۱۰^{۵}s+۴۳۵۷}{s^{۴}+۹۷۸/۲s^{۳}+۲/۷۶۱\times۱۰^{۵}s^{۲}+۳/۵۱۲\times۱۰^{۶}s+۳۶۵}$$



شکل ۱۶. پاسخ شبیه‌سازی برای پرواز معکوس کوادروتور.

۳.۷. شبیه‌سازی کنترل‌کننده‌ی طراحی‌شده با سنتز μ

برای نشان دادن توان‌مندی روش کنترلی سنتز μ به‌عنوان یک روش پایدار و همچنین چالاک، با استفاده از کنترل‌کننده کاهش مرتبه یافته مانور پرواز معکوس پیاده‌سازی می‌شود. البته طبق معادله‌ی ۲۰ در صورت دوران پرنده حول محور y معادلات دچار تکینگی می‌شود. لذا با توجه به مدل‌سازی صورت‌گرفته، محور رول برای دوران انتخاب و در مود رول مانور پرواز معکوس پیاده‌سازی می‌شود. در طی این مانور زاویه‌ی گام پره پس از دوران کوادروتور به مقدار رول بالای ۹۰ درجه و در زمان حدود ۱٫۵ ثانیه باید منفی شود. سیستم کنترل طراحی‌شده با تشخیص این الزام ضمن تغییر زاویه‌ی گام پره از کاهش ارتفاع جلوگیری می‌کند.

با استفاده از Simulink نرم‌افزار MATLAB کنترل‌کننده‌ی کاهش مرتبه یافته در حلقه‌ی داخلی زاویه‌ی φ قرارگرفته و با استفاده از آن مانور پرواز معکوس در شبیه‌ساز ۶ درجه آزادی آزمایش می‌شود (شکل ۱۶). لازم به ذکر است زاویه‌ی ψ و θ با استفاده از کنترل‌کننده‌ی مقاوم H_∞ ثابت نگه داشته شده و نیز برای حفظ ارتفاع از یک کنترل‌کننده‌ی ساده‌ی Lead استفاده می‌شود.

۸. نتیجه‌گیری

در این نوشتار با استفاده از سازوکار گام متغیر، پایداری و کنترل کوادروتورها به‌صورت مقاوم توسعه داده شد. این روش باعث توسعه‌ی پاکت پروازی پرنده و همچنین ایجاد زمینه‌ی بهره‌برداری از موتورهای پیستونی در کوادروتورها خواهد شد؛ درنتیجه امکان افزایش توانمندی کوادروتورها فراهم خواهد شد. در ادامه‌ی این تحقیق دو روش کنترل مقاوم شامل بهینه‌سازی H_∞ و سنتز μ برای بهبود پایداری پرنده پیاده‌سازی شد. نتایج کمّی به‌دست‌آمده نشان داد که با وجود ۳۰ درصد عدم قطعیت در ضرایب آیرودینامیک، پایداری پرنده در پرواز ایستا محرز است و نیز به پرواز معکوس پایدار به‌عنوان یک قابلیت جدید درکوادروتورگام متغیر با اعمال صحیح کنترل مقاوم سنتز μ قابل دست‌یابی است.

علائم و اختصارات

P: فشار ($\mathrm{kgm^{-1}s^{-2}}$)؛
c: وتر پره؛
V: سرعت خطی المان؛
Re: عدد رینولدز؛
$C_{L\alpha}$: شیب منحنی برآ؛
C_D: ضریب نیروی پسای؛
dQ: گشتاور آیرودینامیکی المان؛
dT: تراست آیرودینامیکی المان؛
R_P: شعاع پره؛
K_V: ثابت موتور (rad/s/vol)؛
K_q: ثابت گشتاور موتور (AMP/N.m)؛
R: مقاومت داخلی موتور؛
p, q, r: سرعت‌های دورانی پرنده در مختصات بدنی؛
u, v, w: سرعت‌های خطی پرنده در مختصات بدنی؛
u_1, u_2, u_3, u_4: فرمان‌های کنترلی پرنده؛
Q_L: گشتاور موردنیاز برای چرخش موتور؛
Q_M: گشتاور تولیدی موتور؛
I: ممان اینرسی.

علائم یونانی

ψ, φ, θ: زوایای اویلر کوادروتور در مختصات مرجع؛
ρ: چگالی ($\mathrm{kgm^{-3}}$)؛
$\omega_{z_{rot}}$: برآیند سرعت دورانی روتورهای پرنده؛
Ω: سرعت دورانی روتور اصلی.

زیرنویس‌ها

M: گشتاور؛
L: برآ.

پانوشت‌ها

۱. Flapping: حرکت بالا و پایین پره‌های روتور حول لولا

2. biline transform

منابع (References)

1. Li, J. "Dynamic analysis and PID control for a quad rotor", *International Conference on Mechatronics and*

Automation (ICMA) (2011).

2. Tayebi, A. and McGilvray, S. "Attitude stabilization of a four-rotor aerial robot", *IEEE Conference on Decision and Control* (2004).
3. Schafroth, D.M. "Aerodynamics, modeling and control of an autonomous micro helicopter", PhD thesis, Zürich, Schweitzer (2010).
4. Pilz, U., Popov, P. and Werner, H. "An $H_\infty/\ell 1$ approach to cooperative control of multi-agent systems", *IEEE, Annual Conference Decision and Control* (2012).
5. Ton, C.T. "Robust tracking control of a quadrotor in the presence of uncertainty and no vanishing disturbance", *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference* (2015).
6. Yansi, L., Atashgah, M.,A., "design of robust tracking control of a4-bladed quadrotor using sliding mode technique", *3rd National Conference and the 1st International Conference of Electronic Engineering*, Mechanic sand Mechatronic, Tehran, Malek Ashtar University of Technology, (In Persian) (2015).
7. Peng, C. "Modeling and robust back stepping sliding mode control with adaptive RBFNN for a novel coaxial eight-rotor UAV", *IEEE/CAA Journal Of Automatica Sinica*, **2**(1), pp. 56-64 (2015).
8. Dadgarnejad, H., Dadgarnejad, H., Kazemi, M., H., "Smart back stepping Control of 4-bladed system with mass uncertatity", ,*International Conference of Electronic Engineering*, Tehran, Barger Olloum Research Organization, (In Persian) (2016).
9. Bouabdallah, S. "Design and control of quad rotors with application to autonomous flying", PhD thesis of Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (2007).
10. Bornstein, J. "The hoverbot, an electrically powered flying robot", University of Michigan, Unpublished (1992).
11. Michini, B., Redding, J., Ure, N.K., Cutler, M. and How, J.P. "Design and flight testing of an autonomous variable-pitch quad rotor", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2978-2979 (2011).
12. Cutler, M.J. "Design and control of an autonomous variable-pitch quadrotor helicopter", Master of Science in Aeronautics and Astronautics, Massachusetts Institute of Technology (MIT) (2012).
13. Sheng, S. and Sun, C. "Control and optimization of a variable-pitch quadrotor with minimum power consumption", *Energies*, **9**(4), pp. 1-18 (2016).
14. Panizza, P., Invernizzi, D., Riccardi, F., Formentin, S. and Lovera, M. "Data-driven attitude control law design for a variable-pitch quadrotor", *American Control Conference (ACC), IEEE*, pp. 4434-4439 (2016).
15. Gupta, N. and Kothari, M. "Flight dynamics and nonlinear control design for variable-pitch quadrotors", *American Control Conference (ACC), IEEE*, pp. 3150-3155 (July 2016).
16. Bristeau, P.-J. "The role of propeller aerodynamics in the model of a quad rotor UAV", *The European Control Conference*, Budapest, Hungary (August 2009)
17. Drela, M. "First-order DC electric motor model", MIT Aero & Astro (February 2007).
18. Leishman, J., *Principles of Helicopter Aerodynamics*, Cambridge Aerospace Series, J. Rycroft Ed, First Edn, pp. 243-298, Cambridge University Press (2000).
19. Castillo, P., Lozano, P., Dzul, R. and Enrique, A., *Modeling and Control of Mini-Flying Machines*, Springer, Advances in Industrial Control (AIC) (2005).
20. Stepaniak, J.M. "A quad rotor sensor platform", PhD thesis, Russ College of Engineering and Technology of Ohio University (2008).
21. Ware, D.F. and Nanaimo, K. "H-infinity hovering and guidance control for autonomous small-scale unmanned helicopter", *IEEE, International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Sendai, Japan (2004).
22. Chiang, R. and Safonov, M. "H-infinity synthesis using a bilinear pole shifting transform", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, **15**(5), pp. 1111-1117 (September - October 1992).
23. Park,W., Park, K.-S. and Koh, H.-M. "Active control of large structures using a bilinear pole-shifting transform with H/infinity control method", *Engineering Structures*, Elsevier, **30**(11), pp. 3336-3344 (2008).
24. Mayhew, C. "Robust control of an inverted pendulum", Master thesis, Department of Electrical and Computer Engineering University of California (2006).
25. Safonov, M. and Chaing, R.Y. "Optimal hankle model reduction for no minimal systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, **35**(4), pp. 496-502 (1990).