

بررسی عددی شدت فرسایش حباب‌زایی جریان اطراف هیدروفویل NACA^{۰۰۱۵} بر اساس دیدگاه اویلری - لاگرانژی

علی کاتوزی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

میراعلم مهدی * (دانشیار)

دانشکده هندسی مکانیک، دانشگاه تربیت دیر شهید رجایی

مهمنشی مکانیک شفیع (پذیرش ۱۴۰۱) دری ۳۷-۸۳، شماره ۱۱، ص. ۲۱۶-۲۰۰ (پژوهشی)

در این تحقیق برای بررسی شدت فرسایش ناشی از حباب‌زایی (کاویتاپسیون)، رفتار حباب اطراف هیدروفویل دوبعدی NACA^{۰۰۱۵} با استفاده از دیدگاه اویلری - لاگرانژی شبیه‌سازی شده است. بررسی درشت مقایس (ماکروسکوپیک) جریان حباب‌زایی توسط مدل مخلوط همگن (روش اویلری) و مسیر حرکت حباب بر اساس نیروهای وارد، با استفاده از قانون دوم نیوتون و توسعه کد عددی مشخص شد (روش لاگرانژی). برای ادغام نتایج به دست آمده و حل آنها از روش رانج-کوتا مرتباً^۴ با گام زمانی متغیر استفاده شده است. که سرعت حل داده‌های را تا ۱۰٪ برابر افزایش داده است. نتایج به دست آمده نشان داد «شروع حباب‌زایی» برای جریان با هسته‌های بزرگ‌تر، بهتر قابل مشاهده است. با کاهش عدد حباب‌زایی نیز رشد حباب پیشتر شده و با افزایش شعاع حباب، شدت فرسایش افزایش می‌یابد. مکان احتمالی فرسایش در محدوده انتها کویتی در سطح هیدروفویل قرار دارد. نتایج به دست آمده با دیگر کارهای منتشر شده مقایسه شد و از دقت قابل قبولی برخوردار بود.

واژگان کلیدی: جریان حباب‌زایی، روش اویلری - لاگرانژی، شدت فرسایش، دینامیک حباب، پیش‌بینی عددی.

۱. مقدمه

در معرض حباب‌زایی قرار دارند - نظیر هیدروفویل، پروانه کشته، پیپ، نازل‌های پاشش سوخت و ... می‌شود. در سال ۱۹۵۵ نپ^[۱] اولین کسی بود که در تونل آب سرعت بالای دانشگاه کالیفرنیا آزمایش‌هایی در زمینه‌ی فرسایش حباب‌زایی انجام داد. وی در آزمایش خود قسمتی از مدل که در معرض حباب‌زایی قرار می‌گرفت را از جنس آلومینیوم و بقیه قسمت‌ها را از جنس فولاد ساخت. اطراف این مدل با دوربین‌های سرعت بالا کاملاً احاطه شده بود. این تونل قابلیت این را داشت که به مدت ۱۰ دقیقه با سرعت ثابت کار کند. در این مدت، عکس‌های گرفته شده با دوربین‌های سرعت بالا، تشکیل حفره‌ی ثابت حباب‌زایی را نشان می‌دادند. کاتو و همکاران^[۲] از اولین کسانی بودند که یک مدل تحلیلی برای محاسبه‌ی فرسایش ناشی از حباب‌زایی ارائه دادند. فرض اصلی این مدل این است که موج شوک ناشی از فروریزش حباب‌های جدا شده از حباب‌زایی ورقه‌ی دلیل اولیه‌ی فرسایش است. در این مدل، تخمین توزیع ضربات یا طیف فشار، نقش کلیدی در پیش‌بینی فرسایش دارد. عیب این مدل، حذف پارامترهای مهم و عدم انطباق با شرایط پیچیده است. بررسی جریان‌های دوفاز به دو روش اویلری - اویلری و اویلری - لاگرانژی

حباب‌زایی^[۱] (کاویتاپسیون)، رشد و فروریزش شدید هسته حباب هنگام قلل گرفتن در معرض تغییرات فشار زیاد در مایع است.^[۱] در تعریف مهندسی، حباب‌زایی هنگامی اتفاق می‌افتد که فشار محلی در مایع کمتر از فشار بخار در همان دما شود. این چنین تعریفی بر مبنای دیگر اقسام فازی یک ماده، یعنی منحنی که فازهای جامد، مایع و گاز یک ماده را در دماهای مختلف از هم جدا می‌کند، بیان شده است.^[۲] بسیاری از سیستم‌های هیدرولیکی طراحی شده توسط مهندسین برای کار با سیالات همگن ساخته شده‌اند. وجود ساختارهای اضافی بخار می‌تواند باعث ایجاد اختلال در عملکرد این سیستم‌ها شود. ساختارهای بخار اغلب ناپایدارند و وقتی به تاکتیکی با فشار بیشتر برستند به شدت فرو میریزند. فروریزش را می‌توان مانند یک شوک در سیستم‌های مکانیکی در نظر گرفت. وقوع این شوک، باعث از بین رفتان فاصله استاندارد تعییه شده بین قطعات نزدیک هم می‌شود، در نتیجه بسته به اندازه و شدت حباب‌زایی ممکن است کاهش عملکرد، سروصدای ارتعاشات و فرسایش رخ دهد. فرسایش ناشی از حباب‌زایی باعث ایجاد خسارات جدی به قطعاتی که

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۱/۸/۱۴۰۰، اصلاحیه ۹/۱۱، پذیرش ۳/۱۴۰۰

DOI:10.24200/J40.2022.58781.1616

در این مقاله برای اعداد حباب‌زایی و شعاع اولیه‌ی مختلف، مسیر حرکت حباب، تغییرات شعاع و میزان موج فشاری ناشی از حباب‌های مختلف شبیه‌سازی شده است. همچنین محل احتمالی فرسایش ناشی از برخورد موج فشاری پیش‌بینی شده است.

صورت می‌گیرد. ساگر و ال موکتار^[۵] فروریزش حباب‌زایی نزدیک سطح جامد در جریان سه‌بعدی را بررسی کردند. آنها از روش کسر حجمی (VoF)^[۵] برای ارتباط بین تحقیق‌شان و تغییر فاز بخار و آب استفاده کردند. آنها رفتار حباب در شرایط مختلف نسبت به سطح را شبیه‌سازی کرده و پارامترهایی همچون زمان فروریزش، پیش‌بینی سرعت، سرعت جت نزدیک دیواره و فشار ضربه را نزدیک به آزمایشات پیش‌بینی کردند.

۲. روش عددی

۱.۲. روش عددی مربوط به جریان حباب‌زایی

برای شبیه‌سازی جریان دوغاز از مدل ترکیبی^[۱۲] استفاده شده است. در این مدل جریان به صورت ترکیبی همگن از دو فاز تراکم‌ناپذیر و هم‌دم رفتار می‌کند. معادلات بقاعی ترکیب و ممتدوم عبارت‌اند از:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m) + \nabla \cdot (\rho_m v_m) = 0 \quad (1)$$

$$-\nabla P + \nabla \cdot [\mu_m (\nabla v_m + \nabla v_m^T)] + \rho_m g \quad (2)$$

در این مدل v_m و P به ترتیب سرعت و فشار جریان همگن و ρ_m چگالی مخلوط و μ_m گرانیوی مخلوط هستند. مدل حباب‌زایی استفاده شده در این تحقیق مدل اسکنر و سویر^{[۱۰][۱۱]} است. برای به دست آوردن دقیق انتقال جرم مایع به بخار معادله‌ی کسر حجمی بخار عبارت است از:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_v \rho_v) + \nabla \cdot (\alpha_v \rho_v V_v) = R \quad (3)$$

که عبارت کلی جرم چشممه عبارت است از:

$$R = \frac{\rho_l \rho_v}{\rho} \frac{d\alpha}{dt} \quad (4)$$

شکل نهایی این مدل چنین است:
اگر $p_v \geq p$ باشد:

$$R_e = \frac{\rho_l \rho_v}{\rho} \alpha_v (1 - \alpha_v) \frac{2}{R_b} \sqrt{\frac{2(p_v - p)}{3 * \rho_l}} \quad (5)$$

اگر $p_v < p$ باشد:

$$R_c = \frac{\rho_l \rho_v}{\rho} \alpha_v (1 - \alpha_v) \frac{2}{R_b} \sqrt{\frac{2(p - p_v)}{3 * \rho_l}} \quad (6)$$

که p_v و R_b به ترتیب از راست به چپ فشار محیطی، فشار بخار و شعاع حباب هستند.

۲. روش عددی مربوط به حباب حباب‌زایی

۱.۲. شبیه‌سازی نوسانات حباب

رفتار حباب برخاسته از گردایان فشار ناشی از جریان است. معادله‌ی اصلاح شده رایلی - پلیست - کیلر - هرینگ^{[۱۱][۱۲]} رفتار تراکم‌پذیر حباب هنگامی که سرعت فروریزش حباب نزدیک سرعت صوت می‌شود و نیز سرعت لغزش بین حباب و مایع متحرك را در نظر گرفته است. موارد ذکر شده معمولاً در مقالات گذشته استفاده نشده است. باید توجه کرد که فرض کروی بودن شکل حباب‌های حباب‌زایی که از

اچیای و همکاران^[۶] از رویکرد اویلری و لاگرانژی برای ارزیابی فرسایش استفاده کردند، موج فشاری منتشر شده از فروریزش ابر حباب‌زایی به عنوان سازوکار اصلی ایجاد خسارت در نظر گرفته شده است. بر اساس این مدل، ابتدا جریان حول هندسه‌ی مورد نظر به صورت درشت‌مقیاس (اویلری) و بدون در نظر گرفتن جزئیات دینامیکی رفتار حباب حل شده و اطلاعات مربوط به میدان فشار و سرعت در هندسه‌ی مورد نظر به دست می‌آید. سپس رفتار دقیق ذرات به صورت ریز‌مقیاس (لاگرانژی) مورد بررسی قرار گرفته و به کمک توابع موجود برای ارزیابی شدت موج فشاری منتشر شده، تخمینی از میزان و محل احتمالی وقوع فرسایش روی هندسه‌ی مورد نظر به دست می‌آید. آنها بازه‌هایی از اعداد حباب‌زایی را امتحان کردند و نشان دادند که بیشترین انرژی برای دسته حباب‌ها و در نزدیکی حفره‌ی حباب‌زایی اتفاق می‌افتد. مائدا و کولونیوس^[۷] روش اویلری - لاگرانژی برای حباب‌زایی ابری ناشی از امواج فشاری قوی را شبیه‌سازی کردند، آنها برای کاهش محاسبات فاز پیوسته را از حالت سه‌بعدی به دو بعدی تبدیل کرده و معادله‌ی حجم متوسط را برای دینامیک حباب گستته به کار برده‌اند و نوشتند که این روش قادر است اندازه‌های مختلفی از دینامیک حباب‌زایی ابری را در برگیرد. راستوفرو و همکارانش^{[۸][۹]} نیز برای روش اویلری - لاگرانژی فروریزش درشت‌مقیاس ابر حباب‌زایی (۱۲۵۰۰ حباب گاز) را شبیه‌سازی کردند و در یافتن که فریکانس نوسانی حباب‌ها و سرعت میکروجت به قدرت موج فروریزش وابسته و از این رو به موقعیت شعاعی حباب‌ها در ابر بستگی دارد. آنها مشاهده کردند که جهت میکروجت‌ها به وسیله‌ی توزیع حباب‌ها در همسایکی آنها تحت تأثیر قرار می‌گیرد و در نهایت در یافتن که نزدیکی بخار فشاری به صورت نمایی تغییر می‌کند، پاکیونه و همکاران^[۱۰] با روش اویلری - لاگرانژی فروریزش تک حباب هوا نزدیک دیواره‌ی قابل تغییر شکل ناشی از ضربه‌ی امواج پرفسنر را بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که روش یک طرفه در نشان دادن تغییر شکل دیواره و پیش‌بینی دقیق نیروی وارده در طول تغییر شکل دیواره معادل $9/9$ درصد میرا می‌شود. دامنه‌ی نیروی وارده در ناحیه‌ی پلاستیک با کاهش چشمگیر عمل حفره دارد. از میرایی یک تغییر شدید در ناحیه‌ی پلاستیک با کاهش چشمگیر عمل حفره دارد. در این تحقیق، یک بررسی درشت‌مقیاس از جریان حباب‌زایی با استفاده از معادله‌ی متوسط رینولدزی ناوبر - استوکس^[۱۰] (روش اویلری) و رفتار ریز‌مقیاس حباب در جریان به وسیله دینامیک حباب (روش لاگرانژی) روی هیدروفیل NACA^{۰۰۱۵} انجام شد، تا اثرات واقعی جریان برای پیش‌بینی شروع حباب‌زایی^[۱۱] و فرسایش مطالعه شود. میدان جریان توسط نرم افزار فلاؤنمنت حل شده، توزیع سرعت و فشار به دست آمده، ورودی برنامه‌ی که در مطلب نوشته شده است، قرار می‌گیرد. با حل عددی معادلات دیفرانسیل مربوط به حرکت حباب و تغییر شعاع حباب، دینامیک حباب شبیه‌سازی می‌شود. دینامیک حباب برخلاف شبیه‌سازی‌های انجام شده و فروریزش حباب‌ها را نیز نشان می‌دهد، لذا میزان انتشار امواج فشاری و تخمین محل فرسایش ناشی از حباب‌زایی امکان‌پذیر می‌شود. برای ادغام نتایج به دست آمده و حل آنها از روش رانج کوتای مرتبه^[۴] با گام زمانی متغیر استفاده شده است. استفاده از گام زمانی متغیر سرعت حل داده‌ها را تا ده برابر افزایش داده است.

که R^n و R^{n-1} به ترتیب شعاع حباب در گام زمانی n و $n-1$ هستند. گام زمانی بعدی برای کنترل e_n محسوبه می‌شود:

$$\Delta t_{n+1} = C_{dt} \Delta t_n$$

$$= \left(\frac{e_{n-1}}{e_n} \right)^{k_p} \left(\frac{TOL}{e_n} \right)^{k_l} \left(\frac{e_{n-1}}{e_n e_{n-1}} \right)^{k_d} \Delta t_n \quad (12)$$

که k_l , k_p و k_d نابات‌های تناسب، انتگرال و مشتق کنترل‌کننده هستند و به ترتیب مقدار آنها 10% , 10% و 10% است. مقدار TOL بسته به شرایط مسئله متغیر است و عدد 10^4 برای موضوع مورد بررسی ما جواب‌های قابل قبولی ارائه کرده است.

۳. ارز یابی موج فشاری و شدت فرسایش حباب‌زایی

بعد از عبور از ناحیه‌ی کم‌فشار و رشد حباب، فشار محیطی سبب فروزش حباب می‌شود. در طول فرایند فروزش امواج شوک^{۲۱} به سیال ساطع می‌شود. امواج فشاری موجب فشار پرسه‌بی^{۲۲} شده و به سطح ماده آسیب می‌زند و باعث فرسایش سطح می‌شود. فشار در مایم در فاصله‌ی ۲ از مرکز حباب به صورت زیر است:

$$+ \rho \left(-\frac{f'}{r} - \frac{f^r}{\gamma r^{\gamma}} - \frac{\gamma}{\gamma_c} \left(\frac{f'^r}{c r^{\gamma}} + \frac{\gamma f f'}{r^{\gamma}} \right) \right) \quad (13)$$

بر اساس معادله ارائه شده توسط سویاما و همکاران^[۱۷] انرژی از طرف هر ضربه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$E_i = I_i \tau_i A_i = \frac{p_i}{\gamma \rho c} \tau_i A_i \quad (14)$$

A_i , τ_i و I_i به ترتیب از راست به چپ انرژی آکوستیک، مدت زمان وارد شده و مساحت مؤثرند. p_i فشار ضربه‌ی وارد شده بر سطح دیواره است که از رابطه‌ی ۱۳ به دست می‌آید. در صورتی که المان‌های c , ρ و τ_i را ثابت فرض کنیم، با انتگرال‌گیری از عبارت به دست آمده رابطه‌ی ۱۵ استخراج می‌شود:

$$E_i \propto p_i^\dagger A_i = \int p_i^\dagger dA \quad (15)$$

درنهایت انرژی کلی ضربات ناشی از حبایب زایی که حاصل انباست تمامی ضربات روی پکدیگر است، از رابطه‌ی ۱۶ به دست می‌آید:

$$E = \sum E_i \propto \sum \int p_i^\star dA \quad (18)$$

۳. بررسی نتایج

جریان و حرکت حباب اطراف هیدروفویل دو بعدی NACA ۱۵۰۰ به طول وتر mm ۷۰ بررسی شد. شبکه بندی C گونه اطراف هیدروفویل قرار داده شده است (شکل ۱۱).

استقلال از شبکه برای سه شبکه با گره‌های ۲۴، ۳۰۳۵۰، ۷۸۶۰۰ و ۱۵۶۵۰۰ بررسی شد که در نتایج به دست آمده تغییرات زیادی با این سه شبکه مشاهده نشدند. لذا برای اطمینان خاطر شبکه دوم برای ادامه‌ی بررسی‌ها انتخاب شد. جدول

یک دیواره جامد فاصله دارند فرض منطقی است، زیرا در هر لحظه موقعیتی که حباب در آن قرار دارد، فشار اطراف حباب تقریباً یکسان است. شکل کلی معادله چنین است:

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{\dot{R}}{C}\right) R \ddot{R} + \left(\frac{\gamma}{\epsilon} - \frac{\dot{R}}{\epsilon C}\right) \dot{R}^2 = \\ & \frac{1}{\rho} \left(1 + \frac{\dot{R}}{C} + \frac{R}{C} \frac{d}{dt}\right) [p_v + p_g \cdot \left(\frac{R}{R}\right)^{\gamma K} - P_{avg}] \\ & - \frac{\gamma \gamma}{D} + \frac{\gamma \mu}{D} \dot{R} + \frac{1}{\epsilon} (U_{avg} - U_b)^\gamma \end{aligned} \quad (\text{v})$$

در معادله‌ی 7 , C , ρ , γ و μ به ترتیب نمایانگر سرعت صوت در مایع, چگالی مایع, تنش سطحی و گرانزوی R , \dot{R} و \ddot{R} به ترتیب از راست به چپ شعاع, سرعت دیواره و شتاب حباب هستند. p_v فشار بخار و p_g فشار اولیه حباب هستند. P_{avg} و U_{avg} متوسط فشار و سرعت اطراف حباب خواهند بود و U_b ضریب پلی ترویک گاز است.

۲.۲.۲. شبیه‌سازی حرکت حباب

حرکت حباب بر اساس معادله دوم قانون نیوتون شبیه‌سازی می‌شود. یکی از راهکارهای کاهش هزینه محاسباتی دیدگاه لاگرانژی استفاده از مدل فاز گستته (DPM) است. در این روش سیال به عنوان یک محيط پیوسته در نظر گرفته می‌شود، در حالی که فاز گستته با ردیابی تعداد زیادی از ذرات در میدان جریان محاسبه شده، حل می‌شود. ماکسی و رایلی^{۱۵} معادله حرکت حباب را ارائه دادند که نیروهای اعمال شده عبارت اند از:

$$\begin{aligned} \rho_b \nabla_b \frac{d\vec{U}_b}{dt} &= \nabla_b (\rho_b - \rho) g^{\vec{j}} + \nabla_b \nabla \vec{p} \\ &+ \frac{1}{\gamma} \rho A_b C_d (\vec{U} - \vec{U}_b) \left| \vec{U} - \vec{U}_b \right| \\ &+ \frac{1}{\nu} \rho \nabla_b \left(\frac{d\vec{U}}{\nabla_b} - \frac{d\vec{U}_b}{\nabla_b} \right) \end{aligned} \quad (\text{A})$$

در معادله‌ی A، اندیس b مربوط به حباب و بقیه‌ی موارد مربوط به سیال متحرك است. \forall_b حجم حباب $A_b \frac{4}{3} \pi R^3$ و سطح حباب μR^2 است. Cd ضریب درگ است که به صورت تجربی، توسط هایرمون و مورتن^[۱۶] بدست آمده است:

$$C_d = \frac{24}{Re_b} (1 + 0.197 Re_b^{0.73} + 2.6 \times 10^{-4} Re_b^{1.78}) \quad (4)$$

که Re_b عدد رینولدز حباب است:

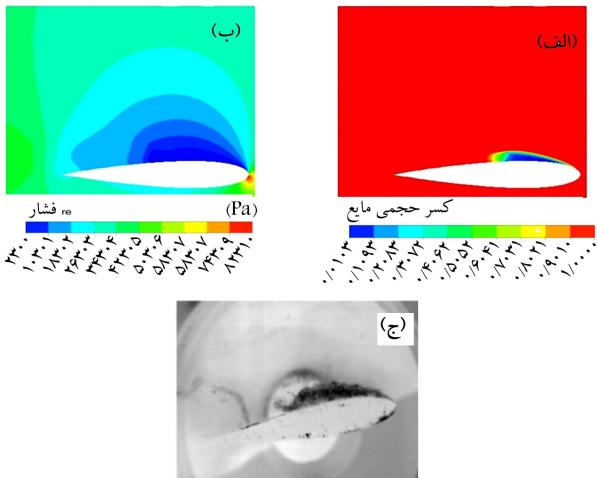
$$\text{Re}_b = \frac{\gamma R |U_{avg} - U_b|}{\nu} \quad (\textcircled{v})$$

v گرانوی سینماتیک است. نیروهای موجود در سمت راست تساوی به ترتیب عبارتند از: نیروی شناوری، نیروی ناشی از گرادیان فشار نیروی پسا و نیروی جرم افزوده که در اثر شتاب حباب در سیال ایجاد می‌شود.

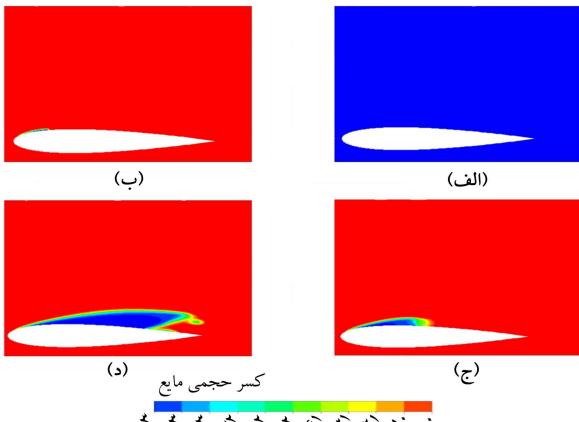
۳.۲.۲ حل معادله دیفرانسیلی و گام زمانی متغیر

معادلات ۷ و ۸ یک مجموعه معادلات دیفرانسیلی معمولی (ODE) را تشکیل می‌دهند. برای حل این معادله از روش رانج کوتای مرتبه‌ی چهار^{۱۸} با گام زمانی متغیر استفاده شده است. استفاده از گام زمانی متغیر سرعت حل این معادله را بسیار کاهش داده است. چنان‌که هریر و اونر^{۱۹} (۱۹۹۱ میلادی) اشاره کردند که برای حل معادلات ODE می‌توان از کنترل‌کننده‌ی PID^{۲۰} برای کنترل گام زمانی استفاده کرد. در این روشتابع e^{nt} برای تغییر شعاع تعریف شده است:^[۱۵]

$$e_n = \frac{|R^n - R^{n-1}|}{R^n} \quad (\text{11})$$



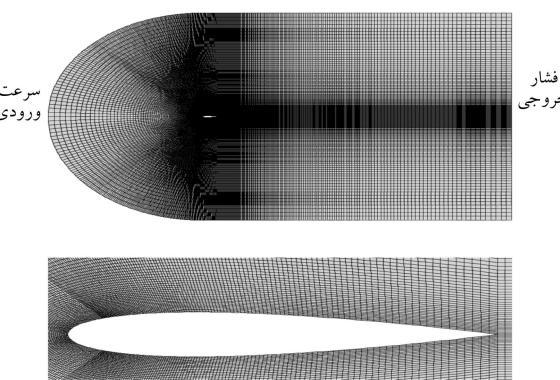
شکل ۲. مقایسه‌ی: (الف) توزیع کسر حجمی مایع؛ (ب) توزیع فشار؛ (ج) نتایج تجربی برای هیدروفولیم ۱۵.NACA^{۰۰}.^[۱۸]



شکل ۳. کسر حجمی مایع بر اساس الف، ب، ج و د.

تقسیم‌بندی حباب‌زایی می‌تواند بر اساس معیارهای مختلفی صورت گیرد. یکی از این معیارها «رژیم جریان» است، که بسته به عدد حباب‌زایی سه نوع حباب‌زایی آغازین، حباب‌زایی توسعه‌یافته (زیرحباب‌زایی و حباب‌زایی انتقالی) و سوپرحباب‌زایی تقسیم‌بندی می‌شود. در همین رابطه اعداد حباب‌زایی $\frac{1}{6}$ ، $\frac{5}{6}$ ، $\frac{1}{4}$ و $\frac{2}{3}$ که هر کدام شرایط خاصی از حباب‌زایی را دارند، انتخاب شده و (شکل ۳) کسر حجمی مایع^{۳۰} مربوط به هر کدام از اعداد را نشان می‌دهد. طبق آنچه که بیان شد در شکل ۳ الف جریان تک فار مشاهده می‌شود. شکل ۳ ب شروع حباب‌زایی رخ داده است. در شکل ۳ ج حباب‌زایی توسعه‌یافته^{۳۱} و در شکل ۳ د سوپرحباب‌زایی^{۳۲} مشاهده می‌شود. چیزی که انتظار می‌رود این است که حباب در شرایط مختلف رفتارهای متفاوتی باید داشته باشد. برای بررسی این موضوع، فیلند رشد و فوریزش حباب برای شعاع‌های اولیه $50 \mu\text{m}$ ، $100 \mu\text{m}$ و $200 \mu\text{m}$ شبیه‌سازی شد.

در نمودارهای شکل ۴ محور عمودی نسبت شعاع حباب به شعاع اولیه و محور افقی، طول و تر در مسیر حرکت حباب است. شکل ۴ الف مربوط به شعاع اولیه $50 \mu\text{m}$ است. فرایند رشد حباب در این شعاع نسبت به شعاع‌های دیگر بسیار کمتر است، طوری که در حالت $\frac{1}{4} = 5$ بعد از طی مسیری از طول و ترا فراش شعاع نزدیک به ۸ برابری را به صورت لحظه‌ی احساس کرده، در حالت $0/64 = 5$ این افزایش چهار برابری است، در حالی



شکل ۱. شبکه‌بندی گره‌ها در دامنه‌ی تعریف شده.

جدول ۱. استقلال از شبکه.

شماره شبکه	تعداد گره	ضریب پسان ^۱	ضریب برآ ^۲
۱	30350	$0/0399$	$0/315$
۲	78600	$0/0417$	$0/318$
۳	156500	$0/0428$	$0/323$
درصد خطای شبکه ۱ و ۳	درصد خطای شبکه ۱ و ۳	$7/26$	$2/53$

^۱lift coefficient

^۲drag coefficient

۱ صحبت مطالب گفته شده را نشان می‌دهد. شرایط مرزی اعمال شده، سرعت ورودی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ با زاویه‌ی حمله‌ی 7° درجه و فشار خروجی^{۲۶} برای هیدروفولی هستند. برخورد سیال با دیواره‌های هیدروفولی بدون لغزش در نظر گرفته شده است. در نواحی نزدیک به دیواره، از شبکه‌بندی لایه‌مرزی به منظور رویت هرچه بهتر گرادیان‌ها استفاده شده است. اولین گره کنار دیواره طوری قرار گرفته است که $50 < y^+ < 500$ باشد. به علت وجود گرادیان‌های شدید در جریان از مدل آشفتگی $\epsilon = k$ برای مدل‌سازی آشفتگی استفاده شده است. برای شبیه‌سازی جریان دوفاز از مدل مخلوط^{۲۷} استفاده شده است.

برای دقت در شبیه‌سازی، نتایج عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده است.^[۱۸] (شکل ۲)

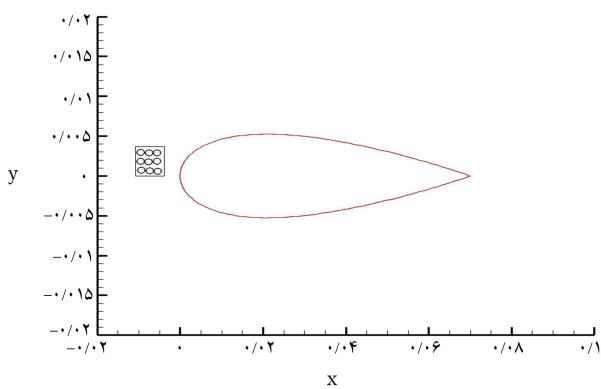
عدد حباب‌زایی نیز به صورت زیر تعریف شده است:

$$\sigma = \frac{P_{in} - P_v}{\frac{1}{2} \rho_{in} U_{in}^2} \quad (17)$$

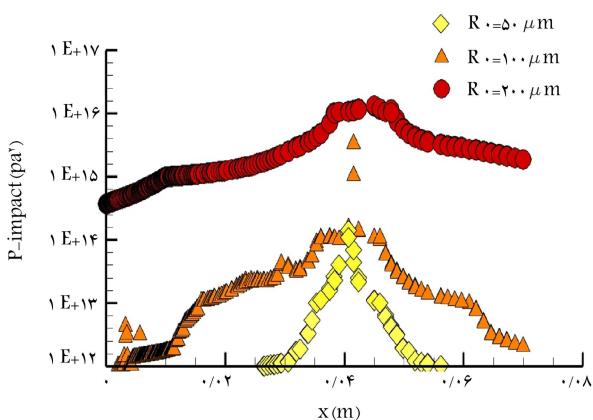
که در آن، P_{in} فشار ورودی، P_v فشار بخار، ρ_{in} چگالی سیال و U_{in} سرعت ورودی هستند.

۱۳. بررسی رفتار حباب

در این بخش رفتار حباب برای اعداد حباب‌زایی مختلف بررسی شده است. هر جریانی - حباب‌زایی یا غیرحباب‌زایی - عدد حباب‌زایی مربوط به خود را دارد. واضح است که اگر عدد حباب‌زایی به مقدار کافی بزرگ باشد، جریان مایع تک فاز خواهد بود. به هرحال، هرگاه عدد حباب‌زایی کاوش یابد، فرایند هسته‌زایی^{۲۸} در برخی از اعداد حباب‌زایی خاص در ابتدا رخ می‌دهد که به عدد حباب‌زایی آغازین^{۲۹} معروف است.^[۱۹]



شکل ۵. شماتیک دسته حباب‌های رها شده.



شکل ۶. پیش‌بینی فرسایش روی سطح مکش هیدروفویل.

حباب برای تنظیم اندازه‌ی خود برای شعاع‌های کوچک‌تر کمتر است. حباب‌هایی با اندازه‌ی بزرگ‌تر می‌توانند وارد نوک هسته‌ی گردابه^{۳۲} شوند و این دلالت می‌کند که موقع آغازین حباب زایی برای جریان با هسته‌ی بزرگ‌تر، بهتر قابل مشاهده است.

۲.۳. پیش‌بینی کمی فرسایش حباب زایی

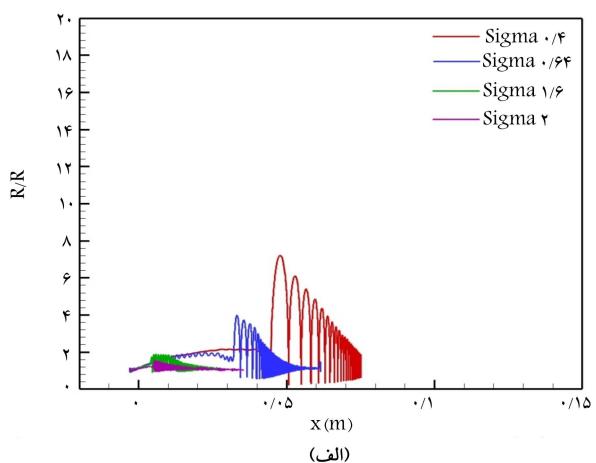
در این قسمت پیش‌بینی کمی فرسایش حباب زایی حول هیدروفویل مورد نظر بررسی می‌شود. شعاع حباب در طول مسیر بسته به گرادیان فشاری در حال تغییر برآورده می‌شود، اما مشخص است که فقط برخی از این تغییرات به عنوان فروریش تلقی شده و مابقی، نوسانات عادی حباب هستند؛ لذا دو شرط کلی به عنوان شروط فروریش در نظر گرفته شده است:

۱. لحظه‌ی فروریش محسوب می‌شود که سرعت دیواره‌ی حباب از یک مقدار منفی به یک مقدار مثبت تغییر کند.

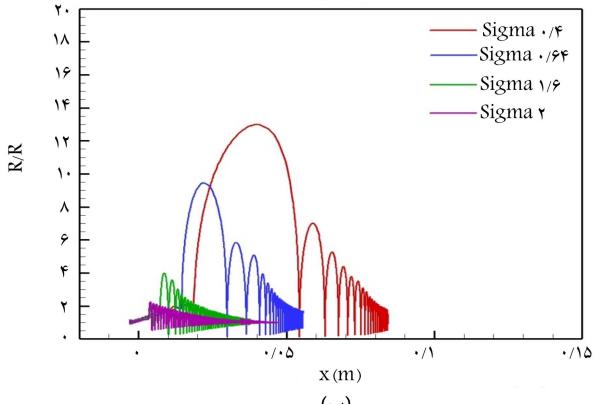
۲. فشار داخلی حباب بیشتر از ۱ Mpa باشد.

برای بررسی اثرات شعاع اولیه بر میزان فرسایش سه دسته ۵۰ تابی حباب در نزدیکی لبه‌ی حمله از هیدروفویل رها شده تا رفتار آنها مورد مطالعه قرار گیرد. شکل ۵ شماتیک دسته حباب‌های رها شده را نشان می‌دهد.

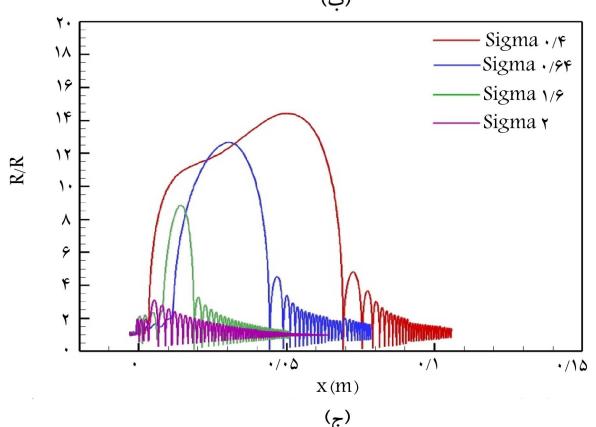
در شکل ۶ مجموع قدرت ضربات وارد شده به سطح مکش^{۳۳} هیدروفویل به تفکیک اندازه حباب‌ها برای $\sigma = 6/4$ نشان داده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، با بزرگ‌تر شدن شعاع اولیه قدرت فرسایش حباب‌ها نیز زیاد می‌شود، به طوری که قدرت فرسایش حباب‌ها با شعاع اولیه $200 \mu m$ تقریباً ده برابر قدرت



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۷. نمودار تغییرات شعاع در طول مسیر حرکت حباب برای اعداد حباب زایی مختلف برای شعاع‌های اولیه.

که برای $\sigma = 2 = \sigma$ حباب اطراف شعاع اولیه‌ی خود فقط نوسان می‌کند. به همین نسبت افزایش شعاع در شعاع اولیه $100 \mu m$ نسبت به حالت قبلی بیشتر است (شکل ۷ ب). در حالت آخر بیشترین افزایش شعاع مشاهده می‌شود. برای $\sigma = 0/4$ افزایش نزدیک به ۱۵ برابری، $\sigma = 0/64$ افزایش نزدیک به ۱۳ برابر $\sigma = 1/6$ افزایش ۹ برابری و $\sigma = 2$ افزایش ۳ برابری نوسان زیاد را احساس کرده است (شکل ۷ ج). با مقایسه شکل ۷ (الف تا ج) مشاهده می‌شود که نزد رشد حباب نزدیک منطقه‌ی حباب زایی بیشتر به عدد حباب زایی حساس می‌شود، یعنی برای شعاع‌های اولیه‌ی کوچک‌تر تغییرات جزئی عدد حباب زایی ممکن است رشد متعادل حباب را نامتعادل کند. همچنین این موضوع برداشت می‌شود که زمان پاسخ

همکاران^[۲۳] نیز در مقاله‌ی که نزخ سوراخ‌های ایجاد شده در اثر فرسایش روی هیدروفویل ۱۵ NACA^{۰۰۱۵} بررسی کردند، به این نتیجه رسیدند که محتمل ترین مکان بین ۶۰ تا ۸۰ درصد از طول وتر است که با نتایج تحقیق هم‌خوانی نسبتاً خوبی دارد. ایشان در تحقیقی دیگر روی هیدروفویل ۱۱/۷ Clark Y توزیع انرژی وارد شده برای چند عدد حباب‌زاپی مختلف را نشان دادند که برای عدد حباب‌زاپی ۶/۶ که شرایطی مانند شرایط پژوهش را دارد، اوج انرژی را در محدوده‌ی ۶۰ درصدی طول وتر بیان کردند.^[۲۴]

در شکل ۷ موقوعیت دقیق محل فروریش حباب‌ها و نیز قدرت فروریش حباب‌ها نشان داده شده است. با بزرگ‌تر شدن حباب‌ها، تعداد فروریش‌ها و قدرت آنها زیاد شده و پراکندگی توزیع آنها در سطح هیدروفویل نیز بیشتر شده است. با توجه به حرکت حباب‌ها با جریان، طبیعی است که حباب‌های بزرگ‌تر در فاصله‌ی دورتر از محل فروریش اصلی، فروریزند و این باعث پراکندگی فشار در سطح هیدروفویل می‌شود. افزایش تعداد فروریش در دو محدوده‌ی مشخص شده ۱-۱۰ Gpa و ۱۰-۱۰۰۰ Mpa افزایش شعاع هم‌خوانی دارد، به طوری که هم در محدوده‌ی ضعیف تعداد فروریش بیشتر شده و هم در محدوده‌ی قوی، صحبت مطلب گفته شده مبنی بر این که ناحیه‌ی انتهایی ۳۸-۰ m از طول وتر، محتمل ترین منطقه برای وقوع فرسایش است، نیز در تمامی شکل‌های موجود در شکل ۷ (الف) (ب) (ج) مشاهده می‌شود.

۴. نتیجه‌گیری

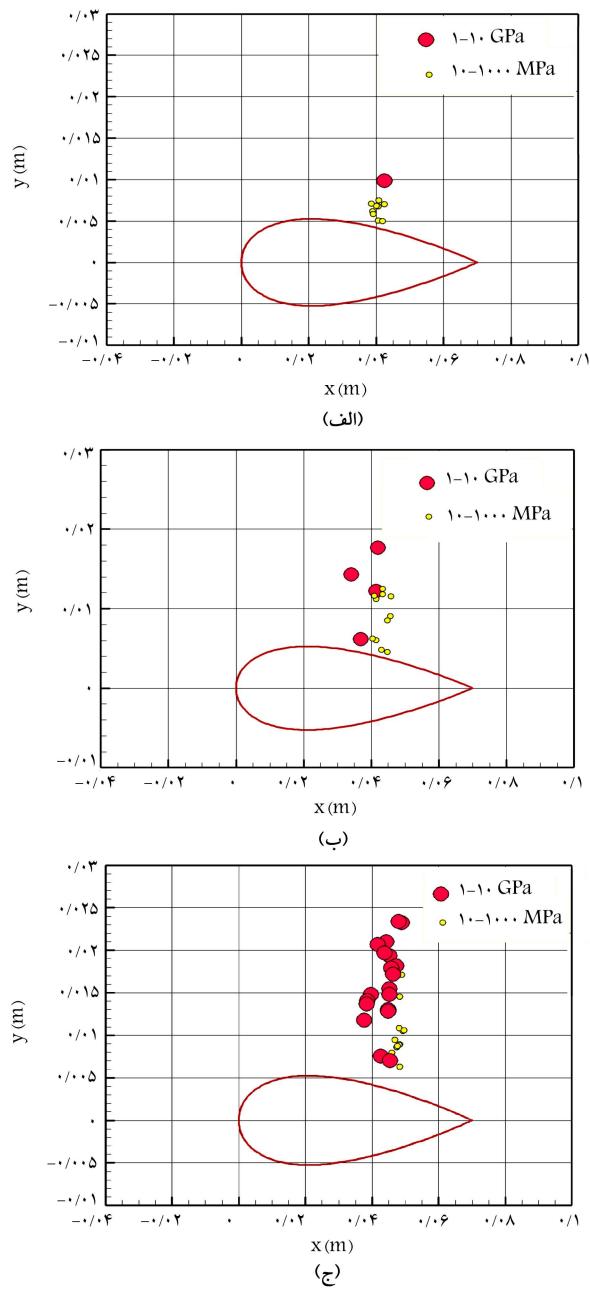
دینامیک حباب با استفاده از دیدگاه اویلری - لاگرانژی بر روی هیدروفویل NACA^{۰۰۱۵} بررسی شد. با استفاده از روش رانج کاتای مرتبه‌ی چهار توانستیم دیدگاه اویلری را با دیدگاه لاگرانژی جفت کرده و استفاده از گام زمانی متغیر سرعت حل را بسیار بالا ببریم. در این مقاله برای اعداد حباب‌زاپی و شعاع اولیه مختلف، مسیر حرکت حباب، تغییرات شعاع و میزان موج فشاری ناشی از حباب‌های مختلف شبیه‌سازی شده است. همچنین محل احتمالی فرسایش ناشی از برخورد موج فشاری پیش‌بینی شده است که موارد ذکر شده جزو نواوری‌های این پژوهش محسوب می‌شوند و نتایج آن عبارت است از:

۱. فرایند هسته‌زاپی در اعداد حباب‌زاپی آغازین نزدیکی دهد و شروع حباب‌زاپی با هسته‌های بزرگ‌تر بهتر قابل مشاهده است.
۲. با کاهش عدد حباب‌زاپی، نزخ رشد شعاع حباب بیشتر می‌شود. در عدد حباب‌زاپی ۴/۴ برابر شعاع $200 \mu\text{m}$ مقدار افزایش $۱۴/۴$ برابری شعاع حباب وجود دارد در صورتی که در عدد حباب‌زاپی ۲، حباب حول شعاع اولیه‌ی خود نوسان می‌کند.
۳. با افزایش اندازه حباب‌ها، تعداد فروریش‌ها و قدرت آنها افزایش یافته و پراکندگی توزیع در سطح هیدروفویل نیز بیشتر می‌شود. به این صورت که برای حباب با شعاع اولیه $200 \mu\text{m}$ بیشینه مقدار موج فشاری $۹/۱۸ \text{Gpa}$ در 63 درصدی طول وتر هیدروفویل رخ داده است.

فهرست علائم

$$V(\frac{\text{m}}{\text{s}}) \quad \text{سرعت}$$

$$C(\frac{\text{m}}{\text{s}}) \quad \text{سرعت صوت، ضریب ثابت}$$



شکل ۷. توزیع فضایی محل انتشار امواج فشاری بر حسب قدرت آنها برای شعاع‌های اولیه.

فرسایش حباب‌ها با شعاع $200 \mu\text{m}$ و نسبت به حباب‌های $50 \mu\text{m}$ به 100 برابر می‌رسد. طبق تحقیقات اوچایی و همکاران^[۲۰] و برگلیس و همکاران^{[۲۱]۲۵} مبنی بر کاهش قدرت امواج فشاری با کاهش شعاع، نتایج به دست آمده در این تحقیق نیز همسو با نتایج ایشان است.

طول حفره طبق شکل ۲ الف تقریباً برابر 38m از طول وتر است. براساس تحقیق نپ در سال ۱۹۵۲ در مورد حباب‌زاپی ثابت روی هیدروفویل^[۲۲] ناحیه‌ی انتهایی حفره حباب‌زاپی، منطقه‌یی با بالاترین ریسک وقوع فرسایش است. محل بیشینه نمودارها، احتمال بیشترین مکان برای فرسایش را نشان می‌دهد که این مکان طبق نمودار در محدوده‌ی انتهایی حفره‌ی حباب‌زاپی قرار گرفته است. اوچایی و

$P(N/m^4)$	فشار	$G(m/s^4)$	شتاب گرانش
$F(N)$	نیرو	$R(m)$	شعاع حباب
$\rho(\frac{Kg}{m^3})$	چگالی	k	ضریب ثابت، ثابت پلی ترولیک
α	کسر حجمی		عدد رینولدز
$v(m^3 s^{-1})$	لزجت سینماتیکی سیال	$R(m)$	فاصله از مرکز حباب

پانوشت‌ها

1. cavitation
2. Knapp
3. Kato et al
4. Sagar and el Moctar
5. volume of fraction
6. Ochiai et al
7. Maeda & Colonius
8. Rasthofer et al
9. Paquette et al
10. Reynolds-Averaged Navier-Stokes(RANS)
11. cavition inception
12. mixture
13. Schnerr and Sauer
14. discrete phase model
15. Maxey and Riley
16. Haberman and Morton
17. ordinary differential equations
18. forth-order Runge-Kutta
19. Hairer and Wanner
20. proportional-integral-derivative controller
21. shock waves
22. impulsive pressure
23. Soyama et al
24. nodes
25. velocity inlet
26. pressure outlet
27. mixture
28. nucleation
29. incipient cavitation number
30. liquid volume fraction
31. cloud cavitation
32. super cavitation
33. tip vortex core
34. suction side
35. Bergeles et al

منابع (References)

1. Chahine K.K.G. , France, J.P. and Karimi, A. , “Advanced experimental and numerical techniques for cavitation erosion prediction”, *Fluid Mechanics and Its Applications*, pp. 3-4, Springer Dordrecht Heidelberg New York London (2014). ISBN:978-94-017-8538-9
2. Franc, J.-P. and Michel, J.-M. “ Fundamentals of cavitation, Springer Science & Business Media” (2006). DOI:10.1007/1-4020-2233-6.
3. Knapp, R. Cavitation, New York (1970).
4. Kato, H., Konno, A., Maeda, M. and et al. “Possibility of quantitative prediction of cavitation erosion without model test”, *J. Fluids Eng.* **118**, pp. 582–588 (1996). DOI:10.1115/1.2817798.
5. Sagar, H. J. and Ould el Moctar.“Numerical simulation of a Laser-induced cavitation bubble near a solid boundary considering phase change”, *Sh.Technol. Res.*, **65**(3), pp. 163-179 (2018). DOI: 10.1080/09377255.2018.1473235.
6. Ochiai, N. “Numerical prediction of cavitation erosion in cavitating flow”, *Proceedings of the 7th International Symposium on Cavitation CAV2009-Paper*. **67** (2009).
7. KazukiMaeda and TimColonius. “Eulerian lagrangian method for simulation of cloud cavitation”, *Division of Engineering and Applied Science, California Institute of Technology*, 1200 East California Boulevard, Pasadena, CA 91125, US (2018). DOI:org/10.1016/j.jcp.2018.05.02.
8. Rasthofer, U., Wermelinger, F., Karnakov P. and et al. “A computational study of the collapse of a cloud with 120500 Gas Bubbles in a Liquid” (2018).
9. Paquette, Yves. ,Fivel, M.C. ,Gigliotti, G. ,Johnsen, E. and et al. “Fluid-Structure interaction in cavitation erosion”, *10th International Symposium on Cavitation (CAV2018)* , Baltimore, United States.(May 2018). (hal-01692512).
10. Schnerr, G. H. and Sauer, J. “Physical and numerical modeling of unsteady cavitation dynamics,” *Fourth International Conference on Multiphase Flow, New Orleans*, USA, pp. 1-12 (2001).
11. Plesset, M. S. and Prosperetti, A. “Bubble dynamics and cavitation,” *Annu. Rev. Fluid Mech.*, **9**(1), pp. 145-185 (1977). DOI: 10.1146/annurev.fl.09.010177.001045.
12. Prosperetti, A. and Lezzi, A. “Bubble dynamics in a compressible liquid,” *J. Fluid Mech.*, **168**, pp. 457-478 (1986). DOI: 10.1017/S0022112086000460.
13. Maxey, M. R. “Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow,” *Phys. Fluids*, **26**(4), pp. 883 (1983). DOI: 10.1063/1.864230.
14. Haberman, W. L. and Morton, R. K. “An experimental investigation of the drag and shape of air bubbles rising in various liquids,” *Navy Dep. David Taylor Model Basin Washingt*. DC, pp. 1-55 (1953). DOI: 10.5962/bhl.title.47521.
15. Hosseininejad S.S. “A CFD modeling of cavitation for fine particle flotation”, *A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy in chemical engineering*, pp. 83-85 (2016).

16. Keller, J.B. and Kolodner, I.I. " Damping of under-water explosion bubble oscillations", *J. Appl. Phys* **27**, pp.1152-1161 (1956). DOI:10.1063/1.1722221.
17. Soyama, H., Kumano, H., and Saka, M. "A new parameter to predict cavitation erosion," <http://resolver.caltech.edu/cav2001> Sess. 002, pp. 1-8 (2001).
18. Van Rijsbergen, M. and Boorsma, A. "High speed video observations and acoustic impact measurements on a NACA0015 foil", *Proceedings of the 8th International Symposium on Cavitation CAV2012 — Submission*, **280**, Singapore(August 13-16 2012).
19. Mahdi, M., Shams, M. and Ebrahimi, R. "Numerical simulation of scaling effect on bubble dynamics in a turbulent flow around a hydrofoil", *JAST*, **3**(2), pp. 67-75 (2006).
20. Ochiai, N., Iga, Y., Nohmi, M. and Ikohagi, T. " Numerical prediction of cavitation erosion intensity in cavitating flows around a Clark Y 11.7% hydrofoil, *J. Fluid Sci. Technol*, **5**, pp. 416-431 (2010). DOI:10.1299/jfst.5.416 (2010).
21. Bergeles, G., Li, J., Wang, L. and et al. " An erosion aggressiveness index (EAI) based on pressure load estimation due to bubble collapse in cavitating flows within the RANS solvers" *SAE Int. J. Engines*, **8** pp. 2015-24-2465 (2015). DOI:10.4271/2015-24-2465.
22. Knapp, R.T. "Recent investigations of the mechanics of cavitation and cavitation damage", *Trans. ASME*, **77**, pp. 1045-1054 (1955). DOI:10.1016/0043-1648(58)90220-5.
23. Ochiai, N., Iga, Y., Nohmi, M. and et al. "Study of quantitative numerical prediction of cavitation erosionin cavitating flow", *Journal of Fluids Engineering*, **135**(1):(011302-1) (2013). DOI:10.1115/1.4023072.