

توسعه یک حلگر کوپل تعقیب سطح فاصل برای حل عددی میدان جریان‌های دوفازی در اعداد رینولدز پایین در بستر foam – extend

بهنام چراغی (دانشجوی دکتری)

شیدوش وکیلی پور* (دانشیار)

دانشکده علوم و فنون نوین، دانشگاه تهران

مهندسی مکانیک شریف (بهار ۱۴۰۳)
دوری ۴۰، شماره ۱، ص. ۹۷-۱۱۰، (پژوهشی)

در این پژوهش، برای اولین بار یک حلگر حجم محدود کوپل، برای حل عددی همزمان معادلات جریان سیال تراکم‌ناپذیر دوفازی در اعداد رینولدز پایین و معادله موقعیت سطح فاصل بین دوفاز با اعمال شروط مرزی روی سطح فاصل در بستر فوم - اکستند توسعه می‌یابد. جریان‌های مورد مطالعه برای جابه‌جایی سطح و شبکه به صورت آرام، در محدوده اعداد رینولدز کمتر از 10^3 در نظر گرفته می‌شود. این حلگر، مبتنی بر الگوریتم تعقیب سطح فاصل می‌باشد که به کمک ترفند سلول با ضخامت صفر، پیاده‌سازی می‌شود. مزیت اصلی این حلگر در این است که تمامی معادلات حاکم بر هر دوفاز به وسیله سلول‌های مجاور سطح واصل با یکدیگر و با معادله موقعیت سطح فاصل کوپل شده و به صورت همزمان حل می‌گردند. عملکرد حلگر، با حل جریان درون مجرا و روی پله مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و میرایی امواج ایجاد شده روی سطح فاصل و نحوه تغییر متغیرهای جریان مورد بررسی قرار خواهد گرفت. نتایج به دست آمده از حلگر پیشنهادی در مقایسه با سایر حلگرهای جریان ارائه شده در پژوهش‌های پیشین حاکی از تطبیق کامل نتایج حاصل است.

واژگان کلیدی: جریان دوفازی، حلگر کوپل، الگوریتم تعقیب سطح فاصل، فوم - اکستند، روش حجم محدود.

aer.b.cheraghi@ut.ac.ir
vakilipour@ut.ac.ir

۱. مقدمه

حل جریان‌هایی است که امکان جدا شدن بخشی از سیال، از سطح وجود داشته باشد. عدم محاسبه دقیق موقعیت سطح فاصل می‌تواند از نقاط ضعف این دسته از روش‌ها باشد. روش معروف و شناخته شده VOF^۴ در این دسته بندی قرار می‌گیرد.^[۱] در مقابل، روش‌های مبتنی بر دنبال کردن سطح یا محاسبه‌ی دقیق سطح فاصل می‌باشند که به روش‌های IT^۵ معروفند.^[۲] این روش‌ها، با در نظر گرفتن سطح فاصل به صورت یک وجه از شبکه محاسباتی، عملاً موقعیت دقیق سطح را در ابتدای شروع حل در اختیار داشته و با ادامه حل و تغییر مقادیر خواص جریان، موقعیت جدید سطح را پیدا می‌کنند. یافتن موقعیت جدید سطح، نیازمند حرکت سطح و مطابقت شبکه داخلی با آن است، به همین دلیل، این روش‌ها در کنار الگوریتم‌های جابه‌جایی شبکه معنا می‌یابند. روش‌های مختلفی بر پایه دو رویکرد اشاره شده، توسعه داده شده‌اند، به عنوان مثال می‌توان به روش MAC^[۶]،

با توجه به کاربردهای چشمگیر جریان‌های دو یا چند فازی، شبیه‌سازی این جریان‌ها، همواره یکی از زمینه‌های جذاب تحقیقاتی و صنعتی می‌باشد. به عنوان مثال در صنایع دریایی، نفت و گاز، هوافضا، خنک‌کننده‌ها و سیستم‌های توان و تبرید در حال توسعه می‌باشد. رویکردهای مختلفی جهت شبیه‌سازی و مطالعه‌ی جریان‌های دوفازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در یک دسته‌بندی کلی، می‌توان روش‌های تخمین موقعیت^۱ دو سیال را در مقابل روش‌های مبتنی بر حرکت دقیق یا دنبال کردن^۲ سطح فاصل^۳ میان دو سیال مطرح نمود. در رویکرد اول، متغیری برای هر یک از سلول‌های محاسباتی حل می‌شود که نمایانگر نسبت یا درصد اشغال آن سلول توسط هریک از فازها می‌باشد. یکی از اصلی‌ترین مزیت این روش‌ها، توانایی

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴۰۲/۲/۱۰، اصلاحیه ۱۴۰۲/۶/۶، پذیرش ۱۴۰۲/۶/۲۷.

استناد به این مقاله:

چراغی، بهنام و وکیلی پور، شیدوش، ۱۴۰۳. توسعه یک حلگر کوپل تعقیب سطح فاصل برای حل عددی میدان جریان‌های دوفازی در اعداد رینولدز پایین در بستر foam-extend.

مهندسی مکانیک شریف، ۴۰(۱)، صص. ۹۷-۱۱۰. DOI:10.24200/J40.2023.62339.1681

روش دنبال کردن ناحیه جلویی^[۶] و غیره اشاره نمود. یکی از اصلی ترین چالش ها در تمامی روش های اشاره شده، حفظ دقت و تیزی^۷ سطح فاصل، در عین رفتار مطلوب پایداری و نرخ مناسب همگرایی است.

موزافریجا و پریک^[۷] روش جابه جایی دومرحله ای سطح را با موفقیت برای مسائل سطح آزاد پیاده سازی نمودند. هاجستین و ولیامز^[۸] یک روش ضمنی دوبعدی برای محاسبه کشش سطحی ارائه داده و این الگوریتم ضمنی را برای شبیه سازی جریان حباب مورد استفاده قرار دادند. اوشی و همکاران^[۹] نیز یک الگوریتم ضمنی سه بعدی برای حل مسائل سطح آزاد ناپایا با روش MAC توسعه دادند و حلی با پایداری بیشتر حاصل شد. دنرو واجم^[۱۰] یک بستر کوپل را برای روش VOF چه در حالت گسسته سازی ضمنی و چه صریح، پیشنهاد دادند که در نهایت منجر به افزایش اندازه گام زمانی شد. آپسلی و هو^[۱۱] روش تعقیب سطح فاصل را برای توسعه یک حلگر حجم محدود جهت مدل کردن تقابل امواج سطحی به همراه جسم زیرسطحی اعمال کردند. احمدی و همکاران^[۱۲] یک مدل حجم محدود ضمنی و دوبعدی را برای شبیه سازی جریان های امواج سطحی براساس روش تصویر کردن^۹ توسعه داده اند.

اصلی ترین تلاش ها جهت حل کاملاً کوپل، به صورت ضمنی و همزمان جریان های دوفازی را می توان، پژوهش وکیلی پور و همکاران^[۴] دانست که به صورت دوبعدی صورت گرفته است. در این پژوهش، جریان سطح سیال و جریان دوفازی به کمک یک الگوریتم جدید با شروط سطح فاصل کوپل شده اند و جابجایی سطح نیز با استفاده از یک روش جدید اعمال شده است. می توان ادعا نمود که عموم مطالعات گزارش شده در حوزه جریان های دوفازی مبتنی بر رویکرد غیرکوپل یا کوپل جزئی برای حل معادلات جریان سیال و شروط سطح فاصل بوده است. در بستر فوم - اکستند نیز حلگر پیش فرض inter Track Foam با استفاده از الگوریتم شناخته شده PIMPLE^{۱۰} به حل هیدرو دینامیکی سیال می پردازد. در حالی که معادلات و شروط روی سطح فاصل را به صورت کاملاً مجزا و با یک تاخیر زمانی نسبت به جریان سیال دوفاز، حل می نماید. معادلات مربوط به سطح فاصل در این حلگر، به کمک کلاس ها و توابع اختصاصی رویه ها^{۱۱} و سطح ها صورت می گیرد. همچنین الگوریتم جابجایی سطح فاصل نیز، الگوریتم دو مرحله ای معروف موزافریجا و پریک^[۷] می باشد. در مطالعه حاضر، اعمال کوپلینگ جریان و شروط مرزی سطح فاصل دو فاز در بستر فوم - اکستند، برای اولین بار انجام شده است. تاکنون تمامی الگوریتم های مورد استفاده در بستر فوم - اکستند از نوع جدا از هم^{۱۲} بوده اند. اعمال کوپلینگ در کنار استفاده از ترفند سلول با ضخامت صفر، منجر به ایجاد حلگری جدید با قابلیت حل جریان های دوفازی برای اعداد رینولدز کم گردیده است. در این حلگر، معادلات هر دو فاز سیال شامل معادلات مومنوم و جرم به همراه معادلات و شروط سطح فاصل میان دو فاز که شامل معادلات دینامیکی، برابری سرعت و شروط فشاری هستند، به صورت همزمان و کوپل در یک سیستم ماتریسی سرهم بندی^{۱۳} و حل شده اند. در واقع می توان گفت که در حلگر توسعه داده شده، کوپلینگ میان هر دو فاز به همراه شروط مرزی سطح فاصل مشابه با الگوریتم وکیلی پور و همکاران^[۴] صورت گرفته است. روند پیاده سازی مراحل مختلف با بهره بردن از توابع و کلاس های پیش فرض در محیط فوم - اکستند نیز شرح داده شده است. به منظور بررسی صحت عملکرد این حلگر، برای حل جریان های دوفازی از نوع لایه ای نازک،^{۱۴} دو جریان داخل مجرا و جریان روی پله مورد ارزیابی قرار گرفته اند. در این کار، اولین مرحله بعد از کوپلینگ معادلات، یعنی مرحله جابه جایی شبکه مورد توجه بوده که حلگر موفق به رساندن سطح به پاسخ مورد نظر شده است. نمایش نحوه خروج امواج و به خصوص موج اول نیز مورد توجه قرار گرفته است. می توان ادعا نمود که کار حاضر در واقع شروع روند و

تایید الگوریتم کوپل میان جریان هر دوفاز با سطح فاصل است که می تواند به صورت عملیاتی در کدهای متن باز حجم محدود، اعمال گردد. ترفند سلول سطح فاصل با ضخامت صفر نیز به منظور ایجاد نقطه محاسباتی فعال بر روی مرز پیاده سازی شده و مورد استفاده قرار گرفته است. در این ترفند، با فشردن سازی یک ردیف سلول مجاور سطح فاصل در هر طرف، عملاً این ردیف از سلول های محاسباتی مرزی برای هر کدام از دامنه های سیال دو طرف سطح، نقش سلول مرزی محاسباتی را ایفا می کند. کاهش ضخامت تا مقادیر بسیار ناچیز در کنار اصلاح مقادیر روی سطح مشترک با سلول داخل میدان، منجر به حذف اثر فاصله این سلول ها و در واقع رسیدن به یک سطح فاصل تیز شده است. در این مقاله، تمامی معادلات روی سطح فاصل شامل محاسبات ماتریس تنش برشی یا عبارت های مربوط به گرادین ها به صورت متمایز از توابع پیش فرض فوم - اکستند محاسبه و در دستگاه ماتریس نهایی سرهم بندی^{۱۵} گردیده اند. حرکت سطح فاصل نیز به کمک اعمال معادله سینماتیکی و الگوریتم ارائه شده توسط وکیلی پور و همکاران^[۴] انجام گرفته است ولی به راحتی با توجه به ساختار بستر فوم - اکستند، می تواند با الگوریتم های دیگر همچون الگوریتم موزافریجا و پریک^[۷] نیز عملیاتی شود.

۲. مدل سازی ریاضی

۱.۲. معادلات حاکم بر فازها

معادلات حاکم بر دو فاز سیال در دوطرف سطح فاصل عبارت است از معادلات پیوستگی و مومنوم که به صورت زیر ارائه شده است:^[۴،۳]

$$\oint_S \rho \mathbf{n} \cdot \mathbf{u} \, dS = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{d}{dt} \oint_V \rho \mathbf{u} \, dV + \oint_S \mathbf{n} (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) \, dS = - \oint_S \nabla p \, dV + \oint_S \mathbf{n} \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) \, dS \quad (۲)$$

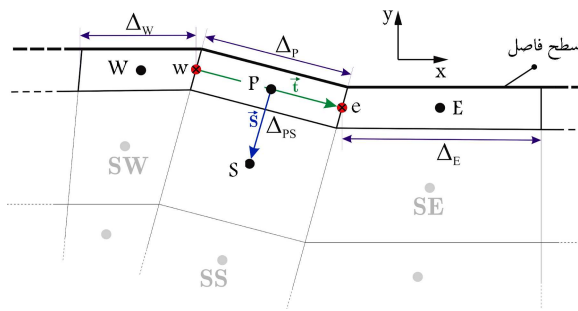
که در آن \mathbf{n} بردار یکه عمود بر سطح S و به سمت بیرون با شکل مولفه ای می باشد. ρ ، μ به ترتیب بردار سرعت، فشار دینامیکی، چگالی و لزجت سیال می باشند که ضرایب لزجت و چگالی به صورت ثابت در نظر گرفته شده اند.

۲.۲. معادلات و شرایط حاکم بر سطح فاصل

شکل ۱ یک سطح فاصل سه بعدی به همراه راستاهای عمودی و مماسی بر آن را نشان می دهد.

معادلات حاکم بر سطح فاصل از قوانین توازن نیرو (تعادل دینامیکی)، قانون بقای حجم (فضا) و تبادل جرم و انرژی در سطح فاصل استخراج می شوند. معادلات مذکور نقش شروط مرزی را برای هر یک از میدان های جریان سیال در دو طرف سطح فاصل ایفا می کنند. در واقع معادلات حاکم بر روی سطح فاصل شروط مرزی را برای هر دو بخش جریان سیال کامل می کنند. معادلات حاکم بر سطح فاصل از شروطی استخراج می شوند که عبارتند از:^[۴،۳]

- شروط تعادل نیرویی در سه راستای عمودی، مماسی طولی و مماسی عرضی که معادلات دینامیک سطح فاصل از آنها استخراج می شوند؛
- شرط بقای حجم سیال محصور در زیر سطح فاصل که معادله حرکت سطح فاصل از آن به دست می آید؛



شکل ۲. یک سلول در مجاورت سطح فاصل.

یک رابطه مرسوم برای محاسبه انحنای سطح فاصل به عنوان یک رویه سه بعدی (در حالت عمومی) با معادله $z = f(x, y)$ به صورت زیر می باشد:

$$K = \frac{(1 + f_x^2) f_{xx} - 2 f_x f_y f_{xy} + (1 + f_y^2) f_{yy}}{2(1 + f_x^2 + f_y^2)^{3/2}} \quad (9)$$

به منظور محاسبه مشتقات در جهت های محورهای مختصات، با در نظر گرفتن یک سلول مرزی و سلول های همسایه آن، مطابق با شکل ۲، ابتدا گرادینان در سه جهت مرکز تا مرکز، مماس طولی و مماس عرضی نوشته شده اند:

$$\frac{\partial \phi}{\partial s} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t_1} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t_1} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t_1} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t_1} \quad (11)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t_2} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t_2} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t_2} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t_2} \quad (12)$$

اکنون به کمک روش کرامر، عبارت گرادینان برای سه جهت مختصاتی مورد نظر به دست می آیند که جزئیات بسط یافته عبارات اصلی معادله دینامیکی و گرادینان ها در پیوست ارائه شده است. طرح های^{۱۷} عددی مرسوم نیز جهت محاسبه گرادینان ها مورد استفاده قرار گرفته اند.

۲.۲.۲. معادله حرکت سطح فاصل

معادله حرکت سطح فاصل تضمین کننده ی شرط بقای حجم سیال محصور در سطح فاصل و حرکت ذرات هر دو فاز سیال بایکدیگر روی آن می باشد. در حالتی که، تبادل جرم بین دو فاز در سطح فاصل وجود نداشته باشد، این معادله برابری مولفه های سرعت عمودی سیال و سطح فاصل را در نقطه تماس، به شکل زیر بیان می کند:^[۲۳]

$$(\rho A u_n - \rho \dot{\Omega})_{interface} = 0 \quad (13)$$

به طوریکه A و $\dot{\Omega}$ ، به ترتیب معرف مساحت سطح فاصل و مقدار حجم جاروب شده توسط هریک از وجوه تشکیل دهنده سطح فاصل می باشد. وکیلی پور و همکاران^[۲۴] یک رهیافت نوین برای محاسبه جابه جایی سطح فاصل را مبتنی بر شیب و طول سطح کنترلی سلول مجاور سطح فاصل، توسعه دادند.

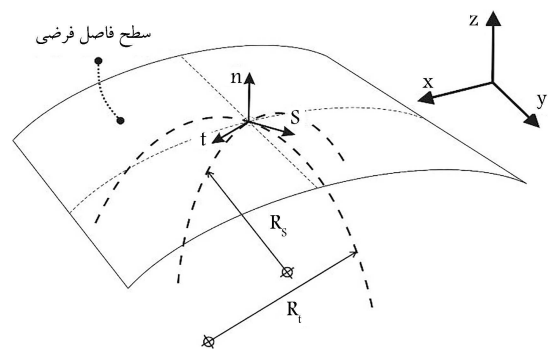
۳.۲.۲. معادله برابری سرعت در سطح فاصل

همانطور که پیشتر اشاره شد، در صورت عدم انتقال جرم از سطح فاصل، شرط بقای جرم به معادله برابری سرعت در سطح فاصل تقلیل یافته که با در نظر گرفتن مولفه های سرعت در سه راستای محلی، به صورت زیر ارائه می گردد:^[۲۵]

$$u_{iL} \cdot n = u_{iG} \cdot n \quad (14)$$

$$u_{iL} \cdot t = u_{iG} \cdot t \quad (15)$$

$$u_{iL} \cdot s = u_{iG} \cdot s \quad (16)$$



شکل ۱. سطح فاصل سه بعدی به همراه راستاهای عمودی و مماسی.

- شروط بقای جرم و انرژی گذرکننده از سطح فاصل که در نبود تبدلات جرم و انرژی، این شروط به معادلات برابری سرعت و دمای سیال هر فاز در (دو سوی) سطح فاصل منتج می شود؛
- شرط پیوند میدان های فشار در دو طرف سطح فاصل که به وسیله ارتباط فشار سطح با داخل دامنه جریان سیال برقرار می شود.

۱.۲.۲. معادلات دینامیک سطح فاصل

معادلات دینامیک سطح فاصل با اعمال شرط تعادل نیرویی میان دو فاز سیال در راستاهای عمودی، مماسی طولی و مماسی عرضی دو طرف سطح فاصل را برقرار کرده و به صورت زیر برای هر سه راستا ارائه می شود:^[۲۶]

$$n \cdot T_{iL} \cdot n - \sigma K - p_{iL} = n \cdot T_{iG} \cdot n - p_{iG} \quad (3)$$

$$n \cdot T_{iL} \cdot t = n \cdot T_{iG} \cdot t \quad (4)$$

$$n \cdot T_{iL} \cdot s = n \cdot T_{iG} \cdot s \quad (5)$$

در روابط بالا، σ ، T و K به ترتیب تانسور تنش کل، کشش سطحی و انحنای سطح فاصل می باشند. همچنین، بردارهای t و s نشان دهنده راستاهای مماسی طولی و عرضی بوده و پانویس های iL و iG نیز به ترتیب مشخص کننده بخش های مایع و گاز هستند. تانسور تنش کل (T) را می توان در جریان های تراکم ناپذیر و براساس فرض استوکس، با استفاده از تانسور نرخ کرنش (D) و میدان سرعت سیال به صورت زیر محاسبه کرد:^[۱۳]

$$T = 2\mu D = \mu [\nabla \otimes u + (\nabla \otimes u)^T] \quad (6)$$

در رابطه ۶، عملگر \otimes نشان دهنده ضرب خارجی^{۱۶} می باشد. در دستگاه مختصات کارتزینی، تانسور تنش کل، با استفاده از گرادینان های سرعت در قالب تنش های برشی و عمودی (τ) و فشار ترمودینامیکی (p) به صورت زیر نشان داده می شود:^[۲]

$$T = \begin{bmatrix} \tau_{xx} - p & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} - p & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} - p \end{bmatrix} \quad (7)$$

مولفه های تنش های برشی، τ ، با روابط زیر به وسیله گرادینان های سرعت محاسبه می شود:^[۲]

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \\ \tau_{xz} &= \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ \tau_{zy} &= \tau_{yz} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

۴.۲.۲. معادله تنظیم فشار

این معادله برای تنظیم فشار روی سطح فاصل و داخل میدان هر یک از فازها به کار گرفته می شود. به صورت عمومی، شرط مرزی فشار به صورت زیر بیان می شود: [۳]

$$\nabla p_i \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (17)$$

به طوری که در حالت مرتبه اول و دوم، به عنوان شرط گرادینان صفر شناخته می شود، و در بستر فوم - اکستند معادل با zeroGradient است که در اینجا با توجه به محاسبه گرادینانها به صورت مجزا، از شروط پیش فرض استفاده نشده و به صورت مرتبه دوم پسرو اعمال شده است.

۳. اعمال معادلات و فرایند حل در محیط فوم - اکستند

معادلات حاکم بر میدان جریان و سطح فاصل تماماً با توابع موجود در فوم - اکستند نسخه ۵ توسعه یافته و گسسته سازی شده اند. شکل ۲ ساختار الگوریتم و بخش های اصلی حلگر توسعه داده شده حاضر را با استفاده از بخش بندی های با رنگ و شماره گذاری مجزا نشان می دهد. در این شکل، بخش های با رنگ سبز و نارنجی مربوط به فرایندهایی است که توابع محاسباتی آنها به صورت عمومی در فوم - اکستند توسعه داده شده اند. همچنین تعدادی از توابع و ساختارهای موجود در حلگر inter Track Foam در فوم - اکستند نیز به کار رفته که بخش فرایندی آنها در شکل ۳ با رنگ آبی نشان داده شده است.

در ادامه، عملکرد بخش های شماره گذاری شده در شکل ۳ به صورت مختصر ارائه می شود.

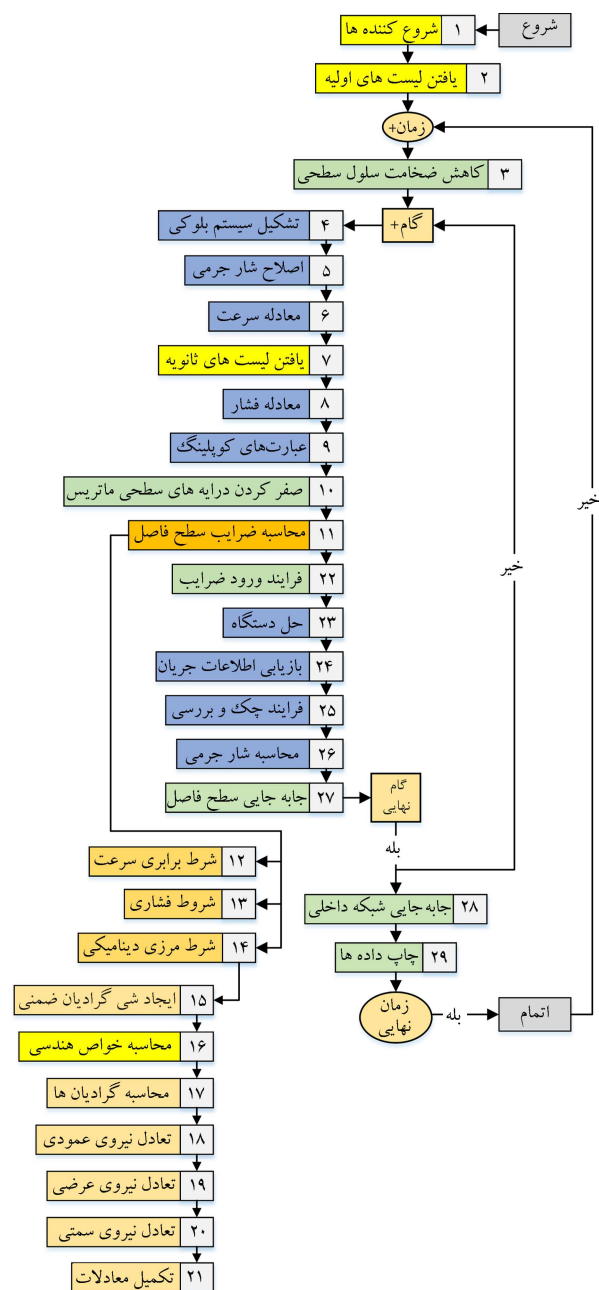
بخش ۱: کلیه فرایندهای مربوط به ایجاد فهرست ها و دیگر مخازن خالی داده های اصلی که در حین اجرا مورد استفاده قرار می گیرند، در این بخش صورت می گیرد. بخش ۲: جستجو و بستن انواع فهرست های مورد نیاز در ادامه ی برنامه در این بخش انجام می گیرد. در واقع، خروجی این بخش شامل مجموعه ای از مخازن داده است که عموماً به صورت آدرس یا اندیس و به منظور استفاده در حلقه های محاسباتی بر روی سلول ها یا هر مشخصه مورد نیاز دیگر از سطح فاصل گردآوری شده اند.

عملکرد بخش های شماره گذاری شده در شکل ۳ به صورت جزئی در ادامه تشریح شده اند.

بخش ۳: پیاده سازی ترفند سلول های محاسباتی مرزی با ضخامت نزدیک به صفر در این بخش انجام شده است. کاهش ضخامت سلول ها به کمک تابع movePoints از کلاس پایه fvMesh صورت گرفته است. به منظور اعمال صحیح این ایده، نیاز به اصلاح ضرایب ری و چاو (PWIM) [۱۸، ۱۵، ۱۴] مربوط به سلول های سطح فاصل است. این اصلاح منجر به محاسبه صحیح مقادیر روی وجه میان سلول سطح فاصل و نزدیکترین سلول داخل میدان به آن می گردد (شکل ۴) که عملاً اثر ضخامت سلول نازک شده، حذف می شود.

بخش ۴: این بخش مربوط به ایجاد سیستم بلوکی با در نظر گرفتن تعداد متغیر می باشد. [۱۶-۱۹] تمامی فرایندهای سرهم بندی ضرایب، در دستگاه ماتریسی نهایی به کمک توابعی است که با کلاس های این بخش، همچون fvBlockMatrix، هماهنگ شده اند؛

بخش ۵: به منظور تصحیح مقدار شار جرمی روی سطوح بعد از انجام هر جابجایی در شبکه، این بخش ایجاد شده است. در واقع عمل تصحیح شار جرمی موجود در عبارت جابه جایی معادلات جریان و حرکت شبکه (روش ALE [۱۹]) را بر عهده دارد. تابع اصلی مورد استفاده در این مرحله، (fv::meshPhi) می باشد که عمل



همانطور که پیشتر اشاره شد، تابع پیش فرض فوم - اکستند که در این مرحله مورد استفاده قرار گرفته و وظیفه جابه‌جایی شبکه را برعهده دارد، تابع () movePoints از کلاس fvMesh می‌باشد؛

بخش ۲۸: جابه‌جایی نقاط داخل میدان متناسب با شروط مرزی داده شده و همچنین جابه‌جایی اعمال شده برای سطح سیال، در این مرحله انجام شده است. الگوریتم جابه‌جایی شبکه داخلی به دو صورت کلی حل معادله لاپلاس برای تمامی نقاط و یا جابه‌جایی براساس نسبت فاصله اولیه می‌باشد. در مسائل جریان لایه‌ای، جابه‌جایی یکنواخت شبکه هزینه محاسباتی کمتری دارد؛

بخش ۲۹: در پایان، عملیات مربوط به چاپ یا استخراج داده‌های مورد نیاز، جهت پس پردازش صورت گرفته است.

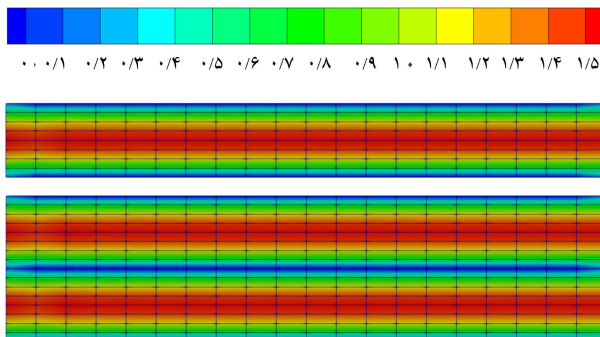
۴. نتایج

در ابتدا به منظور اعتبارسنجی حلگر جریانی، مقایسه‌ای میان نتایج مراجع وکیلی‌پور و همکاران، سنجل و سیمبالا^[۲۰] و گارتلینگ^[۲۱] با نتایج حاصل از حلگر توسعه داده شده ارائه شده است. همچنین، پیش از بررسی جریان دوفازی در حالت کوپل شده، ابتدا یک ارزیابی در حالتی که هر دوفاز به صورت غیرکوپل هستند، انجام شده است. به عبارتی، فاز بالا و پایین کاملاً مستقل از یکدیگر بوده‌اند که در این حالت گویا دوجریان تک‌فاز به یکدیگر متصل شده‌اند. این حالت در شکل‌های ۵ و ۶ نمایش داده شده است.

پس از این بررسی اولیه در حالت‌های مختلف از شبکه و زوایای مختلف دامنه (که به منظور اختصار ذکر نشده‌اند)، بررسی مربوط به فعال شدن شروط مرزی روی سطح فاصل و همچنین فعال شدن معادله سینماتیک جهت حرکت سطح مورد ارزیابی قرار گرفته است. توجه شود که در کلیه مراحل، خواص هر دوفاز به صورت کاملاً یکسان مقداردهی شده‌اند، اما می‌توان در مطالعات آینده، خواص متفاوت را در کنار فعال‌سازی عبارت مربوط به کشش سطحی و انحنای سطح مورد ارزیابی قرار داد.

نمونه‌های مورد بررسی به منظور ارزیابی جابه‌جایی سطح و شروط روی سطح شامل چندین نمونه آزمون جریان درون مجرا با سطح فاصل اولیه در وسط و به صورت کاملاً افقی، جریان درون مجرا با سطح فاصل اولیه در وسط و نیمه افقی - نیمه زاویه دار، جریان درون مجرا با سطح فاصل اولیه در بخش پایین یا بالا و در پایان، جریان بر روی پله و سطح فاصل اولیه در وسط بخش ورودی جریان می‌باشد. اعداد رینولدز

سرعت (m/s)



شکل ۵. میدان جریان در حالتی که دوفاز کاملاً مستقل از یکدیگر هستند، بالا (جریان درون مجرای تک‌فاز و پایین) جریان درون مجرا در حالت دوفاز ولی غیرکوپل.

محاسبه سرعت نسبی شبکه را برعهده دارد؛

بخش ۶: ایجاد معادله مومنتوم به همراه محاسبات ماتریس ضرایب و فرایند داخل‌سازی در دستگاه بلوکی در این بخش صورت گرفته است. عبارت فشاری معادله مومنتوم در بخش ۹ وارد شده است؛

بخش ۷: این بخش جهت پرکردن و ساختن مخازن داده‌ای مورد نیاز که وابسته به ماتریس ضرایب متغیرها (در اینجا سرعت) است ایجاد شده است و الزاماً باید بعد از تکمیل یکی از معادلات سرعت یا فشار قرار گیرد؛

بخش ۸: مشابه با بخش مربوط به معادله مومنتوم، در اینجا معادله فشار تکمیل شده و در دستگاه بلوکی وارد می‌گردد. عبارت سرعت درون معادله فشار در بخش ۹ وارد شده است؛

بخش ۹: عبارت‌های مربوط به کوپلینگ معادلات، یعنی عبارت فشاری معادله مومنتوم و عبارت سرعتی معادله فشار در این بخش، به دستگاه بلوکی اصلی وارد شده است؛

بخش ۱۰: صفر کردن درایه‌های مربوط به سلول‌های سطح فاصل به منظور آماده سازی جهت اعمال شروط روی سطح نیز در این مرحله انجام می‌گردد؛

بخش ۱۱: این بخش که از مهم‌ترین بخش‌های فرایند پیاده‌سازی می‌باشد، در واقع وظیفه محاسبه ضرایب مناسب سلول‌های سطح فاصل را با توجه به معادلات و شرایط حاکم بر سطح برعهده دارد. مراحل داخلی این بخش، در ادامه تشریح می‌شود؛

بخش ۱۲: شرط برابری سرعت در دوطرف سطح فاصل که می‌تواند مشابه با شرط عدم لغزش دیواره ولی به طور همزمان و برای دوطرف سطح دو سیال قلمداد شود، در این بخش اعمال شده است. در حالتی که انتقال جرم از سطح وجود نداشته باشد، این شرط حاکم خواهد بود؛

بخش ۱۳: شروط مربوط به فشار روی سطح فاصل و ارتباط آن با فشار داخل میدان در این بخش پیاده‌سازی شده است. برای هر سمت، شرط مرزی گرادین صفر به صورت مرتبه اول و مرتبه دوم اعمال شده است؛

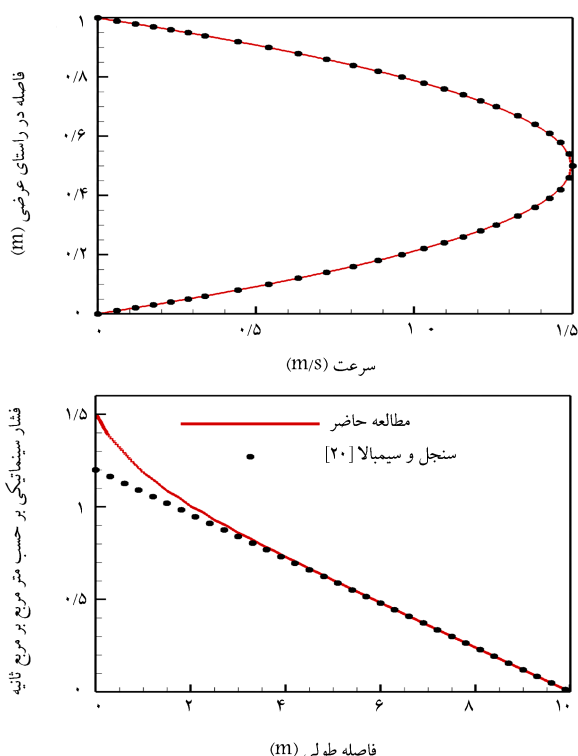
بخش ۱۴ تا ۲۱: شرط مرزی دینامیکی و یا همان تعادل نیرویی در این بخش پیاده‌سازی شده است. در ابتدا در بخش ۱۵ یک شیء از کلاس ۲۱ گرادین ایجاد شده است. این عمل، مستلزم تغییر کلاس پیش فرض فوم - اکستند جهت دریافت متغیر سرعت است. سپس، در مرحله ۱۶ مشخصات هندسی که بایستی در هر تکرار محاسبه و به روزرسانی شوند، محاسبه و دریافت شده‌اند. در مرحله ۱۷، با توجه به الگوریتم مورد نظرمان برای محاسبه گرادین و همچنین فواصل و خواص هندسی بخش ۱۶، کار محاسبه عبارت گرادین انجام شده است. پس از آن در مراحل ۱۸ تا ۲۰، براساس محاسبات گرادینی انجام شده، در مرحله ۱۷، شروط تعادل نیرویی در هر سه جهت عمودی، مماسی و در راستای عمق دامنه پیاده‌سازی شده است. در پایان، عبارت‌های مربوط به انحنای سطح و همچنین فشار درون معادله تعادل نیروی عمودی نیز در بخش ۲۱ نهایی شده‌اند؛

مرحله ۲۲ انتقال و اعمال ضرایب محاسبه شده برای سلول‌های روی سطح فاصل در دستگاه بلوکی، در این مرحله صورت گرفته است؛

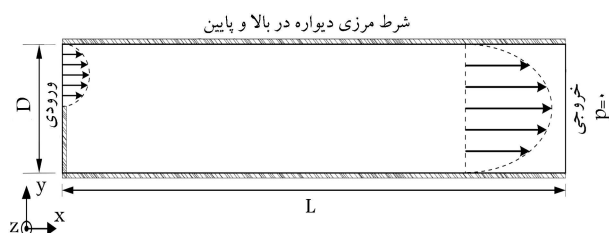
بخش ۲۳ تا ۲۵: در این بخش‌ها، حل دستگاه بلوکی و استخراج باقیمانده‌ها و بررسی شروط و معیارهای همگرایی یا دیگر کنترل‌ها را عهده‌دار انجام می‌شود. همچنین، بازدریافت نتایج حاصل از حل، به صورت تفکیک شده برای متغیرهای تعریف شده در دستگاه بلوکی (در اینجا سرعت و فشار)، در این بخش‌ها صورت گرفته است؛

بخش ۲۶: محاسبه سرعت جرمی به منظور استفاده در معادله مومنتوم با توجه به فرمولاسیون روش ری و چاو انجام شده است؛

بخش ۲۷: اعمال الگوریتم جابه‌جایی سطح فاصل در این مرحله صورت گرفته است.



شکل ۸. مقایسه میان پروفیل سرعت توسعه یافته و شیب فشار با حل تحلیلی.



شکل ۹. دامنه، شروط مرزی و شبکه مورد استفاده جهت حل جریان پله.

لوله مطابق با مرجع^[۲۰] به کمک روابط زیر قابل محاسبه است:

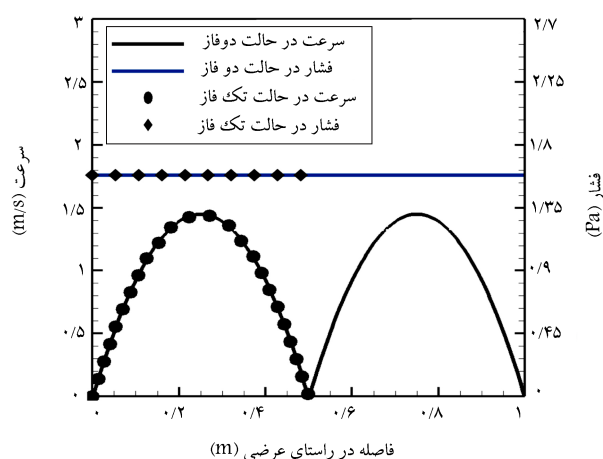
$$u(y) = 1/5 u_{in} \left(1 - \frac{y^2}{(D/2)^2} \right) \quad (19)$$

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{3\mu}{(D/2)^2} u_{in} \quad (20)$$

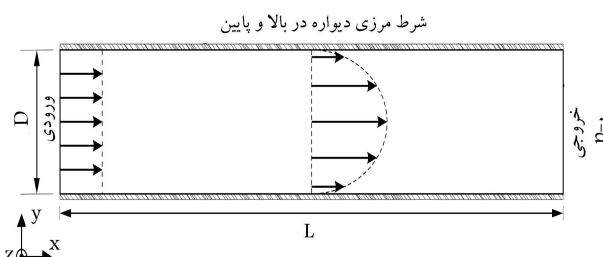
همانطور که مشاهده می شود، رابطه ارائه شده یک سهمی با حداکثر مقدار ۱/۵ برابر سرعت ورودی است. مقایسه نتایج حاصل از حلگر توسعه داده شده با رابطه بالا، نشان از تطابق کامل میان نتایج می دهد.

همانطور که در شکل ۸ مشاهده می شود، مطابقت مناسبی میان شیب نمودار فشار در ناحیه توسعه یافته با نتایج حاصل از حل وجود دارد. همچنین پروفیل سرعت توسعه یافته کاملاً مطابق با حل تحلیلی می باشد.

همچنین، جریان در عبور از پله در عدد رینولدز ۸۰۰ نیز با کارهای وکیلی پور و همکاران^[۲] و گارتلینگ^[۲۱] مورد مقایسه قرار گرفته است. طول دامنه ۳۰ و عرض آن ۱ است. سرعت در ورودی به صورت سهمی و با مقدار حداکثر ۱/۵ اعمال و هندسه و همچنین شروط مرزی مورد استفاده به صورت شکل ۹ ارائه شده است. همچنین، شبکه مکانی مطابق با مرجع^[۲] به اندازه ۱۸ سلول در راستای طولی



شکل ۶. سرعت و فشار در فاصله طولی ۴/۶۲۵.



شکل ۷. دامنه، شروط مرزی و شبکه مورد استفاده جهت حل جریان درون مجرا.

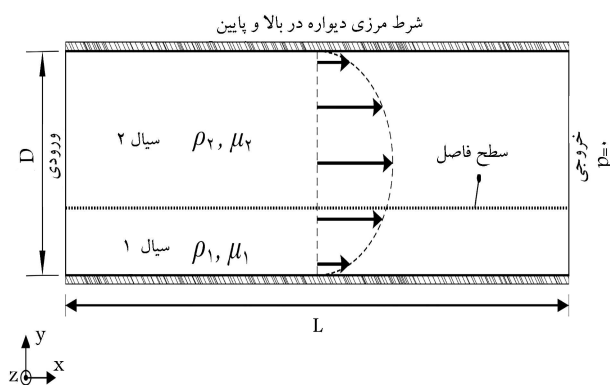
بررسی شده برای جریان مجرا ۱۰۰ و برای جریان پله ۱۰ می باشد. همچنین طول دامنه ۱۰ مورد استفاده قرار گرفته است و مقیاس طولی معیار جهت محاسبه عدد رینولدز نیز عرض دامنه در نظر گرفته شده است. در ابتدا نیز به منظور بررسی اندازه کلی دامنه حل و کیفیت شبکه، دامنه هایی با نسبت طول به عرض ۵، ۱۰ و ۲۰ و کیفیت شبکه مختلف (در هر دو راستا) مقایسه شده اند. رفتار سطح فاصل با توجه به فیزیک جریان و موقعیت اولیه سطح در نتایج پیش رو مورد توجه و ارزیابی قرار گرفته است. در بررسی های صورت گرفته، میزان اختلاف نسبی به صورت رابطه زیر ارائه شده است.

$$RD(\phi) = \left| \frac{\phi_k - \phi_{k-1}}{\phi_{k-1}} \right| \times 100 \quad (18)$$

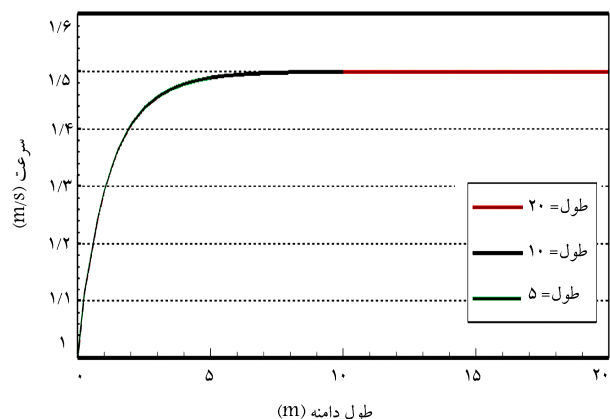
در این رابطه، ϕ و k به ترتیب مقدار کمیت مورد مطالعه و اندیس تکرار می باشند.

۱.۴. اعتبارسنجی حل جریان

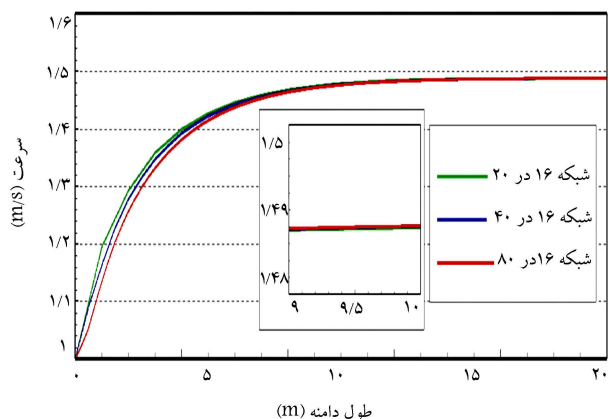
به منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل از حل جریان و بررسی دقت حلگر، توابع مربوط به جابه جایی شبکه را غیرفعال نموده و حل جریان درون مجرا برای اعداد رینولدز ۱۰ و ۱۰۰ با روابط ارائه شده تحلیلی در مرجع^[۲۰] مورد مقایسه قرار گرفته است. جریان درون مجرا یکی از پایه ای ترین جریان ها است که می تواند جهت ارزیابی عملکرد حلگرهای جریان های دوفازی مورد استفاده قرار گیرد. این جریان به کمک هندسه مجرا با یک ورودی و یک خروجی به همراه دیواره های جانبی قابل دریافت می باشد. هندسه و شروط مرزی مورد استفاده در شکل ۷ نمایش داده شده است. پروفیل سرعت و شیب فشار در راستای طولی برای جریان توسعه یافته درون



شکل ۱۱. دامنه، شروط مرزی و شبکه مورد استفاده جهت حل جریان درون مجرا با رویکرد جریان دوفازی.



شکل ۱۲. نتایج حل جریان درون مجرا برای سه دامنه با طول مختلف.

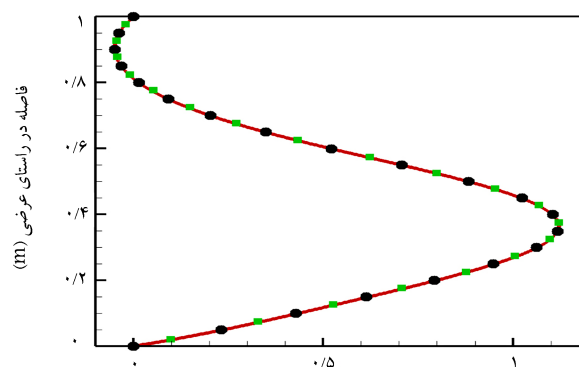


شکل ۱۳. نتایج حل جریان درون مجرا برای سه کیفیت مختلف شبکه در راستای طولی.

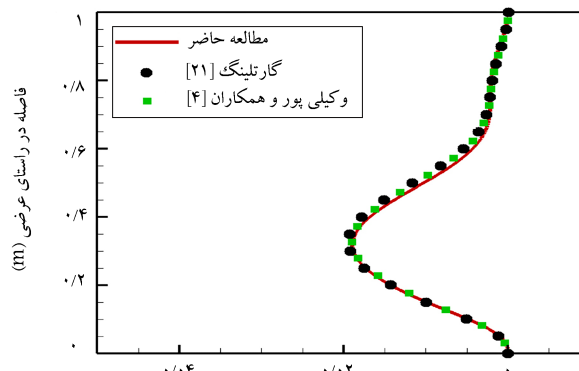
به عرض ۵، ۱۰ و ۲۰ در شکل ۱۲ نمایش داده شده است.

همان‌طورکه مشاهده می‌شود، افزایش طول بیش از ۵، صرفاً در مقدار نهایی سرعت خود را نشان داده و تأثیر چندانی بر روی جریان و رفتار جزئی آن نداشته است. همچنین، نتیجه حل جریان برای شبکه‌ها با تعداد سلول ۲۰، ۴۰ و ۸۰ در راستای طولی و ۱۶، ۳۲ و ۶۴ برای راستای عرضی نیز در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ ارائه شده است.

مشاهده می‌شود که تعداد شبکه در راستای عرضی اثر چشمگیری در دقت



مولفه سرعت در راستای طولی (m/s)



مولفه سرعت در راستای عرضی (m/s)

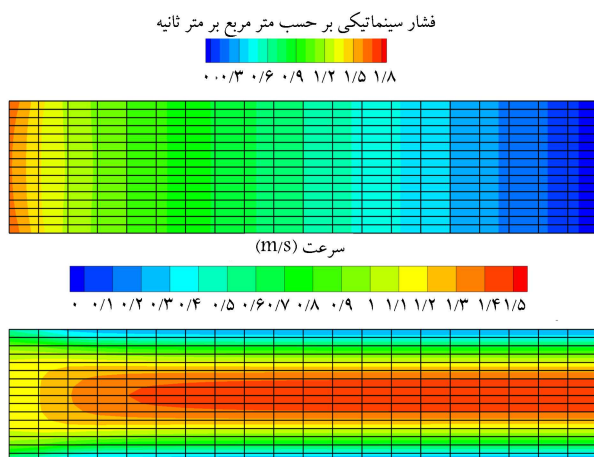
شکل ۱۰. مقایسه میان پروفیل سرعت در راستای طولی و عرضی در مقطع طولی به فاصله ۷ متر از ورودی.

و ۸۰ سلول در راستای عرضی انتخاب شده است. شکل ۱۰ مقایسه میان نتایج پروفیل‌های سرعت در مقطع به فاصله ۷ متر از ورودی را نمایش می‌دهد. همان‌طورکه مشاهده می‌شود، مطابقت خوبی میان نتایج محاسبه شده با نتایج ارائه شده در مراجع [۲۱] دیده می‌شود. در ادامه، با فعال‌سازی توابع مربوط به جابه‌جایی سطح فاصل، عملکرد این توابع و رفتار سطح برای مسائل جریان درون مجرا و جریان پله، با رویکرد جریان‌های دوفازی بررسی می‌گردد.

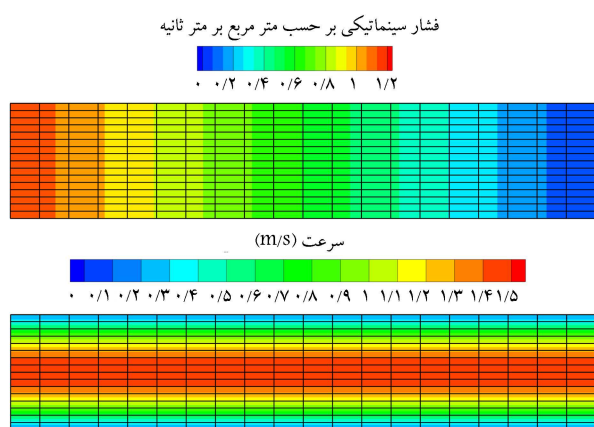
۲.۴. جریان درون مجرا

هندسه و شروط مرزی مورد استفاده جهت حل جریان درون مجرا، مطابق با شکل ۱۱ ارائه شده است.

در این بخش، تحلیل جریان درون مجرا با رویکرد جریان دوفازی صورت می‌گیرد. در این مرحله، توابع مربوط به جابه‌جایی سطح فاصل، فعال شده‌اند. شبکه مکانی مورد استفاده در مجرا، ۱۶ در ۲۰ به ترتیب در راستای عرض و طول دامنه می‌باشد. شرط مرزی سرعت در ورودی مجرا به دو صورت سرعت ثابت با بزرگی ۱ و همچنین پروفایل سهموی سرعت با حداکثر مقدار ۱/۵ اعمال شده است. در خروجی نیز شرط مرزی سرعت به صورت گرادیان صفر و همچنین، شروط مرزی فشار در ورود و خروج به ترتیب گرادیان صفر و مقدار ثابت صفر اعمال گردیده است. شروط مرزی دیواره‌های بالا و پایین نیز شرط عدم لغزش می‌باشند. در رابطه با شروط مرزی سطح فاصل نیز در بخش معادلات حاکم، جزئیات آن ارائه شده است. در ابتدا، جهت بررسی اندازه مناسب نسبت طول به عرض و همین‌طور کیفیت شبکه، نتایج مربوط به حل جریان با ورودی کاملاً توسعه یافته برای سه نسبت طول



شکل ۱۶. سرعت و فشار برای جریان درون مجرا در حالت های سطح فاصل افقی و ورودی با سرعت یکنواخت برای عدد رینولدز 1000 .



شکل ۱۷. سرعت و فشار برای جریان درون مجرا در حالت های سطح فاصل افقی و ورودی با سرعت سهموی برای عدد رینولدز 1000 .

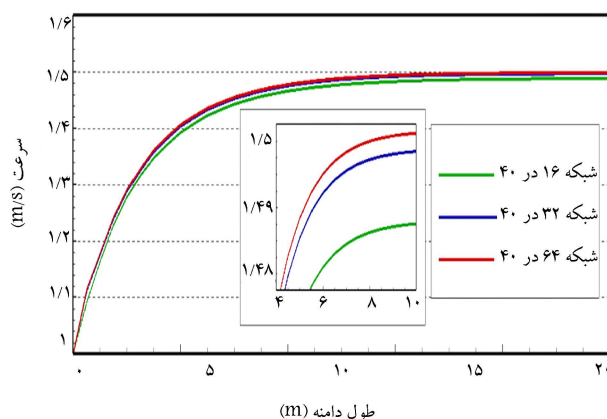
و صرفاً جریان تا حل نهایی خود پیش رفته است. البته در اعداد رینولدز بالا امکان ایجاد امواج موقتی کوچک و سپس میرایی آنها وجود دارد. نتیجه چنین حلی برای عدد رینولدز 1000 در شکل های ۱۶ و ۱۷ نمایش داده شده است.

همچنین از منظر دقت محاسبات، حل نهایی جریان در جریان دوفازی با سطح فاصل در میانه میدان در مقایسه با جریان کاملاً تک فاز مطابقت خوبی دارد. نمودارهای سرعت و فشار برای مقطع، در فاصله ۹ و در حالت ورودی توسعه یافته، در شکل های ۱۸ و ۱۹ نمایش داده شده است.

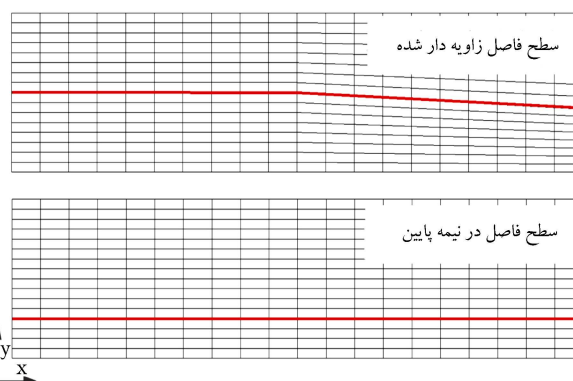
در شرایطی که، سطح فاصل در نیمه پایین یا نیمه بالای دامنه قرار گرفته باشد و سرعت ورودی به صورت یکنواخت تنظیم شود، جریان دو طرف سطح فاصل، سطح فاصل را به نحوی جابجا می کند که دبی ورودی هر طرف به سمت دبی حالت توسعه یافته یا همان سرعت سهموی در خروجی برسد. در واقع تمایل حرکت سطح فاصل به سمتی است که در دو طرف سطح، یک پروفایل سهموی برای سرعت ایجاد شود و میزان دبی به دام افتاده در هر طرف، دقیقاً برابر با میزان ابتدایی دبی هر طرف باشد.

۱.۲.۴. سطح فاصل در وسط و زاویه داده شده

اولین و شاید ساده ترین حالت حرکت سطح، حرکت سطح زاویه دهی شده باشد. چراکه شرایط در ورودی را می توان هم به صورت جریان توسعه یافته و هم به صورت



شکل ۱۴. نتایج حل جریان درون مجرا برای سه کیفیت مختلف شبکه در راستای عرضی.

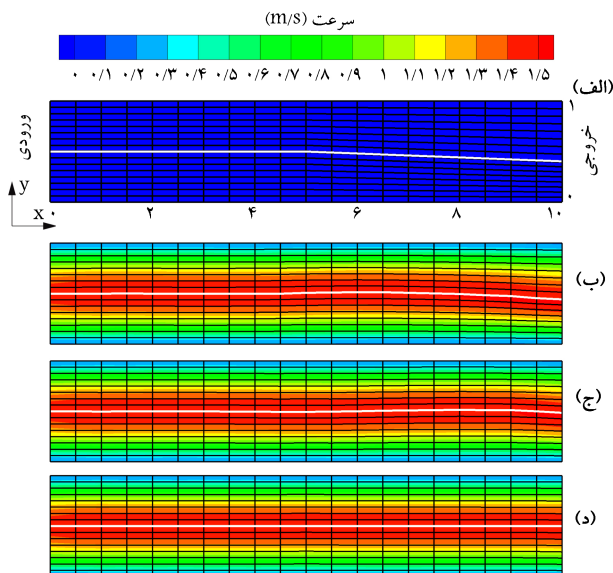


شکل ۱۵. دو آرایش سطح فاصل جهت بررسی عملکرد معادلات و جابه جایی سطح.

پاسخ نهایی دارد. هرچند که رفتار جریان، تفاوت چندانی ندارد و در واقع همه حل ها خود را به پاسخ صحیح نزدیک نموده اند. بنابراین چه در بحث طول دامنه و چه کیفیت شبکه، سعی بر استفاده از ساده ترین هندسه جهت بررسی بهتر و واضح تر رفتار حرکت سطح فاصل شده است. بدین منظور، برای جریان درون مجرا، شبکه با نسبت طول به عرض 10 و تعداد سلول 16 در 20 برای دو راستای عرضی و طولی انتخاب شده است.

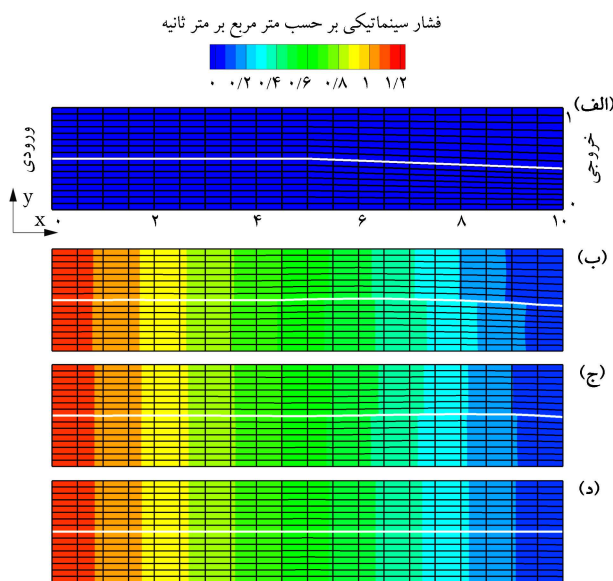
جهت ارزیابی صحت عملکرد معادلات و توابع مربوط به جابه جایی سطح فاصل و شبکه، سه حالت اولیه اصلی برای سطح فاصل در نظر گرفته شده است. ساده ترین حالت قرارگیری سطح فاصل به صورت کاملاً افقی و در میانه عرض مجرا می باشد. در این حالت انتظار می رود شبکه جابه جایی نداشته باشد. حالت دوم که در واقع به عنوان اولین قدم در جابه جایی شبکه در نظر گرفته شده شامل سطح فاصل در وسط عرض دامنه به صورت افقی تا میانه میدان و پس از آن شکستگی و زاویه دار شدن تا انتهای میدان است. حالت سوم نیز سطح فاصل در فاصله ای مشخص به صورت افقی در بخش پایین یا بالای میدان است. شکل ۱۵ دو چیدمان اصلی جهت بررسی عملکرد حلگر را نمایش داده است.

در جریان پایای مجرا، در صورتی که سرعت ورودی به صورت کاملاً توسعه یافته یا به صورت سرعت یکنواخت داده شود، سطح فاصل افقی جابه جایی قابل توجهی از خود نشان نخواهد داد چراکه در واقع حالت نهایی سطح فاصل، همان حالت ابتدایی آن می باشد. به عبارتی در حالت سطح فاصل افقی چه در وسط عرض و چه در موقعیت نیمه پایین یا بالای عرض، هیچ گونه حرکت نوسانی مشاهده نشده است



(الف) سطح فاصل در حالت اولیه؛
(ب) شکل گیری امواج اولیه و شروع موج شدن سطح فاصل؛
(ج) نوسان و خروج امواج بعدی؛
(د) خروج کامل امواج و تثبیت موقعیت سطح فاصل.

شکل ۲۰. حرکت سطح در حالت سطح فاصل زاویه دهی شده به همراه کانترهای سرعت در عدد رینولدز ۱۰۰.

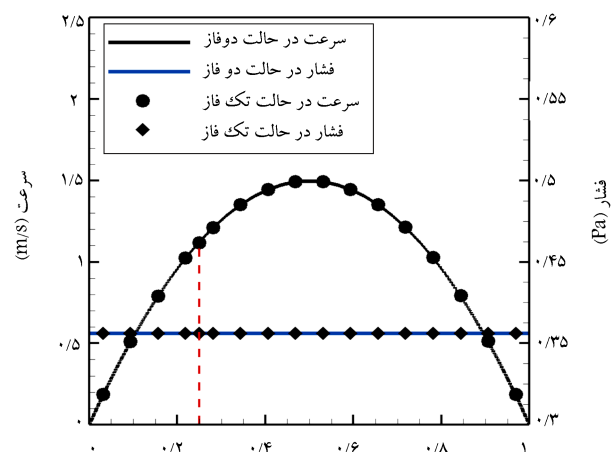


(الف) سطح فاصل در حالت اولیه؛
(ب) شکل گیری موج اولیه و شروع حرکت سطح فاصل؛
(ج) نوسان و خروج امواج بعدی؛
(د) خروج کامل امواج و تثبیت موقعیت سطح فاصل.

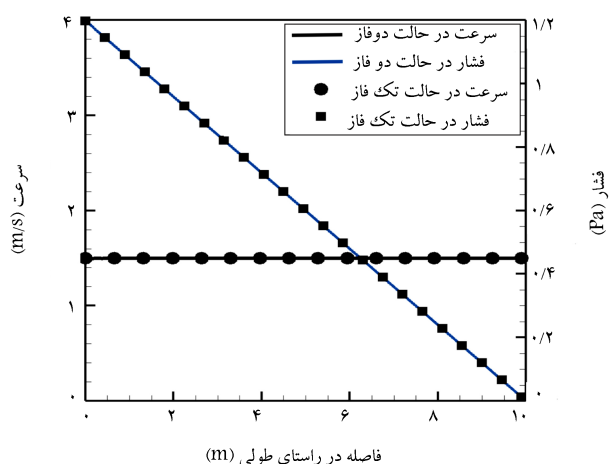
شکل ۲۱. حرکت سطح در حالت سطح فاصل زاویه دهی شده به همراه کانترهای فشار در عدد رینولدز ۱۰۰.

شده اصلی، بر میزان دامنه آن افزوده شده است.

در اعداد رینولدز بالا، این رفتار هم افزایی امواج یا به عبارتی رشد دامنه و کاهش فرکانس چشمگیرتر خواهد بود. در واقع این رفتار می تواند یکی از عوامل محدودکننده حل در جریان های با عدد رینولدز بالا باشد و برای کنترل آن نیاز به ابزارهایی همچون مدیریت شبکه های زمانی و مکانی و همچنین استفاده از



شکل ۱۸. منحنی سرعت و فشار در مقطع طولی با فاصله ۰.۷.



شکل ۱۹. منحنی سرعت و فشار در مقطع عرضی با فاصله ۰.۵.

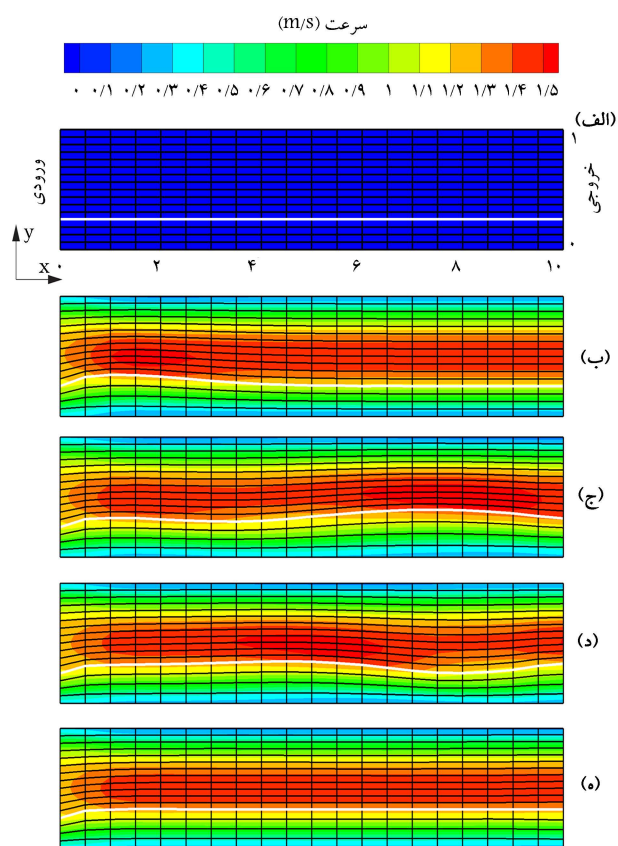
جریان یکنواخت اعمال نمود و در هر دو حالت وجود تقارن هندسی و فیزیکی در بخش نزدیک به ورودی سبب سادگی و پایداری بیشتر حل می گردد. تصاویر مربوط به حرکت سطح و جابه جایی نقاط شبکه به همراه سرعت و فشار در شکل های ۲۰ و ۲۱ نمایش داده شده اند.

همان طور که مشاهده می شود، سطح موقعیت نهایی را به خوبی یافته است و امواج نیز به تدریج میرا شده اند. امواج شکل گرفته، حرکتی نسبتاً یکنواخت داشته و بدون افزایش شدت و دامنه تا رسیدن به حالت نهایی، پیش رفته اند.

۲.۲.۴. سطح فاصل در یک نیمه و افقی

دومین حالت جابه جایی سطح، حالتی است که سطح فاصل با فاصله از خط میانی مجرا و به صورت افقی موقعیت دهی اولیه شده است. با اعمال شرط سرعت یکنواخت در ورود، انتظار می رود حرکت سطح به سمت بالا تا برآورده شدن شرایط جریان توسعه یافته در پایین دست با ثابت بودن دبی جریان دو طرف سطح وجود داشته باشد. رفتار جابه جایی سطح فاصل برای این حالت در شکل های ۲۲ و ۲۳ ارائه شده است.

در این حالت با پیش روی حل، امواج به تدریج در بخش ورودی میرا شده اند و شکل نهایی را به سطح داده اند، درحالی که امواج بخش پایین دست جریان دامنه بزرگتر و فرکانس کمتری را به خود گرفته اند. به عبارت دیگر، امواج از ورود به سمت خروج، سبب هم افزایی بر یکدیگر شده اند و تا زمان خارج شدن همه یا بخش تحریک



الف) سطح فاصل در حالت اولیه؛
ب) شکل گیری امواج اولیه و شروع موج شدن سطح فاصل؛
ج و د) توسعه موج اولیه تا خروج کامل آن؛
د) خروج کامل امواج و تثبیت موقعیت سطح فاصل.

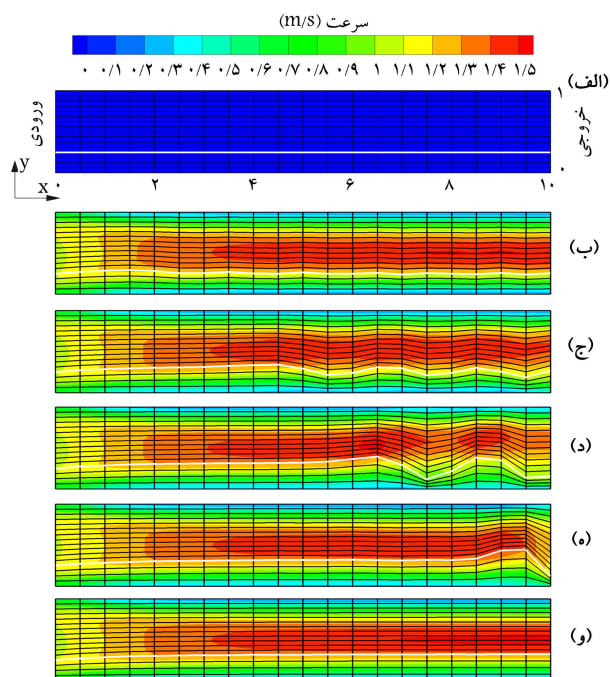
شکل ۲۴. حرکت سطح در حالت سطح فاصل در نیمه پایین مجرا به همراه کانتورهای فشار در عدد رینولدز ۱.

تقلیل دهنده ها^{۲۲} و میراکننده های مصنوعی وجود دارد. حرکت امواج برای عدد رینولدز ۱ در شکل های ۲۴ و ۲۵ نمایش داده شده است. حرکت ملایم تر امواج از ورود تا خروج و همین طور روند میرایی امواج ابتدایی، به وضوح قابل مشاهده می باشد. در تمام نمونه های مورد بررسی بالا، تمایل سطح فاصل به حرکت و قرارگیری در موقعیتی است که بتواند به تعادل نیرویی برسد. به عبارت دیگر، درموردی که سطح نهایی به صورت افقی است، تعادل نیرویی به معنای برابر شدن فشار دوطرف نیز می باشد. در حالتی که سطح به موقعیت نهایی خود نرسیده باشد، حرکت سطح به سمتی است که فشار کمتری دارد. شاید این تعبیری ملموس تر باشد که ناحیه با فشار بیشتر، سطح را به سمت ناحیه با فشار کمتر سوق می دهد.

۳.۴. جریان بر روی پله

جریان بر روی پله نیز می تواند به عنوان یک نمونه مناسب جهت بررسی عملکرد حرکت سطح فاصل و همچنین رفتار نوسانات شکل گیرنده تا رسیدن به پاسخ پایا مورد توجه قرارگیرد. دامنه و شرایط مرزی برای جریان روی پله در شکل ۲۶ نمایش داده شده است.

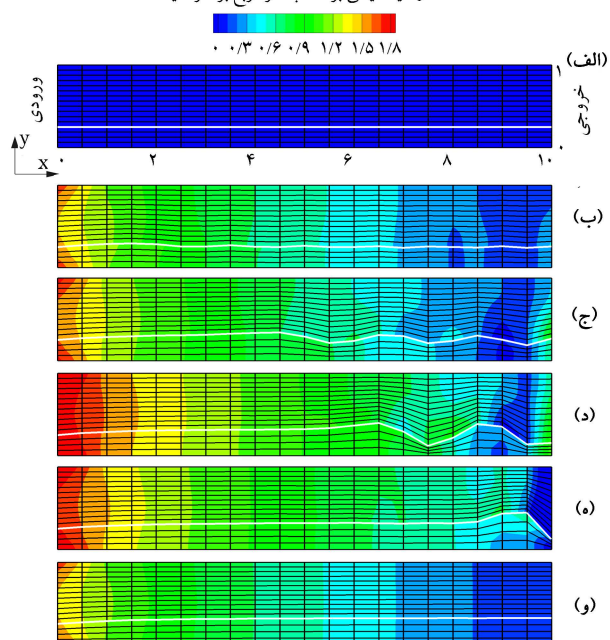
شبکه برای جریان روی پله، ۴۰ در ۱۰۰ به ترتیب، در راستای عرض و طول



الف) سطح فاصل در حالت اولیه؛
ب) شکل گیری امواج اولیه و شروع موج شدن سطح فاصل؛
ج تا ه) توسعه موج اولیه تا خروج کامل آن؛
د) خروج کامل امواج و تثبیت موقعیت سطح فاصل.

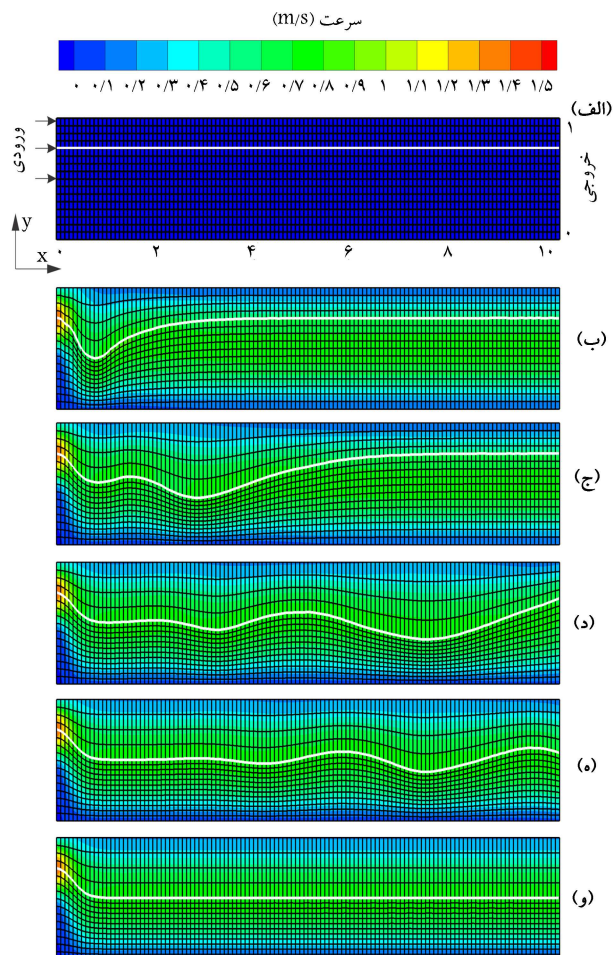
شکل ۲۲. حرکت سطح در حالت سطح فاصل در نیمه پایین مجرا به همراه کانتورهای سرعت در عدد رینولدز ۱۰۰.

فشار سینماتیکی بر حسب متر مربع بر متر ثانیه



الف) سطح فاصل در حالت اولیه؛
ب) شکل گیری امواج اولیه و شروع موج شدن سطح فاصل؛
ج تا ه) توسعه موج اولیه تا خروج کامل آن؛
د) خروج کامل امواج و تثبیت موقعیت سطح فاصل.

شکل ۲۳. حرکت سطح در حالت سطح فاصل در نیمه پایین مجرا به همراه کانتورهای فشار در عدد رینولدز ۱۰۰.

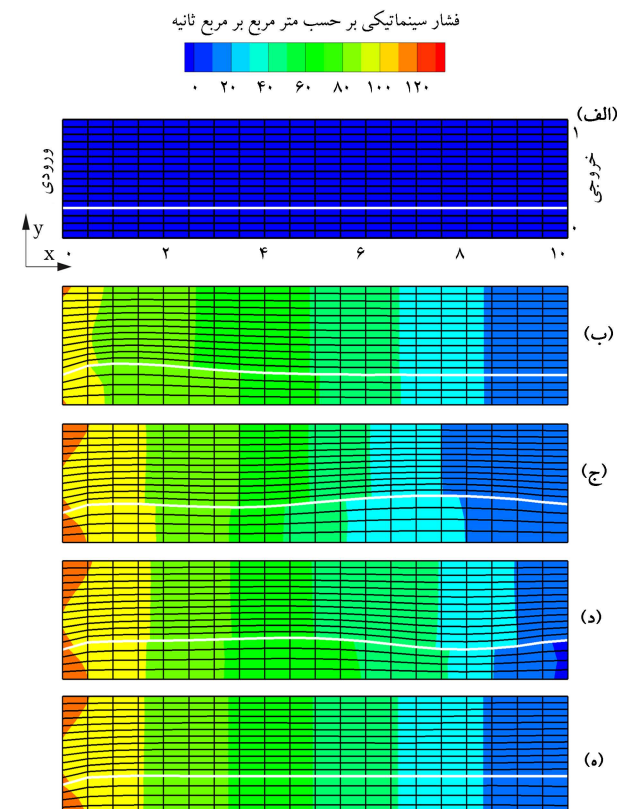


الف) سطح فاصل در حالت اولیه؛
ب) تو رفتگی سطح فاصل و شکل گیری موج اول؛
ج) توسعه موج اولیه و تشکیل موج ثانویه؛
د و ه) حرکت امواج تا خروج کامل از دامنه؛
و) تثبیت کامل موقعیت سطح فاصل.

شکل ۲۷. حرکت سطح فاصل در جریان بر روی پله به همراه کانتورهای سرعت در عدد رینولدز ۱۰.

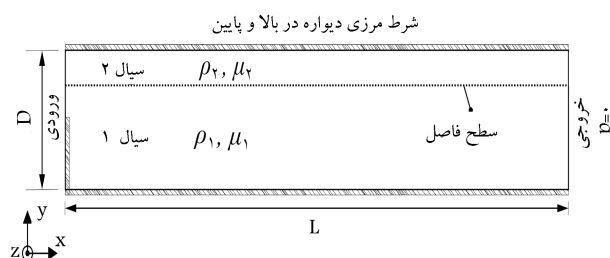
ایده آل و نهایی خود قرارداد، اما دیگر نقاط سطح سیال با شکل‌گیری جریان، شروع به تغییر شکل می‌نمایند. مراحل حرکت سطح سیال و رفتار امواج شکل گرفته تا رسیدن به حل نهایی پایا به صورت شکل‌های ۲۷ و ۲۸ ارائه شده است.

همانطور که مشاهده می‌شود، پس از ورود جریان به ناحیه بعد از پله، موج اولیه و درشتی نیز شکل می‌گیرد. همانگونه که پیشتر نیز اشاره شد، در اعداد رینولدز بالاتر به دلیل افزایش ابعاد این موج، نیازمند ابزارهای کنترل شدت موج همچون ضرایب تقلیل و یا توابع تقلیل دامنه می‌باشیم. با حرکت موج به سمت خروجی، به تدریج در چند حرکت زیگزاگی به سمت بالا و پایین، موج اصلی از دامنه حل خارج شده و سطح فاصل، موقعیت نهایی خود را پیدا می‌کند. موقعیت نهایی، در واقع یک خط جریان است که از ورودی تا خروجی امتداد یافته است. در اینجا نیز حرکت سطح با مشاهده توزیع فشار تاحد زیادی قابل توجیه می‌باشد، به نحوی که سطح به سمت ناحیه با فشار پایین متمایل شده و تا رسیدن به تعادل نیرویی نهایی، این حرکت رفت و برگشتی سطح ادامه داشته است.



الف) سطح فاصل در حالت اولیه؛
ب) شکل گیری امواج اولیه و شروع موج شدن سطح فاصل؛
ج و د) توسعه موج اولیه تا خروج کامل آن؛
د) خروج کامل امواج و تثبیت موقعیت سطح فاصل.

شکل ۲۸. حرکت سطح در حالت سطح فاصل در نیمه پایین مجرا به همراه کانتورهای فشار در عدد رینولدز ۱۰.

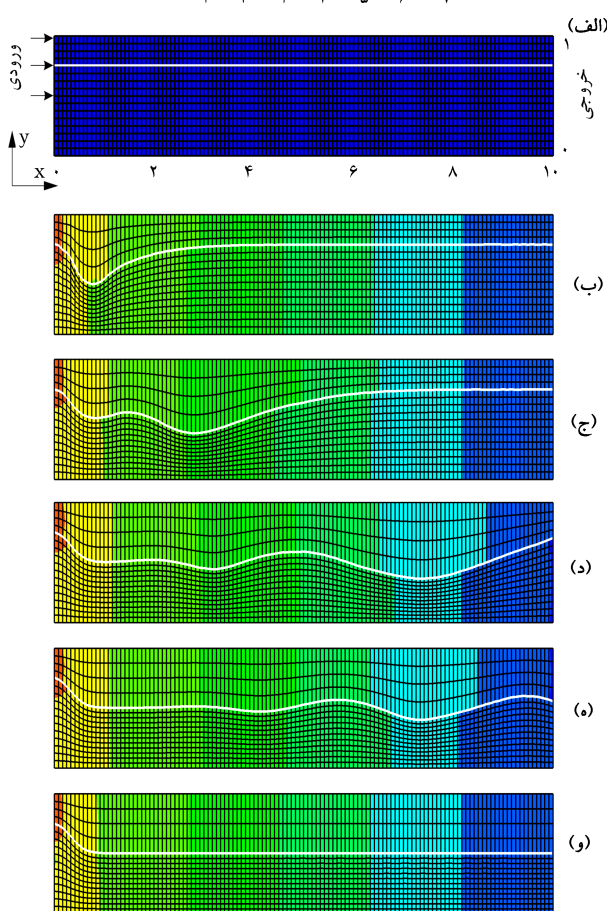


شکل ۲۹. دامنه حل، شرایط مرزی و شبکه برای حل جریان بر روی پله.

می‌باشد. در جریان بر روی پله، سیال پس از ورود به صورت توسعه یافته به میدان حل، با عبور از یک پله، با فضایی واگراتر نسبت به ورودی مواجه می‌شود. این فضا در کنار تمایل سیال، جهت حرکت روبه جلو، سبب شکل‌گیری گردابه در ناحیه پله یا در پایین دست جریان می‌گردد که بسته به عدد رینولدز و دیگر مشخصات جریان می‌تواند هم از جهت اندازه و هم از نظر تعداد، توسعه یابد. در این بررسی، به دلیل عدم وجود شرایط با اعداد رینولدز بالا، صرفاً عدد رینولدز ۱۰ مورد ارزیابی قرار گرفته است. هرچند اعداد رینولدز بالاتر نیز می‌تواند به عنوان زمینه تحقیقاتی جذابی در آینده مورد توجه قرار گیرد.

با توجه به موقعیت اولیه سطح فاصل و همچنین جریان ورودی توسعه یافته، انتظار می‌رود که نقطه اتصال سطح و ورودی بدون تغییر بماند. چرا که در موقعیت

فشار سینماتیکی بر حسب متر مربع بر متر ثانیه



(الف) سطح فاصل در حالت اولیه؛

(ب) تو رفتگی سطح فاصل و شکل گیری موج اول؛

(ج) توسعه موج اولیه و تشکیل موج ثانویه؛

(د و ه) حرکت امواج تا خروج کامل از دامنه؛

(و) تثبیت کامل موقعیت سطح فاصل.

شکل ۲۸. حرکت سطح فاصل در جریان بر روی پله به همراه کانتورهای فشار در عدد رینولدز ۱۰.

۵. نتیجه گیری

در این مقاله، جزئیات بخش‌های حلگر و نحوه اعمال معادلات جریان و شروط سطح فاصل به منظور رسیدن به حل همزمان معادلات و شروط مرزی سطح فاصل در بستر فوم - اکستند تشریح گردید. حلگر ایجاد شده برای جریان‌های با عدد رینولدز پایین، با موفقیت آزموده شد. نمونه‌های آزمون جریان درون مجرا و جریان روی پله، با موقعیت‌های اولیه مختلف برای سطح فاصل مورد ارزیابی قرار گرفت. برخی از نتایج حاصل از این پژوهش به شرح زیر است:

- ترند سلول با ضخامت ناچیز می‌تواند به منظور اعمال شروط مرزی سطح فاصل و به منظور ایجاد سلول‌های فعال در دستگاه معادلات وارد شوند. این سلول‌ها عملاً به عنوان سلول‌های محاسباتی مرزی و ضمنی، مورد استفاده قرار گرفته‌اند؛

- ترند سلول با ضخامت ناچیز، به راحتی در بسترهای با کد متن باز قابل اعمال است. چراکه نیازی به تغییر رویکرد از مرکز سلولی به دیگر دیدگاه‌ها وجود ندارد و به راحتی با رویکرد حجم محدود مطابقت دارد؛

- روند ارائه شده در بستر فوم - اکستند، قابلیت کار با کلاس‌ها و ابزارهای جابه‌جایی شبکه با روش‌های مختلف را دارد؛

- در صورت بهره بردن از قابلیت‌های موجود در بستر فوم - اکستند و در اختیار گرفتن کلاس‌ها و اوپراتورهای گرادینتی، قابلیت حل موازی نیز به خوبی حفظ می‌گردد؛

- در حل جریان‌های دوفازی با اعداد رینولدز پایین، امواج شکل گرفته، می‌تواند بدون اعمال ضرایب تصحیح، از دامنه خارج شوند. در حالی‌که برای اعداد رینولدز بالاتر، امکان تشدید امواج و متعاقب آن استفاده از ضرایب تقلیل دهنده دامنه دور از انتظار نخواهد بود؛

- در محدوده اعداد رینولدز پایین، موج اول شکل گیرنده بر سطح فاصل بحرانی‌ترین موج است، به نحوی که با خروج یا میرایی این موج اول، عملاً سطح فاصل موقعیت خود را پیدا کرده و به سمت تثبیت شدن پیش رفته است؛

- فرایند انجام شده در واقع، گام ابتدایی و شروع برای رسیدن به یک حلگر، برای انواع رژیم جریان‌ها و در مراحل آینده با خواص متفاوت در هریک از دوفاز، به همراه در نظر گرفتن مباحث دمایی و انتقال جرم می‌باشد.

فهرست علائم

T: تانسور تنش؛

D: تانسور نرخ کرنش؛

n: بردار یک عمود بر سطح؛

s: بردار اول یک مماس بر سطح؛

t: بردار دوم یک مماس بر سطح؛

n_x, n_y, n_z : مولفه‌های بردار یک عمود؛

S_x, S_y, S_z : مولفه‌های بردار اول یک مماس؛

t_x, t_y, t_z : مولفه‌های بردار دوم یک مماس؛

u: بردار سرعت سیال (m/s) ؛

u, v, w : مولفه‌های بردار سرعت سیال؛

p: فشار دینامیکی سیال (Pa) ؛

ρ : چگالی (kg/m^3) ؛

μ : لزجت دینامیکی سیال $(Pa.s)$ ؛

K: انحنای سطح؛

S: نمایشگر سطح؛

A: مساحت سطح (m^2) ؛

Ω : حجم جاروب شده (m^3) ؛

τ_{ij} : مولفه‌های تنش برشی؛

σ : کشش سطحی (kg/s^2) ؛

ϕ : هر متغیری از جریان؛

iL, iG : بخش روی سطح مربوط به هریک از فازهای گاز یا مایع.

1. Capture
2. Track
3. Interface
4. Volume of Fluid
5. Interface Tracking
6. Marker and Cell
7. Sharpness
8. Muzaferija & Peric
9. Projection
10. Pressure Implicit Method for Pressure Linked Equations
11. Area Mesh and Matrices
12. Segregated
13. Assemble
14. Film Flows
15. Assemble
16. Outer Product
17. Scheme
18. Rhie & Chow
19. Arbitrary Lagrangian Eulerian
20. Object
21. Class
22. Relaxation Factors

منابع (References)

1. Gueyffier, D., Li, J., Nadim, A., Scardovelli, R. and Zaleski, S., 1999. Volume-of-fluid interface tracking with smoothed surface stress methods for three-dimensional flows. *Journal of Computational Physics*, 152(2), pp.423-456. <https://doi.org/10.1006/jcph.1998.6168>.
2. Hirt, C.W. and Nichols, B.D., 1981. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39(1), pp.201-225. [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(81\)90145-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90145-5).
3. Tukovic, Z. and Jasak, H., 2012. A moving mesh finite volume interface tracking method for surface tension dominated interfacial fluid flow. *Computers & Fluids*, 55, pp.70-84. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2011.11.003>.
4. Vakilipour, S., Mohammadi, M. and Ormiston, S., 2021. A fully coupled ALE interface tracking method for a pressure-based finite volume solver. *Journal of Computational Physics*, 427, p.110054. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2020.110054>.
5. McKee, S., Tomé, M.F., Ferreira, V.G., Cuminato, J.A., Castelo, A., Sousa, F.S. and Mangiavacchi, N., 2008. The MAC method. *Computers & Fluids*, 37(8), pp.907-930. <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2007.10.006>.
6. Tryggvason, G., Bunner, B., Esmaeeli, A., Juric, D., Al-Rawahi, N., Tauber, W., Han, J., Nas, S. and Jan, Y.J., 2001. A front-tracking method for the computations of multiphase flow. *Journal of Computational Physics*, 169(2), pp.708-759. <https://doi.org/10.1006/jcph.2001.6726>.
7. Muzaferija, S. and Perić, M., 1997. Computation of free-surface flows using the finite-volume method and moving grids. *Numerical Heat Transfer*, 32(4), pp.369-384. <https://doi.org/10.1080/10407799708915014>.
8. Williams, T.L., 1993. An implicit surface tension model (Doctoral dissertation, Memphis State University). <https://doi.org/10.2514/6.1996-599>.
9. Oishi, C.M., Tomé, M.F., Cuminato, J.A. and McKee, S., 2008. An implicit technique for solving 3D low Reynolds number moving free surface flows. *Journal of Computational Physics*, 227(16), pp.7446-7468. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2008.04.017>.
10. Denner, F. and van Wachem, B.G., 2015. Numerical time-step restrictions as a result of capillary waves. *Journal of Computational Physics*, 285, pp.24-40. <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2015.01.021>.
11. Apsley, D. and Hu, W., 2003. CFD simulation of two and three dimensional free surface flow. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 42(5), pp.465-491. <https://doi.org/10.1002/flid.523>.
12. Ahmadi, A., Badii, P. and Namin, M.M., 2007. An implicit two dimensional non hydrostatic model for free surface flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 54(9), pp.1055-1074. <https://doi.org/10.1002/flid.1414>.
13. Holzmann, T., 2016. Mathematics, numerics, derivations and OpenFOAM®. Loebe, Germany: Holzmann CFD. <https://Holzmann-cfd.de>.
14. Rhie, C.M. and Chow, W.L., 1983. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA Journal*, 21(11), pp.1525-1532. <https://doi.org/10.2514/3.8284>.
15. Miller, T.F. and Schmidt, F.W., 1988. Use of a pressure-weighted interpolation method for the solution of the incompressible Navier-Stokes equations on a nonstaggered grid system. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, 14(2), pp.213-233. <https://doi.org/10.1080/1040778808913641>.
16. Vakilipour, S. and Ormiston, S.J., 2012. A coupled pressure-based co-located finite-volume solution method for natural-convection flows. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 61(2), pp.91-115. <https://doi.org/10.1080/10407790.2012.642281>.
17. Darwish, M., Abdel Aziz, A. and Moukalled, F., 2015. A coupled pressure-based finite-volume solver for incompressible two-phase flow. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 67(1), pp.47-74. <https://doi.org/10.1080/10407790.2014.949500>.
18. Ashrafizadeh, A., Alinia, B. and Mayeli, P., 2015. A new co-located pressure-based discretization method for the numerical solution of incompressible Navier-Stokes equations. *Numerical Heat Transfer, Part B: Fundamentals*, 67(6), pp.563-589. <https://doi.org/10.1080/10407790.2014.992094>.
19. Uroic, T., 2019. Implicitly coupled finite volume algorithms (Doctoral dissertation, University of Zagreb. Faculty of Mechanical Engineering and Naval Architecture). urn:nbn:hr:235:593963.
20. Cengel, Y. and Cimbala, J., 2013. Ebook: Fluid mechanics fundamentals and applications (si units). McGraw Hill. ISBN13: 9781259696534.
21. Gartling, D.K., 1990. A test problem for outflow boundary conditions-flow over a backward facing step. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 11(7), pp.953-967. <https://doi.org/10.1002/flid.1650110704>.

سه بخش اصلی از معادلات دینامیکی در ادامه ارائه شده‌اند. [۴]

$$\begin{aligned} \mathbf{n.T.n} = \forall \mu \left(n_x n_x \frac{\partial u}{\partial x} + n_y n_x \frac{\partial u}{\partial y} + n_z n_x \frac{\partial u}{\partial z} \right. \\ \left. + n_x n_y \frac{\partial v}{\partial x} + n_y n_y \frac{\partial v}{\partial y} + n_z n_y \frac{\partial v}{\partial z} \right. \\ \left. + n_x n_z \frac{\partial w}{\partial x} + n_y n_z \frac{\partial w}{\partial y} + n_z n_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n.T.t} = \mu \left(n_x t_x \frac{\partial u}{\partial x} + n_x t_y \frac{\partial u}{\partial y} + n_x t_z \frac{\partial u}{\partial z} \right. \\ \left. + n_y t_x \frac{\partial v}{\partial x} + n_y t_y \frac{\partial v}{\partial y} + n_y t_z \frac{\partial v}{\partial z} \right. \\ \left. + n_z t_x \frac{\partial w}{\partial x} + n_z t_y \frac{\partial w}{\partial y} + n_z t_z \frac{\partial w}{\partial z} \right. \\ \left. + n_x t_x \frac{\partial u}{\partial x} + n_y t_x \frac{\partial u}{\partial y} + n_z t_x \frac{\partial u}{\partial z} \right. \\ \left. + n_x t_y \frac{\partial v}{\partial x} + n_y t_y \frac{\partial v}{\partial y} + n_z t_y \frac{\partial v}{\partial z} \right. \\ \left. + n_x t_z \frac{\partial w}{\partial x} + n_y t_z \frac{\partial w}{\partial y} + n_z t_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n.T.s} = \mu \left(n_x s_x \frac{\partial u}{\partial x} + n_x s_y \frac{\partial u}{\partial y} + n_x s_z \frac{\partial u}{\partial z} \right. \\ \left. + n_y s_x \frac{\partial v}{\partial x} + n_y s_y \frac{\partial v}{\partial y} + n_y s_z \frac{\partial v}{\partial z} \right. \\ \left. + n_z s_x \frac{\partial w}{\partial x} + n_z s_y \frac{\partial w}{\partial y} + n_z s_z \frac{\partial w}{\partial z} \right. \\ \left. + n_x s_x \frac{\partial u}{\partial x} + n_y s_x \frac{\partial u}{\partial y} + n_z s_x \frac{\partial u}{\partial z} \right. \\ \left. + n_x s_y \frac{\partial v}{\partial x} + n_y s_y \frac{\partial v}{\partial y} + n_z s_y \frac{\partial v}{\partial z} \right. \\ \left. + n_x s_z \frac{\partial w}{\partial x} + n_y s_z \frac{\partial w}{\partial y} + n_z s_z \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

سه مولفه گرادیان برای سه جهت دستگاه مختصات به صورت زیر حاصل شده است.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial x} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \left(\frac{\partial y}{\partial t_x} \frac{\partial z}{\partial t_x} - \frac{\partial z}{\partial t_y} \frac{\partial y}{\partial t_x} \right) \right. \\ \left. - \frac{\partial \phi}{\partial t_x} \left(\frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial t_x} - \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial t_x} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial \phi}{\partial t_x} \left(\frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial t_x} - \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial t_x} \right) \right) \\ \left/ \left(\frac{\partial x}{\partial s} \left(\frac{\partial y}{\partial t_x} \frac{\partial z}{\partial t_x} - \frac{\partial z}{\partial t_y} \frac{\partial y}{\partial t_x} \right) \right. \right. \\ \left. - \frac{\partial y}{\partial s} \left(\frac{\partial x}{\partial t_x} \frac{\partial z}{\partial t_x} - \frac{\partial z}{\partial t_y} \frac{\partial x}{\partial t_x} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial z}{\partial s} \left(\frac{\partial x}{\partial t_x} \frac{\partial y}{\partial t_x} - \frac{\partial y}{\partial t_y} \frac{\partial x}{\partial t_x} \right) \right) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial y} = \left(- \frac{\partial \phi}{\partial s} \left(\frac{\partial x}{\partial t_x} \frac{\partial z}{\partial t_x} - \frac{\partial z}{\partial t_y} \frac{\partial x}{\partial t_x} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial \phi}{\partial t_x} \left(\frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial t_x} - \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial x}{\partial t_x} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial \phi}{\partial t_x} \left(\frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial t_x} - \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial x}{\partial t_x} \right) \right) \\ \left/ \left(\frac{\partial x}{\partial s} \left(\frac{\partial y}{\partial t_x} \frac{\partial z}{\partial t_x} - \frac{\partial z}{\partial t_y} \frac{\partial y}{\partial t_x} \right) \right. \right. \\ \left. - \frac{\partial y}{\partial s} \left(\frac{\partial x}{\partial t_x} \frac{\partial z}{\partial t_x} - \frac{\partial z}{\partial t_y} \frac{\partial x}{\partial t_x} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial z}{\partial s} \left(\frac{\partial x}{\partial t_x} \frac{\partial y}{\partial t_x} - \frac{\partial y}{\partial t_y} \frac{\partial x}{\partial t_x} \right) \right) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial z} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \left(\frac{\partial x}{\partial t_x} \frac{\partial y}{\partial t_x} - \frac{\partial y}{\partial t_y} \frac{\partial x}{\partial t_x} \right) \right. \\ \left. - \frac{\partial \phi}{\partial t_x} \left(\frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial t_x} - \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial x}{\partial t_x} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial \phi}{\partial t_x} \left(\frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial y}{\partial t_x} - \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial x}{\partial t_x} \right) \right) \\ \left/ \left(\frac{\partial x}{\partial s} \left(\frac{\partial y}{\partial t_x} \frac{\partial z}{\partial t_x} - \frac{\partial z}{\partial t_y} \frac{\partial y}{\partial t_x} \right) \right. \right. \\ \left. - \frac{\partial y}{\partial s} \left(\frac{\partial x}{\partial t_x} \frac{\partial z}{\partial t_x} - \frac{\partial z}{\partial t_y} \frac{\partial x}{\partial t_x} \right) \right. \\ \left. + \frac{\partial z}{\partial s} \left(\frac{\partial x}{\partial t_x} \frac{\partial y}{\partial t_x} - \frac{\partial y}{\partial t_y} \frac{\partial x}{\partial t_x} \right) \right) \end{aligned} \quad (26)$$