

بررسی کارایی مدل تعادل جمعیت در پیش‌بینی رفتار انتقال حرارتی جریان دوغاب یخ درون لوله

محمد امین علوی نوبندگانی^۱، حسینعلی پاکروان^{*۲}

۱- دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز

پست الکترونیکی نویسندگان:

۱- aalavi4@gmail.com

۲- pakravan@shirazu.ac.ir

چکیده:

پژوهش حاضر به بررسی کارایی مدل تعادل جمعیت در شبیه‌سازی جریان دوغاب یخ پرداخته است. هدف، رفع نقص مطالعات قبلی بود که تغییر اندازه ذرات یخ را نادیده می‌گرفتند. نتایج نشان داد که استفاده از مدل تعادل جمعیت، خطای محاسباتی را در جریان‌های آشفته با کسر حجمی کمتر از ۱۰ درصد، به زیر ۵ درصد کاهش می‌دهد. همچنین مشخص شد که افزایش کسر حجمی و سرعت جریان، باعث بزرگ‌تر شدن میانگین قطر ذرات می‌شود. با بررسی مکانیزم‌های مختلف تجمع و شکست ذرات، مشخص شد که ترکیب پیشنهادی لوو دقیق‌ترین نتایج را در مقایسه با داده‌های تجربی به دست می‌دهد. نتایج نشان داد که توزیع اندازه ذرات به محدوده مجاز قطر در مدل بستگی دارد. در نهایت، محدوده بهینه برای استفاده از سیستم‌های دوغاب یخ بین ۱۰ تا ۲۰ درصد حجمی یخ تعیین شد، زیرا در خارج از این محدوده، ضریب انتقال حرارت کاهش و افت فشار به شدت افزایش می‌یابد.

واژگان کلیدی:

دوغاب یخ، مدل تعادل جمعیت، شکست، تجمع، توزیع اندازه ذرات

* حسینعلی پاکروان، دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک - دانشگاه شیراز.

ایمیل: pakravan@shirazu.ac.ir (نویسنده مسئول مقاله)

Investigating the Efficacy of the Population Balance Model for Predicting Thermal Transfer Characteristics of Ice Slurry Flow within a Pipe

Mohammad Amin Alavi Nobandegani ^۱, Hossein Ali Pakravan ^{۲*},

^۱– M.Sc., School of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran

^۲– Associate Professor, School of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran.

* Corresponding author: (pakravan@shirazu.ac.ir)

Abstract:

Ice slurry flow presents a fascinating area of study within fluid dynamics and thermal energy storage. This flow involves a dynamic mixture of solid ice particles and a liquid carrier, typically an aqueous solution. Its widespread use in air conditioning and other cooling applications makes understanding its behavior crucial. However, despite its practical importance, numerical simulations of ice slurry flow often fail to account for a critical aspect: the continuous change in particle size due to aggregation and breakage. This oversight can significantly impact the accuracy of heat transfer predictions. In this research, we performed a detailed numerical investigation into the effectiveness of the Population Balance Model (PBM) as a powerful tool for simulating the complex phenomena of particle aggregation and breakage. The results demonstrate a substantial improvement in prediction accuracy when the PBM is integrated into the simulation framework. Specifically, for turbulent flows with a volume fraction below ۱۰٪, the PBM was shown to reduce calculation errors to less than ۵٪. Our findings also reveal a direct correlation between increased volume fraction and flow velocity, and an increase in the average particle diameter within the flow. Further analysis focused on evaluating various combinations of aggregation and breakage mechanisms within the PBM itself. The combination proposed by Luo proved to be the most effective, yielding superior and more reliable results compared to other models. This held true across both laminar and turbulent flow regimes and was consistently validated against experimental data. We also examined how the predefined range of allowable particle diameters within the PBM influences the results. Our investigation highlighted a strong dependency between this parameter and the distribution of the average particle diameter across the pipe's cross-section. Finally, this study provides a practical guideline, identifying the optimal operating range for ice slurry-based cooling systems as a ۱۰٪ to ۲۰٪ ice volume fraction. Beyond this range, the heat transfer coefficient begins to decline, while the pressure drop increases dramatically, compromising system efficiency.

Keywords: Ice slurry, Population balance model, Breakage, Aggregation, Particle size distribution.

جریان اشاره کرد که تأثیر بسزایی در پیش‌بینی خواص حرارتی و جریانی و شبیه‌سازی جریان دارد.

برخی از کاربردهایی که مدل تعادل جمعیت در آن‌ها نتایج خوبی از خود نشان داده‌است عبارتند از صنایع غذایی در به‌دست آوردن قطر بلورهای یخ، ستون‌های حباب^۲ [۵]، کمک به تخمین اندازه‌ی حباب‌ها در حباب‌زایی، تخمین قطر ذرات روغن در آب [۶] و ذرات یخ در نفت خام و میسلانات گازی مستخرج از عمق زمین [۷]. موارد اشاره‌شده توانایی مناسب این مدل در دقیق‌تر کردن شبیه‌سازی‌های جریان‌های دوفازی را نشان می‌دهد.

مطالعه‌ی جریان دوغاب یخ به همراه مدل تعادل جمعیت به درک بهتر و پیش‌بینی نزدیک‌تر به واقعیت و فیزیک جریان کمک می‌کند. تعدادی از مطالعات پیشین تلاش‌هایی برای استفاده از مدل تعادل جمعیت در شبیه‌سازی جریان دوغاب یخ داشته‌اند. ژو و همکارانش [۸] در سال ۲۰۱۸ یک مطالعه تجربی و عددی بر روی دوغاب یخ بدون در نظر گرفتن انتقال حرارت انجام دادند. آن‌ها در تحلیل عددی خود از مدل اوایلر-اوایلر همراه با مدل تعادل جمعیت با روش گسسته‌سازی مربعات ممان^۳ استفاده کردند و اثر این مدل برای بهبود پیش‌بینی هیدرودینامیک جریان را مشاهده کردند. نتایج آن‌ها نشان داد استفاده از مدل تعادل جمعیت، روندهای مشابهی نسبت به آزمایش پیش‌بینی می‌کند. آن‌ها همچنین نتایج تجربی را با تحلیل عددی بدون استفاده از مدل تعادل جمعیت مقایسه کردند و نتیجه گرفتند که استفاده از مدل تعادل جمعیت می‌تواند در پیش‌بینی اندازه قطر میانگین ذرات بسیار موثر باشد.

لیانگژو و همکاران [۹] در سال ۲۰۱۹ خواص جریان و انتقال حرارت در یک لوله‌ی افقی استوانه‌ای را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها از مدل اوایلر-اوایلر همراه با مدل تعادل جمعیت و معادلات انتقال حرارت استفاده کردند و اثر توده‌ای شدن، شکستن و ذوب شدن یخ را در این مطالعه در نظر گرفتند. نتایج نشان داد که قطر ذرات یخ با افزایش دبی و کسر حجمی افزایش می‌یابد. هدف از انجام این مطالعه، به‌کارگیری مدل تعادل جمعیت با روش عددی پراکندگی چگالی^۴ برای تخمین قطر ذرات جامد بوده است. کسر

امروزه یکی از سیاست‌های کشورها، کاهش مصرف انرژی و استفاده از مواد و مبردهای کم‌ضرر یا بی‌ضرر برای محیط زیست است. سیستم‌های سرمایشی با حلقه‌ی برودتی ثانویه، یک مسیر مقرون به‌صرفه جهت استفاده‌ی بهتر از سرمایش تولیدی است.

سیستم‌های سرمایشی با حلقه‌ی ثانویه اغلب در خنک‌کاری‌های صنعتی و در ابعاد وسیع مورد استفاده قرار می‌گیرند. اساس کار آن‌ها بر مبنای استفاده از ظرفیت اضافی سیستم در زمان کمینه‌ی مصرف با تولید یخ به عنوان ماده تغییر فازدهنده است. در زمان اوج مصرف از این یخ برای کمک به حلقه‌ی اولیه جهت خنک‌سازی مبرد اولیه در سیستم استفاده می‌شود. این کار باعث می‌شود تا سیستم سرمایشی با ظرفیت کمتر بتواند سرمایش مورد نیاز اوج بار را تامین کند [۱،۲].

دوغاب یخ به علت ظرفیت گرمایی نهان استثنایی یخ و ظرفیت حرارتی بالای آب و نیز ارزان و در دسترس بودن، به طور عمده در این سیستم‌ها استفاده می‌شود. دوغاب یخ، شامل ذرات یخ کمتر از ۱ میلی‌متر (بین ۰/۱ تا ۱ میلی‌متر [۳]) در سیال حامل است. سیال حامل معمولاً مخلوط آب با سایر مواد کاهنده‌ی نقطه انجماد مثل سدیم کلرید، اتیلن گلیکول، متانول یا اتانول است، می‌باشد [۴].

به‌صورت کلی، ذرات یخ در دوغاب یخ می‌توانند شکسته شده و به ذرات کوچک‌تری تقسیم شوند (شکست) یا چندین ذره یخ به هم متصل شده و تشکیل ذره بزرگ‌تری را دهند (تجمع). معمولاً در مطالعات عددی این تغییر اندازه ذرات مغفول ملنده است و اندازه ذرات ثابت فرض می‌شود. مدل تعادل جمعیت^۱ یکی از روش‌هایی است که می‌تواند شکستن یا به هم متصل شدن ذرات یخ را شبیه‌سازی کند.

مدل تعادل جمعیت یکی از مدل‌های بسیار کاربردی و نوظهور در مبحث مطالعه و بررسی جریان‌های دوفازی و عموماً جریان‌های با دوفاز فیزیکی متفاوت (مایع - جامد و مایع - گاز) است. از مزایای این مدل می‌توان به تخمین اندازه‌ی ذرات یا حباب‌های موجود در

^۴ dense discrete method

^۱ Population Balance Model (PBM)

^۲ bubble column

^۳ quadrature method of moments

حجمی ذرات یخ به صورت نسبت حجم ذرات یخ به حجم کل مخلوط محاسبه می‌شود.

کای [۱۰] در سال ۲۰۱۹ تحلیل عددی روی زانوی ۹۰ درجه با استفاده از مدل تعادل جمعیت به صورت هم‌دما انجام داد. او با استفاده از مدل اوایلر-اوایلر برای جریان چندفازی و استفاده از تئوری جنبشی جریان دانه‌ای برای گازها و نیز روش مربعات ممان‌ها برای معادلات تعادل جمعیت، مسئله را حل کرد. ما و همکارانش [۱۱] در سال ۲۰۲۲ یک بررسی هم‌دما روی دوغاب یخ با استفاده از مدل تعادل جمعیت در زانوهای انجام دادند. آن‌ها از مدل اوایلر-اوایلر برای تحلیل جریان دوفازی استفاده کردند. آن‌ها برای این بررسی از اثرات تجمع^۱ و رشد ذرات یخ در جریان در مدل تعادل جمعیت استفاده کردند.

کای [۱۲] در سال ۲۰۲۲ یک شبیه‌سازی عددی برای جریان دوغاب یخ ضربانی در لوله انجام داد و این حالت با حالت جریان پایا در لوله مقایسه گردید. او نتیجه گرفت که جریان ضربانی در انتقال حرارت دوغاب یخ بهبود ایجاد می‌کند.

گائو و همکارانش [۱۳] در سال ۲۰۲۳ با استفاده از مدل اوایلر-اوایلر و اضافه کردن معادلات تعادل جمعیت، توانستند خصوصیات دینامیکی و انتقال حرارت دوغاب یخ با بستر سیال آب نمک را شبیه‌سازی کنند. مطالعه‌ی آن‌ها شامل افت فشار، ضریب اصطکاک، کسر حجمی، توزیع ذرات یخ در مخلوط و در نهایت ضریب انتقال حرارت موضعی در حین حرکت و انجماد محلول آب نمک تحت شرایط مختلف بوده است. آن‌ها همچنین برای صحت‌سنجی بررسی عددی خود، آزمایش تجربی ترتیب دادند که با تغییر پارامترهای مختلف، اثر آن‌ها بر متغیرهای گفته شده را نشان دهند.

رضایی و پاکروان [۱۴] در سال ۲۰۲۳ مطالعه‌ی عددی جامعی بر جریان و انتقال حرارت دوغاب یخ در ساختارهای شامل لوله U شکل انجام دادند. در ادامه بررسی‌ها، رضایی و پاکروان [۱۵] در سال ۲۰۲۳ مطالعه‌ای با هدف بررسی انتقال حرارت در ترکیبات و پیکربندی‌های مختلف لوله‌های U شکل متوالی در صفحه به عنوان بخشی از مبدل‌های حرارتی انجام دادند. ژی و همکارانش [۱۶] در سال ۲۰۲۳ به منظور بررسی بازایی دوغاب یخ در بخشی از لوله با شار حرارتی بالا، یک مدل سه بعدی اوایلری-اوایلری بر اساس نظریه

جنبشی جریان دانه‌ای با توجه به جریان و تغییر فاز دوغاب یخ را توسعه دادند.

می و همکارانش [۱۷] در سال ۲۰۲۴ مطالعه‌ای حول ویژگی‌های ترموسیالاتی دوغاب یخ در لوله U شکل با استفاده از مدل اوایلر-اوایلر ترتیب دادند. آن‌ها نشان دادند ضریب انتقال حرارت موضعی در بخش خم لوله، ابتدا افزایش و سپس کاهش را نشان می‌دهد و نقطه بیشینه‌ی آن در محل زاویه ۹۰ درجه، در وسط خم لوله U شکل قرار دارد. در این مطالعه اندازه ذرات یخ ثلث فرض شده بود. در مطالعه دیگری می و همکارانش [۱۸] در سال ۲۰۲۴ به کمک معادلات تعادل جمعیت که با مدل اوایلر-اوایلر تلفیق شده بود، توانستند بررسی‌هایی بر توزیع قطر ذرات جامد در جریان دوغاب یخ در لوله افقی و U شکل انجام دهند. آن‌ها برای این کار، دوغاب یخ را به صورت مخلوط دما ثابت در لوله تحت شار حرارتی در نظر گرفتند و نتیجه گرفتند که سرعت جریان، عامل مهم اثرگذار بر روند تجمع و شکستن ذرات یخ با قطرهای مختلف است. بدین صورت که، با افزایش سرعت، قطر میانگین ذرات کاهش می‌یابد و به عبارتی بهتر، پدیده‌ی شکست ذرات در اثر جریان، بهبود می‌یابد که این امر، موجب یکنواختی بیش‌تر قطر ذرات در صفحات مختلف لوله می‌گردد. همچنین ایشان دریافتند که با افزایش کسر حجمی یخ، قطر میانگین ذرات و نیز بروز پدیده‌ی تجمع، افزایش می‌یابد. از دیگر نتایج بررسی آن‌ها این بوده است که هرچه قطر ذرات ورودی یخ به لوله بیش‌تر باشد، هر دو اثر تجمع و شکست در لوله کمتر دیده می‌شود؛ همچنین در محل خم لوله‌ی U شکل، به علت کاهش سرعت جریان و افزایش کسر حجمی موضعی یخ در دیواره‌ی بیرونی، اثر تجمع بیش‌تر دیده می‌شود که این بدان معناست که ذرات با قطر بیش‌تری به چشم می‌خورند.

بر اساس این مطالعات، تاکنون مطالعه‌ی جامعی بر بررسی هم‌زمان اثر مدل تعادل جمعیت بر انتقال حرارت و خواص جریان دوغاب یخ انجام نشده است. علی‌رغم مهم بودن این مدل در تخمین هرچه بهتر خصوصیات حرارتی و هیدرودینامیکی جریان این بررسی به طور کامل و همراه با مقایسه با حالت عدم استفاده از آن صورت

^۱ breakage

^۱ aggregation

نگرفته است. مدل تعادل جمعیت با به دست آوردن قطر میانگین^۱ ذرات در هر مقطع و نزدیک تر شدن به فیزیک مسئله، موجب پیچیده شدن رفتار فاز ثانویه و برهم کنش^۲ آن با فاز اولیه (سیال حامل) می شود؛ لذا بررسی های قبلی با استفاده از این مدل، صرفاً بر هیدرودینامیک تمرکز کرده اند و عموماً بررسی غیر هم دما و حرارتی انجام نداده اند.

هدف از پژوهش حاضر این بوده است که یک مطالعه دقیق بر مدل تعادل جمعیت در بررسی جریان دوغاب یخ در لوله افقی صورت گیرد و در نهایت با توجه به نتایج به دست آمده مقایسه ای جامعی با حالت عدم استفاده از این مدل در همین جریان و همچنین نتایج تجربی انجام گیرد. علاوه بر این، مقایسه ای جامعی بین انواع شناخته شده ی معادلات مدل سازی تجمیع و شکست در مدل تعادل جمعیت برای دوغاب یخ انجام شده است تا بدین طریق، مدلی بهینه و کم خطا در این پژوهش پیشنهاد گردد.

۲ - معادلات حاکم

در شبیه سازی این مطالعه از مدل دوفازی چندسیالی که از انواع مدل های چندفازی اوایلر-اوایلر است استفاده شده است. در این مدل برای هر یک از دو فاز به صورت جداگانه معادله بقای جرم، مومنتوم و انرژی حل می شود [۱۹]. اثر متقابل دو فاز بر روی یکدیگر از طریق یک ترم تغییر فاز [۲۰] که در معادلات بقای جرم اضافه می شود، چندین ترم نیروهای بین فازی [۲۱-۲۴] که در معادلات مومنتوم ظاهر می شوند و ترم انتقال حرارت بین فازی [۲۵] که در معادلات انرژی ظاهر می شود، برقرار می گردد. لزجت و تنش فاز جامد توسط تئوری جنبشی جریان دانه ای مدل می شود [۲۱]. جهت در نظر گرفتن اثرات آشفتگی از مدل آشفتگی $k-\epsilon$ برای هر فاز استفاده شده است. وانگ و همکاران [۲۶] نشان دادند که مدل آشفتگی $k-\epsilon$ برای هر فاز بهترین پیش بینی را ارائه می دهد. جزییات این معادلات در مطالعات قبلی ما [۱۴، ۱۵] ارائه شده اند که در آنها با صرف نظر از اثرات تجمیع و شکست ذرات یخ، قطر ذرات ثابت در نظر گرفته شده بود.

در محاسبه اثرات انتقال حرارت و تبادل نیرویی بین فازی مقدار اندازه قطر ذرات وارد می شود. در مطالعه حاضر قطر ذرات با استفاده از مدل تعادل جمعیت به دست می آید. در مطالعات صورت گرفته خصوصاً بر تحلیل های جریان جامد در مایع با کمک مدل تعادل جمعیت [۱۰، ۱۲، ۲۷]، استفاده از روش مربعات ممان ها بیش تر توصیه شده است؛ در این روش، هر نقطه شامل یک مختصات L_i و وزن w_i است که این وزن، مطابق با تابع احتمال $f(L_i)$ در آن مختصات بیان گر وجود ذرات در آن نقطه است [۲۸]. تابع $f(L_i)$ به صورت یک چندجمله ای به شکل L_i^k نوشته می شود و متغیری تحت عنوان ممان یا m_k به صورت زیر، بازنویسی می گردد:

$$m_k = \sum_{i=1}^N w_i L_i^k \quad (1)$$

در این معادله، k از ۰ تا $N-1$ متغیر است. در این روش N برابر با ۴ است. این ممان ها به ترتیب بیانگر تعداد، اندازه، سطح و حجم ذرات هستند. عمده مشکل استفاده از روش مربعات ممان ها، عدم محاسبه مستقیم اندازه ذرات به صورت تابع مجزاست که این امر، با تعریف یک متغیر وابسته به نام قطر میانگین ساتر^۳ قابل حل است؛ این متغیر، طول میانگین ذرات را با استفاده از تقسیم ممان مربوط به حجم و سطح، به دست می دهد [۲۹]:

$$d_{32} = \frac{m_3}{m_2} \quad (2)$$

عبارات m_2 و m_3 هر دو از روش مربعات ممان ها و از حل معادله دیفرانسیل زیر محاسبه می شوند [۸، ۱۰]:

$$\frac{\partial m_k}{\partial t} + \nabla \cdot (m_k \mathbf{v}) = (\bar{B}_{ag,k} - \bar{D}_{ag,k} + \bar{B}_{br,k} - \bar{D}_{br,k}) + Growth \quad (3)$$

در این معادله $\mathbf{v}$ بردار سرعت است. دو عبارت اول سمت راست این معادله به ترتیب مربوط به تولید و از بین رفتن ناشی از تجمیع ذرات و دو عبارت دوم مربوط به تولید و از بین رفتن ناشی از شکست ذرات هستند و به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\bar{B}_{ag,k} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N w_i \sum_{j=1}^N w_j (L_i^3 + L_j^3)^{k/3} a(L_i, L_j) \quad (4)$$

^۳ sauter mean diameter

^۲ mean diameter

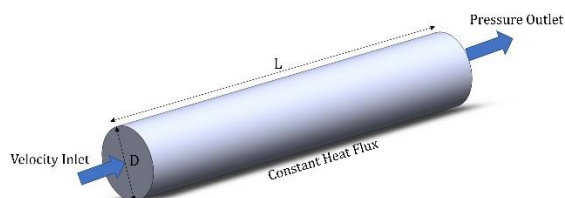
^۱ interaction

(۱) نشان داده شده است. طرح‌واره‌ای از هندسه سه‌بعدی به همراه شرایط مرزی در شکل (۱) نشان داده شده است.

جدول ۱: شرایط مرزی بررسی‌های صورت گرفته

Table ۱: Boundary conditions of the considered studies

Boundary Condition	Study	
	Lee et al. [۳۴]	Niezgoda-Żelasko [۳۵]
Inlet velocity (m/s)	۲.۹۸	۱.۵۳ (variable)
Temperature (K)	۲۶۸.۶۵	۲۶۸.۶۵
Wall condition for fluid phase	No slip	No slip
Wall condition for solid phase	Johnson-Jackson	Johnson-Jackson
Wall heat flux (W/m ²)	۲۶۷۰	۸۰۰۰



شکل ۱: طرح‌واره هندسه شبیه‌سازی به همراه شرایط مرزی اعمالی
Figure ۱: The schematics of the simulation's geometry with imposed boundary conditions

همچنین خصوصیات ترموفیزیکی سیال پایه (محلول آب-اتیلن گلیکول) و ذرات یخ در هر یک از این دو مطالعه در جدول (۲) نشان داده شده‌اند. خصوصیات گزارش شده در این جدول با استفاده از روابط گزارش شده در مطالعه نیزگودا-زلاسکو محاسبه شده‌اند.

۴- روش حل عددی

روش حل مسئله، به‌صورت پایا بوده است و الگوریتم حل در نرم‌افزار انسیس فلوئنت ۲۰۲۱، Phase coupled SIMPLE است و برای هر فاز به‌صورت مجزا معادلات کسر حجمی حل می‌شوند. دو فاز موجود در این شبیه‌سازی‌ها فاز محلول پایه و فاز ذرات یخ می‌باشند. روش حجم محدود برای حل معادلات به‌کار گرفته شده است و گسسته‌سازی برای تمام متغیرها از جمله فشار، مرتبه دوم بالادست است؛ اما برای کسر حجمی، مرتبه اول بالادست در نظر گرفته شده

$$\bar{D}_{ag,k} = \sum_{i=1}^N L_i^k w_i \sum_{j=1}^N w_j a(L_i, L_j) \quad (۵)$$

$$\bar{B}_{br,k} = \sum_{i=1}^N w_i \int_0^\infty L_k g(L_i) \beta(L | L_i) dL \quad (۶)$$

$$\bar{D}_{br,k} = \sum_{i=1}^N w_i L_i^k g(L_i) \quad (۷)$$

عبارت پنجم رشد ذرات در اثر یخ‌زدگی است که در این مطالعه به واسطه شار حرارتی ثابت به لوله‌ها و فرض ذوب دائمی یخ، اثر این پارامتر بسیار محدود بوده است و از آن صرف نظر شده است. بنابراین فرض شده است که افزایش اندازه ذرات، صرفاً به خاطر تجمع است [۸].

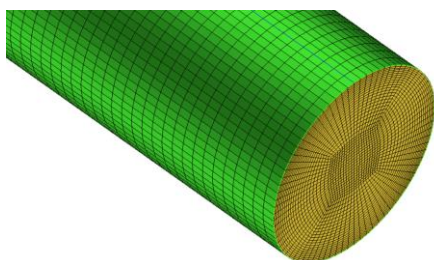
در این معادلات $a(L_i, L_j)$ اثر مربوط به تجمع ذرات را لحاظ می‌کند و توسط محققین مختلف مجموعه روابطی برای آن ارائه شده است. پرکاربردترین این مدل‌ها توسط لوی [۳۰] و لیائو [۳۱] پیشنهاد شده است. همچنین $\beta(L | L_i)$ و $g(L_i)$ مربوط به شکست ذرات می‌باشند و مجموعه روابطی توسط لوی [۳۰]، لهر [۳۲] و قدیری [۳۳] برای آنها پیشنهاد شده است. بر اساس این روابط سه ترکیب مدل تجمع-شکست به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

- مدل تجمع لوی - مدل شکست لوی
- مدل تجمع لوی - مدل شکست لهر
- مدل تجمع لیائو - مدل شکست قدیری

۳- بیان مسئله

هدف مطالعه حاضر بررسی کارایی مدل تعادل جمعیت در پیش‌بینی رفتار انتقال حرارتی جریان دوغاب یخ در لوله‌های افقی است. برای این منظور دو مطالعه تجربی در نظر گرفته شده است و نتایج عددی با در نظر گرفتن مدل تعادل جمعیت و بدون مدل تعادل جمعیت با این نتایج تجربی مقایسه می‌شود. مطالعه تجربی اول توسط لی و همکاران [۳۴] و مطالعه دوم توسط نیزگودا - زلاسکو [۳۵] انجام گرفته است. هندسه مطالعه لی و همکاران [۳۴]، یک لوله افقی با طول $L=۱۵۰۰$ میلی‌متر و قطر $D=۱۳/۸۶$ میلی‌متر و هندسه مطالعه نیزگودا - زلاسکو [۳۵] لوله افقی به طول $L=۲/۳$ متر و قطر $D=۱۶$ میلی‌متر است. شرایط مرزی در نظر گرفته شده برای این دو مطالعات در جدول

مناسب است. نمایی از شبکه محاسباتی نهایی در شکل (۲) نشان داده شده است.



شکل ۲: شبکه محاسباتی استفاده شده در شبیه‌سازی‌ها
Figure ۲: The computational mesh employed for simulations

۵- نتایج و بحث

۵-۱- نتایج حالت مرجع

شکل (۳) ضریب انتقال حرارت متوسط حاصل از شبیه‌سازی را در مقایسه با اندازه‌گیری‌های لی و همکاران [۳۴] نشان می‌دهد. شبیه‌سازی در دو حالت بدون مدل تعادل جمعیت و با در نظر گرفتن مدل تعادل جمعیت انجام شده است. برای مدل تعادل جمعیت مکانیزم شکست و تجمع لویو [۳۰] استفاده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود ضریب انتقال حرارت در نتایج تحلیل عددی با مدل تعادل جمعیت، کمتر از ۵ درصد با نتایج تجربی لی و همکاران اختلاف دارد که این امر دلالت بر اعتبار نتایج به دست آمده از مطالعه‌ی حاضر دارد. یکی دیگر از نتایج مورد بحث در مطالعه‌ی حاضر، بررسی میزان تاثیر اعمال مدل تعادل جمعیت بر کاهش درصد خطای محاسبات در مقایسه با حالت بدون اعمال این مدل می‌باشد. مطابق با این شکل، محاسبات بدون استفاده از مدل تعادل جمعیت در ابتدا و در کسر حجمی زیر ۱۰ درصد، اختلافی در حدود ۱۲ درصد با نتایج تجربی را نشان داده است و این مقدار برای کسر حجمی ۶ درصد بالاتر است. هرچه به سمت کسرهای حجمی بالاتر از ۱۰ درصد پیش برویم، اختلاف مدل‌ها با داده‌های تجربی کم‌تر می‌شود و همگی به سمت یکدیگر همگرا می‌گردند؛ اما به‌طور کلی، نمودار مربوط به شبیه‌سازی با مدل تعادل جمعیت، خوش‌رفتارتر است. استفاده از مدل تعادل جمعیت خصوصاً در کسر حجمی‌های زیر ۱۰ درصد، توانسته است خطای محاسبات را تا ۷۰ درصد کمتر کند. این اختلاف

است. مقادیر ضرایب زیر تخفیف^۱ در این پژوهش، مقادیر پیش‌فرض نرم‌افزار هستند؛ یعنی برای فشار مقدار ۰/۳، برای چگالی و نیروهای حجمی ۱، مومنتوم ۰/۷، انرژی ۱ و ممان‌های فاز دوم ۰/۵ هستند. روش عددی مورد استفاده برای مدل تعادل جمعیت، روش مربعات ممان‌ها با ۴ ممان است و میزان باقیمانده مجاز برای تمام متغیرها، ۰/۰۰۱ قرار داده شده است.

جدول ۲: خصوصیات ترموفیزیکی سیال آب و یخ در بررسی حاضر

Table ۲: Thermophysical properties of ice and water in present study

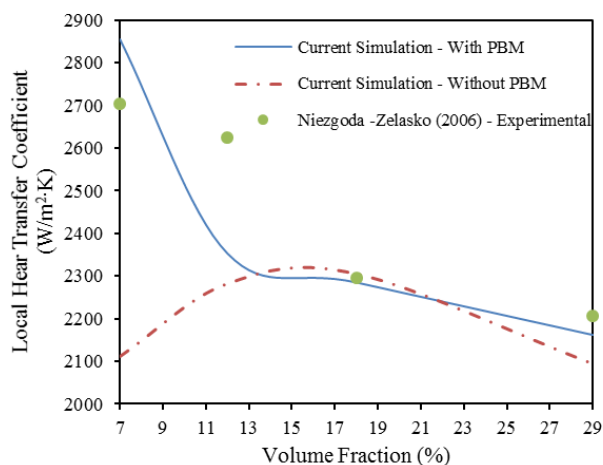
Fluid Properties	Study	
	Lee et al. [۳۴] (۶,۵% Water- Ethylene glycol Solution)	Niezgoda-Zelasko [۳۵] (۱۰,۳% Water- Ethylene glycol Solution)
Density (kg/m ^۳)	۱۰۰۵.۵	۹۷۷
Specific heat capacity (J/kg.K)	۴۰۷۰	۳۹۸۶
Thermal conductivity (W/m.K)	۰.۵۸	۰.۹۹۴
Viscosity (kg/m.s)	۰.۰۰۳۴	۰.۰۰۰۹۲
Molecular Weight (kg/kmol)	۲۱	۱۹.۳
Reference enthalpy [۲۵] (J/kmol)	-۲.۸۵۵e۸	-۲.۸۵۵e۸
Ice Properties		
Density (kg/m ^۳)	۹۱۷	
Specific heat capacity (J/kg.K)	۲۱۶۰	
Thermal conductivity (W/m.K)	۲.۲۱	
Molecular Weight (kg/kmol)	۱۸.۰۵	
Reference enthalpy [۲۵] (J/kmol)	-۲.۹۰۷e۸	

مطالعه استقلال حل از شبکه برای هر یک از دو هندسه سه‌بعدی به صورت جداگانه انجام شد. برای هندسه لی و همکاران سه شبکه متشکل از ۱/۱، ۲/۰۴ و ۳/۰۱ میلیون سلول و برای هندسه نیزگودا - زلاسکو سه شبکه متشکل از ۲/۴، ۳/۵ و ۵/۲ میلیون سلول در نظر گرفته شده است. در این مطالعات شبکه، پارامترهای ضریب انتقال حرارت جابجایی متوسط، افت فشار کل لوله، توزیع کسر حجمی ذرات یخ و توزیع سرعت در یک مقطع مشخص در نظر گرفته شده است. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که برای مطالعه لی و همکاران شبکه ۲/۰۴ میلیون سلولی و برای مطالعه نیزگودا-زلاسکو شبکه ۳/۵ میلیون سلولی دقت کافی دارد. مقدار 10^{-4} مربوط به هر دو شبکه در حدود ۱ می‌باشد که با توجه به نوع تابع دیوار انتخابی بهبود یافته^۲

^۲ enhanced wall function

^۱ underrelaxation

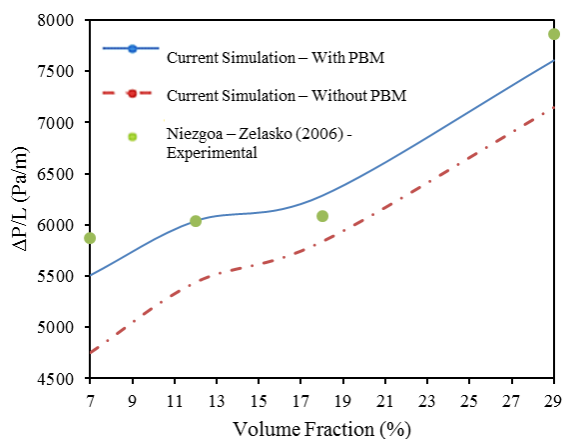
balance model and the experimental data from the study by Lee et al. [۳۴]



شکل ۴: تاثیر استفاده از مدل تعادل جمعیت بر ضریب انتقال حرارت موضعی مقطع میانی لوله در مطالعه‌ی مقاله نیزگودا - زلاسکو [۳۵]

Figure ۴: The effect of using the population balance model on the local heat transfer coefficient of the middle section of the pipe in the study by Niezgoda-Zelasko [۳۵]

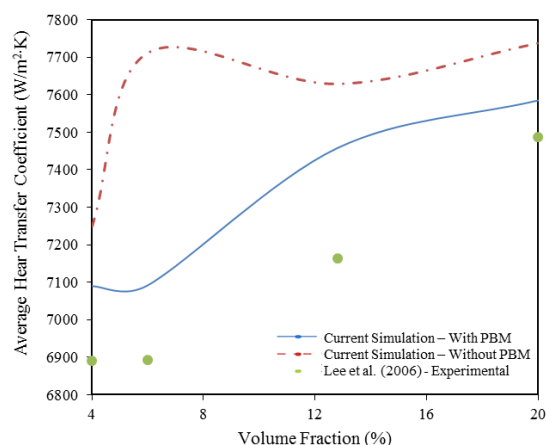
مطابق شکل (۵)، میزان افت فشار محاسبه شده در شبیه‌سازی با مدل تعادل جمعیت، به‌طور کلی بالاتر از میزان افت فشار محاسبه شده از شبیه‌سازی بدون مدل تعادل جمعیت است؛ علت این موضوع، به اندازه‌ی قطر ذرات برمی‌گردد که در مدل تعادل جمعیت، بیشتر از قطر ثابت پیش‌فرض برای مدل بدون تعادل جمعیت (۰/۱ میلی‌متر) است و از آن جایی که ضریب اصطکاک و تنش برشی جریان با قطر، رابطه‌ی توان دو دارند، میزان افت فشار تخمینی در مدل تعادل جمعیت بالاتر است.



شکل ۵: تاثیر استفاده از مدل تعادل جمعیت بر افت فشار در لوله در مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو [۳۵]

در کسر حجمی‌های بالا کم‌تر است اما همچنان استفاده از مدل تعادل جمعیت می‌تواند خطای نتایج را تا حد ۵۰ درصد کاهش دهد.

شکل (۴) و شکل (۵) به ترتیب نتایج ضریب انتقال حرارت موضعی در مقطع میانی لوله و افت فشار بر واحد طول در کل لوله حاصل از شبیه‌سازی‌های حاضر را در مقایسه با نتایج تجربی نیزگودا - زلاسکو [۳۵] نشان می‌دهند. مطابق شکل (۴)، روند کاهش خطای محاسبات در زمان استفاده از مدل تعادل جمعیت همچنان دیده می‌شود و به‌صورت دقیق‌تر، تا حدود ۵۰ درصد کاهش خطا در زمان استفاده از مدل تعادل جمعیت وجود دارد؛ همین اتفاق برای افت فشار در طول لوله نیز می‌افتد و در تمامی کسرهای حجمی مورد بررسی، درصد خطای مدل عددی با مدل تعادل جمعیت فراتر از ۵ درصد نمی‌رود. مطابق شکل (۴)، میزان اختلاف داده تجربی و شبیه‌سازی بدون مدل تعادل جمعیت در کسر حجمی ۷ درصد، بسیار زیاد است که این اختلاف کما این‌که در شکل (۳) نیز مشاهده شد، با افزایش کسر حجمی رفته رفته کم شده و در نهایت در کسر حجمی حدود ۳۰ درصد، به کم‌ترین حد خود با نتایج تجربی می‌رسد. روند کاهش ضریب انتقال حرارت موضعی در اثر افزایش کسر حجمی در شبیه‌سازی با مدل تعادل جمعیت به‌درستی پیش‌بینی شده است و این روند کاهش از کسر حجمی زیر ۱۰ درصد تا ۳۰ درصد قابل مشاهده است؛ همین امر در شبیه‌سازی بدون تعادل جمعیت فقط در کسر حجمی ورودی بالای ۱۵ درصد مشاهده می‌شود.

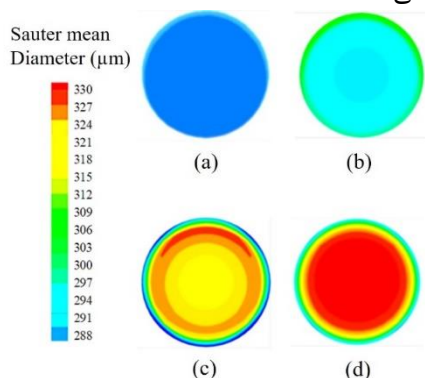


شکل ۳: نتایج ضریب انتقال حرارت مدل عددی مبنا در مقایسه با حالت بدون استفاده از مدل تعادل جمعیت و داده‌های تجربی مطالعه‌ی لی و همکاران [۳۴]

Figure ۳: Results of the heat transfer coefficient of the baseline numerical model compared to the case without using the population

micrometers, for the simulation of conditions equivalent to the study by Lee et al. [۳۴] for inlet volume fractions: (a) ۴%, (b) ۶%, (c) ۱۲%, (d) ۲۰%.

شکل (۷) توزیع قطر میانگین ساتر به ازای سرعت‌های ورودی جریان متفاوت در شبیه‌سازی با شرایط مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو [۳۵] را نشان می‌دهد.



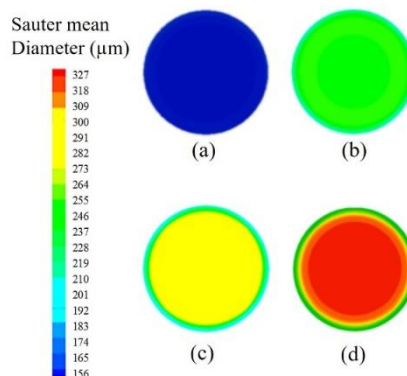
شکل ۷: توزیع قطر میانگین ساتر در مقطع مرکزی لوله در مدل تعادل جمعیت بر حسب میکرومتر در شبیه‌سازی شرایط معادل مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو [۳۵] برای سرعت ورودی: (a) ۰/۲ متر بر ثانیه، (b) ۰/۵۳ متر بر ثانیه، (c) ۱/۵۳ متر بر ثانیه، (d) ۲/۰۳ متر بر ثانیه

Figure ۷: Sauter mean diameter distribution in the central section of the pipe in the population balance model, in micrometers, for the simulation of conditions equivalent to the study by Niezgoda-Żelasko [۳۵] for inlet velocities: (a) ۰,۲ m/s, (b) ۰,۵۳ m/s, (c) ۱,۵۳ m/s, (d) ۲,۰۳ m/s.

مطابق شکل (۷)، افزایش سرعت در رژیم جریان آرام (سرعت ورودی کم و در محدوده‌ی کاملاً آرام) و آشفته (سرعت ورودی بالا و ناحیه‌ی انتقال و نیز کاملاً آشفته) باعث افزایش قطر ذرات یخ خصوصاً در نواحی مرکزی لوله و دور از دیواره‌ها می‌شود. در رژیم جریان آشفته به دلیل توزیع خاص سرعت که تنش برشی در نواحی نزدیک به دیواره زیاد و در نواحی مرکزی بسیار کم است، عامل جدا کردن ذرات از همدیگر تضعیف شده و منجر به ظاهر شدن ذرات با قطر بیشتر در نواحی مرکزی رژیم جریان آشفته می‌شود. اما نکته جالب توجه، قطر ذرات در نواحی نزدیک دیواره است که به علت انتقال حرارت زیاد و سرعت صفر در این ناحیه، ذرات با قطر کم قرار گرفته‌اند و از نظر فیزیکی نیز این ناحیه، بخشی با کسر حجمی ذرات جامد بسیار کم است. همچنین مطابق با این شکل، ذرات با قطر بالاتر، یعنی در حدود ۰/۳ میلی‌متر در لایه‌های دور از دیواره در مناطقی

Figure ۵: The effect of using the population balance model on the pressure drop in the pipe in the study by Niezgoda-Żelasko [۳۵]

شکل (۶) توزیع قطر میانگین ساتر در مقطع مرکزی لوله را برای شبیه‌سازی معادل شرایط مطالعه‌ی لی و همکاران [۳۴] نشان می‌دهد. توزیع قطر ذرات تنها توسط مدل تعادل جمعیت قابل پیش‌بینی است و در حالت بدون مدل تعادل جمعیت قطر ذرات جا یکسان است. لازم به ذکر است که شرایط توزیع قطر ورودی ذرات به لوله در این شبیه‌سازی، یکسان و در محدوده‌ی ۰/۰۵ میلی‌متر تا ۰/۶ میلی‌متر بوده است. مطابق شکل (۶)، افزایش کسر حجمی ورودی جریان بر رفتار ذرات در مناطق مرکزی لوله اثرگذار است؛ بدین طریق که قطر ذرات در مقطع میانی لوله با افزایش کسر حجمی ورودی، افزایش می‌یابد. علت این موضوع، وابستگی معادلات تجمع ذرات در مدل تعادل جمعیت به کسر حجمی است که این اثر را ایجاد می‌کند. همچنین بلافاصله بعد از لایه مرزی نزدیک به دیواره، به سبب تغییر چشم‌گیر سرعت جریان، احتمال برخورد ذرات و شکستن ذرات بزرگ‌تر بیش‌تر است که این بدان معناست که تابع چگالی احتمال در مدل تعادل جمعیت، شانس شکست ذرات را بالاتر پیش‌بینی می‌کند که در نتیجه‌ی آن، ذرات با قطر کوچک‌تر در آن ناحیه قرار می‌گیرند. همچنین با افزایش کسر حجمی ورودی، قطر مورد انتظار یخ در مقاطع مختلف لوله افزایش می‌یابد که این امر در نتایج عددی می و همکارانش [۱۸] نیز دیده می‌شود.



شکل ۶: توزیع قطر میانگین ساتر در مقطع مرکزی لوله در مدل تعادل جمعیت بر حسب میکرومتر در شبیه‌سازی شرایط معادل مطالعه‌ی لی و همکاران [۳۴] برای کسر حجمی ورودی: (a) ۴ درصد، (b) ۶ درصد، (c) ۱۲ درصد، (d) ۲۰ درصد

Figure ۶: Sauter mean diameter distribution in the central section of the pipe for the population balance model, in

چنانچه مشاهده می‌شود دما در بخش گسترده‌ای از سطح مقطع، یکنواخت است و گرادیان‌های دمایی محدود به نواحی نزدیک دیواره هستند (شکل ۸-a). افزایش دمای نزدیک به دیواره منجر به این می‌شود که ذرات یخ در این نواحی ذوب شده و کسر حجمی ذرات یخ در بخش‌های نزدیک به دیواره کمتر و در مرکز لوله بیشتر باشد (شکل ۸-b). علاوه بر این مشاهده می‌شود که توزیع کسر حجمی کاملاً متقارن نبوده و به علت نیروی شناوری بیشینه آن کمی به سمت بالای لوله تمایل دارد. توزیع مقدار سرعت فاز اول نشان می‌دهد که این توزیع تا حدود زیادی از یک تقارن محوری برخوردار است (شکل ۸-c). در شکل ۸-d مشاهده می‌شود که دمای دانه‌ای در بخش بالایی کمتر از بخش پایینی است. از آنجایی که دمای دانه‌ای متناسب با نوسانات سرعتی ذرات یخ است، کمتر بودن دمای دانه‌ای به همراه بیشتر بودن کسر حجمی منجر به این می‌شود که در بخش بالایی تجمع ذرات بیشتر شده و قطر ذرات افزایش یابد.

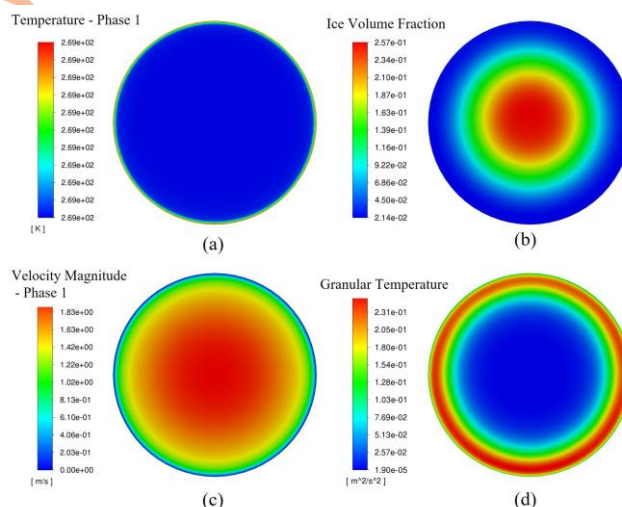
۵-۲- تأثیر نوع مکانیزم شکست و تجمع

استفاده از معادلات مکانیزم‌های تجمع و شکست متفاوت در مدل تعادل جمعیت موجب بروز تغییر در نتایج حاصل از شبیه‌سازی می‌شود. هدف از بررسی مکانیزم‌های ارائه شده توسط محققین مختلف، رسیدن به یک مکانیزم مناسب و کم خطا برای پیش‌بینی خواص جریان با پارامترهای مختلف ورودی مسئله است. با مطالعه مقالات و بررسی مقالات مرجع شرح معادلات فرکانس‌های شکست و تجمع و نیز تابع احتمال، سه ترکیب مختلف از مکانیزم‌های تجمع - شکست در مدل تعادل جمعیت پیشنهاد شده‌اند که در بخش ۲ معرفی شدند.

نتایج این تغییرات بر پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت در شکل ۹ آمده است. مطابق با شکل ۹، استفاده از ترکیب‌های مختلف مدل تجمع و شکست مدل تعادل جمعیت در وهله‌ی اول روند صعودی ضریب انتقال حرارت را با افزایش کسر حجمی به‌درستی پیش‌بینی می‌کند. میزان اختلاف نتایج این مدل‌ها با نتایج تجربی لی و همکاران [۳۴]، در تمامی موارد زیر ۵ درصد است که نشان از دقت بالای استفاده از مدل تعادل جمعیت در تمامی مکانیزم‌های آن دارد. با این وجود مدل لوو-لوو نتایج نزدیک‌تری نسبت به داده‌های تجربی نشان می‌دهد. با وجودی که افت فشار در لوله در مطالعه‌ی

که شار حرارتی مستقیم روی دیواره اثر کمتری دارد به چشم می‌خورند. افزایش سرعت در بررسی قطر میانگین، باعث افزایش قطر ذرات به‌صورت نسبی در لوله می‌شود اما اثر آن از افزایش کسر حجمی ورودی به لوله، کمتر است؛ چرا که هر دو احتمال تجمع و شکست را افزایش می‌دهد؛ علت این موضوع، وجود وابستگی به سرعت ذرات هم در معادلات شکست و هم در معادلات تجمع بوده است؛ اما مطابق معادله‌ی فرکانس تجمع در مکانیزم پیشنهادی لوو، اثر سرعت ذرات در هنگام برخورد برای تجمع، قابل توجه‌تر (از مرتبه‌ی توان ۲) از اثر همین سرعت در هسته‌ی شکست پیشنهادی لوو بوده است که این امر، می‌تواند دلیل افزایش نسبی قطر پیش‌بینی شده در سرعت‌های بالاتر باشد. همچنین افزایش سرعت در لوله، سبب افزایش غیریکنواختی قطر در مقطع مرکزی لوله شده است که این امر، به سبب افزایش احتمال برخورد و شکستن ذرات در اثر این برخوردها با یکدیگر است.

شکل ۸) توزیع دما، کسر حجمی، سرعت و دمای دانه‌ای ذرات یخ را در مقطع میانی لوله نشان می‌دهد.



شکل ۸: توزیع (a) دما، (b) کسر حجمی ذرات یخ، (c) مقدار سرعت و (d) دمای دانه‌ای در مقطع مرکزی لوله در مدل تعادل جمعیت برای شبیه‌سازی شرایط معادل مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو [۳۵] برای سرعت ورودی ۱/۵۳ متر بر ثانیه.

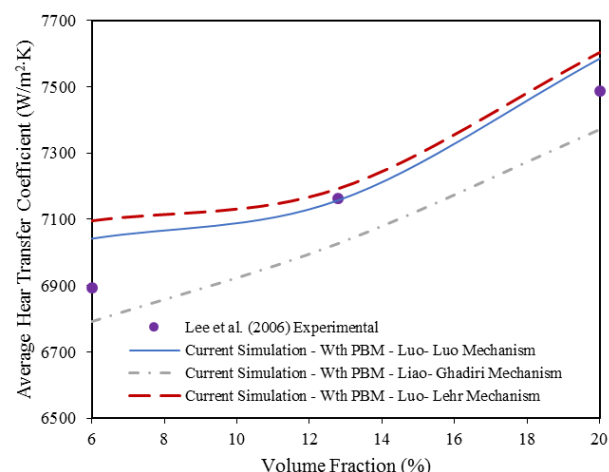
Figure 8: (a) Temperature, (b) ice volume fraction, (c) velocity magnitude, and (d) granular temperature distribution in the central section of the pipe in the population balance model for the simulation of conditions equivalent to the study by Niezgoda-Zelasko [35] for inlet velocity of 1.53 m/s.

Figure ۱۰: The effect of changing the population balance model on the heat transfer coefficient for different volume fractions, and its comparison with the experimental results of Niezgoda-Zelasko [۳۵]

مطابق با شکل (۱۰)، اثر انتخاب مدل شکست مناسب بین مدل لوو-لوو و لوو-لهر قابل ملاحظه است و این انتخاب، روی پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت متوسط در لوله اثرگذار بوده است. مشابه آنچه در شبیه‌سازی جریان مشابه مطالعه‌ی لی و همکاران [۳۴] دیده شد، مدل لیائو-قدیری نسبت به دو مدل دیگر ضریب انتقال حرارت موضعی را اندکی پایین‌تر پیش‌بینی می‌کند و مدل لوو-لوو در پیش‌بینی روند و مقدار ضریب انتقال حرارت، نزدیک‌تر به داده‌های تجربی مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو [۳۵] عمل می‌کند.

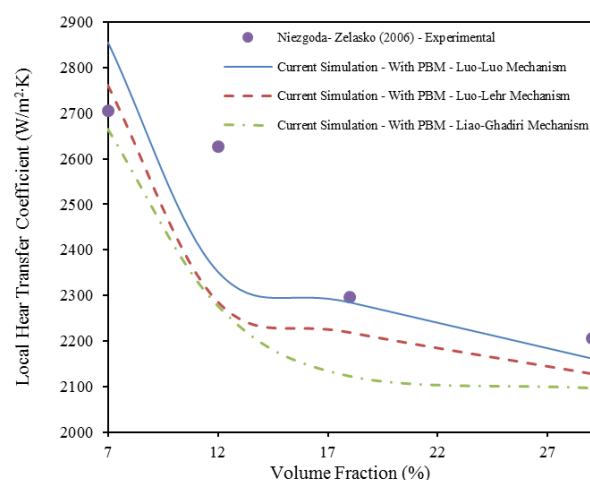
شکل (۱۱) مقایسه بین مدل‌های مختلف تعادل جمعیت در پیش‌بینی و محاسبه‌ی افت فشار در لوله به‌ازای کسر حجمی‌های مختلف را نشان می‌دهد. هدف از ارائه‌ی این شکل، تاکید بر میزان تاثیر مکانیزم مدل تعادل جمعیت و انتخاب ترکیبی صحیح از مکانیزم‌ها برای تجمیع و شکست بوده است. مطابق این شکل، ترکیب لوو-لوو به نسبت دو ترکیب دیگر، عملکردی یکنواخت‌تر و نزدیک‌تر به داده تجربی داشته است. مدل لیائو-قدیری که عمدتاً برای کسر حجمی‌های زیر ۱۰ درصد یا جریان‌های دوفازی گاز-مایع بهینه شده است، در کسر حجمی بالا مثل ۱۸ درصد یا ۲۹ درصد، عملکرد مطلوبی نداشته است. علت پیش‌بینی افت فشار بالاتر در مدل لیائو-قدیری نسبت به دو مدل دیگر، محاسبه‌ی قطر میانگین بالاتر ذرات است که مستقیماً بر ضریب پسا و ضریب تبادل اندازه حرکت اثرگذار است. لذا لازم است تا قبل از استفاده از هر یک از مدل‌های موجود، مطالعه‌ی جامعی بر معادلات آن‌ها و چارچوب به‌کارگیری آن‌ها صورت پذیرد.

لی و همکارانش گزارش نشده است، اما بررسی داده‌ها شبیه‌سازی نشان می‌دهد که تغییر در مکانیزم‌های موجود در مدل تعادل جمعیت تا ۱۰ درصد بر میزان افت فشار پیش‌بینی شده در شبیه‌سازی مؤثر است.



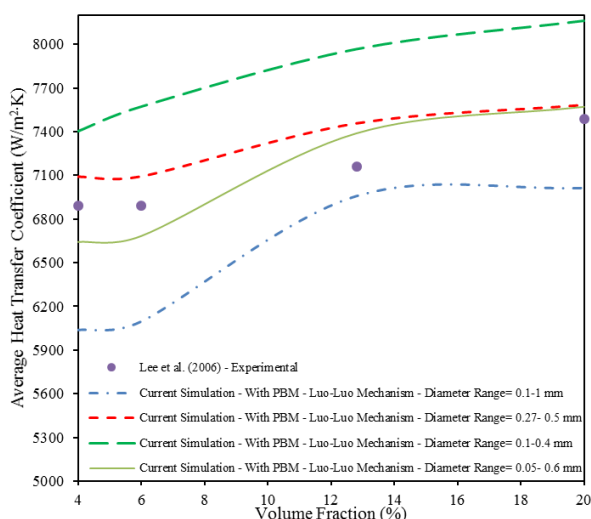
شکل ۹: نمودار مقایسه اثر تغییر مدل تعادل جمعیت بر پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت با نتایج تجربی مطالعه‌ی لی و همکاران [۳۴]
Figure ۹: Comparison of the effect of changing the population balance model on the prediction of the heat transfer coefficient with experimental results from the study by Lee et al. [۳۴]

شکل (۱۰) اثر تغییر مدل تعادل جمعیت بر ضریب انتقال حرارت به‌ازای کسر حجمی‌های مختلف و مقایسه‌ی آن با نتایج تجربی نیزگودا - زلاسکو [۳۵] را نشان می‌دهد.



شکل ۱۰: اثر تغییر مدل تعادل جمعیت بر ضریب انتقال حرارت به‌ازای کسر حجمی‌های مختلف و مقایسه‌ی آن با نتایج تجربی نیزگودا - زلاسکو [۳۵]

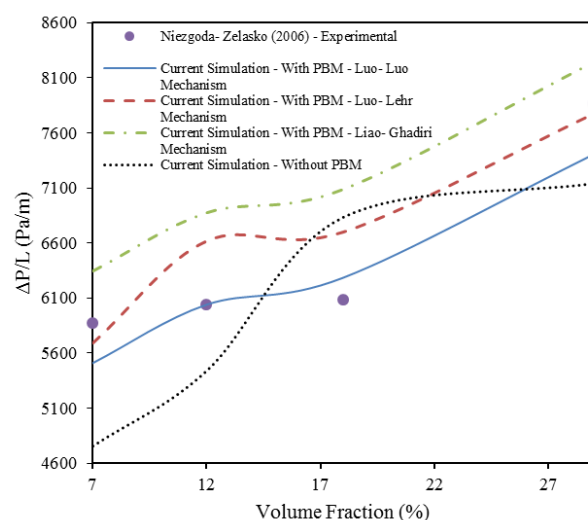
قطر پایین تر بوده است (۰/۱ میلی متر تا ۰/۴ میلی متر) فاصله بیشتری از جواب های تجربی داشته باشد. محدوده قطر ۰/۰۵ میلی متر تا ۰/۶ میلی متر نیز به علت پوشش بهتر ذرات در قطرهای پایین که عمدتاً در کسر حجمی های زیر ۱۰ درصد مشاهده می شوند، عملکرد بهتری در پیش بینی ضریب انتقال حرارت داشته است. همین امر سبب شد تا اختلاف مدل تعادل جمعیت در این محدوده قطر با داده های تجربی لی و همکاران [۳۴] به کمتر از ۵ درصد برسد. عمده علت این موضوع، اثرگذاری قطر ذرات بر ضریب انتقال حرارت بین فازی و نرخ تبادل جرم بین فازی و عدد رینولدز فاز جامد است. محدوده قطر ذرات در مدل تعادل جمعیت روی عامل فرکانس شکست به صورت مستقیم اثرگذار است. همچنین این پارامتر، بر تابع احتمال چگالی [۳۳] نیز اثرگذار است که در نهایت موجب تغییر پراکندگی ذرات در مقطع لوله و تغییر در ضریب انتقال حرارت می شود.



شکل ۱۲: تأثیر تغییر محدوده قطر در مدل تعادل جمعیت بر محاسبه ضریب انتقال حرارت متوسط لوله در مقایسه با نتایج لی و همکاران [۳۴]
Figure ۱۲: The effect of changing the diameter range in the population balance model on the calculation of the average heat transfer coefficient of the pipe, in comparison with the results of Lee et al. [۳۴]

۶- نتیجه گیری

در این پژوهش دوغاب یخ به عنوان پرکاربردترین و در دسترس ترین نوع دوغاب تغییر فاز مورد مطالعه و بررسی قرار گرفت. از آنجایی که تاکنون مطالعه ی دقیقی بر جریان دوغاب یخ به کمک مدل تعادل جمعیت صورت نپذیرفته است، در این پژوهش



شکل ۱۱: مقایسه بین مدل های مختلف تعادل جمعیت در پیش بینی و محاسبه ی افت فشار در لوله به ازای کسر حجمی های مختلف
Figure ۱۱: Comparison between different population balance models in the prediction and calculation of pressure drop in the pipe for different volume fractions

۵- ۳- تأثیر تغییر محدوده قطر ورودی

در بررسی ها، مشاهده شد که محدوده ی حداقلی و حداکثری قطر برای مدل تعادل جمعیت، از پارامترهای اثرگذار در به دست آوردن ضریب انتقال حرارت و افت فشار هستند. لی و همکاران [۳۴] قطر ذرات یخ موجود در جریان اندازه گیری کردند. مطابق با این اندازه گیری ها، بیش ترین فراوانی اندازه ی ذرات بین ۰/۲۷ میلی متر تا ۰/۵ میلی متر هستند و قطر میانگین ذرات نیز ۰/۲۷ میلی متر است؛ کل بازه های که اندازه ی ذرات مورد مطالعه ی ایشان در برگرفته حدود ۰/۰۵ میلی متر تا ۰/۶ میلی متر بوده است

شکل (۱۲)، نتایج تحلیل عددی بر اساس محدوده قطرهای مختلف به ازای کسر حجمی های متفاوت را نشان می دهد. این محدوده قطرها مدل را محدود می کنند که اندازه قطرهای محاسبه شده از آن «محدوده خارج نشود. بنا به شکل (۱۲)، محدوده قطر بین ۰/۰۵ تا ۰/۶ میلی متر و ۰/۲۷ تا ۰/۵ میلی متر، کمترین فاصله را با نمودار نتایج تجربی داشته اند. این امر، به علت این است که بیشترین فراوانی ذرات جامد یخ در لوله، در این محدوده قرار دارند و فراوانی ذرات بزرگتر از ۰/۵ میلی متر، به طور چشم گیری کاهش می یابد. همین امر سبب می شود تا جوابی که محدوده قطر بالاتر را شامل می شود (۰/۱ میلی متر تا ۱ میلی متر) و جوابی که حاصل از محدوده

منابع

- Wang, K., Eisele, M., Hwang, Y. and Radermacher, R., ۲۰۱۰. Review of secondary loop refrigeration systems. *International Journal of Refrigeration*, 33(۲), pp. ۲۱۲-۲۳۴. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2009.09.018>
- Han, Z., Ma, Q., Fang, Y., Hua, L., Jin, C. and Huang, J. Progress and innovations of ice slurry generation based on scraped-surface method. IOP Publishing, p. ۰۴۲۰۲۱. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1000/4/042021>
- Bordet, A., Poncet, S., Poirier, M. and Galanis, N., ۲۰۱۸. Flow visualizations and pressure drop measurements of isothermal ice slurry pipe flows. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 99, pp. ۵۹۵-۶۰۴. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2018.04.024>
- Hirochi, T., Maeda, Y., Yamada, S., Shirakashi, M., Hattori, M. and Saito, A., ۲۰۰۴. Flow patterns of ice/water slurry in horizontal pipes. *J. Fluids Eng.*, ۱۲۶(۳), pp. ۴۳۶-۴۴۱. <https://doi.org/10.1115/1.1760541>
- Guan, X., Xu, Q., Yang, N. and Nigam, K.D., ۲۰۲۱. Hydrodynamics in bubble columns with helically-finned tube Internals: Experiments and CFD-PBM simulation. *Chemical engineering science*, 240, pp. ۱۱۶۱۷۴. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2021.116174>
- Gong, H., Li, W., Zhang, X., Peng, Y., Yu, B. and Mou, Y., ۲۰۲۱. Effects of droplet dynamic characteristics on the separation performance of a demulsification and dewatering device coupling electric and centrifugal fields. *Separation and Purification Technology*, 257, pp. ۱۱۷۹۰۵. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2020.117905>
- Song, G., Li, Y., Wang, W., Jiang, K., Shi, Z. and Yao, S., ۲۰۱۸. Numerical simulation of hydrate slurry flow behavior in oil-water systems based on hydrate agglomeration modelling. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 169, pp. ۳۹۳-۴۰۴. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.05.073>
- Xu, D., Liu, Z., Cai, L., Tang, Y., Yu, Y. and Xu, A., ۲۰۱۸. A CFD-PBM approach for modeling ice slurry flow in horizontal pipes. *Chemical engineering science*, ۱۷۶, pp. ۵۴۶-۵۵۹. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2017.11.022>
- Liangxu, Z., Fei, M., Zhaonan, M. and Peng, Z., Numerical Investigation of Flow and Heat Transfer of Ice Slurry Based on Population Balance Model. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 53(۱۲), pp. ۱۴۵۹. <https://doi.org/10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.12.008>

سعی گردید تا تأثیرات پارامترهای مختلف مدل تعادل جمعیت بر ضریب انتقال حرارت متوسط و موضعی و نیز، افت فشار مورد بررسی قرار گیرد.

نتایج بررسی بدون مدل تعادل جمعیت در بهترین حالت ۱۰ درصد و بررسی با مدل تعادل جمعیت حداکثر ۵ درصد با نتایج تجربی لی و همکارانش [۳۴] اختلاف نشان داد. نتایج این پژوهش در مقایسه با بررسی‌های نیزگودا - زلاسکو [۳۵] اختلاف حداکثر ۶ درصدی برای بررسی با مدل تعادل جمعیت و حدود ۱۹ درصدی در بررسی بدون مدل تعادل جمعیت را نشان دادند.

افزایش کسر حجمی ورودی در ناحیه آشفته سبب کاهش ضریب انتقال حرارت موضعی در لوله می‌شود که بررسی مدل تعادل جمعیت، اختلاف ۷ درصدی با نتایج تجربی نیزگودا - زلاسکو [۳۵] داشته است؛ اما همین افزایش، سبب افزایش افت فشار در لوله می‌گردد که نتایج به‌دست آمده در شبیه‌سازی با مدل تعادل جمعیت زیر ۵ درصد و بدون مدل تعادل جمعیت ۱۵ درصد با نتایج لی و همکارانش [۳۴] اختلاف دارد. به‌طور کلی، افزایش کسر حجمی ورودی موجب افزایش قطر میانگین ذرات جامد موجود در جریان می‌شود و جریان دوغاب یخ با شار حرارتی ثابت از دیواره، میل زیادی به یکنواخت‌سازی توزیع قطر ذرات جامد دارد به‌گونه‌ای که وجود تنش برشی بالا در نزدیکی دیواره، ناپیوستگی در توزیع قطر را به‌همراه دارد که این امر در مرکز لوله دیده نمی‌شود و طیف توزیع قطر ذرات در بخش مرکزی لوله پیوسته است.

مقایسه بین مکانیزم‌های مختلف مدل تعادل جمعیت نشان داد که ترکیب مکانیزم پیشنهادی لوو برای تجمیع و لوو برای شکست، در مقابل سایر مکانیزم‌های این مدل، عملکرد کم خطاتری داشته است و روند یکنواخت‌تری در پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت و افت فشار در لوله داشته است و مکانیزم تجمیع لیاثو و شکست قدیری ضعیف‌ترین عملکرد از حیث درصد اختلاف با نتایج با نتایج تجربی را داشته است.

بررسی‌ها برای انواع محدوده‌ی قطر ذرات در لوله به‌عنوان یکی از پارامترهای تنظیم‌شونده در مدل تعادل جمعیت نشان داد که هر چه قطر میانگین ذرات در مقاطع مختلف لوله افزایش یابد، ضریب انتقال حرارت اثر معکوس می‌پذیرد و کاهش می‌یابد.

۲۰. Lee, W.H., ۱۹۸۰. A pressure iteration scheme for two-phase flow modeling. *Multiphase transport fundamentals, reactor safety, applications, 1*, pp. ۴۰۷-۴۳۱. https://doi.org/10.1142/9789814466286_004
۲۱. Ahmadvkermaj, H., Maddahian, R. and Maerefat, M., ۲۰۲۱. Effect of swirl on thermal and hydraulic properties of ice slurry flow. *Heat Transfer Engineering*, 42(۹), pp. ۷۶۴-۷۸۶. <https://doi.org/10.1080/01457632.2020.1730797>
۲۲. Gidaspow, D., Bezburuah, R. and Ding, J. ۱۹۹۱ Hydrodynamics of circulating fluidized beds: kinetic theory approach. Illinois Inst. of Tech., Chicago, IL (United States). Dept. of Chemical Engineering.
۲۳. Drew, D.A., ۱۹۸۳. Mathematical modeling of two-phase flow. *Annual review of fluid mechanics*, 15(۱), pp. ۲۶۱-۲۹۱. <https://doi.org/10.1146/ADA114030>
۲۴. Bordet, A., Poncet, S., Poirier, M. and Galanis, N., ۲۰۱۸. Advanced numerical modeling of turbulent ice slurry flows in a straight pipe. *International Journal of Thermal Sciences*, 127, pp. ۲۹۴-۳۱۱. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2018.02.004>
۲۵. ANSYS, I., ۲۰۲۰. Ansys® FLUENT, Release ۲۰.۰. *FLUENT Theory Guide*; ANSYS, Inc.: Canonsburg, PA, USA),
۲۶. Wang, J., Wang, S., Zhang, T. and Battaglia, F., ۲۰۱۸. Numerical and analytical investigation of ice slurry isothermal flow through horizontal bends. *International journal of refrigeration*, 92, pp. ۳۷-۵۴. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2018.05.038>
۲۷. Cai, L., Mi, S., Luo, C. and Liu, Z., ۲۰۲۲. Numerical investigation of hydraulic and heat transfer characteristics of two-phase ice slurry in helically coiled tubes. *Energy and Buildings*, 256, pp. ۱۱۱۷۷۳. <https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2021.111773>
۲۸. Li, D., Li, Z. and Gao, Z., ۲۰۱۹. Quadrature-based moment methods for the population balance equation: An algorithm review. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 27(۳), pp. ۴۸۳-۵۰۰. <https://doi.org/10.1016/j.cjche.2018.11.028>
۲۹. Yan, W.C., Luo, Z.H., Lu, Y.H. and Chen, X.D., ۲۰۱۲. A CFD-PBM-PMLM integrated model for the gas-solid flow fields in fluidized bed polymerization reactors. *AIChE Journal*, 58(۶), pp. ۱۷۱۷-۱۷۳۲. <https://doi.org/10.1002/aic.12200>
۳۰. Luo, H., ۱۹۹۵. Coalescence, breakup and liquid circulation in bubble column reactors. *The University of Trondheim*, Technical Report.
۳۱. Liao, Y., Rzehak, R., Lucas, D. and Krepper, E., ۲۰۱۵. Baseline closure model for dispersed bubbly flow: Bubble coalescence and breakup. *Chemical engineering science*, 122, pp. ۳۳۶-۳۴۹. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2014.09.042>
۱۰. Cai, L., Liu, Z., Mi, S., Luo, C., Ma, K., Xu, A. *et al.*, ۲۰۱۹. Investigation on flow characteristics of ice slurry in horizontal ۹۰° elbow pipe by a CFD-PBM coupled model. *Advanced Powder Technology*, 30(۱۰), pp. ۲۲۹۹-۲۳۱۰. <https://doi.org/10.1016/j.appt.2019.07.010>
۱۱. Ma, K., Liu, Z., Tang, Y., Liu, X., Yang, Y. and Yang, S., ۲۰۲۲. Numerical investigation on ice slurry flow in horizontal elbow pipes. *Thermal Science and Engineering Progress*, 27, pp. ۱۰۱۰۸۳. <https://doi.org/10.1016/j.tsep.2021.101083>
۱۲. Cai, L., Mi, S., Luo, C. and Liu, Z., ۲۰۲۲. Numerical investigation on heat and mass transfer characteristics of ice slurry in pulsating flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 189, pp. ۱۲۲۷۲۲. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.122722>
۱۳. Gao, P., Li, Z., Yan, F., Chen, K. and Cao, A., ۲۰۲۴. Study on flow and heat transfer characteristics of salt solution ice slurry. *International Journal of Refrigeration*, 159, pp. ۱-۱۶. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2023.12.007>
۱۴. Rezaei, M. and Pakravan, H.A., ۲۰۲۳. Thermo-fluidic characteristics of ice slurry flows in U-bend pipes for cold thermal energy storage. *Journal of Energy Storage*, 57, pp. ۱۰۶۲۲۴. <https://doi.org/10.1016/j.est.2022.106224>
۱۵. Rezaei, M. and Pakravan, H.A., ۲۰۲۳. Numerical study of ice slurry flow and heat transfer in successive U-bends as part of tubular heat exchangers. *International Journal of Thermal Sciences*, 191, pp. ۱۰۸۳۵۷. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2023.108357>
۱۶. Xie, F., Guo, W. and Zhu, Y., ۲۰۲۳. Numerical Study on Flow-Melt Characteristics of Ice Slurry in Horizontal Straight Pipe with a Local Large Heat Flux Segment. *Energies*, 16(۱), pp. ۴۷۶. <https://doi.org/10.3390/en16010476>
۱۷. Mi, S., Xu, F., Cai, L. and Xu, C., ۲۰۲۴. Study on convective melting heat transfer of a solid-liquid phase change slurry in U-shaped curved tubes. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 154, pp. ۱۰۷۳۷۷. <https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2024.107377>
۱۸. Mi, S., Geng, S., Cai, L. and Xu, C., ۲۰۲۴. Investigation on the flow characteristics of a phase change material slurry in horizontal and U-shaped tubes based on CFD-PBM. *Chemical Engineering Research and Design*, 201, pp. ۴۰۹-۴۲۴. <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2023.12.007>
۱۹. Faghri, A. and Zhang, Y. ۲۰۰۶ *Transport phenomena in multiphase systems*. Academic Press Elsevier.

۳۲. Lehr, F., Millies, M. and Mewes, D., ۲۰۰۲. Bubble-size distributions and flow fields in bubble columns. *AIChE Journal*, 48(۱۱), pp. ۲۴۲۶-۲۴۴۳. <https://doi.org/10.1002/aic.690481103>
۳۳. Ghadiri, M. and Zhang, Z., ۲۰۰۲. Impact attrition of particulate solids. Part ۱: A theoretical model of chipping. *Chemical engineering science*, 57(۱۷), pp. ۳۶۵۹-۳۶۶۹. [https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(02\)00240-3](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(02)00240-3)
۳۴. Lee, D.W., Yoon, E.S., Joo, M.C. and Sharma, A., ۲۰۰۶. Heat transfer characteristics of the ice slurry at melting process in a tube flow. *International journal of refrigeration*, 29(۳), pp. ۴۵۱-۴۵۵. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2005.10.003>
۳۵. Niezgoda-Żelasko, B., ۲۰۰۶. Heat transfer of ice slurry flows in tubes. *International journal of refrigeration*, 29(۳), pp. ۴۳۷-۴۵۰. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2005.09.017>