



Research Article

Investigating the Effectiveness of the Population Balance Model for Predicting Thermal Transfer Characteristics of Ice Slurry Flow within a Pipe

Mohammad Amin Alavi Nobandegani and Hossein Ali Pakravan*

School of Mechanical Engineering, Shiraz University, Shiraz, Iran.

* corresponding author: (pakravan@shirazu.ac.ir)

Article Info

Article history:

Received: 16 September 2025

Revised: 29 October 2025

Accepted: 3 December 2025

Keywords:

Ice slurry,
Population balance model,
Breakage,
Aggregation,
Particle size distribution.

Abstract

In this research, we performed a detailed numerical investigation into the effectiveness of the Population Balance Model (PBM) for simulating the complex phenomena of particle aggregation and breakage. The results demonstrated a substantial improvement in prediction accuracy when the PBM is integrated into the simulation framework. Specifically, for turbulent flows with a volume fraction below 10%, the PBM was shown to reduce calculation errors to less than 5%. Our findings also reveal a direct correlation between increased volume fraction and flow velocity, and an increase in the average particle diameter within the flow. Further analysis evaluated different aggregation and breakage mechanisms. These were tested within the PBM framework. The combination proposed by Luo proved to be the most effective, yielding more reliable results than other models. This was consistent across both laminar and turbulent flow regimes and was consistently validated against experimental data. We also examined how the predefined range of allowable particle diameters within the PBM influences the results. Our investigation highlighted a strong dependency between this parameter and the distribution of the average particle diameter across the pipe's cross-section.

Introduction

Secondary loop refrigeration systems offer a cost-effective solution for optimizing energy consumption and meeting high peak cooling loads in industrial applications. These systems achieve efficiency by utilizing off-peak capacity to produce and store ice slurry as a Phase Change Material (PCM), enabling smaller, more economical refrigeration units to handle maximum demand. Ice slurry is preferred for its superior latent heat storage capacity and low cost.

However, accurately modeling the complex two-phase flow within these systems is challenging. Ice particles dynamically change size through continuous fracture and aggregation, a microphysical process that significantly influences the slurry's thermal and flow properties but is often neglected in conventional numerical studies. Previous models typically assume a constant particle diameter, limiting predictive precision.

To address this gap, this research focuses on the Population Balance Model (PBM), an advanced method capable of

simulating the full distribution of particle sizes at every flow cross-section. Crucially, a comprehensive investigation simultaneously examining PBM's impact on both heat transfer and hydrodynamic properties has not yet been performed. This study aims to conduct a detailed, non-isothermal PBM analysis of ice slurry flow within a horizontal pipe. The results will be validated against experimental data and compared to non-PBM simulations. Ultimately, the research will evaluate and propose an optimized combination of aggregation and breakage kernel models within the PBM framework to achieve high-accuracy predictions.

Methodology

The simulation in this study employs a Multifluid Two-Phase Model. The conservation equations for mass, momentum, and energy are solved separately for each of the two phases [19].

The viscosity and stress of the solid ice phase are modeled using the Kinetic Theory of Granular Flow (KTGF) [21]. To account for turbulence effects, the $k-\varepsilon$ turbulence model is

To Cite this article:

Alavi Nobandegani, M.A. and Pakravan, H.A. 2025. Investigating the efficacy of the population balance model for predicting thermal transfer characteristics of ice slurry flow within a pipe, Sharif Mechanical Engineering Journal, 41(2), 93-105. <https://doi.org/10.24200/sjme.2025.67578.1749>

applied to each phase individually. The details of these base equations were presented in our previous studies [14, 15], in which the effect of ice particle aggregation and breakage was neglected, and a constant particle diameter was assumed.

The particle diameter is a crucial input for calculating interphase heat transfer and force exchange effects. In the present study, the dynamic particle diameter is determined by incorporating the Population Balance Model (PBM). Based on existing literature, particularly studies analyzing solid-in-liquid flows with the aid of PBM [10, 12, 27], the Quadrature Method of Moments is the most highly recommended technique for solving the population balance equations.

The PBM framework requires the definition of kernel functions to describe the microphysical processes. The term related to particle aggregation $a(L_i, L_j)$ is implemented via kernel relationships, for which the most widely used models have been proposed by Luo [30] and Liao [31]. Similarly, the terms governing particle breakage require kernel relationships, with sets of correlations proposed by Luo [30], Lehr [32], and Ghadiri [33].

Based on these available relationships, three primary aggregation–breakage model combinations have been selected for comparative analysis in this study:

- Luo Aggregation Model – Luo Breakage Model
- Luo Aggregation Model – Lehr Breakage Model
- Liao Aggregation Model – Ghadiri Breakage Model

Results and Discussion

Figure (3) shows the average heat transfer coefficient resulting from the simulation in comparison with the measurements of Lee et al. [34]. Figures (4) and (5) respectively show the results for the local heat transfer coefficient at the middle cross-section of the pipe and the pressure drop per unit length across the entire pipe, resulting from the present simulations, in comparison with the

experimental data of Niezgoda-Zelasko [35]. Figure (6) shows the distribution of the Sauter mean diameter at the pipe's center cross-section for the simulation conducted under conditions equivalent to the study by Lee et al. [34]. Figure (7) shows the distribution of the Sauter mean diameter for different flow inlet velocities in the simulation conducted under the conditions of the Niezgoda-Zelasko [35] study.

The choice of kernel functions for aggregation and breakage mechanisms within the PBM has a significant impact on simulation results. For breakage and aggregation frequencies and the probability function, the three different aggregation–breakage kernel combinations introduced in Methodology Section.

The effects of these three PBM model combinations on the predicted heat transfer coefficient are presented in Figure (12). As demonstrated in Figure (12), all combinations of the PBM aggregation and breakage models successfully predict the fundamental behavior.

Conclusion

This research utilized the PBM to investigate ice slurry flow, focusing on heat transfer and pressure drop, addressing a gap in previous literature. The PBM significantly improved predictive accuracy, reducing the maximum simulation error from approximately 19% (non-PBM) to 6% (PBM) when compared with experimental data. Flow analysis showed that increasing the inlet volume fraction increases pressure drop while decreasing the local heat transfer coefficient. PBM also captured complex particle dynamics. Crucially, the comparative study identified the Luo aggregation and Luo breakage kernel combination as the optimal PBM mechanism, providing the least error and the most uniform prediction trend for the thermal and hydrodynamic properties.

Funding: This research did not receive any specific grant from funding agencies in the public, commercial, or not-for-profit sectors.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

Author Contributions: All authors contributed to the reported work for conceptualization, methodology, validation, writing-review and editing, and supervision.



بررسی کارایی مدل تعادل جمعیت در پیش‌بینی رفتار انتقال حرارتی جریان دوغاب یخ درون لوله

محمد امین علوی نوبندگانی و حسینعلی پاکروان*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران.

*نویسنده مسئول (pakravan@shirazu.ac.ir)

چکیده

در پژوهش حاضر به بررسی کارایی مدل تعادل جمعیت در شبیه‌سازی جریان دوغاب یخ پرداخته شده است. هدف، رفع نقص مطالعات پیشین بوده است، که تغییر اندازه‌ی ذرات یخ را نادیده می‌گرفتند. نتایج نشان داده است که استفاده از مدل تعادل جمعیت، خطای محاسباتی را در جریان‌های آشفته با کسر حجمی کمتر از ۱۰٪، به زیر ۵٪ کاهش می‌دهد. همچنین مشخص شده است که افزایش کسر حجمی و سرعت جریان، باعث بزرگ‌تر شدن میانگین قطر ذرات می‌شود. با بررسی مکانیزم‌های مختلف تجمع و شکست ذرات مشخص شده است که ترکیب پیشنهادی لوی، دقیق‌ترین نتایج را در مقایسه با داده‌های تجربی به دست می‌دهد. نتایج نشان داده است که توزیع اندازه‌ی ذرات به محدودی مجاز قطر در مدل بستگی دارد. در نهایت، محدودی بهینه برای استفاده از سیستم‌های دوغاب یخ بین ۱۰ تا ۲۰ درصد حجمی یخ تعیین شده است، زیرا در خارج از محدوده‌ی ذکر شده، ضریب انتقال حرارت کاهش و افت فشار به شدت افزایش می‌یابد.

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۶/۲۵

تاریخ اصلاحیه: ۱۴۰۴/۰۸/۰۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۹/۱۲

واژگان کلیدی:

دوغاب یخ،

مدل تعادل جمعیت،

شکست،

تجمع،

توزیع اندازه‌ی ذرات.

کاهنده‌ی نقطه‌ی انجماد، مانند سدیم کلرید، اتیلن‌گلیکول، متانول یا اتانول است.^[۴]

به‌صورت کلی، ذرات یخ در دوغاب یخ می‌توانند شکسته و به ذرات کوچک‌تری تقسیم شوند (شکست)، یا چندین ذره‌ی یخ به هم متصل شوند و تشکیل ذره‌ی بزرگ‌تری را دهند (تجمع). معمولاً در مطالعات عددی، تغییر اندازه‌ی ذرات مغفول مانده و اندازه‌ی ذرات ثابت فرض شده است. مدل تعادل جمعیت (PBM)^۱ یکی از روش‌هایی است که می‌تواند شکستن یا به هم متصل شدن ذرات یخ را شبیه‌سازی کند.

مدل تعادل جمعیت، یکی از مدل‌های بسیار کاربردی و نوظهور در مبحث مطالعه و بررسی جریان‌های دوفازی و عموماً جریان‌های با دوفاز فیزیکی متفاوت (مایع-جامد و مایع-گاز) است. از مزایای مدل PBM می‌توان به تخمین اندازه‌ی ذرات یا حباب‌های موجود در جریان اشاره کرد، که تأثیر بسزایی در پیش‌بینی خواص حرارتی و جریانی و شبیه‌سازی جریان دارد.

برخی از کاربردهایی که مدل تعادل جمعیت در آن‌ها نتایج خوبی از خود نشان داده است، عبارت‌اند از: صنایع غذایی در به‌دست‌آوردن قطر بلورهای یخ، ستون‌های حباب^۲، کمک به تخمین اندازه‌ی حباب‌ها در حباب‌زایی، تخمین

۱. مقدمه

امروزه یکی از سیاست‌های کشورها، کاهش مصرف انرژی و استفاده از مواد و مبردهای کم‌ضرر یا بی‌ضرر برای محیط زیست است. سیستم‌های سرمایشی با حلقه‌ی برودتی ثانویه، یک مسیر مقرون به‌صرفه جهت استفاده‌ی بهتر از سرمایش تولیدی هستند.

سیستم‌های سرمایشی با حلقه‌ی ثانویه اغلب در خنک‌کاری‌های صنعتی و در ابعاد وسیع استفاده می‌شوند. اساس کار آن‌ها بر مبنای استفاده از ظرفیت اضافی سیستم در زمان کمینه‌ی مصرف با تولید یخ به‌عنوان ماده‌ی تغییر فازدهنده است. در زمان اوج مصرف از یخ برای کمک به حلقه‌ی اولیه جهت خنک‌سازی مبرد اولیه در سیستم استفاده می‌شود. این کار باعث می‌شود تا سیستم سرمایشی با ظرفیت کمتر بتواند سرمایش موردنیاز اوج بار را تأمین کند.^[۱ و ۲]

دوغاب یخ به‌علت ظرفیت گرمایی نهان استثنایی یخ و ظرفیت حرارتی بالای آب و نیز ارزان و در دسترس بودن، به‌طورعمده در سیستم‌های سرمایشی مذکور استفاده می‌شود. دوغاب یخ، شامل ذرات یخ کمتر از ۱ میلی‌متر (بین ۰/۱ تا ۱ میلی‌متر)^[۳] در سیال حامل است. سیال حامل، معمولاً مخلوط آب با سایر مواد

² bubble column

¹ Population Balance Model

استناد به این مقاله:

علوی نوبندگانی، محمدامین و پاکروان، حسینعلی، ۱۴۰۴. بررسی کارایی مدل تعادل جمعیت در پیش‌بینی رفتار انتقال حرارتی جریان دوغاب یخ درون لوله. مهندسی مکانیک شریف،

۴۱ (۲)، صص. ۹۳-۱۰۵. <https://doi.org/10.24200/j40.2025.67578.1749>



نمک تحت شرایط مختلف بوده است. آن‌ها همچنین برای راستی‌آزمایی بررسی عددی خود، آزمایش تجربی ترتیب داده‌اند، تا با تغییر پارامترهای مختلف، اثر آن‌ها را در متغیرهای مذکور نشان دهند.

رضایی و پاکروان (۲۰۲۳)^[۱۴] یک مطالعه‌ی عددی جامع در مورد جریان و انتقال حرارت دوغاب یخ در ساختارهای شامل لوله‌ی U شکل و پژوهش دیگری در همان سال^[۱۵] با هدف بررسی انتقال حرارت در ترکیب‌ها و پیکربندی‌های مختلف لوله‌های U شکل متوالی در صفحه به‌عنوان بخشی از مبدل‌های حرارتی انجام داده‌اند.

ژی و همکاران (۲۰۲۳)^[۱۶] به‌منظور بررسی بازایی دوغاب یخ در بخشی از لوله با شار حرارتی بالا، یک مدل سه‌بعدی اویلری- اویلری را براساس نظریه‌ی جنبشی جریان دانه‌ای با توجه به جریان و تغییر فاز دوغاب یخ توسعه داده‌اند.

می و همکاران (۲۰۲۴)^[۱۷] در مطالعه‌ی حول ویژگی‌های ترموسیالاتی دوغاب یخ در لوله‌ی U شکل با استفاده از مدل اویلر- اویلر نشان داده‌اند که ضریب انتقال حرارت موضعی در بخش خم لوله، ابتدا افزایش و سپس کاهش را نشان می‌دهد و نقطه‌ی بیشینه‌ی آن در محل زاویه‌ی ۹۰ درجه، در وسط خم لوله‌ی U شکل قرار دارد. در مطالعه‌ی مذکور، اندازه‌ی ذرات یخ، ثابت فرض شده بود. همچنین ایشان در مطالعه دیگری در همان سال^[۱۸] به کمک معادله‌های تعادل جمعیت، که با مدل اویلر- اویلر تلفیق شده بود، توانستند بررسی‌هایی بر روی توزیع قطر ذرات جامد در جریان دوغاب یخ در لوله‌های افقی و U شکل انجام دهند و برای این کار، دوغاب یخ را به‌صورت مخلوط دما ثابت در لوله‌ی تحت شار حرارتی در نظر گرفتند و دریافتند که سرعت جریان، عامل مهم اثرگذار در روند تجمع و شکستن ذرات یخ با قطرهای مختلف است. بدین صورت که با افزایش سرعت، قطر میانگین ذرات کاهش می‌یابد و به‌عبارتی بهتر، پدیده‌ی شکست ذرات در اثر جریان بهبود می‌یابد؛ که این امر، موجب یکنواختی بیشتر قطر ذرات در صفحات مختلف لوله می‌شود. همچنین ایشان دریافتند که با افزایش کسر حجمی یخ، قطر میانگین ذرات، و نیز بروز پدیده‌ی تجمع افزایش می‌یابد. از دیگر نتایج بررسی آن‌ها این بوده است که هر چه قطر ذرات ورودی یخ به لوله بیشتر باشد، هر دو اثر تجمع و شکست در لوله کمتر مشاهده می‌شود؛ همچنین در محل خم لوله‌ی U شکل، به‌علت کاهش سرعت جریان و افزایش کسر حجمی موضعی یخ در دیواره‌ی بیرونی، اثر تجمع بیشتر دیده می‌شود، که بدان معناست که ذرات با قطر بیشتری به چشم می‌خورند.

براساس مطالعات بررسی‌شده، تاکنون مطالعه‌ی جامعی در مورد بررسی هم‌زمان اثر مدل تعادل جمعیت در انتقال حرارت و خواص جریان دوغاب یخ انجام نشده است. علی‌رغم مهم‌بودن مدل مذکور در تخمین هر چه بهتر خصوصیات حرارتی و هیدرودینامیکی جریان، بررسی‌هایی به‌طور کامل و همراه با مقایسه با حالت عدم استفاده از آن انجام نشده است. مدل تعادل جمعیت با به‌دست‌آوردن قطر میانگین^[۱۲] ذرات در هر مقطع و نزدیک‌ترشدن به فیزیک مسئله، موجب پیچیده‌شدن رفتار فاز ثانویه و برهم‌کنش^[۱۳] آن با فاز اولیه (سیال حامل) می‌شود؛ لذا بررسی‌های قبلی با استفاده از مدل تعادل

قطر ذرات روغن در آب^[۶] و ذرات یخ در نفت خام و میعان‌های گازی مستخرج از عمق زمین^[۷] موارد اشاره‌شده، توانایی مناسب مدل PBM در دقیق‌ترکردن شبیه‌سازی‌های جریان‌های دوفازی را نشان می‌دهد.

مطالعه‌ی جریان دوغاب یخ به همراه مدل تعادل جمعیت به درک بهتر و پیش‌بینی نزدیک‌تر به واقعیت و فیزیک جریان کمک می‌کند. تعدادی از مطالعات پیشین، تلاش‌هایی برای استفاده از مدل تعادل جمعیت در شبیه‌سازی جریان دوغاب یخ کرده‌اند. ژو^۳ و همکاران (۲۰۱۸)^[۱۸] یک مطالعه‌ی تجربی و عددی بر روی دوغاب یخ بدون در نظر گرفتن انتقال حرارت انجام داده‌اند. ایشان در تحلیل عددی خود از مدل اویلر- اویلر همراه با مدل تعادل جمعیت با روش گسسته‌سازی مربعات ممان^۴ استفاده کرده و اثر مدل مذکور را برای بهبود پیش‌بینی هیدرودینامیک جریان مشاهده کرده و دریافته‌اند که استفاده از مدل تعادل جمعیت، روندهای مشابهی نسبت به آزمایش پیش‌بینی می‌کند. آن‌ها همچنین نتایج تجربی را با تحلیل عددی بدون استفاده از مدل تعادل جمعیت مقایسه کرده و نتیجه گرفته‌اند که استفاده از مدل تعادل جمعیت می‌تواند در پیش‌بینی اندازه‌ی قطر میانگین ذرات بسیار مؤثر باشد.

لیانگژو^۵ و همکاران (۲۰۱۹)^[۹] در بررسی خواص جریان و انتقال حرارت در یک لوله‌ی افقی استوانه‌ای از مدل اویلر- اویلر همراه با مدل تعادل جمعیت و معادله‌های انتقال حرارت استفاده کرده و اثر توده‌ای‌شدن، شکستن، و ذوب‌شدن یخ را در نظر گرفته و دریافته‌اند که قطر ذرات یخ با افزایش دبی و کسر حجمی افزایش می‌یابد. هدف از انجام مطالعه‌ی اخیر، به‌کارگیری مدل تعادل جمعیت با روش عددی پراکندگی چگالی^۶ برای تخمین قطر ذرات جامد بوده است. کسر حجمی ذرات یخ به‌صورت نسبت حجم ذرات یخ به حجم کل مخلوط محاسبه می‌شود.

کای^۷ و همکاران (۲۰۱۹)^[۱۰] در تحلیل عددی روی زانویی ۹۰ درجه با استفاده از مدل تعادل جمعیت به‌صورت هم‌دما از مدل اویلر- اویلر برای جریان چندفازی و استفاده از تئوری جنبشی جریان دانه‌ای برای گازها و نیز روش مربعات ممان‌ها برای معادله‌های تعادل جمعیت، مسئله را حل کرده‌اند. ما^۸ و همکاران (۲۰۲۲)^[۱۱] در بررسی هم‌دما روی دوغاب یخ از اثرات تجمع^۹، شکست^{۱۰}، و رشد ذرات یخ در جریان در مدل تعادل جمعیت در زانویی‌ها استفاده کرده‌اند. همچنین ایشان، مدل اویلر- اویلر را برای تحلیل جریان دوفازی به‌کار برده‌اند. کای و همکاران (۲۰۲۲)^[۱۲] یک شبیه‌سازی عددی برای جریان دوغاب یخ ضربه‌ای در لوله انجام داده و آن را با حالت جریان پایا در لوله مقایسه کرده و دریافته‌اند که جریان ضربه‌ای در انتقال حرارت دوغاب یخ بهبود ایجاد می‌کند.

گائو^{۱۱} و همکاران (۲۰۲۲)^[۱۳] با استفاده از مدل اویلر- اویلر و اضافه‌کردن معادله‌های تعادل جمعیت، توانسته‌اند خصوصیات دینامیکی و انتقال حرارت دوغاب یخ را با بستر سیال آب‌نمک شبیه‌سازی کنند. مطالعه‌ی ایشان شامل افت فشار، ضریب اصطکاک، کسر حجمی، توزیع ذرات یخ در مخلوط، و درنهایت ضریب انتقال حرارت موضعی در حین حرکت، و انجماد محلول آب

⁹ aggregation

¹⁰ breakage

¹¹ Gao

¹² mean diameter

¹³ interaction

³ Xu

⁴ quadrature method of moments

⁵ Liangxu

⁶ dense discrete method

⁷ Cai

⁸ Ma

$$d_{32} = \frac{m_3}{m_2} \quad (2)$$

عبارت‌های m_2 و m_3 هر دو از روش مربعات ممان‌ها و از حل معادله‌ی دیفرانسیل مطابق رابطه‌ی ۲ محاسبه می‌شوند: [۸] و [۱۰]

$$\frac{\partial m_k}{\partial t} + \nabla \cdot (m_k \mathbf{v}) = (\bar{B}_{ag,k} - \bar{D}_{ag,k} + \bar{B}_{br,k} - \bar{D}_{br,k}) + Growth \quad (3)$$

که در آن، $\mathbf{v}$ بردار سرعت است. دو عبارت اول سمت راست معادله‌ی اخیر به ترتیب مربوط به تولید و از بین رفتن ناشی از تجمع ذرات و دو عبارت دوم، مربوط به تولید و از بین رفتن ناشی از شکست ذرات هستند و به صورت رابطه‌های ۴ الی ۷ محاسبه می‌شوند:

$$\bar{B}_{ag,k} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N w_i \sum_{j=1}^N w_j (L_i^3 + L_j^3)^{k/3} a(L_i, L_j) \quad (4)$$

$$\bar{D}_{ag,k} = \sum_{i=1}^N L_i^k w_i \sum_{j=1}^N w_j a(L_i, L_j) \quad (5)$$

$$\bar{B}_{br,k} = \sum_{i=1}^N w_i \int_0^\infty L_k g(L_i) \beta(L | L_i) dL \quad (6)$$

$$\bar{D}_{br,k} = \sum_{i=1}^N w_i L_i^k g(L_i) \quad (7)$$

رابطه‌ی پنجم، رشد ذرات در اثر یخ‌زدگی است، که در مطالعه‌ی حاضر به واسطه‌ی شار حرارتی ثابت به لوله‌ها و فرض ذوب دائمی یخ، اثر پارامتر مذکور بسیار محدود بوده و از آن صرف‌نظر شده است. بنابراین، فرض شده است که افزایش اندازه‌ی ذرات، فقط به خاطر تجمع است. [۸]

در معادله‌های اخیر، $a(L_i, L_j)$ اثر مربوط به تجمع ذرات را لحاظ می‌کند و توسط پژوهشگران مختلف، مجموعه روابطی برای آن ارائه شده است. پرکاربردترین مدل‌های مذکور توسط لوو [۱۵] (۱۹۹۵)، و لیائو [۳۰] و همکاران (۲۰۱۵) [۳۱] پیشنهاد شده است. همچنین $\beta(L | L_i)$ و $g(L_i)$ مربوط به شکست ذرات هستند و مجموعه روابطی توسط لوو (۱۹۹۵) [۳۰]، لهر [۱۷] و همکاران (۲۰۰۲) [۳۲] و قدیری و ژانگ (۲۰۰۲) [۳۳] برای آن‌ها پیشنهاد شده است. براساس روابط مذکور، سه ترکیب مدل تجمع-شکست به این صورت در نظر گرفته شده است:

- مدل تجمع لوو - مدل شکست لوو؛
- مدل تجمع لوو - مدل شکست لهر؛
- مدل تجمع لیائو - مدل شکست قدیری.

۳. بیان مسئله

هدف مطالعه‌ی حاضر، بررسی کارایی مدل تعادل جمعیت در پیش‌بینی رفتار انتقال حرارتی جریان دوغاب یخ در لوله‌های افقی است. برای این منظور، دو مطالعه‌ی تجربی در نظر گرفته شده و نتایج عددی با در نظر گرفتن مدل تعادل جمعیت و بدون مدل تعادل جمعیت با نتایج تجربی اخیر مقایسه شده است. مطالعه‌ی تجربی اول توسط لی و همکاران (۲۰۰۶) [۳۴] و مطالعه‌ی دوم توسط

جمعیت، فقط بر هیدرودینامیک تمرکز کرده و عموماً بررسی‌های غیر هم‌دما و حرارتی انجام نداده‌اند.

هدف از پژوهش حاضر این بوده است که یک مطالعه‌ی دقیق بر روی مدل تعادل جمعیت در بررسی جریان دوغاب یخ در لوله‌ی افقی صورت گیرد و با توجه به نتایج به‌دست آمده، مقایسه‌ی جامعی با حالت عدم استفاده از مدل مذکور در همین جریان و همچنین نتایج تجربی انجام شود. علاوه بر این، مقایسه‌ی جامعی بین انواع شناخته‌شده‌ی معادله‌های مدل‌سازی تجمع و شکست در مدل تعادل جمعیت برای دوغاب یخ انجام شده است، تا بدین طریق، مدلی بهینه و کم‌خطا در پژوهش حاضر پیشنهاد شود.

۲. معادله‌های حاکم

در شبیه‌سازی مطالعه‌ی حاضر از مدل دوفازی چندسیالی، که از انواع مدل‌های چندفازی اوایلر-اوایلر است، استفاده شده است؛ که در آن، برای هر یک از دو فاز به‌صورت جداگانه، معادله‌های بقای جرم، مومنتوم، و انرژی حل شده‌اند. [۱۹] اثر متقابل دو فاز بر روی یکدیگر از طریق یک ترم تغییر فاز، [۲۰] که در معادله‌های بقای جرم اضافه می‌شود، چندین ترم نیروهای بین‌فازی، [۲۱-۲۴] که در معادله‌های مومنتوم ظاهر می‌شوند، و ترم انتقال حرارت بین‌فازی، [۲۵] که در معادله‌های انرژی ظاهر می‌شود، برقرار می‌شود. لزجت و تنش فاز جامد توسط تئوری جنبشی جریان دانه‌ای مدل می‌شود. [۲۱] جهت در نظر گرفتن آثار آشفته‌گی از مدل آشفته‌گی $\epsilon-k$ برای هر فاز استفاده می‌شود. وانگ و همکاران (۲۰۱۸) [۲۶] نشان داده‌اند که مدل آشفته‌گی $\epsilon-k$ برای هر فاز بهترین پیش‌بینی را ارائه می‌دهد. جزئیات معادله‌های مذکور در مطالعات قبلی رضایی و پاکروان (۲۰۲۳) [۱۴ و ۱۵] ارائه شده‌اند، که در آن‌ها با صرف‌نظر از آثار تجمع و شکست ذرات یخ، قطر ذرات ثابت در نظر گرفته شده است.

در محاسبه‌ی آثار انتقال حرارت و تبادل نیرویی بین‌فازی مقدار اندازه‌ی قطر ذرات وارد می‌شود. در مطالعه‌ی حاضر، قطر ذرات با استفاده از مدل تعادل جمعیت به‌دست آمده است. در مطالعات صورت‌گرفته خصوصاً بر تحلیل‌های جریان جامد در مایع با کمک مدل تعادل جمعیت، [۱۰، ۱۲ و ۲۷] استفاده از روش مربعات ممان‌ها بیشتر توصیه شده است؛ که در آن، هر نقطه شامل یک مختصات L_i و وزن w_i است، که وزن w_i ، مطابق با تابع احتمال $f(L_i)$ در آن مختصات، بیانگر وجود ذرات در آن نقطه است. [۲۸] تابع $f(L_i)$ به‌صورت یک چندجمله‌ای به‌شکل L_i^k نوشته می‌شود و متغیری با عنوان ممان یا m_k به صورت رابطه‌ی ۱ بازنویسی می‌شود:

$$m_k = \sum_{i=1}^N w_i L_i^k \quad (1)$$

که در آن، k از ۰ تا $N-1$ متغیر است. در پژوهش حاضر، N برابر با ۴ در نظر گرفته شده است. ممان‌های ذکر شده به ترتیب بیانگر: تعداد، اندازه، سطح، و حجم ذرات هستند. عمده‌ی مشکل استفاده از روش مربعات ممان‌ها، عدم محاسبه‌ی مستقیم اندازه‌ی ذرات به‌صورت تابع مجزاست؛ که این امر، با تعریف یک متغیر وابسته به نام قطر میانگین ساتر ۱۴ قابل حل است؛ که طول میانگین ذرات را با استفاده از تقسیم ممان مربوط به حجم و سطح (رابطه‌ی ۲) به‌دست می‌دهد: [۲۹]

¹⁶ Liao

¹⁷ Lehr

¹⁴ sauter mean diameter

¹⁵ Luo

جدول ۱. شرایط مرزی بررسی‌های صورت‌گرفته.

Table 1. Boundary conditions of the considered studies.

Boundary Condition	Study	
	Lee et al. [34]	Niezgoda-Żelasko [35]
Inlet velocity (m/s)	2.98	1.53 (variable)
Temperature (K)	268.65	268.65
Wall condition for fluid phase	No slip	No slip
Wall condition for solid phase	Johnson-Jackson	Johnson-Jackson
Wall heat flux (W/m ²)	2670	8000

جدول ۲. خصوصیات ترموفیزیکی سیال آب و یخ در پژوهش حاضر.

Table 2. Thermophysical properties of ice and water in present study.

Fluid Properties	Study	
	Lee et al. [34] (6.5% Water-Ethylene glycol Solution)	Niezgoda-Żelasko [35] (10.3% Water- Ethylene glycol Solution)
Density (kg/m ³)	1005.5	977
Specific heat capacity (J/kg.K)	4070	3986
Thermal conductivity (W/m.K)	0.58	0.994
Viscosity (kg/m.s)	0.0024	0.00092
Molecular Weight (kg/kmol)	21	19.3
Reference enthalpy [25] (J/kmol)	-2.855e8	-2.855e8
Ice Properties		
Density (kg/m ³)	917	
Specific heat capacity (J/kg.K)	2160	
Thermal conductivity (W/m.K)	2.21	
Molecular Weight (kg/kmol)	18.05	
Reference enthalpy [25] (J/kmol)	-2.907e8	

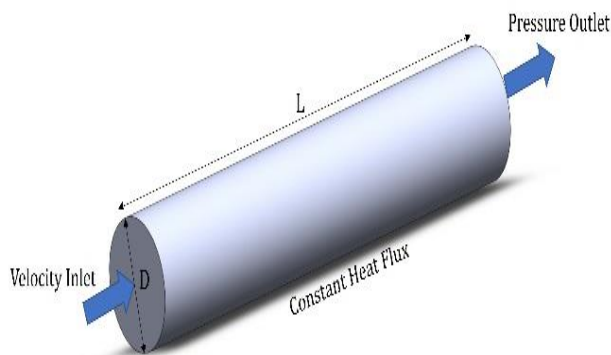


Figure 1. The schematics of the simulation's geometry with imposed boundary conditions.

شکل ۱. طرح‌واره‌ی هندسه‌ی شبیه‌سازی به همراه شرایط مرزی اعمالی.

نیزگودا - زلاسکو^{۱۸} (۲۰۰۶)، [۳۵] انجام شده است. هندسه‌ی مطالعه‌ی لی و همکاران (۲۰۰۶)، [۳۴] یک لوله‌ی افقی با طول $L=1500$ و قطر $D=13/86$ میلی‌متر و هندسه‌ی مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو (۲۰۰۶)، [۳۵] یک لوله‌ی افقی به طول $L=2/3$ متر و قطر $D=16$ میلی‌متر بوده است. شرایط مرزی در نظر گرفته‌شده برای دو مطالعه‌ی اخیر در جدول ۱ ارائه شده است. طرح‌واره‌ی از هندسه‌ی سه‌بعدی به همراه شرایط مرزی در شکل ۱ نیز مشاهده می‌شود.

همچنین خصوصیات ترموفیزیکی سیال پایه (محلول آب- اتیلن گلیکول) و ذرات یخ در هر یک از دو مطالعه‌ی مذکور با استفاده از روابط گزارش‌شده در مطالعه‌ی نیزگودا-زلاسکو در جدول ۲ ارائه شده‌اند.

۴. روش حل عددی

روش حل مسئله، به‌صورت پایا و الگوریتم حل در نرم‌افزار آنسیس فلونت (۲۰۲۱)، الگوریتم Phase coupled SIMPLE بوده است. برای هر فاز

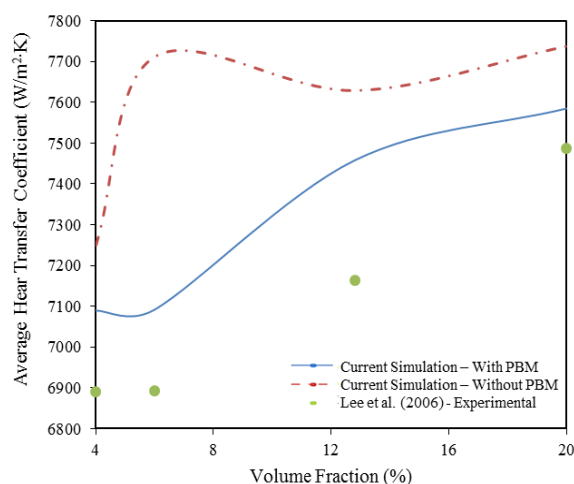


Figure 3. Results of the heat transfer coefficient of the baseline numerical model compared to the case without using the population balance model and the experimental data from the study by Lee et al. [34].

شکل ۳. نتایج ضریب انتقال حرارت مدل عددی مبنا در مقایسه با حالت بدون استفاده از مدل تعادل جمعیت و داده‌های تجربی مطالعه‌ی لی و همکاران، [۳۴].

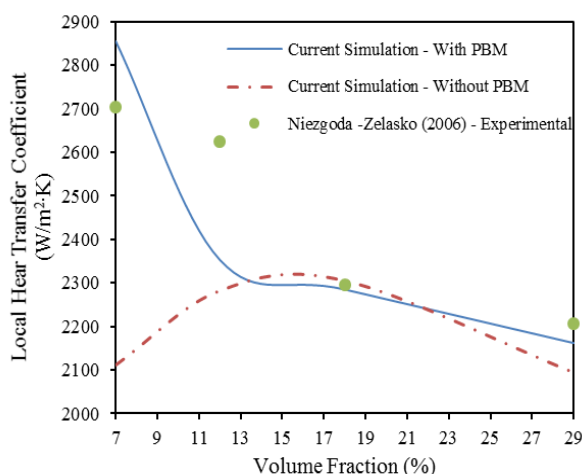


Figure 4. The effect of using the population balance model on the local heat transfer coefficient of the middle section of the pipe in the study by Niezgoda-Zelasko, [35].

شکل ۴. تأثیر استفاده از مدل تعادل جمعیت در ضریب انتقال حرارت موضعی مقطع میانی لوله در مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو، [۳۵].

حدود ۱۲٪ با نتایج تجربی را نشان داده و این مقدار برای کسر حجمی ۶٪ بالاتر بوده است. هر چه به سمت کسرهای حجمی بالاتر از ۱۰٪ پیشروی شود، اختلاف مدل‌ها با داده‌های تجربی کمتر می‌شود و همگی به سمت یکدیگر همگرا می‌شوند؛ اما به‌طور کلی، نمودار مربوط به شبیه‌سازی با مدل تعادل جمعیت، خوش‌رفتارتر است. استفاده از مدل تعادل جمعیت خصوصاً در کسر حجمی‌های زیر ۱۰٪، توانسته است خطای محاسبات را تا ۷۰٪ کمتر کند. این اختلاف در کسر حجمی‌های بالا کمتر بوده است، اما همچنان استفاده از مدل تعادل جمعیت می‌تواند خطای نتایج را تا حد ۵۰٪ کاهش دهد.

در شکل‌های ۴ و ۵، به ترتیب نتایج ضریب انتقال حرارت موضعی در مقطع میانی لوله و افت فشار بر واحد طول در کل لوله حاصل از شبیه‌سازی‌های حاضر

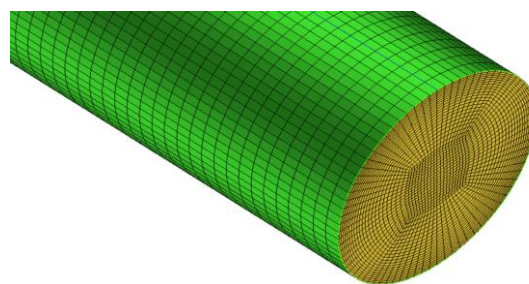


Figure 2. The computational mesh employed for simulations.

شکل ۲. شبکه‌ی محاسباتی استفاده‌شده در شبیه‌سازی‌ها.

به‌صورت مجزا معادله‌های کسر حجمی حل می‌شوند. دو فاز موجود در این شبیه‌سازی‌ها فاز محلول پایه و فاز ذرات یخ هستند. روش حجم محدود برای حل معادله‌ها استفاده شده و گسسته‌سازی برای تمام متغیرها، از جمله: فشار، مرتبه‌ی دوم بالادست بوده است؛ اما برای کسر حجمی، مرتبه‌ی اول بالادست در نظر گرفته شده است. مقادیر ضرایب زیرتخفیف^{۱۹} در پژوهش حاضر، مقادیر پیش‌فرض نرم‌افزار بوده‌اند؛ یعنی برای فشار مقدار ۰/۳، برای چگالی و نیروهای حجمی ۱، مومنتوم ۰/۷، انرژی ۱، و ممان‌های فاز دوم ۰/۵ بوده‌اند. روش عددی استفاده‌شده برای مدل تعادل جمعیت، روش مربعات ممان‌ها با ۴ ممان بوده و میزان باقیمانده‌ی مجاز برای تمام متغیرها، ۰/۰۰۱ قرار داده شده است.

مطالعه‌ی استقلال حل از شبکه برای هر یک از دو هندسه‌ی سه‌بعدی به‌صورت جداگانه انجام شده است. برای هندسه‌ی لی و همکاران (۲۰۰۶)، [۳۴] سه شبکه‌ی متشکل از ۱/۱، ۲/۰۴، و ۳/۰۱ میلیون سلول و برای هندسه‌ی نیزگودا - زلاسکو (۲۰۰۶)، [۳۵] سه شبکه‌ی متشکل از ۲/۴، ۳/۵، و ۵/۲ میلیون سلول در نظر گرفته شده است. در مطالعات اخیر، موارد شبکه، پارامترهای ضریب انتقال حرارت جابجایی متوسط، افت فشار کل لوله، توزیع کسر حجمی ذرات یخ، و توزیع سرعت در یک مقطع مشخص در نظر گرفته شده‌اند. مقایسه‌ی نتایج نشان می‌دهد که برای مطالعه‌ی لی و همکاران، شبکه‌ی ۲/۰۴ میلیون سلولی و برای مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو، شبکه‌ی ۳/۵ میلیون سلولی دقت کافی داشته‌اند. مقدار Δt^+ مربوط به هر دو شبکه در حدود ۱ بوده است، که با توجه به نوع تابع دیوار انتخابی بهبودیافته^{۲۰} مناسب است. نمایی از شبکه‌ی محاسباتی نهایی در شکل ۲ مشاهده می‌شود.

۵. نتایج و بحث

۱.۵. نتایج حالت مرجع

در شکل ۳، ضریب انتقال حرارت متوسط حاصل از شبیه‌سازی در مقایسه با اندازه‌گیری‌های لی و همکاران، [۳۴] مشاهده می‌شود. شبیه‌سازی در دو حالت بدون مدل تعادل جمعیت و با در نظر گرفتن مدل تعادل جمعیت انجام شده است. برای مدل تعادل جمعیت، مکانیزم شکست و تجمع لوو (۱۹۹۵)، [۳۰] استفاده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود، ضریب انتقال حرارت در نتایج تحلیل عددی با مدل تعادل جمعیت، کمتر از ۵٪ با نتایج تجربی لی و همکاران، [۳۴] اختلاف دارد، که این امر دلالت بر اعتبار نتایج به‌دست آمده از مطالعه‌ی حاضر دارد. یکی دیگر از نتایج مورد بحث در مطالعه‌ی حاضر، بررسی میزان تأثیر اعمال مدل تعادل جمعیت در کاهش درصد خطای محاسبات در مقایسه با حالت بدون اعمال مدل اخیر است. مطابق شکل ۳، محاسبات بدون استفاده از مدل تعادل جمعیت در ابتدا و در کسر حجمی زیر ۱۰٪، اختلافی در

²⁰ enhanced wall function

¹⁹ underrelaxation

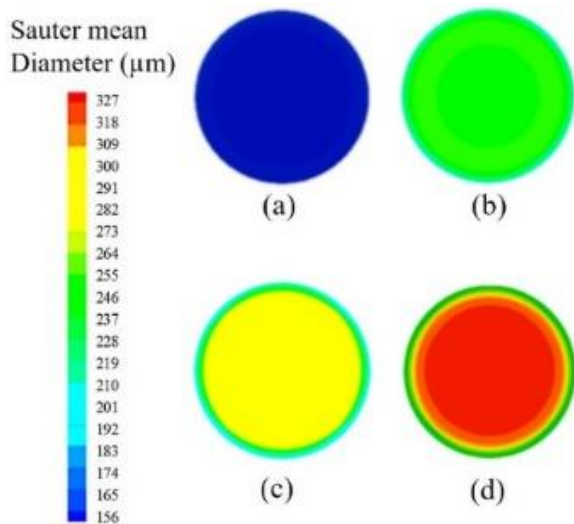


Figure 6. Sauter mean diameter distribution in the central section of the pipe for the population balance model, in micrometers, for the simulation of conditions equivalent to the study by Lee et al. [34] for inlet volume fractions: (a) 4%, (b) 6%, (c) 12%, (d) 20%.

شکل ۶. توزیع قطر میانگین ساتر در مقطع مرکزی لوله در مدل تعادل جمعیت بر حسب میکرومتر در شبیه‌سازی شرایط معادل مطالعه‌ی لی و همکاران،^[۳۴] برای کسرهای حجمی ورودی: (a) ۴٪، (b) ۶٪، (c) ۱۲٪، (d) ۲۰٪.

افزایش یافته است. علت این موضوع، وابستگی معادله‌های تجمیع ذرات در مدل تعادل جمعیت به کسر حجمی است، که این اثر را ایجاد می‌کند. همچنین بلافاصله بعد از لایه‌ی مرزی نزدیک به دیواره، به سبب تغییر چشم‌گیر سرعت جریان، احتمال برخورد ذرات و شکستن ذرات بزرگ‌تر بیشتر است، که نشان می‌دهد تابع چگالی احتمال در مدل تعادل جمعیت، شانس شکست ذرات را بالاتر پیش‌بینی می‌کند؛ در نتیجه، ذرات با قطر کوچک‌تر در آن ناحیه قرار می‌گیرند. همچنین با افزایش کسر حجمی ورودی، قطر موردانتظار یخ در مقاطع مختلف لوله افزایش یافته است، که این امر در نتایج عددی می و همکاران (۲۰۲۴)،^[۱۸] نیز مشاهده می‌شود.

در شکل ۷، توزیع قطر میانگین ساتر به ازاء سرعت‌های ورودی جریان متفاوت در شبیه‌سازی با شرایط مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو،^[۳۵] مشاهده می‌شود.

مطابق شکل ۷، افزایش سرعت در رژیم جریان آرام (سرعت ورودی کم و در محدوده‌ی کاملاً آرام) و آشفته (سرعت ورودی بالا و در ناحیه‌ی انتقال و نیز کاملاً آشفته)، باعث افزایش قطر ذرات یخ خصوصاً در نواحی مرکزی لوله و دور از دیواره‌ها شده است. در رژیم جریان آشفته به‌دلیل توزیع خاص سرعت که تنش برشی در نواحی نزدیک به دیواره، زیاد و در نواحی مرکزی، بسیار کم بوده است؛ عامل جداکردن ذرات از همدیگر تضعیف و منجر به ظاهرشدن ذرات با قطر بیشتر در نواحی مرکزی رژیم جریان آشفته شده است. اما نکته‌ی جالب توجه، قطر ذرات در نواحی نزدیک دیواره است، که به‌علت انتقال حرارت زیاد و سرعت صفر در ناحیه‌ی نزدیک دیواره، ذرات با قطر کم قرار گرفته‌اند و از نظر فیزیکی نیز ناحیه‌ی مذکور، بخشی با کسر حجمی ذرات جامد بسیار کم است. همچنین مطابق با شکل ۷، ذرات با قطر بالاتر، یعنی در حدود ۰/۳ میلی‌متر، در لایه‌های دور از دیواره در مناطقی که شار حرارتی مستقیم در دیواره اثر کمتری دارد، به چشم می‌خورند. افزایش سرعت در بررسی قطر

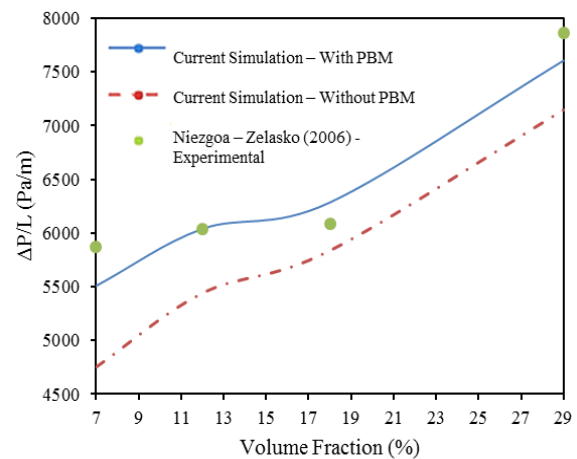


Figure 5. The effect of using the population balance model on the pressure drop in the pipe in the study by Niezgoa-Zelasko,^[35]

شکل ۵. تأثیر استفاده از مدل تعادل جمعیت در افت فشار در لوله در مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو،^[۳۵].

در مقایسه با نتایج تجربی نیزگودا - زلاسکو،^[۳۵] مشاهده می‌شوند. مطابق شکل ۴، روند کاهش خطای محاسبات در زمان استفاده از مدل تعادل جمعیت همچنان مشاهده می‌شود و به‌صورت دقیق‌تر، تا حدود ۵۰٪ کاهش خطا در زمان استفاده از مدل تعادل جمعیت وجود دارد. همین اتفاق برای افت فشار در طول لوله نیز افتاده و در تمامی کسرهای حجمی بررسی‌شده، درصد خطای مدل عددی با مدل تعادل جمعیت، از ۵٪ فراتر نرفته است. مطابق شکل ۴، میزان اختلاف داده‌های تجربی و شبیه‌سازی بدون مدل تعادل جمعیت در کسر حجمی ۷٪ بسیار زیاد است، که این اختلاف در شکل ۳ نیز مشاهده می‌شود و با افزایش کسر حجمی، رفته‌رفته کم شده و در نهایت در کسر حجمی حدود ۳۰٪، به کمترین حد خود با نتایج تجربی رسیده است. روند کاهشی ضریب انتقال حرارت موضعی در اثر افزایش کسر حجمی در شبیه‌سازی با مدل تعادل جمعیت به‌درستی پیش‌بینی شده و این روند کاهشی از کسر حجمی زیر ۱۰ تا ۳۰ درصد مشاهده می‌شود. همین امر در شبیه‌سازی بدون تعادل جمعیت، فقط در کسر حجمی ورودی بالای ۱۵٪ مشاهده می‌شود.

مطابق شکل ۵، میزان افت فشار محاسبه‌شده در شبیه‌سازی با مدل تعادل جمعیت، به‌طور کلی بالاتر از میزان افت فشار محاسبه‌شده از شبیه‌سازی بدون مدل تعادل جمعیت است؛ که علت آن، اندازه‌ی قطر ذرات است، که در مدل تعادل جمعیت، بیشتر از قطر ثابت پیش‌فرض برای مدل بدون تعادل جمعیت (۰/۱ میلی‌متر) بوده است. از آنجایی که ضریب اصطکاک و تنش برشی جریان با قطر، رابطه‌ی توان ۲ دارند، میزان افت فشار تخمینی در مدل تعادل جمعیت نیز بالاتر بوده است.

در شکل ۶، توزیع قطر میانگین ساتر در مقطع مرکزی لوله برای شبیه‌سازی معادل شرایط مطالعه‌ی لی و همکاران،^[۳۴] مشاهده می‌شود. توزیع قطر ذرات فقط توسط مدل تعادل جمعیت قابل پیش‌بینی است و در حالت بدون مدل تعادل جمعیت، قطر ذرات همه جا یکسان بوده است. شایان ذکر است که شرایط توزیع قطر ورودی ذرات به لوله در شبیه‌سازی مذکور، یکسان و در محدوده‌ی ۰/۵ تا ۰/۶ میلی‌متر بوده است. مطابق شکل ۶، افزایش کسر حجمی ورودی جریان در رفتار ذرات در مناطق مرکزی لوله اثرگذار بوده است؛ بدین طریق که قطر ذرات در مقطع میانی لوله با افزایش کسر حجمی ورودی

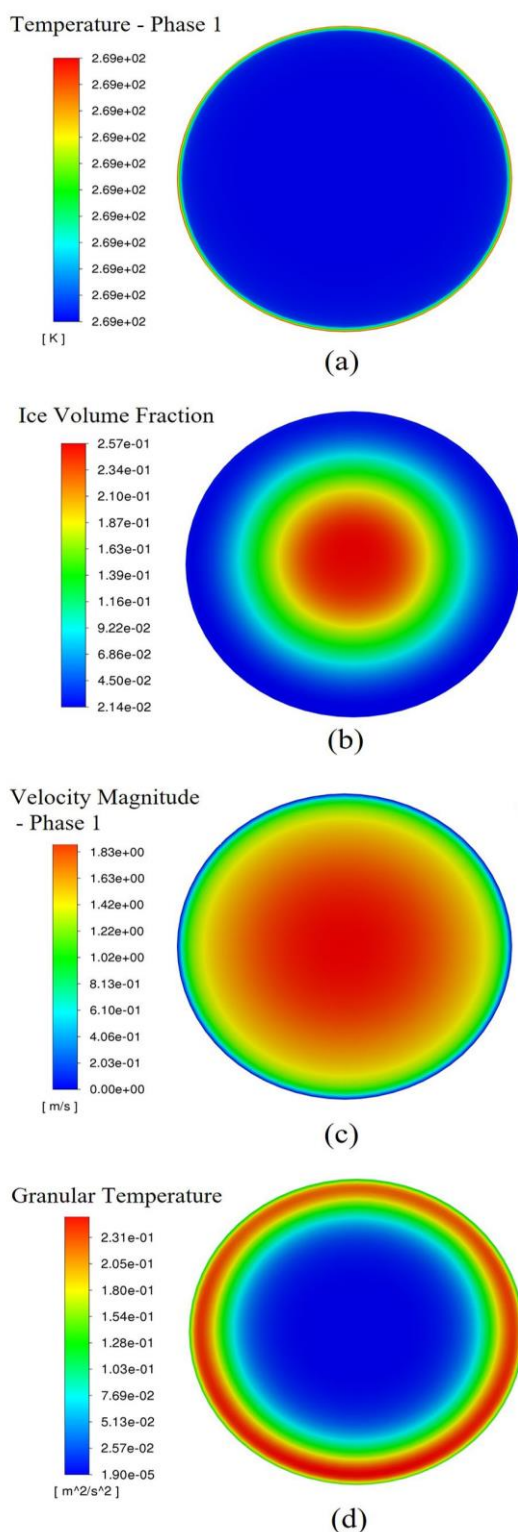


Figure 8. (a) Temperature, (b) ice volume fraction, (c) velocity magnitude, and (d) granular temperature distribution in the central section of the pipe in the population balance model for the simulation of conditions equivalent to the study by Niezgoda-Żelasko [35] for inlet velocity of 1.53 m/s.

شکل ۸. توزیع: (a) دما، (b) کسر حجمی ذرات یخ، (c) مقدار سرعت، و (d) دمای دانه‌ای در مقطع مرکزی لوله در مدل تعادل جمعیت برای شبیه‌سازی شرایط معادل مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو،^[۳۵] برای سرعت ورودی ۱/۵۳ متر بر ثانیه.

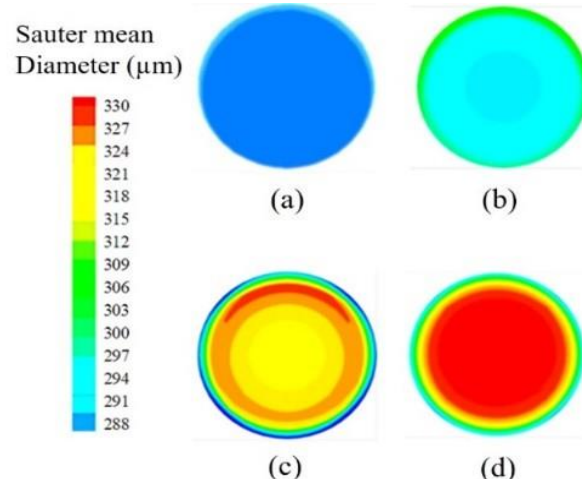


Figure 7. Sauter mean diameter distribution in the central section of the pipe in the population balance model, in micrometers, for the simulation of conditions equivalent to the study by Niezgoda-Żelasko,^[35] for inlet velocities: (a) 0.2 m/s, (b) 0.53 m/s, (c) 1.53 m/s, (d) 2.03 m/s.

شکل ۷. توزیع قطر میانگین ساتر در مقطع مرکزی لوله در مدل تعادل جمعیت بر حسب میکرومتر در شبیه‌سازی شرایط معادل مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو،^[۳۵] برای سرعت‌های ورودی: (a) ۰/۲ متر بر ثانیه، (b) ۰/۵۳ متر بر ثانیه، (c) ۱/۵۳ متر بر ثانیه، (d) ۲/۰۳ متر بر ثانیه.

میانگین، باعث افزایش قطر ذرات به صورت نسبی در لوله شده است، اما اثر آن از افزایش کسر حجمی ورودی به لوله کمتر بوده است؛ زیرا هر دو، احتمال تجمع و شکست را افزایش می‌دهند. علت این موضوع، وجود وابستگی به سرعت ذرات، هم در معادله‌های شکست و هم در معادله‌های تجمع است. اما مطابق معادله‌ی بسامد تجمع در مکانیزم پیشنهادی لوی (۱۹۹۵)،^[۳۰] اثر سرعت ذرات در هنگام برخورد برای تجمع، قابل توجه‌تر (از مرتبه‌ی توان ۲) از اثر همین سرعت در هسته‌ی شکست پیشنهادی لوی بوده است؛ که این امر می‌تواند دلیل افزایش نسبی قطر پیش‌بینی‌شده در سرعت‌های بالاتر باشد. همچنین افزایش سرعت در لوله، سبب افزایش غیریکنواختی قطر در مقطع مرکزی لوله شده است؛ که این امر، به سبب افزایش احتمال برخورد و شکستن ذرات در اثر این برخوردها با یکدیگر بوده است. در شکل ۸، توزیع دما، کسر حجمی، سرعت، و دمای دانه‌ای ذرات یخ در مقطع میانی لوله مشاهده می‌شود.

چنانچه مشاهده می‌شود، دما در بخش گسترده‌ای از سطح مقطع، یکنواخت است و گرادیان‌های دمایی محدود به نواحی نزدیک دیواره هستند (شکل ۸-a). افزایش دمای نزدیک به دیواره باعث می‌شود که ذرات یخ در نواحی مذکور ذوب شوند و کسر حجمی ذرات یخ در بخش‌های نزدیک به دیواره، کمتر و در مرکز لوله بیشتر باشد (شکل ۸-b). علاوه بر این مشاهده می‌شود که توزیع کسر حجمی کاملاً متقارن نبوده و به علت نیروی شناوری بیشینه‌ی آن، کمی به سمت بالای لوله تمایل داشته است. توزیع مقدار سرعت فاز اول نشان می‌دهد که توزیع اخیر تا حدود زیادی، دارای یک تقارن محوری است (شکل ۸-c). در شکل (۸-d)، نیز مشاهده می‌شود که دمای دانه‌ای در بخش بالایی کمتر از بخش پایین است. از آنجایی که دمای دانه‌ای متناسب با نوسان‌های سرعتی ذرات یخ است، کم‌تر بودن دمای دانه‌ای به همراه بیشتر بودن کسر حجمی منجر به این می‌شود که در بخش بالایی، تجمع ذرات بیشتر شود و قطر ذرات افزایش یابد.

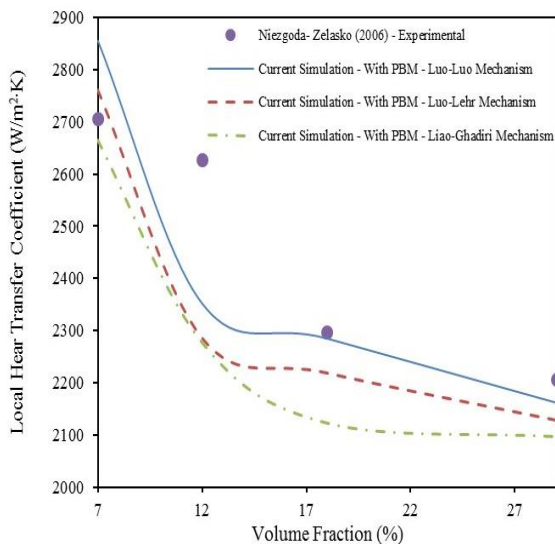


Figure 10. The effect of changing the population balance model on the heat transfer coefficient for different volume fractions, and its comparison with the experimental results of Niezgoda-Zelasko,^[35].

شکل ۱۰. اثر تغییر مدل تعادل جمعیت در ضریب انتقال حرارت به ازاء کسرهای حجمی متفاوت و مقایسه‌ی آن با نتایج تجربی نیزگودا-زلاسکو.^[۳۵]

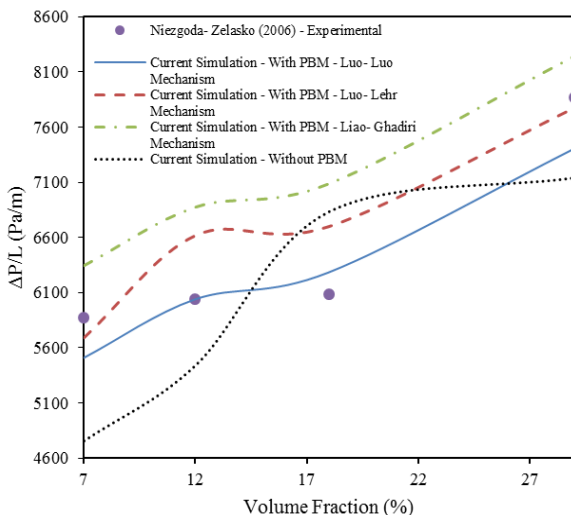


Figure 11. Comparison between different population balance models in the prediction and calculation of pressure drop in the pipe for different volume fractions.

شکل ۱۱. مقایسه‌ی بین مدل‌های مختلف تعادل جمعیت در پیش‌بینی و محاسبه‌ی افت فشار در لوله به ازاء کسرهای حجمی مختلف.

قدیری نسبت به دو مدل دیگر، ضریب انتقال حرارت موضعی را اندکی پایین‌تر پیش‌بینی کرده است. همچنین، مدل لوو-لوو در پیش‌بینی روند و مقدار ضریب انتقال حرارت، به داده‌های تجربی مطالعه‌ی نیزگودا - زلاسکو،^[۳۵] نزدیک‌تر عمل کرده است.

در شکل ۱۱، مقایسه‌ی بین مدل‌های مختلف تعادل جمعیت در پیش‌بینی و محاسبه‌ی افت فشار در لوله به ازاء کسرهای حجمی مختلف مشاهده می‌شود؛ که هدف از ارائه‌ی آن، تأکید بر میزان تأثیر مکانیزم مدل تعادل جمعیت و انتخاب ترکیبی صحیح از مکانیزم‌ها برای تجمیع و شکست بوده است. مطابق

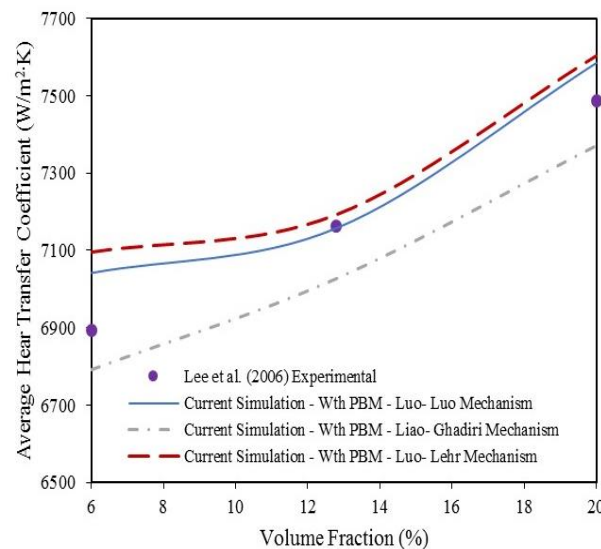


Figure 9. Comparison of the effect of changing the population balance model on the prediction of the heat transfer coefficient with experimental results from the study by Lee et al,^[34].

شکل ۹. نمودار مقایسه‌ی اثر تغییر مدل تعادل جمعیت در پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت با نتایج تجربی مطالعه‌ی لی و همکاران،^[۳۴].

۲.۵. تأثیر نوع مکانیزم شکست و تجمیع

استفاده از معادله‌های مکانیزم‌های تجمیع و شکست متفاوت در مدل تعادل جمعیت موجب بروز تغییر در نتایج حاصل از شبیه‌سازی می‌شود. هدف از بررسی مکانیزم‌های ارائه‌شده توسط پژوهشگران مختلف، رسیدن به یک مکانیزم مناسب و کم‌خطا برای پیش‌بینی خواص جریان با پارامترهای مختلف ورودی مسئله است. با مطالعه و بررسی نوشتارهای مرجع، شرح معادله‌های بسامدهای شکست و تجمیع و نیز تابع احتمال، سه ترکیب مختلف از مکانیزم‌های تجمیع-شکست در مدل تعادل جمعیت پیشنهاد شده‌اند، که در بخش ۲ معرفی شده‌اند.

نتایج تغییرات اخیر بر پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت در شکل ۹ مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، استفاده از ترکیب‌های مختلف مدل تجمیع و شکست مدل تعادل جمعیت، در وهله‌ی اول، روند صعودی ضریب انتقال حرارت را با افزایش کسر حجمی به‌درستی پیش‌بینی می‌کنند. میزان اختلاف نتایج مدل‌های مذکور با نتایج تجربی لی و همکاران،^[۳۴] در تمامی موارد زیر ۵٪ بوده است، که نشانگر دقت بالای استفاده از مدل تعادل جمعیت در تمامی مکانیزم‌های آن دارد. با وجود این، مدل لوو-لوو، نتایج نزدیک‌تری نسبت به داده‌های تجربی نشان داده است. با وجودی که افت فشار در لوله در مطالعه‌ی لی و همکاران،^[۳۴] گزارش نشده است؛ اما بررسی داده‌های شبیه‌سازی نشان می‌دهد که تغییر در مکانیزم‌های موجود در مدل تعادل جمعیت تا ۱۰٪ در میزان افت فشار پیش‌بینی‌شده در شبیه‌سازی مؤثر بوده است.

در شکل ۱۰، اثر تغییر مدل تعادل جمعیت در ضریب انتقال حرارت به ازاء کسرهای حجمی متفاوت و مقایسه‌ی آن با نتایج تجربی نیزگودا - زلاسکو،^[۳۵] مشاهده می‌شود؛ که مطابق آن، اثر انتخاب مدل شکست مناسب بین مدل‌های لوو-لوو و لوو-لوو-لوو قابل‌ملاحظه است و این انتخاب، روی پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت متوسط در لوله اثرگذار بوده است. مشابه آنچه در شبیه‌سازی جریان مشابه مطالعه‌ی لی و همکاران،^[۳۴] مشاهده شده است، مدل لیائو-

علت بوده است که بیشترین فراوانی ذرات جامد یخ در لوله، در محدوده‌ی اخیر قرار داشته و فراوانی ذرات بزرگ‌تر از ۰/۵ میلی‌متر، به‌طور چشم‌گیری کاهش یافته است. همین امر سبب شده است تا جوابی که محدوده‌ی قطر بالاتر را شامل می‌شود (۰/۱ تا ۱ میلی‌متر) و جوابی که حاصل از محدوده‌ی قطر پایین‌تر بوده است (۰/۱ تا ۰/۴ میلی‌متر)، فاصله‌ی بیشتری نسبت به جواب‌های تجربی داشته باشد. محدوده‌ی قطر ۰/۵ تا ۰/۶ میلی‌متر نیز به‌علت پوشش بهتر ذرات در قطرهای پایین، که عمدتاً در کسرهای حجمی زیر ۱۰٪ مشاهده می‌شوند، عملکرد بهتری در پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت داشته است. همین امر سبب شده است تا اختلاف مدل تعادل جمعیت در محدوده‌ی قطر ۰/۵ تا ۰/۶ میلی‌متر با داده‌های تجربی لی و همکاران^[۳۴] به کمتر از ۵٪ برسد. عمده‌ی علت این موضوع، اثرگذاری قطر ذرات در ضریب انتقال حرارت بین‌فازی و نرخ تبادل جرم بین‌فازی و عدد رینولدز فاز جامد بوده است. محدوده‌ی قطر ذرات مستقیماً در مدل تعادل جمعیت در عامل بسامد شکست و نیز در تابع احتمال چگالی^[۳۳] اثرگذار بوده است؛ که درنهایت، موجب تغییر پراکندگی ذرات در مقطع لوله و تغییر در ضریب انتقال حرارت شده است.

۶. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، دوغاب یخ به‌عنوان پرکاربردترین و در دسترس‌ترین نوع دوغاب تغییر فاز مطالعه و بررسی شده است. از آنجایی که تاکنون مطالعه‌ی دقیقی بر روی جریان دوغاب یخ به‌کمک مدل تعادل جمعیت صورت نپذیرفته است، در پژوهش حاضر سعی شده است تا تأثیرهای پارامترهای مختلف مدل تعادل جمعیت در ضریب انتقال حرارت متوسط و موضعی و نیز افت فشار بررسی شود.

نتایج بررسی بدون مدل تعادل جمعیت در بهترین حالت ۱۰٪ و با مدل تعادل جمعیت، بیشینه‌ی ۵٪ با نتایج تجربی لی و همکارانش^[۳۴] اختلاف نشان داده است. نتایج پژوهش حاضر در مقایسه با بررسی‌های نیزگودا - زلاسکو^[۳۵] اختلاف بیشینه‌ی ۶٪ برای بررسی با مدل تعادل جمعیت و حدود ۱۹٪ در بررسی بدون مدل تعادل جمعیت را نشان داده‌اند.

افزایش کسر حجمی ورودی در ناحیه‌ی آشفته سبب کاهش ضریب انتقال حرارت موضعی در لوله می‌شود، که بررسی مدل تعادل جمعیت، اختلاف ۷ درصدی با نتایج تجربی نیزگودا - زلاسکو^[۳۵] داشته است؛ اما همین افزایش، سبب افزایش افت فشار در لوله شده است، که نتایج به‌دست‌آمده در شبیه‌سازی با مدل تعادل جمعیت زیر ۵٪ و بدون مدل تعادل جمعیت ۱۵٪ با نتایج لی و همکارانش^[۳۴] اختلاف داشته است. به‌طور کلی، افزایش کسر حجمی ورودی موجب افزایش قطر میانگین ذرات جامد موجود در جریان می‌شود و جریان دوغاب یخ با شار حرارتی ثابت از دیواره، میل زیادی به یکنواخت‌سازی توزیع قطر ذرات جامد دارد؛ به‌گونه‌ای که وجود تنش برشی بالا در نزدیکی دیواره، ناپیوستگی در توزیع قطر را به‌همراه دارد، که این امر در مرکز لوله دیده نشده و طیف توزیع قطر ذرات در بخش مرکزی لوله پیوسته بوده است.

مقایسه‌ی بین مکانیزم‌های مختلف مدل تعادل جمعیت نشان داده است که ترکیب مکانیزم پیشنهادی لوو (۱۹۹۵)^[۳۰] برای تجمیع و نیز برای شکست، در مقابل سایر مکانیزم‌های مدل تعادل جمعیت، عملکرد کم‌خطراتی داشته و روند یکنواخت‌تری در پیش‌بینی ضریب انتقال حرارت و افت فشار در لوله داشته است. همچنین، مکانیزم تجمیع لیاو^{۲۱} و همکاران (۲۰۱۵)^[۳۱] و

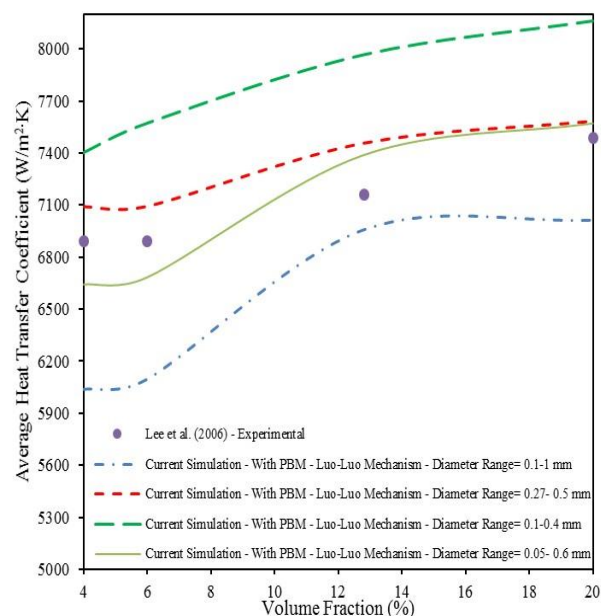


Figure 12. The effect of changing the diameter range in the population balance model on the calculation of the average heat transfer coefficient of the pipe, in comparison with the results of Lee et al.^[34].

شکل ۱۲. تأثیر تغییر محدوده‌ی قطر در مدل تعادل جمعیت در محاسبه‌ی ضریب انتقال حرارت متوسط لوله در مقایسه با نتایج لی و همکاران^[۳۴].

شکل ۱۱، ترکیب لوو- لوو به نسبت دو ترکیب دیگر، عملکردی یکنواخت‌تر و نزدیک‌تر به داده‌ی تجربی داشته است. مدل لیاو- قدیری، که عمدتاً برای کسرهای حجمی زیر ۱۰٪ یا جریان‌های دوفازی گاز- مایع بهینه شده است، در کسرهای حجمی بالا، مثل ۱۸ یا ۲۹ درصد، عملکرد مطلوبی نداشته است. علت پیش‌بینی افت فشار بالاتر در مدل لیاو- قدیری نسبت به دو مدل دیگر، محاسبه‌ی قطر میانگین بالاتر ذرات بوده است، که مستقیماً در ضریب پسا و ضریب تبادل اندازه‌ی حرکت اثرگذار است. لذا لازم است تا قبل از استفاده از هر یک از مدل‌های موجود، مطالعه‌ی جامعی بر روی معادله‌ها و چارچوب به‌کارگیری آن‌ها صورت پذیرد.

۳.۵. تأثیر تغییر محدوده‌ی قطر ورودی

در بررسی‌ها مشاهده شده است که محدوده‌ی کمینه و بیشینه‌ی قطر برای مدل تعادل جمعیت، از پارامترهای اثرگذار در به‌دست‌آوردن ضریب انتقال حرارت و افت فشار هستند. لی و همکاران^[۳۴] قطر ذرات یخ موجود در جریان را اندازه‌گیری کرده‌اند؛ که مطابق آن، بیشترین فراوانی اندازه‌ی ذرات بین ۰/۲۷ تا ۰/۵ میلی‌متر و قطر میانگین ذرات نیز ۰/۲۷ میلی‌متر بوده است. همچنین، کل بازه‌ای که اندازه‌ی ذرات مورد مطالعه‌ی ایشان را در بر گرفته است، حدود ۰/۵ تا ۰/۶ میلی‌متر بوده است.

در شکل ۱۲، نتایج تحلیل عددی براساس محدوده‌ی قطرهای مختلف به‌ازاء کسرهای حجمی متفاوت مشاهده می‌شود. محدوده‌ی قطرهای مدل را محدود می‌کنند، که اندازه‌ی قطرهای محاسبه‌شده از آن محدوده خارج نشود. مطابق شکل ۱۲، محدوده‌ی قطرهای بین ۰/۵ تا ۰/۶ میلی‌متر و نیز بین ۰/۲۷ تا ۰/۵ میلی‌متر، کمترین فاصله را با نمودار نتایج تجربی داشته‌اند. این امر، به این

تنظیم‌شونده در مدل تعادل جمعیت نشان داده است که هر چه قطر میانگین ذرات در مقاطع مختلف لوله افزایش یابد، ضریب انتقال حرارت اثر معکوس می‌پذیرد و کاهش می‌یابد.

شکست قدیری و ژانگ (۲۰۰۲)^[۳۳]، ضعیف‌ترین عملکرد از حیث درصد اختلاف نتایج را با نتایج تجربی داشته‌اند. بررسی‌ها برای انواع محدوده‌ی قطر ذرات در لوله به‌عنوان یکی از پارامترهای

References – منابع

- Wang, K., Eisele, M., Hwang, Y. and Radermacher, R., 2010. Review of secondary loop refrigeration systems. *International Journal of Refrigeration*, 33(2), pp. 212-234. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2009.09.018>
- Han, Z., Ma, Q., Fang, Y., Hua, L., Jin, C. and Huang, J. Progress and innovations of ice slurry generation based on scraped-surface method. IOP Publishing, p. 042021. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1550/4/042021>
- Bordet, A., Poncet, S., Poirier, M. and Galanis, N., 2018. Flow visualizations and pressure drop measurements of isothermal ice slurry pipe flows. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 99, pp. 595-604. <https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2018.04.024>
- Hirochi, T., Maeda, Y., Yamada, S., Shirakashi, M., Hattori, M. and Saito, A., 2004. Flow patterns of ice/water slurry in horizontal pipes. *J. Fluids Eng.*, 126(3), pp. 436-441. <https://doi.org/10.1115/1.1760541>
- Guan, X., Xu, Q., Yang, N. and Nigam, K.D., 2021. Hydrodynamics in bubble columns with helically-finned tube Internals: Experiments and CFD-PBM simulation. *Chemical engineering science*, 240, pp. 116674. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2021.116674>
- Gong, H., Li, W., Zhang, X., Peng, Y., Yu, B. and Mou, Y., 2021. Effects of droplet dynamic characteristics on the separation performance of a demulsification and dewatering device coupling electric and centrifugal fields. *Separation and Purification Technology*, 257, pp. 117905. <https://doi.org/10.1016/j.seppur.2020.117905>
- Song, G., Li, Y., Wang, W., Jiang, K., Shi, Z. and Yao, S., 2018. Numerical simulation of hydrate slurry flow behavior in oil-water systems based on hydrate agglomeration modelling. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 169, pp. 393-404. <https://doi.org/10.1016/j.petrol.2018.05.073>
- Xu, D., Liu, Z., Cai, L., Tang, Y., Yu, Y. and Xu, A., 2018. A CFD-PBM approach for modeling ice slurry flow in horizontal pipes. *Chemical engineering science*, 176, pp. 546-559. <https://doi.org/10.1016/j.ces.2017.11.022>
- Liangxu, Z., Fei, M., Zhaonan, M. and Peng, Z., Numerical Investigation of Flow and Heat Transfer of Ice Slurry Based on Population Balance Model. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 53(12), pp. 1459. <https://doi.org/10.16183/j.cnki.jsjtu.2019.12.008>
- Cai, L., Liu, Z., Mi, S., Luo, C., Ma, K., Xu, A. et al., 2019. Investigation on flow characteristics of ice slurry in horizontal 90° elbow pipe by a CFD-PBM coupled model. *Advanced Powder Technology*, 30(10), pp. 2299-2310. <https://doi.org/10.1016/j.appt.2019.07.010>
- Ma, K., Liu, Z., Tang, Y., Liu, X., Yang, Y. and Yang, S., 2022. Numerical investigation on ice slurry flow in horizontal elbow pipes. *Thermal Science and Engineering Progress*, 27, pp. 101083. <https://doi.org/10.1016/j.tsep.2021.101083>
- Cai, L., Mi, S., Luo, C. and Liu, Z., 2022. Numerical investigation on heat and mass transfer characteristics of ice slurry in pulsating flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 189, pp. 122722. <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.122722>
- Gao, P., Li, Z., Yan, F., Chen, K. and Cao, A., 2024. Study on flow and heat transfer characteristics of salt solution ice slurry. *International Journal of Refrigeration*, 159, pp. 1-16. <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2023.12.007>
- Rezaei, M. and Pakravan, H.A., 2023. Thermo-fluidic characteristics of ice slurry flows in U-bend pipes for cold thermal energy storage. *Journal of Energy Storage*, 57, pp. 106224. <https://doi.org/10.1016/j.est.2022.106224>
- Rezaei, M. and Pakravan, H.A., 2023. Numerical study of ice slurry flow and heat transfer in successive U-bends as part of tubular heat exchangers. *International Journal of Thermal Sciences*, 191, pp. 108357. <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2023.108357>
- Xie, F., Guo, W. and Zhu, Y., 2023. Numerical Study on Flow-Melt Characteristics of Ice Slurry in Horizontal Straight Pipe with a Local Large Heat Flux

- Segment. *Energies*, 16(1), pp. 476.
<https://doi.org/10.3390/en16010476>
17. Mi, S., Xu, F., Cai, L. and Xu, C., 2024. Study on convective melting heat transfer of a solid-liquid phase change slurry in U-shaped curved tubes. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 154, pp. 107377.
<https://doi.org/10.1016/j.icheatmasstransfer.2024.107377>
18. Mi, S., Geng, S., Cai, L. and Xu, C., 2024. Investigation on the flow characteristics of a phase change material slurry in horizontal and U-shaped tubes based on CFD-PBM. *Chemical Engineering Research and Design*, 201, pp. 409-424.
<https://doi.org/10.1016/j.cherd.2023.12.007>
19. Faghri, A. and Zhang, Y. 2006 *Transport phenomena in multiphase systems*. Academic Press Elsevier.
20. Lee, W.H., 1980. A pressure iteration scheme for two-phase flow modeling. *Multiphase transport fundamentals, reactor safety, applications*, 1, pp. 407-431. https://doi.org/10.1142/9789814460286_0004
21. Ahmadkermaj, H., Maddahian, R. and Maerefat, M., 2021. Effect of swirl on thermal and hydraulic properties of ice slurry flow. *Heat Transfer Engineering*, 42(9), pp. 764-786.
<https://doi.org/10.1080/01457632.2020.1735796>
22. Gidaspow, D., Bezburuah, R. and Ding, J. 1991 Hydrodynamics of circulating fluidized beds: kinetic theory approach. Illinois Inst. of Tech., Chicago, IL (United States). Dept. of Chemical Engineering.
23. Drew, D.A., 1983. Mathematical modeling of two-phase flow. *Annual review of fluid mechanics*, 15(1), pp. 261-291. <https://doi.org/10.21236/ADA114535>
24. Bordet, A., Poncet, S., Poirier, M. and Galanis, N., 2018. Advanced numerical modeling of turbulent ice slurry flows in a straight pipe. *International Journal of Thermal Sciences*, 127, pp. 294-311.
<https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2018.02.004>
25. ANSYS, I., 2020. Ansys® FLUENT, Release 20.0. *FLUENT Theory Guide*; ANSYS, Inc.: Canonsburg, PA, USA),
26. Wang, J., Wang, S., Zhang, T. and Battaglia, F., 2018. Numerical and analytical investigation of ice slurry isothermal flow through horizontal bends. *International journal of refrigeration*, 92, pp. 37-54.
<https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2018.05.038>
27. Cai, L., Mi, S., Luo, C. and Liu, Z., 2022. Numerical investigation of hydraulic and heat transfer characteristics of two-phase ice slurry in helically coiled tubes. *Energy and Buildings*, 256, pp. 111773.
<https://doi.org/10.1016/j.enbuild.2021.111773>
28. Li, D., Li, Z. and Gao, Z., 2019. Quadrature-based moment methods for the population balance equation: An algorithm review. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 27(3), pp. 483-500.
<https://doi.org/10.1016/j.cjche.2018.11.028>
29. Yan, W.C., Luo, Z.H., Lu, Y.H. and Chen, X.D., 2012. A CFD-PBM-PMLM integrated model for the gas-solid flow fields in fluidized bed polymerization reactors. *AIChE Journal*, 58(6), pp. 1717-1732.
<https://doi.org/10.1002/aic.12705>
30. Luo, H., 1995. Coalescence, breakup and liquid circulation in bubble column reactors. *The University of Trondheim*, Technical Report.
31. Liao, Y., Rzehak, R., Lucas, D. and Krepper, E., 2015. Baseline closure model for dispersed bubbly flow: Bubble coalescence and breakup. *Chemical engineering science*, 122, pp. 336-349.
<https://doi.org/10.1016/j.ces.2014.09.042>
32. Lehr, F., Millies, M. and Mewes, D., 2002. Bubble-size distributions and flow fields in bubble columns. *AIChE Journal*, 48(11), pp. 2426-2443.
<https://doi.org/10.1002/aic.690481103>
33. Ghadiri, M. and Zhang, Z., 2002. Impact attrition of particulate solids. Part 1: A theoretical model of chipping. *Chemical engineering science*, 57(17), pp. 3659-3669.
[https://doi.org/10.1016/S0009-2509\(02\)00240-3](https://doi.org/10.1016/S0009-2509(02)00240-3)
34. Lee, D.W., Yoon, E.S., Joo, M.C. and Sharma, A., 2006. Heat transfer characteristics of the ice slurry at melting process in a tube flow. *International journal of refrigeration*, 29(3), pp. 451-455.
<https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2005.10.003>
35. Niezgoda-Żelasko, B., 2006. Heat transfer of ice slurry flows in tubes. *International journal of refrigeration*, 29(3), pp. 437-450.
<https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2005.09.017>

این صفحه عملی خالی گذاشته شده است.