

مدل سازی و شبیه سازی ۱۸ درجه آزادی دینامیک پرواز یک شبه حشره‌ی سنجاقک با در نظر گرفتن آیرودینامیک شبه پایا

سبحان طولابی^۱، افشین بنازاده^۲

۱- فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف

۲- دانشیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف (نویسنده مسئول)

^۱ s.toulabi@aut.ac.ir ^۲ banazadeh@sharif.edu

چکیده:

در این پژوهش، فرایند مدل سازی یک شبه حشره سنجاقک ۱۸ درجه آزادی و با در نظر گرفتن آیرودینامیک شبه پایا ارائه شده است. ابتدا معادلات دینامیکی حرکت با استفاده از روش نیوتن-اوایلر برای بدنه و چهار بال صلب و به صورت کامل استخراج شده اند. سپس پدیده های آیرودینامیکی ناپایا شامل واماندگی به تأخیر افتاده، برای چرخشی و اینرسی جرم افزوده در قالب مدل شبه پایا به مدل دینامیکی اضافه گردیده اند. ساختار نهایی مدل، شامل نیروها و گشتاورهای متقابل بین اجزا، به منظور شبیه سازی غیرخطی دقیق و طراحی کنترل کننده توسعه یافته است. در پایان، با استفاده از مطالعات تجربی، ضرایب و نیروهای آیرودینامیکی استخراج و مدل اعتبارسنجی شده و عملکرد پرنده در سناریوی پرواز شناور و دور زدن با دقت بررسی شده است. تلفیق دقیق دینامیک چندجسمی با مدل آیرودینامیک شبه پایا، وجه تمایز اصلی این مطالعه پژوهشی محسوب می شود.

واژگان کلیدی:

مدل سازی دینامیکی، شبیه سازی پرواز، آیرودینامیک شبه پایا، دینامیک بال زن، شبه حشره سنجاقک.

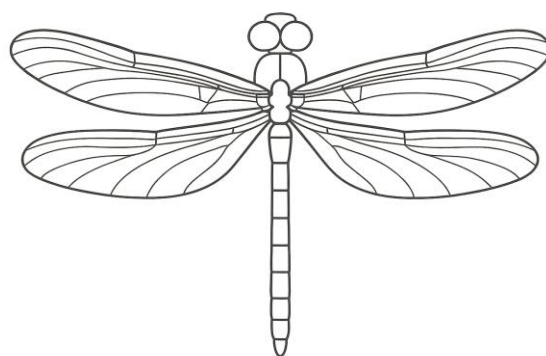
۱. مقدمه

توصیف دقیق آن‌ها نیازمند درک عمیق از رفتار دینامیکی و آیرودینامیک غیرپایا می‌باشد. در نتیجه، فرآیند مدل‌سازی آن‌ها نه تنها شامل استخراج معادلات دقیق حرکت، بلکه شامل بازنمایی صحیح اثرات آیرودینامیکی پیچیده‌ای همچون واماندگی تأخیری، نیروی چرخشی و اثر جرم افزوده است.

در شرایطی که فناوری رباتیک بال‌زن به سرعت در حال رشد است و کاربردهای متنوعی در حوزه‌های دیده‌بانی، پایش محیطی، عملیات نجات و زیست‌شناسی دارد، سؤالات مهمی در خصوص پایداری و قابلیت کنترل چنین سیستم‌هایی مطرح می‌شود. این که آیا می‌توان یک پرنده بال‌زن رباتیک را به گونه‌ای طراحی کرد که در شرایط مختلف پروازی پایدار بماند؟ و آیا می‌توان آن را به دقت بر مسیر دلخواه هدایت کرد؟ پاسخ به این پرسش‌ها مستلزم توسعه‌ی یک مدل دینامیکی دقیق و قابل اطمینان، شبیه‌سازی عددی واقع‌گرایانه، و در مراحل بعدی، طراحی و پیاده‌سازی کنترل‌کننده‌های مناسب خواهد بود. بدیهی است که علی‌رغم جذابیت عملکردی سنجاقک، ساخت، تحلیل و کنترل آن نسبت به سایر پرنده‌ها از پیچیدگی بیشتری برخوردار است و همین موضوع، اهمیت مدل‌سازی دقیق و چندلایه را دوچندان می‌سازد.

مطالعات پیشین در حوزه مدل‌سازی و به‌ویژه طراحی و تحلیل شبه‌سنجاقک‌های رباتیک، عمدتاً بر پایه پژوهش‌های تجربی و بررسی فیزیکی سازوکارهای حرکتی و پدیده‌های آیرودینامیکی حاکم بر پرواز این حشرات متمرکز بوده‌اند. این مطالعات تلاش کرده‌اند تا با بهره‌گیری از آزمایش‌های دقیق و مدل‌های فیزیکی، درک عمیق‌تری از ویژگی‌های منحصر به فرد پروازی آن‌ها ارائه دهند؛ ویژگی‌هایی نظیر مانورپذیری بالا، توانایی پرواز شناور و پایداری در برابر اغتشاشات محیطی. با توجه به اهمیت بالای این موضوعات در حوزه پرنده‌های میکرو و الهام‌گرفته از طبیعت، هدف اصلی این پژوهش، ارائه یک مدل‌سازی دینامیکی کامل به منظور تحلیل دقیق رفتار پروازی این حشرات، با تمرکز بر سنجاقک و استفاده از شبه‌سازی‌های عددی مبتنی بر اصول دینامیک و آیرودینامیک است.

از ساخت اولین وسایل پرنده حدود یک قرن می‌گذرد. پرنده‌های اولیه‌ای که به دست انسان ساخته شدند دارای بال‌هایی ثابت بوده و کم‌کم با گذشت زمان، پرنده‌هایی با بال چرخان مانند بال‌گردها و ریزپرنده‌ها به دلیل مزایایی مانند پرواز شناور^۱ مورد توجه قرار گرفتند. جوان‌ترین عضو این خانواده، بال‌زن‌ها هستند که دارای مزایای هردو گونه‌ی قبل می‌باشند. این پرنده‌ها ویژگی‌هایی مثل مانورپذیری بالا، پرواز شناور، مصرف انرژی پایین، پایداری در برابر اغتشاشات و غیره را به صورت هم‌زمان دارا می‌باشند.



شکل ۱: تصویری شماتیک از حشره‌ی سنجاقک

Figure ۱: Schematic image of a dragonfly

در میان پرندگان و حشرات بال‌زن، سنجاقک‌ها (شکل ۱) به دلیل ویژگی‌های منحصر به فرد پروازی خود توجه ویژه‌ای را به خود جلب کرده‌اند. این حشرات قادرند با مهارت بالا در تمامی جهات پرواز کنند، در فضا معلق بمانند (پرواز شناور)، و مانورهای پیچیده‌ای نظیر چرخش آنی، تغییر ناگهانی جهت و پرواز معکوس را به خوبی اجرا نمایند. بخش عمده‌ای از این قابلیت‌ها ناشی از وجود چهار بال مستقل در ساختار آن‌هاست که می‌توانند در جهات مختلف حرکت کنند و شرایط آیرودینامیکی متغیر و کنترل‌پذیری را ایجاد نمایند.

با وجود این مزایا، همین ساختار پیچیده، مدل‌سازی این نوع پرندگان را به یکی از چالش‌برانگیزترین حوزه‌ها در طراحی سیستم‌های پروازی تبدیل کرده است. سنجاقک‌ها برخلاف بسیاری از پرندگان متعارف، دارای دینامیکی چندجسمی، نوسانی و شدیداً غیرخطی هستند که

^۱ Hover

در این راستا، مطالعات صورت گرفته در زمینه مدل سازی آیرودینامیک پرواز بال زن را می توان بر اساس نوع مدل سازی به سه دسته کلی تقسیم کرد: مدل های پایا، شبه پایا و ناپایا [۱]. مدل های پایا عمدتاً برای شرایط پروازی ساده و سرعت های بالا مناسباند و از دقت کافی در شرایط ناپایدار برخوردار نیستند. مدل های شبه پایا، با در نظر گرفتن بخشی از اثرات دینامیکی و وابستگی زمانی محدود، دقت بالاتری داشته و کاربرد گسترده تری در شبیه سازی بال زن ها دارند. در مقابل، مدل های ناپایا تلاش می کنند تا تمامی پدیده های آیرودینامیکی وابسته به زمان، از جمله واملندگی با تأخیر، نیروی چرخشی، جرم افزوده و اثر جذب جریان را در نظر بگیرند و بنابراین برای بازسازی دقیق رفتار بال زن های طبیعی مانند سنجاقک مناسب ترند. یکی از نخستین پژوهش ها در این زمینه، مطالعه ی آزرورن در سال ۱۹۵۱ بود که در آن نیروهای برآ، پیش ران و توان مصرفی در پرواز بال زن ها به صورت تحلیلی بررسی شد. نتایج نشان داد که قوانین حاکم بر پرواز بال زن ها با پرواز هواپیماهای بال ثابت تفاوت های اساسی دارند. [۲]. از آن زمان تاکنون، تحقیقات گسترده ای به مدل سازی و آزمایش های تجربی در این حوزه اختصاص یافته است که هدف اصلی آن ها، استخراج نیروهای آیرودینامیکی ناشی از بال زدن بوده است.

در این راستا، مطالعات متعددی انجام شده است: از جمله ارائه ی مدل هایی برای توصیف نیروهای آیرودینامیکی در پروازهایی با دامنه ی بال زنی بالا [۳]، استفاده از مدل شبه پایا برای تخمین نیروهای آیرودینامیکی حین بال زدن [۴]، شبیه سازی جریان هوا حول بال های انعطاف پذیر با نوک های خمیده و مستطیلی جهت محاسبه ی نیروهای آیرودینامیکی [۵]، استفاده از یک شبکه ی عصبی فازی-عملکردی هیبرید برای یادگیری و پیش بینی نیروهای آیرودینامیکی پرنده ی بال زن بر اساس داده های پرواز [۶]، همچنین، پژوهش هایی مانند مدل سازی و خطی سازی مود طولی برای بال زن شبه سنجاقک با دم صلب فعال [۷]، تحلیل سینماتیکی سازوکار بال زن با بال های دوتکه براساس آیرودینامیک غیرخطی شبه پایا [۸]، بررسی تأثیر شکل بال و سینماتیک بال زنی بر نیروهای آیرودینامیکی و ساختار گردلبه ها با اعمال شکل بال های زنبور، پروانه ی شب پره ای و مرغ مگس در پرواز شناور [۹] و نیز ساخت

مدل فیزیکی یک پرنده ی بال زن برای بررسی تجربی و مقایسه با نتایج تحلیلی در تونل باد [۱۰] نیز در همین راستا انجام شده اند. این تنوع مطالعات نشان دهنده ی پیچیدگی آیرودینامیک بال زن ها و تلاش های گسترده برای فهم و مدل سازی دقیق آن ها است.

در کنار مطالعاتی که بر مدل سازی نیروهای آیرودینامیکی متمرکز بوده اند، دسته ی دیگری از پژوهش ها به بررسی ویژگی های سازه ای مؤثر در پرواز پرنده های بال زن پرداخته اند. این مطالعات تلاش کرده اند عواملی همچون سفتی بال، شکل های مودال و سایر ویژگی های مکانیکی سازه را شناسایی کرده و یا رابطه ای میان این ویژگی ها و بارگذاری آیرودینامیکی بر روی بال ها برقرار سازند. در این زمینه، نتایج متنوعی به دست آمده که هر یک به جنبه ای از تعامل سازه و آیرودینامیک در پرواز این پرنده ها اشاره دارند.

از جمله ی این مطالعات می توان به بررسی هم زمان تأثیر شکل هندسی و انعطاف پذیری بال بر عملکرد آیرودینامیکی در پرواز شناور [۱۱]، تحلیل برهم کنش سیال-سازه در بال زن انعطاف پذیر با در نظر گرفتن اثر نیروهای اینرسی [۱۲] و طراحی یک شبکه ی عصبی مبتنی بر تصویر جهت تحلیل و پیش بینی ارتعاشات بال های انعطاف پذیر [۱۳] اشاره کرد. همچنین توسعه ی یک مدل شبه پایای پیشرفته برای محاسبه ی هم زمان نیروهای آیرودینامیکی و تغییر شکل های بال با لحاظ کردن پارامترهایی نظیر شکل بال، فرکانس ضربه و خواص ماده [۱۴] و نیز تحلیل ارتعاشات و تأثیر ویژگی های ارتعاشی مانند فرکانس و دامنه بر پایداری سامانه های بال زنی با استفاده از شبیه سازی عددی [۱۵] از دیگر نتایج مهم در این حوزه به شمار می روند. این دسته از پژوهش ها نقش کلیدی در درک بهتر اندرکنش سازه و آیرودینامیک و طراحی دقیق تر پرنده های بال زن داشته اند.

در نهایت، هم زمان با پیشرفت در مدل سازی و شناخت دینامیک پرواز پرنده های بال زن، بخشی از پژوهش ها به بررسی مسئله ی پایداری و کنترل این سامانه ها در فازهای مختلف پروازی مانند شناوری، حرکت رو به جلو، و مانورهای پیچیده اختصاص یافت. در این حوزه، رویکردهای متنوعی از کنترل های خطی تا غیرخطی به کار گرفته شده است. از جمله تلاش ها می توان به تنظیم پارامترهای بال زنی نظیر فرکانس، دامنه و زاویه ی حمله با استفاده از الگوریتم های پیشرفته مانند کنترل بهینه، کنترل فازی، و

روش‌های مبتنی بر یادگیری عمیق با تحلیل داده‌های حسگرها و وضعیت پرواز اشاره کرد [۱۶]. همچنین، کنترل ارتفاع به‌صورت آبشاری برای ربات‌های بال‌زن با ساختار دوتکه و مدل آیرودینامیکی شبه‌پایا [۱۷] و تأمین ثبات و مانورپذیری برای ربات‌هایی با ساختار مشبک پروانه با کمک تنظیم خودکار پارامترهای پروازی بر پایه‌ی حسگرهای وضعیت و الگوریتم‌های فازی [۱۸] از دیگر نتایج قابل توجه هستند.

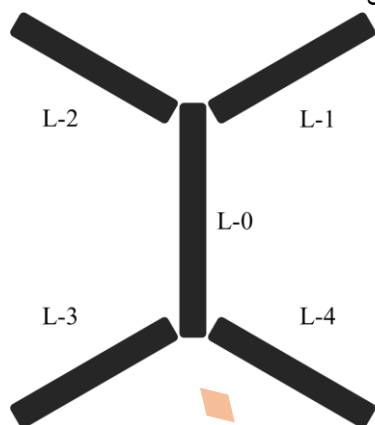
افزون بر این، استفاده از کنترل تطبیقی برای حفظ زاویه‌ی پیچ و ارتفاع در حضور اغتشاش [۱۹]، بهره‌گیری از یادگیری تقویتی به‌منظور طراحی سیستم‌های کنترل مبتنی بر کرنش بال جهت تنظیم فرکانس و دامنه‌ی بال‌زنی [۲۰] و توسعه‌ی سامانه‌های کنترلی بازیابی پرواز در شرایط بحرانی برای حفظ ثبات پرواز میکروپرنده‌های بال‌زن [۲۱] نیز به‌طور گسترده مورد بررسی قرار گرفته‌اند. مسیریابی به کمک کنترل تطبیقی [۲۲]، کنترل وضعیت و ارتفاع با بهره‌گیری از استراتژی‌های فازی [۲۳] و تحلیل رفتار کنترلی حشرات در شرایط پرواز سریع برای درک بهتر سازوکارهای ثبات و مانورپذیری طبیعی [۲۴] نیز نمونه‌هایی از این تلاش‌ها هستند.

مطالعات پیشین نشان می‌دهند که حوزه‌ی پایداری و کنترل، بخش مکمل و حیاتی در توسعه‌ی پرنده‌های بال‌زن هوشمند و الهام‌گرفته از طبیعت محسوب می‌شود. به‌منظور طراحی مؤثر سیستم‌های کنترلی و پیش‌بینی دقیق عملکرد پرنده، دستیابی به یک مدل دینامیکی دقیق و جامع از اهمیت بالایی برخوردار است. مدل دینامیکی، رفتار یک سیستم را در طول زمان توصیف می‌کند؛ به‌گونه‌ای که با در اختیار داشتن این مدل می‌توان پاسخ سیستم را در برابر ورودی‌های مختلف پیش‌بینی کرده و یا ورودی‌هایی را تعیین نمود که منجر به رفتار مطلوب سیستم شود. از همین‌رو، پیش‌نیاز مدل‌سازی دقیق، تعیین مجموعه‌ای از فرضیات پایه است که چارچوب تحلیل را مشخص می‌سازد. در ادامه، این فرضیات که مبنای توسعه مدل دینامیکی در این پژوهش هستند، تشریح می‌گردند:

- از در نظر گرفتن سر و دم پرنده به‌صورت مجزا، به دلیل عدم تاثیر چشم‌گیر در دینامیک پرنده صرف‌نظر می‌شود.

- به دلیل سادگی معادلات از الاستیسته صرف‌نظر شده و بال‌ها و بدنه به صورت صلب در نظر گرفته می‌شوند.
- در این پژوهش از آیرودینامیک بدنه چشم‌پوشی می‌شود.
- جرم و ممان اینرسی اجزا، ثابت فرض می‌شود.
- توزیع جرم بدنه و بال‌ها یکنواخت فرض شده و همچنین بال‌ها نیز مشابه فرض می‌شوند.

در این پژوهش برای مدل‌سازی، ابتدا پرنده را به صورت چندلینکی مدل کرده و سپس به دلیل اهمیت نیروها و گشتاورهای بین لینک‌ها از روش نیوتن به منظور استخراج معادلات حرکت استفاده می‌شود. شکل ۲ نمای بالای پرنده که به صورت چندلینکی مدل‌سازی شده است را نشان می‌دهد.



شکل ۲: مدل چندلینکی پرنده‌ی سنجاق
Figure ۲: Multi-link model of a dragonfly

در شکل ۲ لینک مرکزی (L-۰) نشان‌دهنده‌ی بدنه‌ی پرنده و چهار لینک کنار آن (L-۱, L-۲, L-۳, L-۴) نشان‌دهنده‌ی بال‌ها می‌باشند. لینک بدنه (L-۰)، در فضا دارای ۶ درجه‌ی آزادی (۳ درجه انتقالی و ۳ درجه دورانی) بوده و هر کدام از لینک‌های مربوط به بال‌ها (L-۱, L-۲, L-۳, L-۴) دارای ۳ درجه آزادی (دورانی) می‌باشند و در مجموع سیستم دارای ۱۸ درجه‌ی آزادی مستقل خواهد بود. به بیان دیگر می‌توانی حالت لینک بدنه را با ۳ مختصه‌ی موقعیت (x, y, z) و ۳ مختصه‌ی وضعیت یا همان زوایای اوایلر (ϕ, θ, ψ) توصیف کرده و همچنین وضعیت هر کدام از لینک‌های مربوط به بال‌ها را نیز با ۳ مختصه‌ی وضعیت نسبت به لینک بدنه ($\phi_i, \theta_i, \psi_i, i = 1:4$)، بیان کرد.

۱.۲. معادلات حرکت بدنه‌ی پرنده

قانون دوم نیوتن برای بدنه ($L-0$) به صورت زیر می‌باشد [۲۵]:

$$D^I p_{L0}^I = f_{L0} \quad (۱)$$

این معادله بیان می‌دارد که نرخ تغییرات زمانی اندازه‌ی حرکت خطی (p) مرکز جرم لینک بدنه ($L-0$)، نسبت به قاب اینرسی I ، برابر با مجموع نیروهای (f) وارد بر این جسم می‌باشد (عملگر D^I بیانگر مشتق زمانی دورانی نسبت به قاب اینرسی است). همچنین اندازه حرکت خطی با حاصل ضرب جرم جسم (m) در سرعت (v) آن برابر است. پس می‌توان نوشت:

$$D^I p_{L0}^I = D^I (m_{L0} D^I s_{L0I}^I) = m_{L0} D^I D^I s_{L0I}^I + D^I m_{L0} D^I s_{L0I}^I \quad (۲)$$

که در این رابطه s بیانگر بردار مکان مرکز جرم لینک می‌باشد. عبارت دوم در سمت راست تساوی دارای مشتق نسبت به جرم بوده ($D^I m_{L0}$) و با توجه به این که جرم لینک‌ها بدون تغییرات فرض شد، این عبارت برابر صفر بوده و رابطه (۲) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$m^{L0} D^I D^I s_{L0I}^I = f_{L0} \quad (۳)$$

تغییرات موقعیت مرکز جرم نسبت به قاب اینرسی به معنای سرعت مرکز جرم نسبت به قاب اینرسی می‌باشد، همچنین تغییرات سرعت مرکز جرم نیز نسبت به اینرسی برابر با شتاب (a) خواهد بود یعنی:

$$D^I s_{L0I}^I = v_{L0}^I \quad (۴)$$

$$D^I v_{L0}^I = a_{L0}^I$$

با قرار دادن رابطه‌ی (۴) در رابطه‌ی (۳) خواهیم داشت:

$$m^{L0} a_{L0}^I = f_{L0} \quad (۵)$$

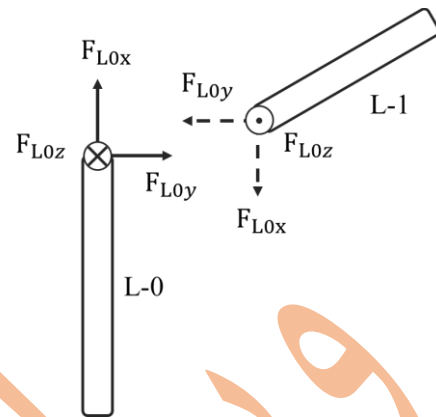
که بیان می‌دارد حاصل ضرب جرم بدنه در شتاب اینرسی مرکز جرم بدنه، برابر با برآیند نیروهای وارد بر آن می‌باشد. تا اینجا قانون دوم نیوتن به شکل نامتغیر تنسوری برای لینک بدنه ارائه شد، اکنون می‌توان این قانون را در هر دستگاه دلخواهی بیان کرد. این قانون در دستگاه بدنی خود لینک بدنه ($L-0$) به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$m^{L0} [D^I v_{L0}^I]^{L0} = [f_{L0}]^{L0} \quad (۶)$$

همان‌طور که بیان شد، در روابط بالا D مشتق زمانی دورانی بوده، برای انتقال این مشتق از قاب اینرسی به قاب بدنی از رابطه‌ی انتقال اویلر استفاده می‌شود. این قانون برای دو قاب اختیاری A و B و هر بردار دلخواه x به صورت زیر می‌باشد:

$$D^A x = D^B x + \Omega^{BA} x \quad (۷)$$

که در آن:



شکل ۳: نیروهای بین دو لینک $L-0$ و $L-1$

Figure ۳: Forces between links $L-0$ and $L-1$

در شکل ۳ نیروهای بین دو لینک بدنه و بال اول شامل نیروهای اعمالی از طرف بدنه و واکنش این نیروها نشان داده شده است. تصویر گشتاورهای بین این دو لینک نیز مشابه با شکل ۳ (نیروها) می‌باشد. در این پژوهش، ابتدا با در نظر گرفتن ساختار چندجسمی پرنده، مدل دینامیکی حرکت برای بدنه و چهار بال صلب با استفاده از روش نیوتن-اویلر استخراج می‌شود. سپس با بهره‌گیری از مدل آیرودینامیکی شبه‌پایا، نیروها و گشتاورهای مؤثر بر سیستم، شامل پدیده‌هایی نظیر واماندگی به تاخیر افتاده، برای چرخشی و جرم افزوده، به معادلات حرکت اضافه می‌گردند. در ادامه، با استفاده از معادلات به دست آمده، حرکت پرنده شبیه‌سازی شده و ضرایب و نیروهای آیرودینامیکی مورد اعتبارسنجی قرار می‌گیرند. همچنین، به دلیل اهمیت فاز پرواز شناور، رفتار پرنده در این حالت به صورت ویژه بررسی می‌شود. انتظار می‌رود این مدل‌سازی دقیق، بستری مناسب برای طراحی کنترل‌کننده، تحلیل عملکرد، و توسعه‌ی پرنده‌های بال‌زن الهام گرفته از طبیعت فراهم سازد.

۲. مدل‌سازی دینامیکی

معادلات حرکت رفتار یک سیستم را بر حسب زمان بیان می‌کنند. پس با داشتن این معادلات برای یک سیستم، می‌توان پاسخ سیستم را در زمان دلخواه محاسبه کرد. برای به دست آوردن معادلات سیستم با روش نیوتن، قانون دوم نیوتن و قانون اویلر برای هر کدام از اجزا نوشته می‌شوند.

نیروهای بین‌لینکی که از طرف بال‌ها به بدنه وارد می‌شوند عبارت‌اند از:

$$\begin{bmatrix} F_{L0x} \\ F_{L0y} \\ F_{L0z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{L0x1} + F_{L0x2} + F_{L0x3} + F_{L0x4} \\ F_{L0y1} + F_{L0y2} + F_{L0y3} + F_{L0y4} \\ F_{L0z1} + F_{L0z2} + F_{L0z3} + F_{L0z4} \end{bmatrix} \quad (14)$$

با توجه به معادله‌ی (۱۴) نیروهای بین‌لینکی که به لینک بدنه وارد می‌شوند از طرف هر لینک بال ۳ مولفه‌ی نیرو می‌باشد و در مجموع ۱۲ مولفه‌ی نیروی مجهول در معادله‌ی (۱۲) وجود خواهد داشت.

در ادامه قانون اوایلر برای لینک بدنه بیان می‌شود؛ این قانون بیان می‌کند که نرخ تغییرات زمانی اندازه حرکت زاویه‌ای (I) مرکز جرم لینک بدنی، نسبت به قاب اینرسی، برابر است با مجموع گشتاورهای اعمال شده (M) به این لینک حول مرکز جرم آن [۲۵]، یا به صورت ریاضی:

$$D^I I_{L0I}^I = M_{L0I} \quad (15)$$

از طرفی اندازه حرکت زاویه‌ای برابر با حاصل ضرب ممان اینرسی (I) در سرعت زاویه‌ای (ω) می‌باشد:

$$I_{L0I}^I = I_{L0}^{L0} \omega^{L0I} \quad (16)$$

حال با جای‌گذاری رابطه‌ی (۱۶) در رابطه‌ی (۱۵) خواهیم داشت:

$$D^I (I_{L0}^{L0} \omega^{L0I}) = M_{L0} \quad (17)$$

با کمک قانون انتقال اوایلر یا همان رابطه‌ی (۷) می‌توان مشتق دورانی نسبت به قاب اینرسی را به قاب بدنی انتقال داد:

$$D^{L0} (I_{L0}^{L0} \omega^{L0I}) + \omega^{L0I} (I_{L0}^{L0} \omega^{L0I}) = M_{L0} \quad (18)$$

رابطه‌ی (۱۸) به شکل نامتغیر تنسوری بوده و می‌توان این رابطه را در دستگاه دلخواه بیان کرد. بیان این رابطه در دستگاه بدنی برابر خواهد بود با:

$$D^{B0} \left([I_{B0}^{B0}]^{B0} [\omega^{B0I}]^{B0} \right) + [\Omega^{B0I}]^{B0} [I_{B0}^{B0}]^{B0} [\omega^{B0I}]^{B0} = [M_{B0}]^{B0} \quad (19)$$

با توجه به خارج شدن ماتریس ممان اینرسی $([I_{B0}^{B0}]^{B0})$ از درون عبارت مشتق به دلیل ثابت بودن این ماتریس در دستگاه بدنی، و همچنین بیان مشتق زمانی دورانی (D) در دستگاه مربوط به خودش هم‌چنین بیان مشتق به مشتق زمانی عادی تبدیل شده و در نتیجه:

$$[I_{L0}^{L0}]^{L0} \left[\frac{d\omega^{L0I}}{dt} \right]^{L0} + [\Omega^{L0I}]^{L0} [I_{L0}^{L0}]^{L0} [\omega^{L0I}]^{L0} = [M_{L0}]^{L0} \quad (20)$$

$$\Omega^{BA} = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

ماتریس سرعت زاویه‌ای بین دو قاب A و B می‌باشد. حال با کمک رابطه (۷)، رابطه‌ی (۶) به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$m^{L0} [D^{L0} v_{L0}^I]^{L0} + m^{L0} [\Omega^{L0I}]^{L0} [v_{L0}^I]^{L0} = [f_{L0}]^{L0} \quad (9)$$

مشتق موجود در این رابطه $([D^{L0} v_{L0}^I]^{L0})$ به مشتق عادی تبدیل می‌شود و داریم:

$$m^{L0} \left[\frac{dv_{L0}^I}{dt} \right]^{L0} + m^{L0} [\Omega^{L0I}]^{L0} [v_{L0}^I]^{L0} = [f_{L0}]^{L0} \quad (10)$$

نیروهای وارد بر لینک بدنه $([f_{L0}]^{L0})$ سه دسته‌ی جاذبه $(m_{L0}g)$ ، آیرودینامیک (F_A) و نیروهای بین‌لینک‌ها (F_{L0}) در نظر گرفته می‌شوند.

$$[f_{L0}]^{L0} = \begin{bmatrix} (m_{L0}g)_x + F_{L0x} + F_{A0x} \\ (m_{L0}g)_y + F_{L0y} + F_{A0y} \\ (m_{L0}g)_z + F_{L0z} + F_{A0z} \end{bmatrix} \quad (11)$$

با قرار دادن رابطه‌ی (۱۱) در معادله‌ی (۱۰)، قانون دوم نیوتن برای لینک بدنه به ۳ معادله‌ی زیر منتهی می‌شود:

$$\begin{aligned} u_{L0}^g + (q_{L0} w_{L0} - r_{L0} v_{L0}) &= ((m_{L0}g)_x + F_{L0x} + F_{A0x}) / m_{L0} \\ v_{L0}^g + (r_{L0} u_{L0} - p_{L0} w_{L0}) &= ((m_{L0}g)_y + F_{L0y} + F_{A0y}) / m_{L0} \\ w_{L0}^g + (p_{L0} v_{L0} - q_{L0} u_{L0}) &= ((m_{L0}g)_z + F_{L0z} + F_{A0z}) / m_{L0} \end{aligned} \quad (12)$$

این سه معادله‌ی دیفرانسیل مرتبه‌ی یک، نتیجه‌ی قانون دوم نیوتن برای لینک بدنه می‌باشند که در آن سرعت‌های زاویه‌ای (p, q, r) و خطی (u, v, w) در دستگاه بدنی مشاهده می‌شوند. طرف چپ تساوی این معادلات در دستگاه بدنی بیان شده و با توجه به این که بردار جاذبه در راستای محور سوم دستگاه اینرسی می‌باشد می‌توان با ضرب ماتریس تبدیل بین دو دستگاه بدنی و اینرسی $([T]^{L0I})$ در این بردار، آن را نیز در دستگاه بدنی بیان کرد.

$$[T]^{L0I} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g \sin \theta_{L0} \\ g \cos \theta_{L0} \sin \varphi_{L0} \\ g \cos \theta_{L0} \cos \varphi_{L0} \end{bmatrix} \quad (13)$$

در معادلات (۱۲) با توجه فرضیات در نظر گرفته شده، از سهم نیروی آیرودینامیک ایجاد شده توسط بدنه چشم‌پوشی می‌شود و در نهایت

ماتریس ممان اینرسی در رابطه‌ی (۲۰) برابر است با:

$$[I_{L0}^{L0}] = \begin{bmatrix} I_{xxL0} & 0 & -I_{xzL0} \\ 0 & I_{yyL0} & 0 \\ -I_{xzL0} & 0 & I_{zzL0} \end{bmatrix} \quad (21)$$

و همچنین گشتاورهای وارد بر بدنه در سمت راست رابطه‌ی (۲۰) نیز به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$[M_{L0}]^{L0} = \begin{bmatrix} M_{L0x} \\ M_{L0y} \\ M_{L0z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{L0x} + M_{A0x} \\ M_{L0y} + M_{A0y} \\ M_{L0z} + M_{A0z} \end{bmatrix} \quad (22)$$

همان‌طور که گفته شد، تاثیر آیرودینامیک بر بدنه ناچیز فرض شده و بنابراین گشتاورهای آیرودینامیک برابر صفر خواهند بود. در نتیجه رابطه‌ی (۲۰) به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} I_{xxL0} p_{L0}^g &= I_{xzL0} r_{L0}^g + I_{xzL0} p_{L0} q_{L0} + (I_{yyL0} - I_{zzL0}) r_{L0} q_{L0} + M_{L0x} \\ I_{yyL0} q_{L0}^g &= (I_{zzL0} - I_{xxL0}) p_{L0} r_{L0} + I_{xzL0} (r_{L0}^2 - p_{L0}^2) + M_{L0y} \\ I_{zzL0} r_{L0}^g &= I_{xzL0} p_{L0} - I_{xzL0} q_{L0} r_{L0} + (I_{xxL0} - I_{yyL0}) q_{L0} r_{L0} + M_{L0z} \end{aligned} \quad (23)$$

گشتاورهای بین‌لینکی نیز همانند نیروهای بین‌لینکی به صورت زیر می‌باشند:

$$[M_{L0x}]^{L0} = \begin{bmatrix} M_{L0x1} + M_{L0x2} + M_{L0x3} + M_{L0x4} \\ M_{L0y1} + M_{L0y2} + M_{L0y3} + M_{L0y4} \\ M_{L0z1} + M_{L0z2} + M_{L0z3} + M_{L0z4} \end{bmatrix} \quad (24)$$

تا این‌جا شش معادله (۳ معادله نیوتن و ۳ معادله اویلر) برای لینک بدنه بیان شد، به منظور مرتبط کردن سرعت‌های زاویه‌ای در دستگاه بدنی با زوایای اویلر، از معادلات زاویه‌ی اویلر به صورت زیر استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} \varphi_{L0}^g &= p_{L0} + q_{L0} \sin \varphi_{L0} \tan \theta_{L0} + r_{L0} \cos \varphi_{L0} \tan \theta_{L0} \\ \dot{\theta}_{L0}^g &= q_{L0} \cos \varphi_{L0} - r_{L0} \sin \varphi_{L0} \end{aligned} \quad (25)$$

با اضافه کردن سه معادله‌ی دیفرانسیل دیگر نیز به صورت زیر می‌توان موقعیت لینک را در دستگاه اینرسی بیان کرد:

$$\begin{bmatrix} x_{L0}^g \\ y_{L0}^g \\ z_{L0}^g \end{bmatrix} = [T]^{ILO} \begin{bmatrix} u_{L0} \\ v_{L0} \\ w_{L0} \end{bmatrix} = [\bar{T}]^{LOI} \begin{bmatrix} u_{L0} \\ v_{L0} \\ w_{L0} \end{bmatrix} \quad (26)$$

در رابطه‌ی (۲۶)، ماتریس تبدیل بین دستگاه اینرسی و دستگاه بدنه $([T]^{LOI})$ برابر است با:

$$[T]^{LOI} = [T(\varphi_{L0})]^{LOY1} [T(\theta_{L0})]^{Y1X1} [T(\psi_{L0})]^{X1I} \quad (27)$$

که در آن:

$$[T(\psi_{L0})]^{X1I} = \begin{bmatrix} \cos \psi_{L0} & \sin \psi_{L0} & 0 \\ -\sin \psi_{L0} & \cos \psi_{L0} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

و همچنین:

$$[T(\theta_{L0})]^{Y1X1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{L0} & 0 & -\sin \theta_{L0} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_{L0} & 0 & \cos \theta_{L0} \end{bmatrix} \quad (29)$$

و نیز:

$$[T(\varphi_{L0})]^{LOY1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi_{L0} & \sin \varphi_{L0} \\ 0 & -\sin \varphi_{L0} & \cos \varphi_{L0} \end{bmatrix} \quad (30)$$

تا این‌جا برای لینک بدنه ۱۲ معادله‌ی دیفرانسیل مرتبه اول غیرخطی به دست آمد که ۹ معادله‌ی اول درگیر^۲ بوده و نیاز است هم‌زمان حل شوند. در ادامه به استخراج معادلات حاکم بر بال‌ها پرداخته می‌شود.

۲.۲. معادلات حرکت بال‌های پرنده

برای به دست آوردن معادلات حرکت بال‌ها، فرآیندی مشابه با آنچه در قسمت بدنه گفته شد طی می‌شود. رابطه‌ی (۳) که بیان می‌دارد مشتق دوم بردار مکان در قاب اینرسی با نیروهای وارد بر جسم برابر است برای بال اول به صورت زیر می‌باشد:

$$m^{LI} D^I D^I s_{LII} = f_{LI} \quad (31)$$

بردار مکان (s) مرکز جرم بال اول به کمک بردار مکان بدنه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$s_{LII} = s_{LII0} + s_{LOI} \quad (32)$$

پس قانون دوم نیوتن به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

^۲ Coupled

اکنون برای سمت چپ تساوی این رابطه، فرآیندی مشابه با لینک بدنه طی می شود که به دلیل طولانی شدن از ذکر این روابط خودداری می شود. سمت راست رابطه ی (۳۸) برابر است با:

$$[M_{Li}]^{Li} = \begin{bmatrix} M_{Lix} + M_{Aix} \\ M_{Liy} + M_{Aiy} \\ M_{Liz} + M_{Aiz} \end{bmatrix} \quad (39)$$

در رابطه ی (۳۹) دو دسته گشتاور بین لینکی و آیرودینامیکی وجود دارد؛ به گشتاورهای آیرودینامیکی در قسمت های بعد پرداخته می شود و اما گشتاورهای بین لینکی را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\begin{bmatrix} M_{Lix} \\ M_{Liy} \\ M_{Liz} \end{bmatrix} = [T]^{LiL0} \begin{bmatrix} -M_{Lix} \\ -M_{Liy} \\ -M_{Liz} \end{bmatrix} \quad (40)$$

رابطه ی (۴۰) نیز مشابه رابطه ی (۳۵)، بیان قانون سوم نیوتن بین بال و بدنه می باشد.

مانند لینک بدنه، برای مرتبط کردن سرعت های زاویه ای در دستگاه بدنی بال با زوایای اوپلر، از معادلات زاویه ی اوپلر (مشابه رابطه ی (۲۵)) استفاده می شود؛ این معادلات عبارت اند از:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_{Li}^g &= p_{Li} + q_{Li} \sin \varphi_{Li} \tan \theta_{Li} + r_{Li} \cos \varphi_{Li} \tan \theta_{Li} \\ \dot{\theta}_{Li}^g &= q_{Li} \cos \varphi_{Li} - r_{Li} \sin \varphi_{Li} \end{aligned} \quad (41)$$

در رابطه ی (۴۱)، زوایای اوپلر بین دو قاب بدنه و قاب بال تعریف می شوند. همچنین با افزودن ۳ معادله ی دیگر می توان موقعیت بال را در دستگاه اینرسی بیان کرد:

$$\begin{bmatrix} x_{Li}^g \\ y_{Li}^g \\ z_{Li}^g \end{bmatrix} = [T]^{LiL1} \begin{bmatrix} u_{Li} \\ v_{Li} \\ w_{Li} \end{bmatrix} = [T]^{LiL0} + [T]^{L0L1} \begin{bmatrix} u_{Li} \\ v_{Li} \\ w_{Li} \end{bmatrix} \quad (42)$$

تا این جا نیز برای بال اول پرنده ۱۲ معادله به دست آمد و همچنین برای هر کدام از دیگر بال ها نیز با روند مشابه ۱۲ معادله به دست می آید.

۲.۳. تحلیل معادلات حرکت

$$m^{Li} D^L D^L s_{LiL0} + m^{Li} D^L D^L s_{L0L} = f_{Li} \quad (33)$$

در ادامه می بایست فرآیندی مشابه با بدنه را برای سمت چپ تساوی رابطه ی (۳۳) طی کرد که به دلیل طولانی شدن روابط از نوشتن آن صرف نظر می شود. سمت راست رابطه ی (۳۳) برابر است با:

$$[f_{Li}]^{Li} = \begin{bmatrix} (m_{Li} g)_x + F_{Lix} + F_{Aix} \\ (m_{Li} g)_y + F_{Liy} + F_{Aiy} \\ (m_{Li} g)_z + F_{Liz} + F_{Aiz} \end{bmatrix} \quad (34)$$

این نیروها نیز شامل سه دسته ی جاذبه، بین لینکی و آیرودینامیک می باشند. نیروهای آیرودینامیک در قسمت های بعد بررسی شده، نیروهای جاذبه نیز همانند لینک بدنه می باشد و اما نیروهای بین لینکی برابر خواهند بود با:

$$\begin{bmatrix} F_{Lix} \\ F_{Liy} \\ F_{Liz} \end{bmatrix} = [T]^{LiL0} \begin{bmatrix} -F_{Lix} \\ -F_{Liy} \\ -F_{Liz} \end{bmatrix} \quad (35)$$

رابطه ی (۳۵) طبق قانون سوم نیوتن بیان می دارد، نیرویی که از طرف بدنه به بال وارد شده، معکوس نیرویی است که از طرف بال به بدنه وارد می شود. از طرفی چون نیروهای هر کدام از اجزا (بال و بدنه) در دستگاه بدنی مرتبط با همان جز بیان می شود از ماتریس تبدیل برای انتقال به دستگاه دیگر استفاده می شود. به طور مثال در رابطه ی (۳۵)، سمت چپ رابطه نشان دهنده ی نیروهای اعمالی از طرف بال شماره ۱ به بدنه بوده که در دستگاه بال بیان شده و طرف راست رابطه نیز نیروهای اعمالی از طرف لینک بدنه به بال را نشان می دهد که به کمک ماتریس تبدیل، در دستگاه بال بیان شده اند. قانون اوپلر برای بال اول ($L-1$) را با توجه به رابطه ی (۱۷) می توان به صورت زیر نوشت:

$$D^L(I_{Li}^{Li} \omega^{Li}) = M_{Li} \quad (36)$$

با استفاده از قانون انتقال اوپلر که در رابطه ی (۷) بیان شد، می توان مشتق دورانی در قاب اینرسی را به قاب بدنی انتقال داد:

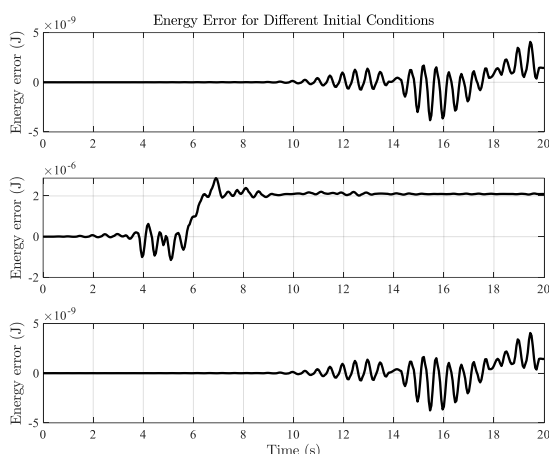
$$D^{Li}(I_{Li}^{Li} \omega^{Li}) + \Omega^{Li}(I_{Li}^{Li} \omega^{Li}) = M_{Li} \quad (37)$$

همچنین سرعت زاویه ای لینک بال در قاب اینرسی با جمع دو سرعت زاویه ای لینک بال نسبت به لینک بدنه و نیز لینک بدنه نسبت به اینرسی برابر می باشد:

$$\begin{aligned} \Omega^{Li} &= \Omega^{LiL0} + \Omega^{L0L} \\ \omega^{Li} &= \omega^{LiL0} + \omega^{L0L} \end{aligned} \quad (38)$$

۴.۲. صحت‌سنجی معادلات حرکت

در این بخش، دو مدل برای ارزیابی در نظر گرفته شده و معادلات حرکت برای دو مدل ساده و پیچیده (یعنی مدل کامل شامل اینرسی بال‌ها و مدل ساده‌شده که در آن از اینرسی بال‌ها صرف‌نظر شده است) صحت‌سنجی شده و رفتار دینامیکی آن‌ها با یکدیگر مقایسه گردیده است. نتایج این بررسی در شکل‌های ۴ تا ۷ و جدول ۱ ارائه شده‌اند. برای ارزیابی صحت معادلات حرکت در حالت بدون ورودی (یعنی بدون اثر گرانش و نیروهای آیرودینامیکی)، ابتدا و با استفاده از شرایط اولیه تصادفی، انرژی مکانیکی کل در هر سه راستا محاسبه شده است. نتایج این محاسبات در شکل ۴ مشاهده می‌شود.



شکل ۴: خطای انرژی مکانیکی در سه راستا

Figure 4: Mechanical energy error in three directions

همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، انرژی مکانیکی کل سامانه در شرایط بدون ورودی و برای چندین حالت اولیه تصادفی در طول زمان تقریباً ثابت باقی می‌ماند. در نمودار نخست، تغییرات ناچیز انرژی مکانیکی در سه راستای مختلف نشان می‌دهد که معادلات حرکت پیاده‌سازی‌شده، پایستگی انرژی را با دقت عددی بسیار خوبی حفظ کرده‌اند.

با توسعه معادلات حاکم بر سیستم در قسمت‌های قبل، برای هر کدام از اجزای پرنده ۱۲ معادله دیفرانسیل مرتبه‌ی اول به دست آمد که در مجموع ۶۰ معادله خواهند بود. این ۶۰ معادله معلومات مسئله بوده و مجهولات مسئله نیز به شرح زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned} x_{L0}, y_{L0}, z_{L0} \\ u_{L0}, v_{L0}, w_{L0} \end{aligned} \quad (43)$$

$$p_{L0}, q_{L0}, r_{L0}$$

$$\phi_{L0}, \theta_{L0}, \psi_{L0}$$

برای بال‌ها نیز ۳۶ مجهول به شرح زیر وجود دارد:

$$x_{Li}, y_{Li}, z_{Li}, p_{Li}, q_{Li}, r_{Li}, \phi_{Li}, \theta_{Li}, \psi_{Li} \quad (44)$$

$$i=1:4$$

هم‌چنین ۱۲ نیروی مجهول نیز در بین لینک‌ها وجود دارد:

$$F_{Lix}, F_{Liy}, F_{Liz}, i=1:4 \quad (45)$$

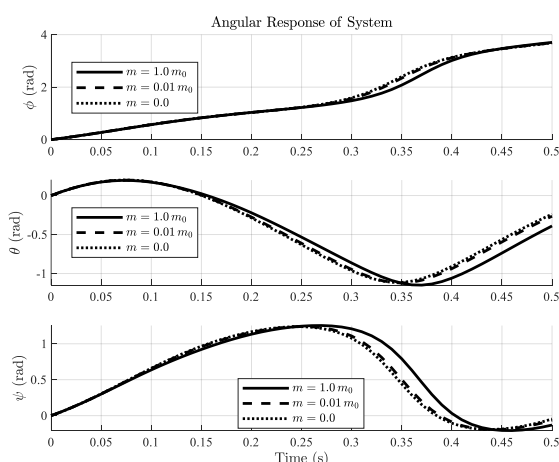
که در مجموع ۶۰ مجهول نیز وجود دارند که در کنار معادلات قابل حل خواهند بود (با فرض معلوم بودن بارگذاری آیرودینامیک که در قسمت بعد به آن پرداخته می‌شود). لازم به ذکر است که گشتاورهای بین لینک‌ها به عنوان ورودی سیستم در نظر گرفته می‌شوند.

در مدل حاضر، فرض ۱۸ درجه‌ی آزادی مستلزم وجود مکانیزم‌هایی است که هر بال بتواند به صورت مستقل سه حرکت زاویه‌ای انجام دهد. در عمل، پیاده‌سازی چنین سامانه‌ای نیازمند عملگرهایی است که بتوانند گشتاور و دامنه‌ی حرکتی لازم را در فرکانس بال‌زدن تأمین کنند. برای پرنده‌های بسیار کوچک با وزن کل حدود ۲۰ گرم، استفاده از عملگرهای مرسوم مانند سروو موتور یا موتورهای DC به دلیل وزن و حجم زیاد مناسب نیست؛ در این مقیاس، عملگرهای پیزوالکتریک یا مواد هوشمند گزینه‌ای بهینه‌تر هستند، زیرا با اعمال ولتاژی کوچک تغییر شکل مکانیکی ایجاد کرده و امکان حرکات زاویه‌ای بال را بدون نیاز به مکانیزم‌های حجیم فراهم می‌کنند. این عملگرها ضمن کاهش وزن و مصرف توان، قابلیت تولید فرکانس‌های بال‌زدن بالا را دارند و در طراحی میکروپرنده‌های الهام‌گرفته از حشرات، به‌ویژه در ابعاد زیر ۱۰ سانتی‌متر، مورد استفاده قرار می‌گیرند [۲۶، ۲۷]؛ از این رو می‌توان ۱۸ درجه‌ی آزادی مدل را به صورت واقع‌گرایانه و قابل‌ساخت با چنین عملگرهای سبک‌وزن پیاده‌سازی کرد.

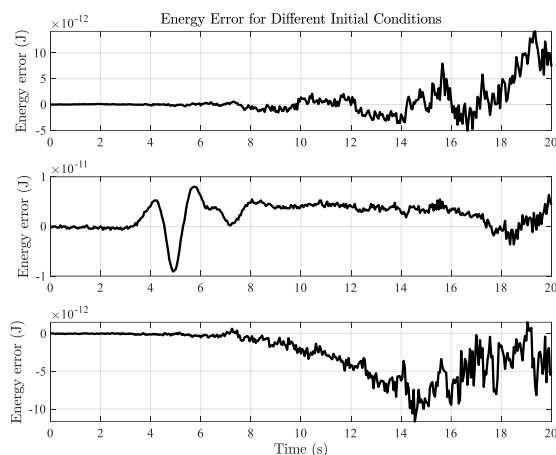
-1.39 $\times 10^{-13}$	p_y	-1.39 $\times 10^{-13}$	p_y
-2.78 $\times 10^{-13}$	p_z	-2.78 $\times 10^{-13}$	p_z
1.72 $\times 10^{-14}$	h_x	2.92 $\times 10^{-14}$	h_x
-1.66 $\times 10^{-13}$	h_y	-5.50 $\times 10^{-15}$	h_y
9.78 $\times 10^{-14}$	h_z	3.03 $\times 10^{-14}$	h_z

نتایج به دست آمده از جدول نشان می دهد که هر دو کمیت اندازه ی حرکت خطی و زاویه ای در سه راستای مختصاتی، در حد خطای عددی پایسته باقی می مانند. این موضوع بیانگر صحت بالای پیاده سازی معادلات حرکت و درستی روش حل عددی مورد استفاده است.

با توجه به این اطمینان از درستی مدل پایه، در گام بعدی به بررسی تأثیر بال ها بر دینامیک سامانه پرداخته می شود. از آن جا که در بسیاری از حشرات، جرم بال ها در مقایسه با جرم بدنه بسیار ناچیز است، می توان با دقت مناسبی جرم آن ها را نادیده گرفت و تنها اثر نیروها و گشتاورهای ناشی از حرکت بال ها را بر بدنه در نظر گرفت. در ادامه و در شکل ۶، نتایج شبیه سازی بدنه برای حالت های مختلف مشخصات بال (شامل تغییر در جرم مؤثر یا ابعاد بال ها) و با شرایط اولیه ی تصادفی ارائه شده است. این نتایج به خوبی نشان می دهند که تغییر ویژگی های بال، چگونه می تواند بر پاسخ دینامیکی و پایداری حرکتی بدنه تأثیر گذار باشد.



شکل ۶: رفتار دینامیکی بدنه در حضور بال با جرم های مختلف



شکل ۵: خطای انرژی مکانیکی در سه راستا
Figure ۵: Mechanical energy error in three directions

در ادامه، برای بررسی دقیق تر پایداری عددی حل، گام زمانی انتگرال گیری کاهش داده شده است. شکل ۵ نتایج حاصل از این آزمایش را نشان می دهد. مشاهده می شود که با کاهش گام زمانی، خطای عددی انرژی مکانیکی به میزان قابل توجهی کاهش می یابد. این کاهش چند مرتبه ای در میزان خطا بیانگر بهبود چشمگیر دقت عددی و تأیید صحت مدل دینامیکی و الگوریتم انتگرال گیری به کاررفته است. به طور کلی، مقایسه ی دو مجموعه نمودار نشان می دهد که مدل دینامیکی و حل گر عددی مورد استفاده، از پایداری و دقت کافی برخوردار بوده و پایستگی انرژی مکانیکی سامانه را در طول شبیه سازی به خوبی تضمین می کند.

در ادامه، به منظور ارزیابی صحت معادلات حرکت در حالت بدون ورودی (بدون اثر گرانش و نیروهای آیرودینامیکی)، پایستگی اندازه ی حرکت خطی ($p = mv$) و زاویه ای ($h = I\omega$) در دو حالت مختلف با شرایط اولیه ی تصادفی شامل سرعت های خطی و زاویه ای بررسی شده است. نتایج این بررسی در جدول ۱ ارائه شده اند. شایان ذکر است که واحد مقادیر درج شده در جدول، مطابق با یکاهای استاندارد هر کمیت است.

Table ۱: Linear and Angular Momentum Error

Second initial condition		First initial condition	
Error	Parameter	Error	Parameter
5.55 $\times 10^{-13}$	p_x	2.78 $\times 10^{-13}$	p_x

خالی در طول زمان نمایش می‌دهند. همان‌طور که دیده می‌شود، در بازه‌های ابتدایی تغییر محسوس میان دو حالت وجود ندارد، اثر جرم بال به صورت افزایش محسوس دامنه‌ی خطاها ظاهر می‌شود. این رفتار نشان می‌دهد که افزایش جرم بال موجب تقویت اثرات اینرسی و تغییر پاسخ زاویه‌ای لینک بدنه می‌شود.

به طور کلی، نتایج بیانگر وجود یک مصالحه‌ی مهندسی میان دقت مدل و سادگی محاسبات است. در صورتی که اثر جرم بال نادیده گرفته شود، معادلات سیستم به مراتب ساده‌تر شده و تحلیل و کنترل آن سریع‌تر انجام می‌شود، اما دقت مدل در بازه‌هایی که دینامیک سیستم شدیدتر است کاهش می‌یابد. بنابراین انتخاب میان این دو رویکرد وابسته به هدف کاربرد است: در مسائلی که نیاز به دقت بالای سینماتیکی وجود دارد، لحاظ کردن جرم بال ضروری است، اما در تحلیل‌های اولیه یا کاربردهایی با محدودیت محاسباتی که خطاهای زاویه‌ای چند صدم رادیان قابل قبول‌اند، صرف نظر کردن از جرم بال می‌تواند گزینه‌ای مناسب و بهینه باشد.

۳. مدل سازی آیرودینامیکی

در بخش پیشین پرنده به صورت یک سیستم چندلینکی مدل و معادلات حاکم بر آن استخراج شد. در سمت راست این معادلات تاثیر پدیده‌های آیرودینامیک ظاهر شد که در این بخش به مدل سازی و شبیه سازی این پدیده‌ها پرداخته می‌شود.

آیرودینامیک حاکم بر بال زدن پرندگان و حشرات از نوع ناپایا بوده و چهار پدیده‌ی زیر را می‌توان مهم‌ترین اجزای آن دانست:

- واماندگی به تاخیر افتاده^۳ (F_{ds})
- برای چرخشی^۴ (F_{rl})
- اینرسی جرم افزوده^۵ (F_{ami})
- گرفتن دنباله^۶ (F_{wc})

برایند نیروهای آیرودینامیکی که بر یک بال نازک در حال حرکت در میان هوا وارد می‌شود را می‌توان ناشی از چهار پدیده‌ی گفته شده، در نظر گرفت [۲۸]. یا به عبارتی:

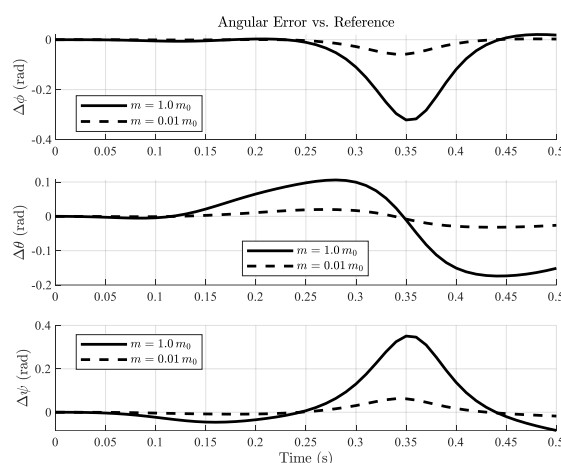
$$F_A = F_{ds} + F_{rl} + F_{ami} + F_{wc} \quad (46)$$

^۵ Added mass inertia

^۶ Wake capture

Figure ۶: Dynamic behavior of the body in the presence of wings with different masses

در این آزمایش سه حالت بررسی شده است: حالت اول که جرم بال برابر جرم بدنه در نظر گرفته شده؛ حالت دوم که جرم بال برابر ۰/۰۱ جرم بدنه است (شرایطی که با سنجاقک و بسیاری از حشرات کوچک همخوانی دارد)؛ و حالت سوم که بال بدون جرم (لینک خالی) مدل سازی شده است. همان‌طور که در نمودارهای زوایای اوپلر دیده می‌شود، با کاهش جرم بال رفتار سینماتیکی سامانه به تدریج به رفتار مربوط به تنها لینک بدنه نزدیک می‌شود. به عبارت دیگر اثرات دینامیکی بال‌ها (هنگامی که جرمشان نسبت به بدنه بسیار کوچک است) کاهش یافته و حرکت کلی سامانه بیشتر توسط ویژگی‌های بدنه مشخص می‌شود. این نتایج نشان می‌دهد که در بسیاری از کاربردهای زیست‌الهام‌شده می‌توان با تقریب معقولی جرم بال‌ها را نادیده گرفت و تنها نیروها و گشتاورهای تولیدشده توسط آن‌ها را لحاظ کرد.



شکل ۷: خطای رفتار دینامیکی بدنه در حضور بال با جرم‌های مختلف

Figure ۷: Body dynamic behavior error in the presence of wings with different masses

شکل ۷ خطای سینماتیکی زوایای اوپلر برای لینک بدنه را در دو حالت مختلف نشان می‌دهد: حالت اول زمانی که بال دارای جرم مؤثر برابر با جرم بدنه است و حالت دوم زمانی که جرم بال در مقایسه با جرم بدنه ناچیز فرض شده است. محورهای عمودی سه زیردیگرام به ترتیب اختلاف زاویه‌ای (رول، پیچ و یاو) را نسبت به حالت لینک

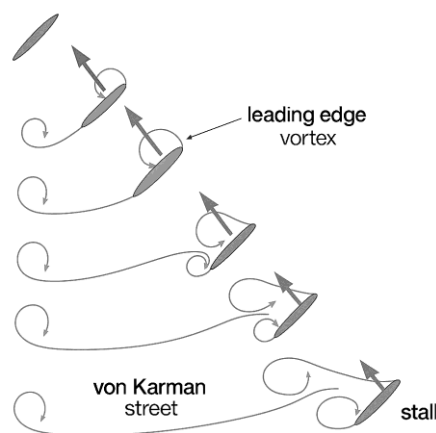
^۳ Delayed stall

^۴ Rotational lift

در این پژوهش از مدل سازی پدیده‌ی گرفتن دنباله به دلیل پیچیدگی صرف نظر می‌شود.

۳.۱. واماندگی به تاخیر افتاده

پدیده‌ی واماندگی به تاخیر افتاده که هم چنین با عنوان گردابه های لبه‌ی حمله نیز شناخته می‌شود را با توجه به شکل ۴ می‌توان به صورت زیر توضیح داد؛ هنگامی که یک بال نازک در زاویه‌ی حمله بالا، در حال انجام حرکت بال زدن^۷ است، جریان هوا از لبه‌ی حمله جدا گشته و مجدداً قبل از لبه فرار به بال می‌چسبد و منجر به ایجاد گردابه های لبه‌ی حمله می‌شود. وجود چنین گردابه هایی منجر به افزایش گردش^۸ و در نتیجه ایجاد نیروی برای بزرگی می‌شوند. این در حالی است که اگر یک بال نازک دارای حرکت خالص دوبعدی انتقالی باشد، با افزایش زاویه حمله، گردابه های لبه‌ی حمله با گذشت زمان بزرگتر شده و پس از یک زاویه حمله خاص، دیگر عمل چسبیدن گردابه انجام نشده و گردابه ها به داخل دنباله ریزش می‌کنند. پس از جدا شدن گردابه های لبه‌ی حمله، میزان نیروی برای ایجاد شده به شدت افت کرده و بال دچار واماندگی می‌شود.



شکل ۸: پدیده‌ی واماندگی به تاخیر افتاده [۲۹]

Figure ۸: Delayed stall phenomenon [۲۹]

هرچند جریان حول بال در هنگام بال زدن از نوع ناپایا بوده، ولی با توجه به پیچیدگی تحلیل ناپایای جریان حول بال پرندگان بال زن و همچنین عدم وجود رابطه برای آن، به منظور تحلیل جریان،

می‌توان آن را به صورت شبه پایا فرض کرد. در واقع فرض می‌شود نیروهای لحظه‌ای بر روی بال در حال حرکت دوره‌ای، برابر با حرکت پایا در همان سرعت و زاویه‌ی حمله‌ی لحظه‌ای می‌باشند. رابطه‌ی شبه پایای حاکم بر پدیده‌ی واماندگی به تاخیر افتاده را می‌توان به صورت زیر در نظر گرفت [۳۰]:

$$C_n = 3.4 \sin \alpha$$

$$C_t = \begin{cases} 0.4 \cos^2(2\alpha) & \alpha < \pi/4 \\ 0 & \alpha > \pi/4 \end{cases} \quad (47)$$

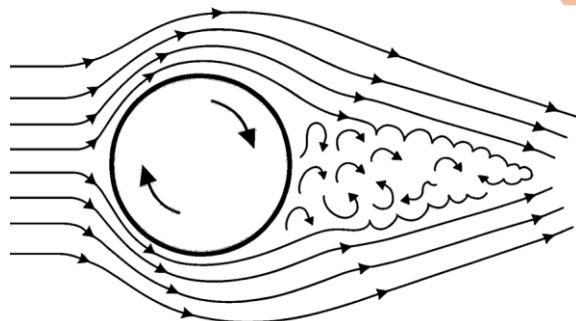
که C_n ضریب نیروی عمودی، C_t ضریب نیروی مماسی و α نیز زاویه‌ی حمله می‌باشد. ضرایب C_L و C_D و C_D نیز با کمک رابطه‌ی (۳۶) به صورت زیر محاسبه می‌شوند.

$$C_L(\alpha) = C_N(\alpha) \cos \alpha - C_T(\alpha) \sin \alpha$$

$$C_D(\alpha) = C_N(\alpha) \sin \alpha + C_T(\alpha) \cos \alpha \quad (48)$$

۳.۲. برای چرخشی

این پدیده بیان می‌دارد نیرویی جانبی و عمود بر مسیر حرکت بر یک توپ یا استوانه دوار که حرکت انتقالی دارد وارد شده و باعث می‌شود که این جسم از مسیر خود منحرف شود. این پدیده هم چنین با نام اثر مگنس^۹ نیز شناخته می‌شود.



شکل ۹: پدیده‌ی اثر مگنس [۳۱]

Figure ۹: Magnus effect phenomenon [۳۱]

به طور مثال اگر در شکل ۹ جهت چرخش توپ ساعت گرد (عمود بر صفحه) بوده و همچنین مرکز جرم توپ نیز در حال حرکت انتقالی به سمت چپ صفحه باشد (یا جهت جریان به سمت راست صفحه)، نیرویی عمود بر جهت جریان و به سمت بالا به این جسم وارد شود.

^۹ Magnus effect

^۷ Flapping

^۸ Circulation

با جرم جسم رابطه‌ی معکوس دارد. یعنی جسمی با جرم مشخص m که نیروی F به آن وارد می‌شود، دارای شتاب a خواهد بود:

$$F = ma \quad (53)$$

حال فرض می‌شود جسم درون یک سیال باشد (نه در خلا)، در این حالت برای این که جسم با همان شتاب حرکت کند به نیروی بیشتری نیاز دارد که علت آن هم مقاومت سیال در برابر حرکت این جسم می‌باشد. به عبارتی دیگر می‌توان گفت که گویی جرم این جسم اضافه شده و بنابراین نیروی سابق نمی‌تواند شتاب مدنظر را تأمین کرده و نیروی بیشتری نیاز است. رابطه‌ی جدید را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$F = (m + m_1) a \quad (54)$$

این جرم اضافه شده را (m_1) جرم افزوده یا جرم مجازی^{۱۱} می‌گویند. پدیده‌ی ذکر شده در کشتی‌ها، زیردریایی‌ها و اجسامی که با سیالات دارای چگالی بالا در ارتباط هستند اهمیت زیادی دارد. در هواپیما به دلیل پایین بودن چگالی هوا، مقدار جرم افزوده ناچیز بوده و از آن صرف‌نظر می‌شود. در حشرات به دلیل فرکانس بالای بال‌زدن، تأثیر این پدیده مجدداً اهمیت می‌یابد. سین و دیکینسون در سال ۲۰۰۱ با انجام آزمایش بر روی یک مدل بال که محور چرخش آن در فاصله‌ی ۰/۲۵ وتر بود، رابطه‌ای برای محاسبه‌ی نیروی ناشی از جرم افزوده ($F_{a,N}$) به صورت زیر ارائه کردند [۲۸].

$$F_{a,N} = \rho \frac{\pi}{4} R^2 \hat{c}^2 \left(\phi \sin \alpha + \phi^g \alpha \cos \alpha \right) \int_0^1 \hat{r} \hat{c}^2(\hat{r}) d\hat{r} \quad (55)$$

$$- \alpha \rho \frac{\pi}{16} \hat{c}^3 R \int_0^1 \hat{c}^2(\hat{r}) d\hat{r}$$

که در آن ϕ سرعت زاویه‌ای بال، R طول بال و $\hat{r}$ طول بی‌بعد شده‌ی بال می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\hat{r} = \frac{r}{R} \quad (56)$$

در این پژوهش از رابطه‌ی (۵۵) برای شبیه‌سازی این پدیده استفاده می‌شود.

۴. شبیه‌سازی آیرودینامیکی

نیروی که بر جسم دوار وارد می‌شود با نام نیروی کوتا-جوکوفسکی (دو فردی که در مورد آن تحقیق کردند) نام‌گذاری شده است. برای محاسبه‌ی اندازه‌ی این نیرو از قضیه‌ی کوتا-جوکوفسکی^{۱۲} استفاده می‌شود؛ قضیه‌ی کوتا-جوکوفسکی یک قضیه‌ی بنیادین آیرودینامیک است که برای محاسبه‌ی نیروی برای وارد بر یک هواپر و یا هر بدنه‌ی دوبعدی مانند استوانه‌ی دوار که در مقابل یک جریان یک‌نواخت قرار گرفته است تحت شرایطی به کار می‌رود. این قضیه نیروی وارد بر واحد طول (L') استوانه را با رابطه‌ی زیر بیان می‌کند [۲۸].

$$L' = \rho_{\infty} V_{\infty} \Gamma_{rot} \quad (49)$$

در رابطه‌ی (۴۹) نیرو بر واحد طول، با حاصل ضرب چگالی (ρ_{∞}) در سرعت بالادست جریان (V_{∞}) و گردش (Γ) برابر می‌باشد. به عبارتی نیروی برای ایجاد شده، حاصل برهم‌کنش سرعت‌های چرخشی و انتقالی جسم می‌باشد. مقدار گردش در رابطه‌ی (۴۹) را می‌توان با سرعت زاویه‌ای جسم (ω) و نیز توان دوم وتر (c) متناسب دانسته و به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\Gamma_{rot} = C_{rot} \omega c^2 \quad (50)$$

که ضریب گردش بی‌بعد (C_{rot}) موجود در رابطه‌ی (۵۰) برابر است با:

$$C_{rot} = \pi(0.75 - \hat{x}_0) \quad (51)$$

در رابطه‌ی (۵۱) محور چرخش بی‌بعد ($\hat{x}_0$) از تقسیم محور چرخش (X_0) بر وتر به دست می‌آید.

$$\hat{x}_0 = \frac{X_0}{c} \quad (52)$$

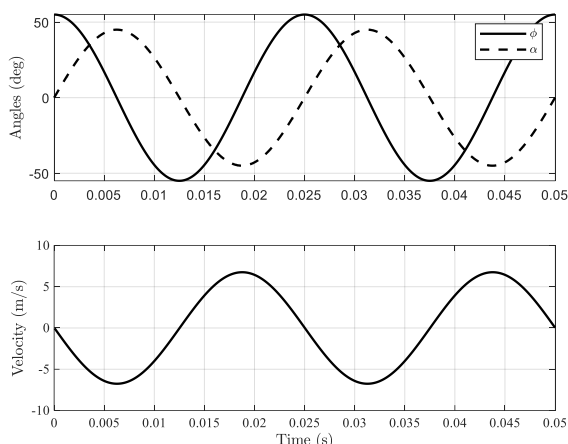
با توجه به رابطه‌ی (۵۲) اگر ضریب گردش بی‌بعد برابر ۰/۷۵ باشد هیچ نیروی برای چرخشی ایجاد نشده و با رسیدن به این مقدار، ضریب برای چرخشی تغییر علامت می‌دهد؛ بنابراین به ضریب گردش بی‌بعد برابر ۰/۷۵ محور بحرانی چرخش گفته می‌شود.

۳.۳. آیرنرسی جرم افزوده

مطابق قانون دوم نیوتن با اعمال یک نیروی خاص به جسم، این جسم شتابی گرفته که با اندازه‌ی نیروی اعمالی رابطه‌ی مستقیم، و

^{۱۱} Virtual mass

^{۱۲} Kutta-Joukowski theorem



شکل ۱۰: زاویه‌ی حمله و ضربه و سرعت مرکز فشار بال

Figure ۱۰: Angle of attack, stroke, and velocity of the wing's center of pressure

در شکل ۱۰، تغییرات زمانی زاویه‌ی حرکت و برگشتی بال و زاویه‌ی حمله در نمودار بالا، و همچنین سرعت مرکز فشار بال در نمودار پایین نمایش داده شده‌اند. هر دو زاویه به صورت نوسانی و با اختلاف فاز نسبت به یکدیگر تغییر می‌کنند که این رفتار ناشی از ماهیت چرخه‌ای بال‌زدن در پرواز حشرات است. زاویه‌ی حمله با اندکی تأخیر نسبت به زاویه‌ی نوسان به اوج یا حضیض خود می‌رسد که نشان‌دهنده‌ی هماهنگی غیرهم‌فاز بین دینامیک حرکتی و آیرودینامیک بال است.

در نمودار پایینی، سرعت مرکز فشار نیز به صورت نوسانی ظاهر شده و از مقادیر مثبت و منفی برخوردار است، به این معنا که در این مدل سرعت به صورت برداری (با در نظر گرفتن جهت) نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در لحظاتی که سرعت از صفر عبور می‌کند (یعنی تغییر جهت می‌دهد)، زاویه‌ی حمله معمولاً در نزدیکی بیشینه یا کمینه‌ی خود قرار دارد. این نقاط معمولاً با تغییر جهت بال هم‌زمان هستند و نقش کلیدی در تولید نیروهای آیرودینامیکی دارند.

با حرکت بال پرنده به صورتی که در شکل ۱۰ نشان داده شد، نیروهای برا و پسای ناشی از پدیده‌ی واماندگی به تاخیر افتاده به صورت نوسانی بر روی بال ایجاد شده که این دو نیرو بر حسب زمان در شکل ۱۱ آمده‌اند.

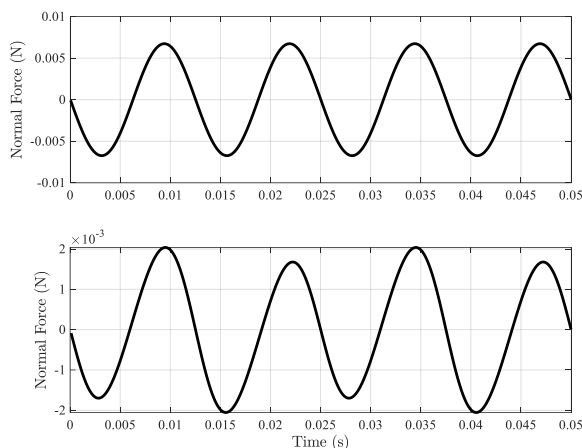
در فرایند شبیه‌سازی، ابتدا بخش دینامیک چندجسمی مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای این منظور، معادلات استخراج‌شده در بخش پیشین در محیط متلب و به صورت هم‌زمان با استفاده از حل گر ODE45 حل شده‌اند. پس از اجرای آزمون‌های اولیه (نظیر شبیه‌سازی سقوط آزاد، اعمال ورودی‌های کنترلی مشخص و بررسی رفتار انرژی سیستم در حالت بدون ورودی (که باید پایا و ثابت باقی بماند)) از صحت پیاده‌سازی دینامیک اطمینان حاصل شده است. در گام بعد، بخش آیرودینامیکی مدل شبیه‌سازی می‌شود. در این مرحله، نیروهای آیرودینامیکی به عنوان ورودی به بال‌ها اعمال می‌شوند و تأثیر آن‌ها بر بدنه نادیده گرفته می‌شود تا تمرکز بر تحلیل رفتار بال‌ها باشد. با حل معادلات دینامیک در حضور این ورودی‌ها، سینماتیک پرنده به دست می‌آید. ورودی‌های آیرودینامیکی در این مدل از طریق دامنه و فرکانس بال‌زدن قابل تنظیم‌اند؛ به عبارتی، این دو پارامتر نقش ورودی‌های کنترلی سیستم را ایفا می‌کنند. در ادامه، با بهره‌گیری از روابط ارائه‌شده در بخش پیشین و استفاده از جدول ۲، شبیه‌سازی سامانه انجام می‌شود.

Table ۲: Specifications Used in the UAV Simulation

Value	Parameter	Value	Parameter
9.81 m/s^2	g	1.225 kg/m^3	Density
1 cm^2	Wing area	12.71 g	Link mass
0.25	Rotation axis	1 cm^2	Wing chord
40 Hz	Flapping frequency	4×1	Link dimension
		$\times 1 \text{ cm}$	

۱.۴. شبیه‌سازی پدیده‌های آیرودینامیک

به منظور مقایسه‌ی پدیده‌های آیرودینامیکی گفته شده، زاویه‌ی حمله و سرعت بال نوسانی در نظر گرفته می‌شوند. شکل ۱۰ زاویه‌ی حمله و سرعت مرکز جرم بال را نشان می‌دهد.



شکل ۱۲: نیروی برای پدیده‌ی برای چرخشی و نیروی پسای جرم افزوده
Figure ۱۲: Rotational lift force and added-mass drag force

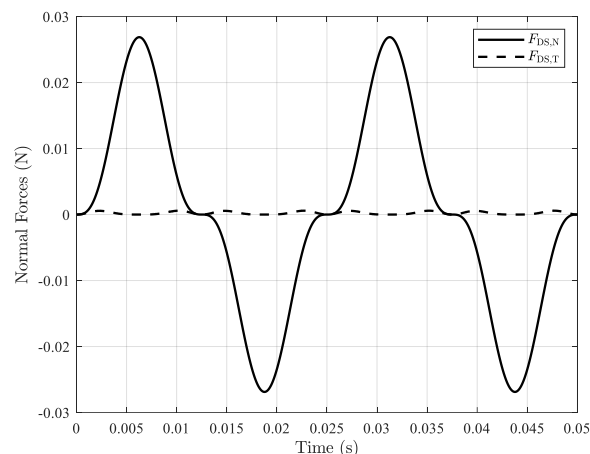
در شکل ۱۲، اثر دو پدیده‌ی آیرودینامیکی مهم در پرواز حشرات نمایش داده شده است: نیروی عمودی ناشی از برای چرخشی و نیروی عمودی ناشی از جرم افزوده. همان‌طور که در نمودار بالایی دیده می‌شود، نیروی برای چرخشی دارای نوساناتی منظم و تقریباً سینوسی است. این الگو بیانگر آن است که این پدیده به شکلی پایدار در طول سیکل‌های بال‌زدن فعال بوده و سهم مهمی در تولید نیروی عمودی و پایداری پرواز ایفا می‌کند.

در مقابل، نمودار پایینی که مربوط به نیروی عمودی جرم افزوده است، نوساناتی با دامنه کوچک‌تر ولی همچنان منظم نشان می‌دهد. هرچند این نیرو نیز تغییر علامت دارد و به‌صورت متناوب مثبت و منفی می‌شود، ولی دامنه آن نسبت به نیروی برای چرخشی بسیار کمتر است. این رفتار نشان می‌دهد که جرم افزوده به تغییرات سریع در شتاب و مسیر حرکت بال حساس است و در مقیاس کوچک‌تری بر نیروی عمودی کلی تأثیر می‌گذارد.

به‌طور کلی، این نتایج نشان می‌دهد که در کنار پدیده‌هایی مانند واماندگی به‌تاخیرافتاده، اثرات برای چرخشی و جرم افزوده نیز نقش قابل توجهی در شکل‌گیری الگوی نهایی نیروهای آیرودینامیکی سنجاقک دارند.

مقایسه‌ی شکل‌های ۱۱ و ۱۲ نشان می‌دهد که هر یک از پدیده‌های آیرودینامیکی نقشی متفاوت و مکمل در تولید نیرو دارند.

در شکل ۱۱ که تنها اثر واماندگی به‌تاخیرافتاده لحاظ شده، نیروی عمود دارای نوسانات منظم و دامنه‌ای قابل توجه است، در حالی‌که



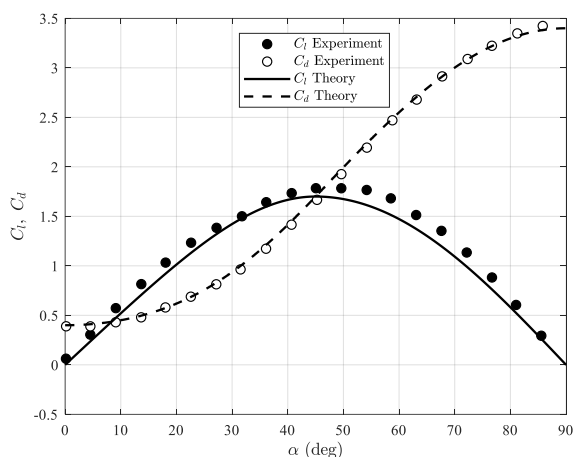
شکل ۱۱: نیروی عمودی و مماسی ایجاد شده توسط پدیده واماندگی به‌تاخیرافتاده
Figure ۱۱: Vertical and tangential forces generated by delayed stall phenomenon

شکل ۱۱، نیروهای آیرودینامیکی ناشی از پدیده‌ی واماندگی به‌تاخیرافتاده را نمایش می‌دهد. در این نمودار، نیروی عمود و نیروی مماسی در طول یک بازه‌ی زمانی ۵۰ میلی‌ثانیه بررسی شده‌اند. نیروی عمود که در امتداد عمود بر صفحه‌ی بال عمل می‌کند، دارای رفتار نوسانی مشخص و نسبتاً منظم است و در هر سیکل رفت‌وبرگشت، به‌وضوح افزایش و کاهش می‌یابد. این نیرو بیشترین سهم را در تولید نیروی برا دارد و شدت آن تحت تأثیر تغییرات زاویه‌ی حمله و سرعت نوسانی بال است. در مقابل، نیروی مماسی که در راستای سطح بال عمل می‌کند، دارای دامنه‌ای بسیار کوچک‌تر و رفتاری تقریباً پایدار و نزدیک به صفر است و در مقایسه با نیروی عمود، اثرگذاری کمتری در تولید نیروهای کلی دارد.

رفتار نوسانی نیروها بازتابی از تأثیر مستقیم پدیده‌ی واماندگی به‌تاخیرافتاده است که در آن، در اثر حرکت نوسانی بال و تغییرات مداوم زاویه‌ی حمله، جریان هوا به‌طور گذرا به سطح بال می‌چسبد و نیروی بالابر به‌صورت ناپایدار تولید می‌شود. دامنه‌ی بزرگ‌تر و نوسانات منظم‌تر نیروی عمود، نسبت به نیروی مماسی، نشان‌دهنده‌ی نقش کلیدی آن در تولید مؤثر نیروی برا در طی چرخه‌های رفت‌وبرگشتی بال می‌باشد.

هم‌چنین شکل ۱۲ نیز نمودار نیروی برای ایجاد شده توسط پدیده‌ی برای چرخشی و هم‌چنین نیروی پسای ایجاد شده‌ی ناشی از جرم افزوده را نشان می‌دهد.

تطابق مناسبی دارند. این انطباق نشان می‌دهد که مدل استفاده‌شده در این پژوهش قادر است رفتار آیرودینامیکی این پدیده در محدوده‌های مختلف زاویه‌ی حمله را با دقت قابل قبولی بازتولید کند.



شکل ۱۳: ضرایب برا و پسای واماندگی به‌تاخیرافتاده بر حسب زاویه‌ی حمله [۳۲]

Figure ۱۳: Delayed stall lift and drag coefficients versus angle of attack [۳۲]

با توجه به شکل ۱۳، مشاهده می‌شود که ضرایب برا و پسای حاصل از مدل تئوری رابطه‌ی (۴۷) روند کلی داده‌های تجربی دیکسون را به‌خوبی دنبال می‌کنند. ضریب برا ابتدا با افزایش زاویه‌ی حمله به‌صورت تقریباً خطی رشد کرده و در حدود ۴۵ درجه به بیشینه‌ی خود می‌رسد، سپس با افزایش بیشتر زاویه، به‌تدریج کاهش می‌یابد. این رفتار به‌خوبی بازتاب‌دهنده‌ی پدیده‌ی واماندگی به‌تاخیرافتاده است که در آن جریان تا زوایای بالاتری نسبت به حالت پایا به سطح بال متصل می‌ماند و نیروی برا بیشتری ایجاد می‌شود. از سوی دیگر، ضریب پسا با افزایش زاویه‌ی حمله روندی تقریباً یکنواخت و صعودی دارد که بیانگر افزایش مقاومت آیرودینامیکی ناشی از جدایش جریان و تشکیل گردابه‌هاست.

تطابق نزدیک بین داده‌های تجربی و پیش‌بینی مدل، به‌ویژه در بازه‌ی میانی زوایای حمله، نشان می‌دهد که این مدل قادر است ویژگی‌های آیرودینامیکی ناشی از سازوکارهای غیرپایا را به‌خوبی شبیه‌سازی کند. هرچند در زوایای بسیار بالا و پایین، انحرافات اندکی میان مقادیر تئوری و آزمایش دیده می‌شود که می‌تواند ناشی از محدودیت‌های فرضیات مدل یا خطای اندازه‌گیری باشد، اما روند کلی

نیروی مماسی بسیار کوچک‌تر و تقریباً حول صفر تغییر می‌کند. این الگو بیانگر آن است که سهم اصلی این پدیده در ایجاد نیروی برا (از مؤلفه عمود) است، نه نیروی پسا.

در شکل ۱۲، نیروی برا ناشی از چرخش بال دارای الگویی پایدار و تقریباً سینوسی است، در حالی که نیروی پسای حاصل از جرم افزوده نوسانات نامنظم و تغییر علامت‌های متوالی از خود نشان می‌دهد. از نظر بزرگی اثر، نیروهای ایجادشده توسط واماندگی به‌تاخیرافتاده تقریباً دو برابر نیروهای ناشی از دو پدیده‌ی چرخشی و جرم افزوده هستند، که نشان می‌دهد این پدیده سهم اصلی را در تولید نیروهای آیرودینامیکی سنجاقک دارد. این مقایسه بیانگر آن است که شبیه‌سازی دقیق پرواز این حشره نیازمند در نظر گرفتن هم‌زمان تمامی این اثرات با لحاظ وزن نسبی هر یک در شکل‌دهی به پاسخ دینامیکی سیستم است.

۲.۴. صحت‌سنجی شبیه‌سازی

در این بخش، ابتدا به بررسی ضرایب بدون بعد نیروی ناشی از پدیده‌ی واماندگی به‌تاخیرافتاده پرداخته می‌شود و این ضرایب با داده‌های تجربی معتبر مقایسه می‌گردند. هدف از این مقایسه، ارزیابی دقت روابط تجربی استفاده‌شده در مدل و صحت ضرایب به‌کاررفته در بازنمایی رفتار آیرودینامیکی بال در شرایط ناپایا است. در ادامه، مجموع دو نیروی ناشی از پدیده‌های چرخشی و واماندگی به‌تاخیرافتاده محاسبه و با نتایج تجربی مربوطه مقایسه می‌شود تا ارزیابی دقیق‌تری از میزان انطباق مدل‌سازی با واقعیت فیزیکی به‌دست آید.

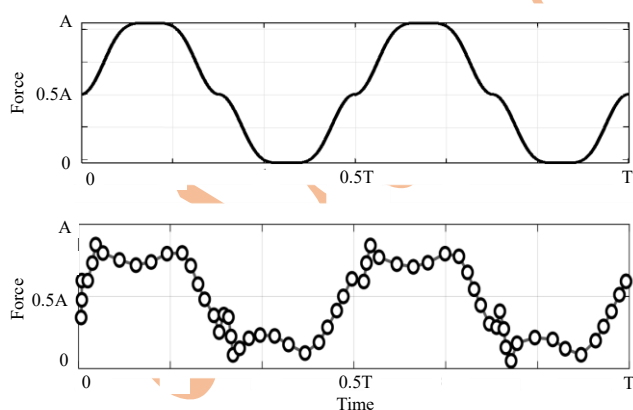
با توجه به اینکه داده‌های تجربی موجود معمولاً در شرایط خاصی مانند زاویه‌ی حمله، فرکانس نوسان، جهت بال‌زنی، و ویژگی‌های هندسی دستگاه آزمایش‌کننده به‌دست آمده‌اند، در این تحلیل تلاش شده است تا با تنظیم مناسب پارامترهای شبیه‌سازی، شرایط حاکم بر مدل تا حد امکان با شرایط آزمایشگاهی تطابق داشته باشد. این هم‌راستاسازی برای فراهم کردن امکان مقایسه‌ی معنادار و معتبر میان نتایج عددی و تجربی انجام شده و نقش مهمی در فرآیند اعتبارسنجی ضرایب و نیروهای مدل ایفا می‌کند.

در شکل ۱۳، نمودارهای ضرایب برا و پسای واماندگی به‌تاخیرافتاده رابطه‌ی (۴۷) و نیز داده‌های تجربی این ضرایب بر حسب زاویه‌ی حمله مطابق پژوهش دیکسون [۳۲] رسم شده‌اند. نتایج به‌دست‌آمده از این نمودارها با ضرایب برا و پسای گزارش‌شده در

پرنده (سنجاقک در این پژوهش و روبوفلای در داده‌های تجربی) و تفاوت در ابعاد، جرم، ساختار بال‌ها و فرکانس بال‌زدن، همگی بر مقادیر مطلق نیرو تأثیر مستقیم دارند.

این مقایسه نشان می‌دهد که مدل ارائه‌شده توانسته است الگوی کلی رفتار نیروی برا را با داده‌های تجربی موجود بازتولید کند، حتی اگر مقادیر مطلق نیرو به دلیل تفاوت‌های زیست‌ساختی و دینامیکی متفاوت باشد. این موضوع تأیید می‌کند که سازوکارهای اصلی تولید نیرو، صرف‌نظر از گونه‌ی پرنده، اشتراکات بنیادی دارند و مدل قادر به شبیه‌سازی این اصول کلی است، در حالی که تفاوت‌های عددی بیشتر به ویژگی‌های خاص مورفولوژی و شرایط پرواز هر گونه مربوط می‌شود.

در ادامه‌ی مقایسه‌ی نتایج شکل ۱۴ و شکل ۱۵ تغییرات نیروی پسا را برای مجموع سازوکارهای واماندگی به‌تاخیرافتاده و برای چرخشی در سنجاقک، در کنار داده‌های تجربی مربوط به پرنده‌ی روبوفلای نشان می‌دهد. همانند نیروی برا، روند کلی تغییرات نیروی پسا نیز بین دو گونه پرنده شباهت‌های آشکاری دارد، اگرچه دامنه‌ی نیروها و جزئیات موج به دلیل تفاوت‌های ساختاری و دینامیکی متفاوت است. این شباهت‌ها بیانگر آن است که سازوکارهای اصلی ایجاد پسا نیز از اصول آیرودینامیکی مشترکی پیروی می‌کنند و مدل قادر است الگوی کلی آن‌ها را بازنمایی کند.

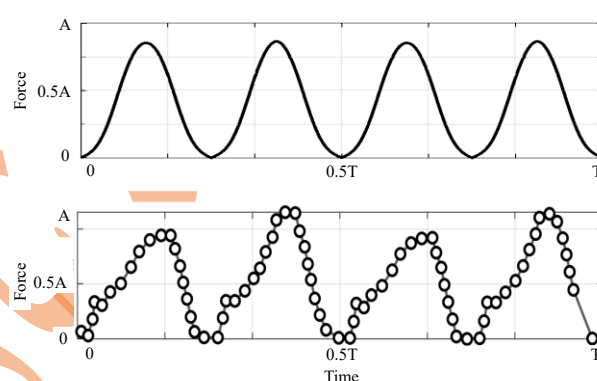


شکل ۱۵: نیروی پسا و واماندگی به تاخیرافتاده و برای چرخشی شبیه‌سازی (بالا) و تجربی (پایین) [۳۰]

Figure ۱۵: Drag of delayed stall and rotational lift for simulated (top) and experimental (bottom) [۳۰]

در نمودار بالایی (نتایج مدل برای سنجاقک)، تغییرات نیروی پسا دارای رفتار تناوبی منظم با دو قله مثبت و دو قله منفی در هر چرخه

و مقادیر به‌دست‌آمده دقت و قابلیت اطمینان مدل را در بازتولید رفتار آیرودینامیکی تأیید می‌کند. در ادامه‌ی این بخش و در شکل ۱۴، نمودار نیروها برای مجموع هر دو پدیده‌ی واماندگی به‌تاخیرافتاده و نیروی چرخشی، و نیز مقادیر نتایج تجربی پرنده‌ی روبوفلای [۳۰] ارائه شده است. البته لازم به ذکر است که با توجه به تفاوت در فرکانس کاری بال‌زدن سنجاقک و روبوفلای، و همچنین اختلاف در مقیاس نیروهای تولیدی آن‌ها، نمودارهای ارائه‌شده در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ به‌صورت بی‌بعد رسم شده‌اند تا امکان مقایسه‌ی کیفی بین دو سامانه فراهم شود.



شکل ۱۴: نیروی برای واماندگی به تاخیرافتاده و برای چرخشی شبیه‌سازی (بالا) و تجربی (پایین) [۳۰]

Figure ۱۴: Lift of delayed stall and rotational lift for simulated (top) and experimental (bottom) [۳۰]

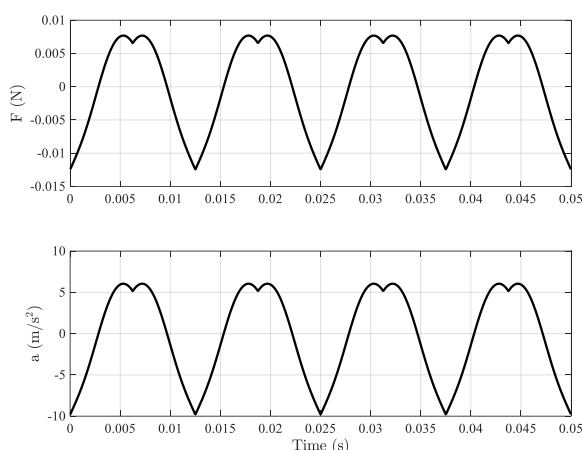
با توجه به شکل ارائه‌شده، نمودار بالایی تغییرات نیروی حاصل از مجموع دو پدیده‌ی واماندگی به‌تاخیرافتاده و نیروی چرخشی را در طول چرخه‌های بال‌زدن نشان می‌دهد. الگوی مشاهده‌شده دارای رفتار تناوبی منظم است، به‌گونه‌ای که در هر چرخه دو قله‌ی اصلی دیده می‌شود که با مراحل مؤثر تولید نیرو در سیکل حرکت بال‌ها مطابقت دارد. دامنه‌ی نیرو در این حالت نسبتاً بالاست که بیانگر سهم قابل توجه هر دو سازوکار در افزایش نیروی برا در طول چرخه است.

در نمودار پایینی که داده‌های تجربی پرنده‌ی روبوفلای نشان داده شده، اگرچه دامنه‌ی نیرو به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای کمتر از نتایج مدل برای سنجاقک است، اما روند کلی تغییرات شباهت زیادی دارد. هر دو نمودار شکل موجی مشابه با دو قله در هر چرخه را نشان می‌دهند که بیانگر شباهت سازوکارهای آیرودینامیکی حاکم بر هر دو سامانه است. تفاوت دامنه‌ی نیرو قابل انتظار است، زیرا تفاوت در گونه‌ی

دلیل تفاوت‌های گونه‌ای، ابعادی و شرایط پرواز متفاوت است، اما تطابق رفتار کلی نیروها تأیید می‌کند که مدل توسعه‌یافته از دقت و قابلیت اعتماد بالایی در شبیه‌سازی رفتار آیرودینامیکی پرندگان بال‌زن برخوردار است.

۳.۴. پرواز شناور

در این بخش به دلیل اهمیت درک سازوکارهای آیرودینامیکی در پرواز شناور سنجاقک، شبیه‌سازی و تحلیل نیروها و شتاب‌های ایجادشده توسط بال‌ها انجام شده است. پرواز شناور به‌عنوان یکی از حالت‌های کلیدی پرواز حشرات، نقش مهمی در پایداری، مانورپذیری و کنترل موقعیت در هوا دارد. این تحلیل به شناسایی سهم پدیده‌های آیرودینامیکی اصلی مانند واماندگی به‌تاخیرافتاده و نیروی ناشی از چرخش در تولید نیروی بالابرنده کمک می‌کند و می‌تواند مبنایی برای طراحی سامانه‌های پرنده بال‌زن قرار گیرد.



شکل ۱۶: مجموع نیروی عمودی (برای وزن) و شتاب عمودی پرنده

Figure 16: Total vertical force (lift and weight) and vertical acceleration of the aircraft

در شکل ۱۶، نمودار بالایی تغییرات مجموع نیروی عمودی بر حسب زمان را نشان می‌دهد که حاصل ترکیب دو پدیده واماندگی به‌تاخیرافتاده و برای چرخشی و نیز وزن پرنده است. مشاهده می‌شود که این نیرو دارای نوسان‌های منظم در طول سیکل ضربه زدن بال‌ها بوده و مقدار مثبت آن در بخش عمده‌ای از چرخه حفظ می‌شود، که بیانگر تولید پیوسته‌ی نیروی رو به بالا برای حفظ شناوری است. همچنین به دلیل فرض حرکت متقارن بال‌ها (دو بال جلویی و عقبی به‌صورت هماهنگ)، مؤلفه‌ی نیروی پسا در این حالت صفر است، که

است که به تناوب مراحل افزایش و کاهش مقاومت آیرودینامیکی در طول ضربه‌ی رو به پایین و رو به بالای بال‌ها مربوط می‌شود. قله‌های مثبت معمولاً با فازهایی هم‌زمان هستند که در آن جریان به‌طور مؤثر با سطح بال برخورد می‌کند و نیروی پسا افزایش می‌یابد، در حالی که قله‌های منفی می‌توانند به فازهایی مربوط باشند که نیروی رو به جلو ایجاد شده یا نیروی پسا به‌واسطه‌ی تغییر جهت جریان کاهش می‌یابد. دامنه‌ی نیرو در مدل سنجاقک نسبتاً بالا است، که می‌تواند ناشی از ابعاد بزرگ‌تر بال، زاویه‌های حمله بالاتر، و تولید گردابه‌های قوی‌تر باشد.

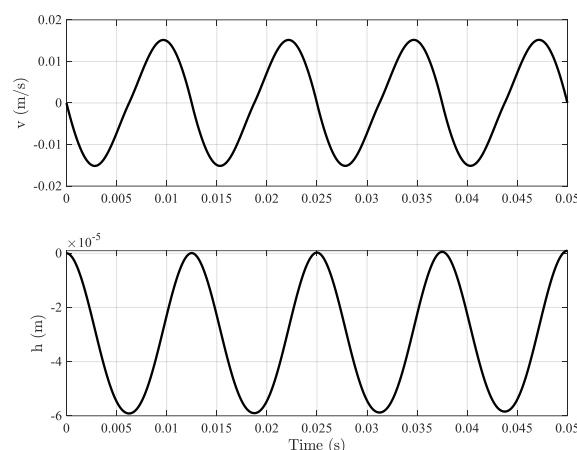
در نمودار پایینی (نتایج روبوفلای)، اگرچه دامنه‌ی تغییرات نیرو به‌طور محسوسی کمتر است، اما توالی و شکل کلی موج‌ها همچنان با مدل سنجاقک مشابهت دارد. وجود قله‌های مثبت و منفی در همان بازه‌های زمانی نشان می‌دهد که چرخه‌ی تولید پسا در روبوفلای نیز تحت تأثیر مراحل مشابهی از حرکت بال قرار دارد. تفاوت دامنه و جزئیات موج، علاوه بر اختلافات مورفولوژیکی و آیرودینامیکی، می‌تواند از تفاوت در محدوده عدد رینولدز، نسبت ابعاد بال، و سفتی ساختاری بال‌ها نیز ناشی شود.

به‌طور کلی، مقایسه‌ی شکل ۱۵ تأیید می‌کند که مدل توانسته نه‌تنها الگوی تغییرات نیروی برا، بلکه الگوی تولید و تغییرات نیروی پسا را نیز به‌طور کیفی و کمی بازتولید کند. این دقت در شبیه‌سازی نشان می‌دهد که حتی با وجود تفاوت‌های گونه‌ای و ابعادی، اصول بنیادی حاکم بر تولید نیروی پسا در پرندگان بال‌زن کوچک، مشابه بوده و می‌توان از یک مدل مشترک برای توصیف رفتار آیرودینامیکی آن‌ها استفاده کرد، در حالی که تفاوت در دامنه‌ها عمدتاً بازتابی از ویژگی‌های خاص هر گونه و شرایط پروازی آن است.

در مجموع نتایج صحت‌سنجی مدل نشان می‌دهد که پیش‌بینی‌های تئوری برای ضرایب برا و پسا در گستره‌ی وسیعی از زوایای حمله، و همچنین تغییرات زمانی این نیروها در طول چرخه‌ی بال‌زدن، همخوانی قابل‌توجهی با داده‌های تجربی گزارش‌شده در پژوهش‌های پیشین دارند. الگوهای کلی، موقعیت و تعداد قله‌ها، و روند تغییرات نیرو در مدل، چه برای سنجاقک و چه در مقایسه با داده‌های روبوفلای، مشابهت‌های بارزی را نشان می‌دهد که بیانگر توانایی مدل در بازتولید سازوکارهای اصلی آیرودینامیکی همچون واماندگی به‌تاخیرافتاده و نیروی برای چرخشی است. هرچند دامنه‌های نیرو به

باعث می شود انرژی بال ها به طور کامل صرف تولید نیروی بالابرنده و غلبه بر وزن شود.

در نمودار پایینی همین شکل، شتاب عمودی بر حسب زمان نمایش داده شده است. رفتار شتاب مشابه الگوی نیروی بالابرنده بوده و هم فاز با آن تغییر می کند، به طوری که در نقاط اوج نیرو، بیشترین شتاب رو به بالا حاصل می شود. دامنه ی تغییرات شتاب نشان دهنده ی اثر قابل توجه هر سیکل ضربه ی بال بر وضعیت حرکتی سنجاقک در راستای عمودی است. این تحلیل نشان می دهد که پدیده های آیرودینامیکی مطرح شده، علاوه بر ایجاد نیروی کافی برای شناوری، قادر به ایجاد تغییرات محسوس در شتاب عمودی نیز هستند که می تواند در مانورهای سریع و کنترل موقعیت دقیق در پرواز شناور حیاتی باشد.



شکل ۱۷: سرعت و جابجایی عمودی پرنده

Figure 17: Vertical velocity and displacement of the aircraft

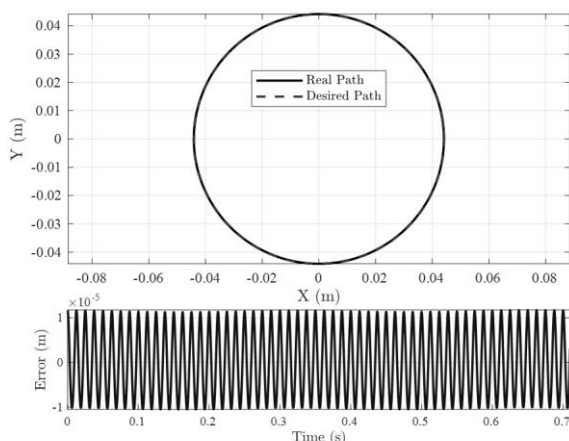
در شکل ۱۷، نمودار بالایی تغییرات سرعت عمودی پرنده را بر حسب زمان نشان می دهد. الگوی سینوسی سرعت بیانگر آن است که پرنده در طول هر سیکل بال زدن، به طور متناوب شتاب گیری و کاهش سرعت را تجربه می کند، که این تغییرات ناشی از نیروی بالابرنده متناوب تولید شده توسط بال ها است. دامنه ی نسبتاً کوچک سرعت نشان می دهد که نوسانات عمودی پرنده در حالت پرواز شناور محدود بوده و وضعیت کلی آن تقریباً پایدار باقی می ماند.

در نمودار پایینی، جابجایی عمودی پرنده بر حسب زمان نمایش داده شده است. تغییرات جابجایی نیز ماهیت تناوبی دارد و دامنه ی بسیار کوچک آن (در حد چند ده میکرومتر) نشان می دهد که پرنده در

حالت پرواز شناور، تغییرات مکان عمودی ناچیزی را تجربه می کند. این موضوع بیانگر موفقیت شبیه سازی در بازتولید حالت شناوری با استفاده از تنظیم مناسب فرکانس بال زدن در شرایط حلقه باز است. به طور کلی، نتایج این بخش نشان می دهد که با بهره گیری از مدل آیرودینامیکی شامل اثرات واماندگی به تاخیر افتاده و برای چرخشی، و با انتخاب مناسب فرکانس ضربه ی بال ها، می توان پرواز شناور سنجاقک را با دقت قابل قبولی شبیه سازی کرد، به گونه ای که نوسانات سرعت و جابجایی عمودی در محدوده ای بسیار کوچک حفظ شوند.

۴.۴. دور زدن با شعاع مشخص

مانور دور زدن از حرکات کلیدی در پرواز پرندگان و ریزپرنده های بال زن است، زیرا امکان تغییر مسیر سریع و کنترل دقیق موقعیت را فراهم می کند. به طور کلی، دو شیوه ی اصلی برای اجرای این مانور وجود دارد: در روش نخست، پرنده حول محور طولی خود می غلتد و با استفاده از مؤلفه ی نیروی برا مسیر منحنی را طی می کند. در روش دوم، پرنده بدون تغییر وضعیت افقی خود و صرفاً با ایجاد عدم تقارن در نیروی پسای تولید شده توسط بال ها، مسیر را تغییر می دهد. با توجه به ماهیت پرواز سنجاقک و توانایی بالای آن در کنترل غلت، در این پژوهش روش نخست به عنوان استراتژی دور زدن انتخاب شده است.



شکل ۱۸: مسیر حرکت و خطای دنبال کردن مسیر مطلوب

Figure 18: Trajectory and tracking error of the desired path

شکل ۱۸ مسیر واقعی پرنده و مسیر مطلوب را در مانور دور زدن نشان می دهد. در نمودار بالایی، انطباق بالای مسیر واقعی و مسیر مطلوب دیده می شود. برای وضوح بیشتر، نمودار پایینی خطای موقعیت را

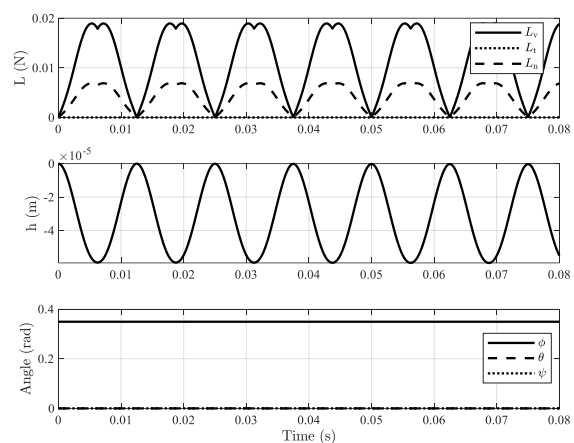
نمودار میانی تغییرات ارتفاع پرنده را در طول حرکت نشان می‌دهد که با وجود نوسانات کوچک ناشی از چرخه بال‌زدن، مقدار میانگین آن ثابت باقی مانده و با عملکرد مولفه‌ی قائم نیروی برا هماهنگ است. نمودار پایینی نیز تغییرات زوایای پرنده را نمایش می‌دهد که همان‌طور که انتظار می‌رفت تنها زاویه غلت دارای مقدار قابل توجهی (حدود ۲۰ درجه) بوده و دو زاویه دیگر تقریباً بدون تغییر مانده‌اند. این وضعیت نشان می‌دهد که پرنده ضمن حفظ مسیر طولی، تنها برای ایجاد گردش از تغییر زاویه غلت استفاده کرده است.

۵. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ابتدا مزایا و قابلیت‌های منحصر به فرد پرنده‌های بال‌زن در مقایسه با سایر سامانه‌های پروازی بررسی شد. در ادامه، به‌طور خاص بر حشره‌ی سنجاقک تمرکز گردید؛ حشره‌ای که به‌واسطه‌ی توانایی بالای مانورپذیری، پرواز پایدار در شرایط پیچیده و وجود دو جفت بال مجزا، یکی از الگوهای ایده‌آل برای الگوبرداری در طراحی پرنده‌های بال‌زن محسوب می‌شود. پس از معرفی ویژگی‌های دینامیکی این حشره، مدلی غیرخطی با ۱۸ درجه‌ی آزادی توسعه داده شد که قادر است حرکات پیچیده‌ی بدنه و بال‌های شبه‌سنجاقک را به‌صورت دقیق شبیه‌سازی کند در ادامه، نتایج این مدل کامل با مدلی که در آن اثر اینرسی بال‌ها حذف شده بود مقایسه شد و مشخص گردید که اختلاف حاصل ناچیز است؛ از این‌رو می‌توان از اینرسی بال‌ها در شرایطی صرف‌نظر کرد.

در ادامه‌ی کار، پدیده‌های آیرودینامیکی کلیدی که در پرواز حشرات نقش دارند (از جمله واماندگی به‌تاخیرافتاده، برای چرخشی و جرم افزوده) مورد تحلیل قرار گرفتند. برای هر یک از این پدیده‌ها، روابط نیمه‌تحلیلی و با تقریب شبه‌پایا استخراج شد و در شبیه‌سازی مدل اعمال گردید. سپس نتایج حاصل از شبیه‌سازی بررسی و تحلیل شد و رفتار نیروهای برا و پسا در شرایط مختلف استخراج گردید. در گام نهایی، برای بررسی دقت و اعتبار مدل، خروجی‌های شبیه‌سازی با داده‌های تجربی مربوط به پرواز پرنده‌های بال‌زن مقایسه شد و نشان داده شد که این مدل تطابق خوبی با واقعیت دارد. هم‌چنین در بخش شبیه‌سازی پرواز شناور سنجاقک، نتایج نشان داد که با در نظر گرفتن اثرات واماندگی به‌تاخیرافتاده، نیروی چرخشی و انتخاب مناسب فرکانس بال‌زدن، می‌توان حالت شناوری را به گونه‌ای بازتولید کرد

نمایش می‌دهد که نوسانات موجود در آن ناشی از چرخه‌های بال‌زدن پرنده است. این رفتار نوسانی به‌دلیل تغییرات دوره‌ای نیروهای آیرودینامیکی در هر سیکل بال‌زدن رخ می‌دهد و دامنه‌ی آن در محدوده‌ی بسیار کوچک و قابل قبول باقی مانده است. در این مانور، پرنده موفق شده است طی مدت زمان حدود ۰.۷ ثانیه مسیر دایره‌ای را کامل کند. زاویه غلت تنظیم‌شده در این آزمایش برابر ۲۰ درجه بوده و شعاع دوران حدود ۴ سانتی‌متر به‌دست آمده است که تقریباً برابر با طول بال خود پرنده است. این نتایج نشان می‌دهد که مدل و دینامیک پرنده قادر به اجرای دور زدن دقیق و سریع در مقیاس فیزیکی کوچک است، بدون اینکه خطای مسیر از حد مجاز فراتر رود.



شکل ۱۹: مولفه‌های نیروی برا، ارتفاع و زوایای پرنده حین دور زدن
Figure ۱۹: Lift force components, altitude, and aircraft angles during turning

در شکل ۱۹، نمودار بالایی سه مولفه‌ی نیروی برا شامل مولفه‌ی قائم، مرکزگرا و مماسی بر مسیر حرکت پرنده را نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده می‌شود، بیشترین مقدار مربوط به مولفه قائم است که عمدتاً صرف غلبه بر وزن پرنده و حفظ ارتفاع می‌شود. مولفه دوم، یعنی نیروی مرکزگرا، با زاویه غلت پرنده مرتبط است و هرچه این زاویه بیشتر باشد، شعاع گردش پرنده کمتر خواهد بود. مولفه سوم در این حالت صفر است زیرا زاویه پیچ وجود ندارد و پرنده مسیر خود را با همان سرعت اولیه ادامه می‌دهد. برای وضوح بیشتر، این نمودارها در بازه زمانی کوتاه‌تری ترسیم شده‌اند تا تغییرات نیروها به شکل دقیق‌تری قابل مشاهده باشد.

- ۴ Singh, B., Ahmad, K.A., Murugaiah, M., Yidris, N., Basri, A.A. and Pai, R., ۲۰۲۴. Quasi-steady aerodynamic modeling and dynamic stability of mosquito-inspired flapping wing pico aerial vehicle. *Frontiers In Robotics and AI*, 11, pp.۱۳۶۲۲۰۶. <https://doi.org/10.3389/frobt.2024.1362206>
- ۵ Ryu, Y. and Chang, J.W., ۲۰۲۵. Effect of wingtip-curve on aerodynamic performance in flapping flexible wings: rectangular versus hawkmoth-like. *Journal of Visualization*, 28, ۱, pp.۳۹-۵۷. <https://doi.org/10.1007/s12260-024-01026-0>
- ۶ Zhao, Z., Jiang, Z., Zhang, C. and Song, G., ۲۰۲۵. Modeling of flapping wing aerial vehicle using hybrid phase-functioned neural network based on flight data. *Journal of Bionic Engineering*, 22, ۳, pp.۱۱۲۶-۱۱۴۲. <https://doi.org/10.1007/s42230-025-00692-x>
- ۷ Lashgari, M. and Naghash, A., ۲۰۲۱. Modeling and linearization of longitudinal dynamics for a flapping wing micro aerial vehicle dragonfly-like with active rigid tail. *Amirkabir Journal of Mechanical Engineering*, 53, ۶, pp.۳۴۴۵-۳۴۶۴. [In Persian]. <https://doi.org/10.22061/mej.2020.18389.6808>
- ۸ Shams, S., Mirzavand Boroujeni, B., Mansoori, S.M. and Kazemi, M.R., ۲۰۱۸. Kinematic analysis of articulated flapping wings mechanisms considering nonlinear quasi-steady aerodynamic. *Modares Mechanical Engineering*, 17, ۱۲, pp.۸۷-۹۷. [In Persian]. <http://dorl.net/dor/20.1001.1.10270940.1396.12.12.17.9>
- ۹ Kwon, H.K. and Chang, J.W., ۲۰۲۵. Effects of shapes and kinematics of hovering flapping wings on aerodynamic forces and vortex structures. *Scientific Reports*, 15, ۱, pp.۵۰۹۸. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-86113-9>
- ۱۰ Martín-Alcántara, A., Grau, P., Fernandez-Feria, R. and Ollero, A., ۲۰۱۹. A simple model for gliding and low-amplitude flapping flight of a bio-inspired UAV. In *2019 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*, pp.۷۲۹-۷۳۷. IEEE. <https://doi.org/10.1109/ICUAS.2019.8798233>
- ۱۱ Wang, Siqi, Song, Bifeng, Chen, Ang, Fu, Qiang and Cui, Jin, ۲۰۲۲. Modeling and flapping vibration suppression of a novel tailless flapping wing micro air vehicle. *Chinese Journal of Aeronautics*, 35, ۳, pp.۳۰۹-۳۲۸. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2021.08.030>
- ۱۲ Kawakami, K., Kaneko, S., Hong, G., Miyamoto, H. and Yoshimura, S., ۲۰۲۲. Fluid-structure interaction analysis of flexible flapping wing in the Martian environment. *Acta Astronautica*, 193, pp.۱۳۸-۱۵۱. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2022.01.001>

که نوسانات سرعت و جابه‌جایی عمودی در محدوده‌ای بسیار کوچک باقی بمانند، که بیانگر توانایی مدل در بازنمایی دقیق دینامیک پرواز شناور است. علاوه بر این، در شبیه‌سازی مانور دور زدن در شعاع محدود نیز مشاهده شد که با ایجاد زاویه غلت مناسب، مؤلفه مرکزگرای نیروی برا افزایش یافته و پرنده قادر به تغییر مسیر در شعاع کوچک‌تری می‌شود، در حالی که ارتفاع و پایداری طولی آن تقریباً بدون تغییر حفظ می‌گردد.

با توجه به دقت بالای مدل‌سازی دینامیکی و همچنین صحت‌سنجی موفق آن از طریق داده‌های تجربی، می‌توان نتیجه گرفت که این شبیه‌سازی پایه‌ای محکم برای مراحل پیشرفته‌تر پژوهش فراهم می‌کند. به‌ویژه، این بستر می‌تواند به‌عنوان پایه‌ای مناسب برای تحلیل پایداری سامانه و طراحی الگوریتم‌های کنترلی دقیق در آینده مورد استفاده قرار گیرد. در ادامه‌ی این مسیر، بهبود مدل با در نظر گرفتن تغییر شکل بال و اثرات انعطاف‌پذیری، همچنین لحاظ کردن تأثیرات آیرودینامیکی بخش‌های بدنه از جمله دم و سر، می‌تواند دقت شبیه‌سازی را افزایش دهد. علاوه بر این، توسعه‌ی مدل آیرودینامیکی با بهره‌گیری از شبیه‌سازی دینامیک سیالات محاسباتی و افزودن پدیده‌های ناپایای پیچیده‌تر مانند گرفتن دنباله، گامی مهم در افزایش توان پیش‌بینی مدل خواهد بود. به کارگیری این مدل توسعه‌یافته در طراحی و آزمون کنترل‌کننده‌های پیشرفته و ارزیابی عملکرد آنها بر روی سامانه‌های واقعی یا نمونه‌های آزمایشگاهی نیز می‌تواند زمینه‌ساز توسعه‌ی سامانه‌های پرنده‌ی هوشمند الهام‌گرفته از طبیعت باشد.

منابع

- ۱ Xuan, H., Hu, J., Yu, Y. and Zhang, J., ۲۰۲۰. Recent progress in aerodynamic modeling methods for flapping flight. *AIP Advances*, 10, ۲, pp.۱-۲۰. <https://doi.org/10.1063/1.5130900>
- ۲ Osborne, M.F.M., ۱۹۵۱. Aerodynamics of flapping flight with application to insects. *Journal of Experimental Biology*, 28, ۲, pp.۲۲۱-۲۴۵. <https://doi.org/10.1242/jeb.28.2.221>
- ۳ Ruiz, C., Acosta, J.Á. and Ollero, A., ۲۰۲۲. Aerodynamic reduced-order Volterra model of an ornithopter under high-amplitude flapping. *Aerospace Science and Technology*, 121, pp.۱۰۷۳۳۱. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107331>

- Automatica Sinica*, 8, 1, pp.148-156.
<https://doi.org/10.119/JAS.2020.100341Y>
- ۲۳ Wenfu, X.U., Erzhen, P.A.N., Juntao, L.I.U., Yihong, L.I. and Han, Y.U.A.N., ۲۰۲۲. Flight control of a large-scale flapping-wing flying robotic bird: System development and flight experiment. *Chinese Journal of Aeronautics*, 35, ۲, pp.۲۳۵-۲۴۹.
<https://doi.org/10.1016/j.cja.2021.03.009>
- ۲۴ Cai, X. and Liu, H., ۲۰۲۵. The fast flight stabilization strategy in flying insects. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 5, pp.۱۰۰۵۹۹.
<https://doi.org/10.1016/j.taml.2020.100599>
- ۲۵ Zipfel, P.H., ۲۰۰۰. Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics. *AIAA*, pp.۱-۱.
- ۲۶ Durán, J.C., Escareño, J.A., Etcheverry, G. and Rakotondrabe, M., ۲۰۱۶. Getting started with PEAs-based flapping-wing mechanisms for micro aerial systems. *Actuators*, ۵(۲), p.۱۴.
<https://doi.org/10.3390/act5020014>
- ۲۷ Liang, W., Song, B., Sun, Z. and Yang, X., ۲۰۲۳. Review on ultra-lightweight flapping-wing nano air vehicles: Artificial muscles, flight control mechanism, and biomimetic wings. *Chinese Journal of Aeronautics*, ۳۶(۶), pp.۶۳-۹۱.
<https://doi.org/10.1016/j.cja.2023.03.031>
- ۲۸ Sane, S.P. and Dickinson, M.H., ۲۰۰۲. The aerodynamic effects of wing rotation and a revised quasi-steady model of flapping flight. *Journal of Experimental Biology*, 205, ۸, pp.۱۰۸۷-۱۰۹۶.
<https://doi.org/10.1242/jeb.2005.1087>
- ۲۹ Pines, D.J. and Bohorquez, F., ۲۰۰۶. Challenges facing future micro-air-vehicle development. *Journal of Aircraft*, 43, ۲, pp.۲۹۰-۳۰۵.
<https://doi.org/10.2514/1.4922>
- ۳۰ Deng, X., Schenato, L., Wu, W.C. and Sastry, S.S., ۲۰۰۶. Flapping flight for biomimetic robotic insects: part I-system modeling. *IEEE Transactions on Robotics*, 22, ۴, pp.۷۷۶-۷۸۸.
<https://doi.org/10.1109/TRO.2006.870484>
- ۳۱ Angelini, G., Muggiasca, S. and Belloli, M., ۲۰۲۳. A techno-economic analysis of a cargo ship using flettner rotors. *Journal of Marine Science and Engineering*, 11, ۱, pp.۲۲۹.
<https://doi.org/10.3390/jmse11010229>
- ۳۲ Dickinson, M.H., Lehmann, F.O. and Sane, S.P., ۱۹۹۹. Wing rotation and the aerodynamic basis of
- ۱۳ Gao, H., Zhu, J., Sun, C., Li, Z.A. and Peng, Q., ۲۰۲۵. Visualized neural network-based vibration control for pigeon-like flexible flapping wings. *ISA Transactions*, ۱۵۸, pp.۳۷۴-۳۸۳.
<https://doi.org/10.1016/j.isatra.2024.12.038>
- ۱۴ Mao, T., Guo, C. and Duan, B., ۲۰۲۵. An improved quasi-steady model capable of calculating flexible deformation for bird-sized flapping wings. *Nonlinear Dynamics*, 113, ۶, pp.۵۵۹۱-۵۶۱۰.
<https://doi.org/10.1007/s11071-024-10570-7>
- ۱۵ Judi, A., Banazadeh, A. and Asghari, A., ۲۰۲۴. Activation of vibrational stabilization in insect-like flapping systems. *International Journal of Modeling And Optimization*, 14, ۴, pp.۱۴۲-۱۴۸.
<https://doi.org/10.۷۷۶۳/IJMO.2024.V14I4.863>
- ۱۶ Zhong, S., Wang, S., Xu, W., Liu, J. and Pan, E., ۲۰۲۳. Autonomous flight control with different strategies applied during the complete flight cycle for flapping-wing flying robots. *Science China Technological Sciences*, 66, ۱۱, pp.۳۳۴۳-۳۳۵۴.
<https://doi.org/10.1007/s11431-022-24502-7>
- ۱۷ Poshtan, J. and Leyci, -, ۲۰۲۱. Altitude cascade control of an avian-like flapping robot considering articulated wings and quasi-steady. *Amirkabir Journal Of Mechanical Engineering*, 53, ۴, pp.۲۱۳۷-۲۱۵۴. [In Persian].
<https://doi.org/10.۲۲۰۶/mej.2020.1۷93۷,۶۶۹۱>
- ۱۸ Huang, H., Chen, Z., He, W., Li, Q. and Niu, T., ۲۰۲۴. Aerodynamic analysis and flight control of a butterfly-inspired flapping-wing robot. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 9, ۱۱, pp.۹۶۷۷-۹۶۸۴.
<https://doi.org/10.1109/LRA.2024.3450809>
- ۱۹ Banazadeh, A. and Taymourtash, N., ۲۰۱۶. Adaptive attitude and position control of an insect-like flapping wing air vehicle. *Nonlinear Dynamics*, 85, ۱, pp.۴۷-۶۶.
<https://doi.org/10.1007/s11071-016-2666-8>
- ۲۰ Kim, T., Hong, I., Im, S., Rho, S., Kim, M., Roh, Y., Kim, C., Park, J., Lim, D., Lee, D. and Lee, S., ۲۰۲۴. Wing-strain-based flight control of flapping-wing drones through reinforcement learning. *Nature Machine Intelligence*, 6, ۹, pp.۹۹۲-۱۰۰۵.
<https://doi.org/10.1038/s42256-024-00893-9>
- ۲۱ Yu, Y., Lu, Q. and Zhang, B., ۲۰۲۵. Reinforcement learning based recovery flight control for flapping-wing micro-aerial vehicles under extreme attitudes. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, ۲۲, ۱, pp.۱۷۲۹۸۸-۶۲۴۱۳.۳۲۹۰.
<https://doi.org/10.1177/1۷۲۹۸۸.۶۲۴۱۳.۳۲۹۰>
- ۲۲ He, W., Mu, X., Zhang, L. and Zou, Y., ۲۰۲۰. Modeling and trajectory tracking control for flapping-wing micro aerial vehicles. *IEEE/CAA Journal of*

insect flight. *Science*, 284(۵۴۲۲), pp.۱۹۵۴-۱۹۶۰.
<https://doi.org/10.1126/science.284.5422.1954>

دید استادی نشسته

then validated through dedicated experimental measurements. The resulting model enables accurate nonlinear simulation of both hovering flight and turning maneuvers, modes in which dragonflies achieve exceptional stability and agility through coordinated forewing–hindwing interactions. The aerodynamic coefficients and force profiles extracted from experiments are incorporated into the simulation to evaluate performance, with results showing strong agreement between predicted and measured aerodynamic loads. This consistency confirms the physical plausibility and predictive capability of the proposed framework. The novelty of this research lies in the integration of a detailed multi-body dynamics formulation with biologically inspired quasi-steady aerodynamics, producing a unified and experimentally validated model suitable for both dynamic analysis and control design. Beyond replicating key aerodynamic effects, the model provides a flexible tool for exploring the influence of wing kinematics, body–wing interaction forces, and aerodynamic parameters on overall flight performance. Such a framework serves as a robust foundation for future studies on stability augmentation, maneuvering control strategies, and the design optimization of bio-inspired MAVs. Ultimately, this work contributes to a deeper understanding of flapping-wing flight mechanics and offers practical insights for the development of high-agility, hover and turn-capable aerial systems.

Keywords: Dynamic Modeling, Flight Simulation, Quasi-Steady Aerodynamics, Flapping Wing Dynamics, Dragonfly-like insect.

Modeling and Simulation of N -Degree-of-Freedom Flight Dynamics of a Dragonfly-Inspired Micro Aerial Vehicle Considering Quasi-Steady Aerodynamics

Sobhan Toulabi ^١, Afshin Banazadeh ^٢

^١– MSc graduate, Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology

^٢– Associate Professor, Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology (corresponding author)

s.toulabi@aut.ac.ir ^١ banazadeh@sharif.edu ^٢

Abstract:

This study presents the dynamic modeling and simulation of an N -degree-of-freedom (DOF) dragonfly-inspired micro aerial vehicle (MAV) with rigid wings, incorporating a quasi-steady aerodynamic framework. The model is developed using a multi-body dynamics approach, in which the central body accounts for six DOFs and each of the four wings contributes three DOFs, capturing both translational and rotational motions. The full set of coupled nonlinear equations of motion is derived via the Newton–Euler method for the body and rigid wings, considering internal force and torque interactions among all components. Unsteady aerodynamic mechanisms—namely delayed stall, rotational lift, and added mass inertia—are integrated into the quasi-steady model to capture the dominant lift- and thrust-producing phenomena observed in flapping-wing flight. Empirical formulations, calibrated from prior insect flight experiments, are employed to determine aerodynamic force coefficients, which are