

بررسی روش‌های پارامتری سازی پره در کمپرسورهای محوری

محمد فراهانی^{۱*}، مهرباب کلایی^۲، آرمان محمدی جوزدانی^۳، سجاد غدیری^۴

- ۱- استادیار، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف تهران
- ۲- کارشناسی ارشد جلوبرندگی، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف تهران
- ۳- کارشناسی ارشد آیرودینامیک، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف تهران
- ۴- دانشجوی دکتری جلوبرندگی، دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی شریف تهران

پست الکترونیکی نویسندگان:

۱- mfarahani@sharif.edu

۲- mehrab.kalabi79@sharif.edu

۳- mohammadi.arman@ae.sharif.edu

۴- Sajjad.ghadiri@ae.sharif.edu

چکیده:

پارامتری سازی هندسه پره، نقشی تعیین کننده در فرآیند طراحی و تحلیل عملکرد کمپرسورهای محوری ایفا می کند و در ارزیابی اثر خطاهای ساختی بر عملکرد آیرودینامیکی پره ها، جایگاهی کلیدی دارد. دستیابی به تعادل میان تعداد پارامترهای هندسی و حفظ دقت بازتولید سطوح، چالشی اساسی محسوب می شود. روش های مختلفی برای پارامتری سازی هندسی در آیرودینامیک وجود دارد. با توجه به بررسی های صورت گرفته، تاکنون مقایسه ای جامع از کارایی این روش های پارامتری سازی در پره های کمپرسور محوری ضمن در نظر گرفتن عدم قطعیت های ساختی صورت نگرفته است. در این پژوهش، روش های مطرح شامل برازش منحنی، تابع انتقال کلاس و پیکره، مقاطع پارامتری، هیکس-هن، تجزیه مقادیر منفرد و روش لانگ، تشریح و پیاده سازی شده اند. به منظور ارزیابی دقیق، دو نوع ایرفویل متداول در پره کمپرسورهای محوری با استفاده از این روش ها پارامتری سازی شدند. نتایج نشان می دهد اگرچه روش های مبتنی بر برازش منحنی دقت بازتولید بسیار بالایی ارائه می دهند، اما روش لانگ با استفاده از پارامترهای فیزیکی صریح و پیاده سازی آسان، عملکرد قابل قبولی در پارامتری سازی پره کمپرسورهای محوری دارد. به منظور انتخاب بهترین روش پارامتری سازی، عملکرد روش های مذکور با معیارهای مختلفی مانند دقت بازتولید هندسه، تعداد و نوع پارامترها، قابلیت تولید انحرافات هندسی بررسی و مقایسه شده است. این بررسی امکان شناسایی روش مناسب در کاربردهای مختلف را فراهم می آورد.

واژگان کلیدی:

پارامتری سازی هندسه، توربوماشین ها، کمپرسور محوری، پره کمپرسور، خطاهای ساختی، روش های تغییر هندسه، روش های تولید هندسه

* محمد فراهانی، استادیار دانشکده مهندسی هوافضا- دانشگاه صنعتی شریف تهران

ایمیل: mfarahani@sharif.edu (نویسنده مسئول مقاله)

The Investigation of Blade Parameterization Methods in Axial Compressor Blades

Mohammad Farahani¹, Mehrab Kalabi², Arman Mohammadi Joozdani², Sajjad Ghadiri³

1- Associate Prof., Department of Aerospace Engineering, Sharif University of Technology, Tehran, Iran.

2- Master of Propulsion and Aerodynamic Engineering of Sharif University, Tehran, Iran.

3- Ph.D Student Propulsion Engineering of Sharif University, Tehran, Iran.

Emails:

- 1) mfarahani@sharif.edu
- 2) mehrab.kalabi79@sharif.edu
- 3) mohammadi.arman@ae.sharif.edu
- 4) Sajjad.ghadiri@ae.sharif.edu

Abstract:

Geometry parameterization plays a significant role in axial compressor design and optimization. It also could be utilized to model geometric deviations. It's necessary to use the minimum set of variables to parameterize the geometry, while maintaining acceptable accuracy. In this paper, several widely used parameterization methods in the field of aerodynamics are implemented and compared in the context of axial compressor blades. Common curve-fitting methods, class/shape function transformation, parameteric sections, Hicks-Henne, and singular value decomposition are presented and discussed. Additionally, the Lange method, a commonly used parameterization approach in compressor blade airfoils, is addressed. To assess the efficiency and effectiveness of these methods, two transonic compressor blade airfoils were parameterized and compared. The results have shown that the curve-fitting methods exhibits the lowest error. Given that the Lange method relies on explicit variables and provides reasonable accuracy at the leading and trailing edge, it is a reliable choice for turbomachinery design. There is no globally optimal method, since the best choice varies depending on the number of parameters, the geometry of interest, and the type of the problem being considered. To facilitate decision-making, the methods were compared and ranked based on key criteria, enabling the suitable choice to be made.

Keywords: Geometry parameterization, Turbomachinery, Axial Compressor, Compressor blades, Manufacturing variability, Deformative methods, Constructive methods

۱- مقدمه و تاریخچه تحقیقات

چرخه طراحی و بهینه‌سازی عددی در حوزه آیرودینامیک، بر چهار رکن اساسی پارامتری‌سازی هندسه، تولید شبکه، حل معادلات جریان و فرآیند بهینه‌سازی استوار است. در این میان، پارامتری‌سازی هندسه نقشی بنیادین در فرآیندهای طراحی و ارزیابی حساسیت توربوماشین‌ها نسبت به خطاهای ساخت ایفا می‌کند. این مرحله نه تنها امکان تنظیم دقیق متغیرهای طراحی جهت دستیابی به هندسه‌های بهینه را میسر می‌سازد، بلکه بستر لازم را برای مدل‌سازی اثر عدم قطعیت‌ها و انحرافات هندسی ناشی از فرآیند ساخت فراهم می‌آورد.

بهره‌گیری از روش‌های مختلف پارامتری‌سازی در آیرودینامیک و طراحی توربوماشین‌ها با هدف مدیریت فضای طراحی صورت می‌گیرد. هدف از این روش‌ها، تبدیل هندسه‌های پیچیده به مجموعه‌ای محدود از متغیرهای کنترلی است که منجر به کاهش ابعاد فضای جستجو و اعمال خطاهای ساختی می‌گردد. از این رو، انتخاب روشی که بتواند با کمترین تعداد متغیر، دقیق‌ترین بازنمایی از هندسه را ارائه دهد، از اهمیت بالایی برخوردار است [۱]-[۲].

لائر و آنسل [۳] (۲۰۲۵) در یک پژوهش مروری، انواع روش‌های پرکاربرد پارامتری‌سازی در آیرودینامیک شامل بی-اسپلاین^۱، سطوح بزیه^۲، تابع انتقال کلاس و پیکره^۳، هیکس-هن^۴ و سایر تکنیک‌های متداول را معرفی و بررسی کردند و کاربرد آن‌ها را در طراحی و بهینه‌سازی آیرودینامیکی خلاصه‌سازی کردند. در این پژوهش، نویسندگان همچنین یک روش نوین پارامتری‌سازی را ارائه دادند و عملکرد آن را در مسائل برازش ایرفویل با روش‌های دیگر مقایسه کردند.

مسترز (۲۰۱۵) [۱] در یک پژوهش مروری دیگر، انواع روش‌های پرکاربرد پارامتری‌سازی در آیرودینامیک شامل بی-اسپلاین، سطوح بزیه، تابع انتقال کلاس و پیکره، هیکس-هن و تحلیل مؤلفه‌های اصلی^۵ را معرفی و عملکرد این روش‌ها را در تقریب ۱۰۶۴ ایرفویل، آزمایش کرد. با استناد به نتایج حاصل از این مطالعه، برای

آنکه ۸۰ درصد از ایرفویل‌های بانک داده با دقت مناسب تقریب زده شوند، انتخاب حداقل ۲۵ متغیر طراحی ضروری است. مسترز (۲۰۱۷) در پژوهشی دیگر [۲] با استفاده از روش‌های پارامتری‌سازی مذکور، ابتدا ایرفویل‌ها را پارامتری کرده و با حل عددی جریان، عملکرد هر روش را با دستیابی به ضرایب آیرودینامیکی برآ و پسا آزمایش کرد. در این پژوهش نیز مشاهده شد که برای دستیابی به ضرایب آیرودینامیکی دقیق و قابل اطمینان، انتخاب ۳۸ تا ۶۶ متغیر طراحی ضروری است.

ژانگ (۲۰۱۸) در یک پژوهش مروری دیگر [۴]، روش‌های پارامتری‌سازی در آیرودینامیک را معرفی و بررسی کرد. در این پژوهش روش‌های بی-اسپلاین، تابع انتقال کلاس و پیکره، سطوح پارامتری، هیکس-هن و تحلیل مؤلفه‌های اصلی ارائه و مقایسه شدند و در نهایت روش تحلیل مؤلفه‌های اصلی به‌عنوان بهترین روش انتخاب شد. اسپرادکل (۲۰۱۰) [۵] نیز در پژوهش خود، مقایسه روش‌های پارامتری‌سازی در آیرودینامیک شامل بی-اسپلاین، منحنی فرگوسن، هیکس-هن، سطوح پارامتری و تابع انتقال کلاس و پیکره را انجام داد. در این پژوهش روش‌های پارامتری‌سازی بر اساس معیارهای مختلف رتبه‌بندی شدند تا طراح بر اساس نیاز خود، یکی از روش‌ها را انتخاب کند.

یکی از روش‌های مرسوم در توربوماشین، پارامتری‌سازی به کمک توزیع ضخامت و توزیع انحنای ایرفویل است. وانگ (۲۰۲۳) [۶] در چند پژوهشی که در زمینه‌ی بررسی اثر نامشخصه‌های ساختی بر عملکرد کمپرسور محوری انجام داده است [۶-۷]، برای پارامتری کردن هندسه پره کمپرسور از این روش استفاده کرد. روش لانگ یکی از روش‌های معروف پارامتری‌سازی متداول در پره کمپرسورها است و در این روش پره با ۱۴ پارامتر بیان می‌شود. پروتس و همکاران (۲۰۲۳) [۸] از این روش برای حساسیت‌سنجی و بررسی اثر نامشخصه‌های ساختی و استهلاک حین بهره‌برداری بر عملکرد کمپرسور استفاده کردند.

وانگ (۲۰۲۳) [۹] در پژوهش خود به بهینه‌سازی پره‌های یک کمپرسور محوری پرداخت. در این پژوهش صرفاً از چند پارامتر

^۴ Hicks-Henne

^۵ Singular Value Decomposition (SVD)

^۱ B-Spline

^۲ Bezier

^۳ Class/Shape Function (CST)

هندسی ساده شامل طول وتر، زاویه ورودی پره، بیشینه ضخامت و زاویه نصب برای بیان هندسه استفاده شد. ژانگ (۲۰۲۲)^[۱۰] عدم قطعیت عملکرد پره‌های یک کمپرسور محوری را تحت تأثیر تغییرات هندسی لبه حمله^۱ و لبه فرار^۲ مورد ارزیابی قرار داد. او هندسه لبه حمله و فرار را با دو پارامتر هندسی بیان کرد.

الطافی و مجدم (۲۰۲۲)^[۱۱]، اثر انحرافات پارامترهای هندسی مانند ضخامت و زاویه پره را بر عملکرد یک کمپرسور جریان شعاعی بررسی کردند. علیگودرز (۲۰۱۷)^[۱۲] در پژوهش خود اثر انحرافات هندسی ایجادشده در فرآیند ساخت، نظیر ضخامت بیشینه، طول وتر و ارتفاع پره را بر بازده یک توربین محوری با مدل‌های یک‌بعدی بررسی کرد. صادقی و داوری (۲۰۲۴)^[۱۳] در مطالعه‌ی تجربی آکوستیک یک توربین باد، از روش پارامتری‌سازی CST برای تولید هندسه استفاده کردند. هندسه مورد مطالعه در این پژوهش، ایرفویل S834 است که مجذور مربعات خطای روش CST برای بازتولید این ایرفویل برابر با 10^{-3} می‌باشد.

آبراهام و همکاران (۲۰۱۸)^[۱۴] در پژوهشی، عدم قطعیت‌های هندسی و عملکردی روتور ۳۷ ناسا را با به‌کارگیری ۴ پارامتر هندسی (متمرکز بر لبه حمله پره) مورد بررسی قرار دادند. لی (۲۰۱۵)^[۱۵] در مسئله‌ای با موضوع بهینه‌سازی کمپرسور، به بهینه‌سازی همزمان هندسه ایرفویل پره‌ها و شرایط عملکردی پرداخت و از روش تابع انتقال کلاس و پیکره برای پارامتری‌سازی هندسه ایرفویل استفاده کرد. ایوانف و همکاران (۲۰۱۷)^[۱۶] در پژوهش خود، با استفاده از الگوریتم ژنتیک و روش تابع انتقال کلاس و پیکره به بهینه‌سازی توربین بادی عمودمحور پرداختند و با نمایش کارآمد هندسه ایرفویل، به بهبودهای قابل توجهی در عملکرد دست یافتند. ژیلنگ و چن (۲۰۲۱)^[۱۷] از روش تغییر شکل سطوح آزاد^۳ برای طراحی بهینه یک کمپرسور محوری چندطبقه استفاده کردند. بسل و فلسیگ (۲۰۱۰)^[۱۸] در پژوهشی با هدف بهینه‌سازی پره‌های کمپرسور با در نظر گرفتن نویزهای ناشی از فرآیند ساخت، از روش‌های لانگ و بی-اسپلین برای پارامتری‌سازی هندسه ایرفویل بهره بردند. تیان‌یوان (۲۰۲۳)^[۱۹] مسئله کمی‌سازی عدم قطعیت را برای اثر تغییر ضخامت

پره کمپرسور محوری بررسی کرد. در این پژوهش از روش بی-اسپلین برای پارامتری‌سازی ایرفویل‌های پره استفاده شد. تیان‌یوان (۲۰۲۴)^[۲۰] در پژوهشی دیگر، به بررسی کمی‌سازی عدم قطعیت‌های هندسی ناشی از انحرافات پارامترهای متعدد در کمپرسور محوری پرداخت. او روش‌های منحنی‌های بزیه و بی-اسپلین را برای پارامتری‌سازی ایرفویل پره به کار گرفت؛ به‌عنوان مثال، از ۲۴ نقطه کنترلی منحنی بزیه برای پارامتری‌سازی توزیع انحنای ایرفویل استفاده کرد.

با وجود اهمیت حیاتی پارامتری‌سازی در فرآیند بهینه‌سازی هندسی و ارزیابی عدم قطعیت‌های ناشی از خطاهای ساخت، بررسی پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد که کارایی روش‌های مختلف پارامتری‌سازی برای ایرفویل‌های متداول مورد استفاده در توربوماشین‌ها به‌طور جامع ارزیابی نشده است. از این رو، پژوهش حاضر با هدف بررسی جامع عملکرد و دقت روش‌های مختلف پارامتری‌سازی در بازتولید هندسه پره‌های کمپرسورهای محوری، با لحاظ کردن اثر خطاهای ساختی، انجام شده است. به همین منظور عملکرد روش‌های پارامتری‌سازی مذکور با معیارهای دقت بازتولید، خطای لبه حمله و فرار، سادگی در پیاده‌سازی، نوع پارامترها (صریح/ضمنی)، قابلیت بازتولید انحرافات هندسی و امکان تولید هندسه‌های غیر واقعی بررسی و مقایسه شده است. این بررسی امکان شناسایی روش منتخب در کاربردهای مختلف فراهم می‌آورد.

۱-۱- انواع خطاهای ساختی

خطاهای ساختی بر اساس مرتبه بزرگی به شش دسته تقسیم می‌شوند. خطاهای مرتبه اول، در ابعاد اصلی و مشخصه قطعه (مانند طول وتر، زاویه نصب یا شعاع لبه حمله) رخ می‌دهند و ممکن است ناشی از عدم دقت ذاتی دستگاه فرز، گرفتن غیر دقیق قطعه و یا سایدگی و فرسودگی تیغه فرز کاری باشد. مقدار این خطاها به‌عنوان یک قاعده تجربی، معمولاً در بازه ۰/۱ تا ۱ میلی‌متر قرار می‌گیرد. با توجه به آنکه خطاهای مرتبه اول بیشترین اهمیت را در تحلیل‌های آیرودینامیکی دارند، روش پارامتری‌سازی هندسه باید از دقت کافی برای بیان آن‌ها برخوردار باشد.

^۳ Free-Form Deformation

^۱ Leading Edge (LE)

^۲ Trailing Edge (TE)

تحقیقات لوئیس ناسا طراحی، ساخته و به صورت آزمایشگاهی مورد آزمون قرار گرفت.

داده‌های تجربی حاصل از آزمایش‌های روتور ۳۷ به دلیل کیفیت بالا و مستندسازی دقیق، به سرعت به یکی از مراجع اصلی برای ارزیابی و اعتبارسنجی روش‌های عددی در حوزه جریان‌های گذر صوتی تبدیل شد. از این رو، این نمونه به عنوان یک مورد آزمایش استاندارد در این حوزه شناخته می‌شود [۲۲-۲۳]. نمونه آزمایش دوم نیز اسپن میانی از روتور یک کمپرسور محوری می‌باشد که نمونه‌ای از ایرفویل‌های DCA است. شکل (۲) و شکل (۳) به ترتیب نمونه آزمایش اول و دوم را در دستگاه مختصات (m', θ) نمایش می‌دهند.

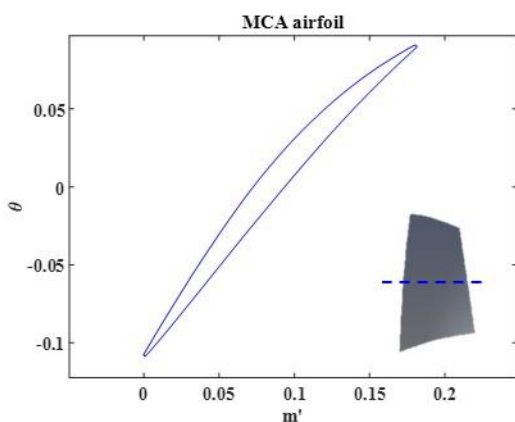


Figure 2. NASA Rotor37 mid-span airfoil
شکل ۲: ایرفویل اسپن میانی روتور ۳۷ ناسا

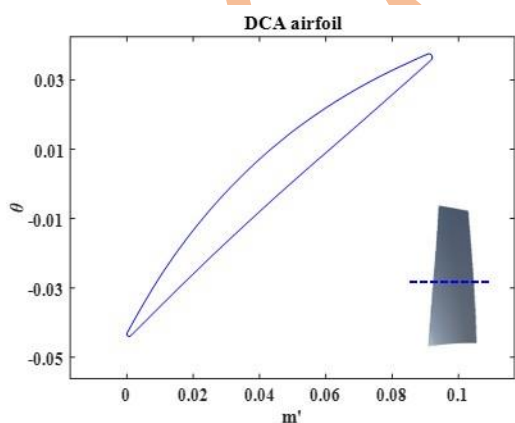


Figure 3. Transonic compressor blade mid-span airfoil
شکل ۳: ایرفویل اسپن میانی پره کمپرسور گذر صوتی

خطاهای مرتبه پنجم و ششم، که در مقیاس ریزساختار ماده تعریف می‌شوند، ابعاد بسیار کوچکی دارند، به طوری که تأثیر قابل توجهی بر عملکرد آیرودینامیکی قطعه ندارند. در مقابل، چهار دسته نخست می‌توانند بر جریان سیال و بازده آیرودینامیکی مؤثر باشند [۲۱]. استاندارد DIN 4760 به طور اختصاصی به انواع خطاهای ساختی در قطعات ماشین‌کاری شده می‌پردازد.

از منظر شکل ظاهری، خطاهای ساختاری به چهار گروه اصلی آفست، موج‌دار، پله و تاب جزئی تقسیم می‌شوند (شکل ۱). آفست‌ها اغلب از نوع خطاهای مرتبه اول هستند و کل سطح را به طور یکنواخت جابه‌جا می‌کنند. سطوح موج‌دار معمولاً در دسته خطاهای مرتبه دوم یا سوم قرار می‌گیرند. پله و تاب جزئی غالباً در محل اتصال دو قطعه، زمانی که شیب یا ارتفاع در فصل مشترک تطابق ندارد، پدید می‌آیند. همچنین، ماشین‌کاری از دو جهت مخالف، وقفه در فرایند فرزکاری، یا تعویض تیغه در حین عملیات، از دیگر علل ایجاد پله بر روی قطعه به‌شمار می‌روند [۲۰].

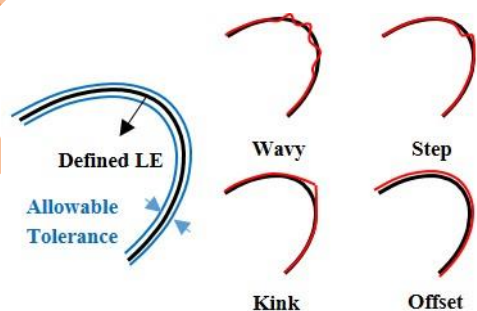


Figure 1. Visual classification of manufacturing errors (Adapted from [21])
شکل ۱: تقسیم‌بندی ظاهری خطاهای ساختی (برگرفته از [۲۱])

۱-۲ - هندسه‌های مورد مطالعه

هندسه‌های مورد مطالعه در این پژوهش، شامل دو ایرفویل از اسپن^۱ میانی از دو نمونه پره کمپرسور محوری هستند. نمونه آزمایش اول، اسپن میانی پره روتور ۳۷ ناسا می‌باشد که در دسته ایرفویل‌های MCA^۲ قرار دارد. روتور ۳۷ یکی از طبقات کمپرسور محوری گذر صوتی هشت طبقه است که در اواخر دهه ۱۹۷۰ میلادی در مرکز

^۱ Multiple Circular Arc

^۲ Span

۲ - روش‌های پارامتری‌سازی ایرفویل در آیرودینامیک

ساده‌ترین شیوه برای تغییر شکل یک هندسه، جابه‌جایی مستقیم مختصات نقاط روی سطح آن است. اما این روش نه تنها شمار متغیرهای مسئله را به شکل نامطلوبی افزایش می‌دهد، بلکه ممکن است به ایجاد سطوحی با لبه‌های تیز و ناپیوستگی منجر شود. چنین سطوحی مدل‌سازی را با چالش‌های جدی روبه‌رو ساخته و حتی در مواردی آن را ناممکن می‌کند. به همین دلیل، روش‌های متنوعی برای پارامتری‌سازی هندسه در علم آیرودینامیک توسعه یافته است که می‌توان آنها را بر اساس معیارهای گوناگونی طبقه‌بندی نمود.

در یکی از این دسته‌بندی‌ها، روش‌ها در دو دسته‌ی تغییر هندسه^۱ و تولید هندسه^۲ قرار می‌گیرند^[۱-۲]. در روش‌های تغییر هندسه، یک هندسه‌ی پایه وجود دارد و پارامترهای کنترلی، شکل اولیه را تغییر می‌دهند اما در روش‌های تولید هندسه، پارامترهای کنترلی مستقیماً هندسه را تولید می‌کنند. در یک دسته‌بندی دیگر، می‌توان روش‌ها را بر حسب ماهیت پارامترها تقسیم کرد. در برخی روش‌ها پارامترهای دخیل در مسئله، معنای فیزیکی مشخصی دارند؛ متغیرهای صریح^۳. برای مثال زوایای ورود و خروج، طول وتر و ضخامت بیشینه ایرفویل از این جنس پارامترها هستند. در مقابل اما برخی روش‌ها از پارامترهایی استفاده می‌کنند که معنای فیزیکی ندارند و نوعی کمیت ریاضی هستند که با قصد کاهش تعداد متغیرها تعریف شده‌اند؛ متغیرهای ضمنی^۴. در ادامه، مهم‌ترین روش‌های پارامتری کردن هندسه‌ی ایرفویل معرفی شده‌اند.

۲-۱ - برازش منحنی

یکی از روش‌های متداول، پرکاربرد و در عین حال مؤثر برای پارامتری‌سازی سطح ایرفویل، برازش منحنی به سطح است. منحنی‌هایی همچون اسپلین، بی-اسپلین، نرَبز^۵ و بَزیه را می‌توان به راحتی با دقت مورد نظر به سطح بالایی و پایینی ایرفویل برازش کرد. هرچند رسیدن به دقت بالا ممکن است نیازمند تعداد نقاط کنترلی (پارامترهای برازش) زیادی باشد.

اسپلین یک منحنی شامل تعدادی چندجمله‌ای است که در تعدادی گره^۶ به هم متصل شده‌اند. در این نوع منحنی معمولاً از چندجمله‌ای مرتبه ۳ (مکعبی) استفاده می‌شود و در گره‌ها علاوه بر شرط اتصال، شرط تساوی شیب و مشتق دوم طرفین نیز اعمال می‌شود. میان‌یابی به کمک اسپلین مزیت محسوسی نسبت به چندجمله‌ای‌های مرتبه بالا دارد و بسیار کمتر دچار نوسانات ناخواسته یا پدیده‌ی رانج (شکل ۴) می‌شود^[۲۴-۲۶].

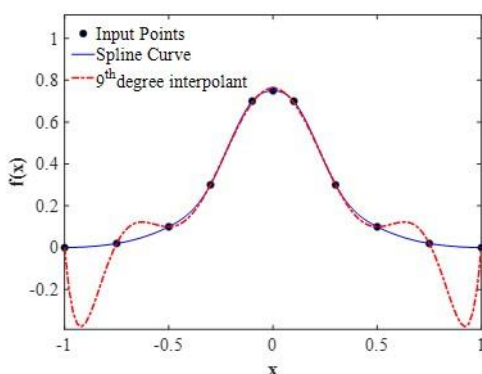


Figure 4. Spline curve and Runge's phenomenon in high-order polynomial interpolation

شکل ۴: منحنی اسپلین و پدیده‌ی رانج در میان‌یابی با چندجمله‌ای مرتبه بالا

بی-اسپلین یا اسپلین پایه، با بهره‌گیری از چندجمله‌ای‌های پایه (برن‌اشترین^۷) و تعدادی نقاط کنترلی، می‌تواند هر اسپلین را بازنویسی و بازتولید کند. در این فرمت، نقاط کنترلی الزاماً روی منحنی قرار نمی‌گیرند و برای گذراندن نقاطی خاص از منحنی، لازم است آن نقطه به صورت تعداد خاصی گره (به اندازه مرتبه چندجمله‌ای پایه) تکراری اعمال شود. در شکل (۵) منحنی بی-اسپلین مرتبه چهار (مکعبی) با هشت نقطه کنترلی، گره‌های ابتدا و انتهای تکراری و گره‌های داخلی (توزیع یکنواخت) دیده می‌شود. در قسمت پایینی شکل نیز توابع پایه مرتبه چهار نمایش داده شده‌اند.

^۵ NURBS

^۶ knot

^۷ Bernstein Polynomials

^۱ Deformative methods

^۲ Constructive methods

^۳ Explicit variables

^۴ Implicit variables

گرفتن لبه حمله و فرار (که معمولاً انحنا و تغییرات زیادی دارند)، باید نقاط کنترلی نزدیک این دو قسمت را بیشتر کرد.

۲-۲- تابع انتقال کلاس و پیکره

روش تابع انتقال کلاس و پیکره (CST) از روش‌های تولید هندسه با متغیرهای ضمنی است که اولین بار سال ۲۰۰۶ توسط کولفان معرفی شد^[۲۷-۲۹]. این روش قابلیت تولید بازه‌ی وسیعی از ایرفویل‌ها را با استفاده از تعداد محدودی متغیر دارد. همانطور که در شکل (۶) مشاهده می‌شود، این روش قابلیت تولید سایر اشکال هندسی مانند هندسه‌های دایروی، مربعی و بدنه هواپیما را نیز دارد. در این روش یک منحنی با استفاده از توابع کلاس و پیکره ساخته می‌شود. توابع کلاس، نوع منحنی هندسه و توابع شکل، انحنای شکل منحنی را اصلاح می‌کنند. روابط ریاضی سطح بالایی و پایینی ایرفویل به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\theta_{upper} = C_{N_2}^{N_1}(m')S_{upper}(m') + m'\Delta\theta_{upper} \quad (2)$$

$$\theta_{lower} = C_{N_2}^{N_1}(m')S_{lower}(m') + m'\Delta\theta_{lower} \quad (3)$$

و تابع کلاس نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$C_{N_2}^{N_1}(m') = (m')^{N_1} \cdot (1 - m')^{N_2} \quad (4)$$

پارامتر $\Delta\theta$ ضخامت لبه فرار و $m' \in [0,1]$ مختصات در جهت نصف‌النهاری و بدون بعد است. با قرار دادن $N_1 = 0.5$ و $N_2 = 1$ منحنی‌های ایرفویل‌های با لبه فرار تیز ایجاد می‌شوند. همانطور که در شکل (۶) مشاهده می‌شود، با تغییر مقادیر N_1 و N_2 کلاس‌های متفاوتی از هندسه‌ها ایجاد خواهد شد. برای مثال در صورتی که $N_1 = 0.005$ و $N_2 = 0.005$ باشد، یک شکل مربعی تولید خواهد شد.

تابع پیکره $S(m') \in [0,1]$ برای تولید شکل صحیح ایرفویل تعریف می‌شود. کولفان به طور خاص برای منحنی‌های ایرفویل شکل، سه پارامتر زیر را تعریف می‌کند تا به صورت مستقیم $S(m')$ با استفاده از روابط زیر، محدود و کنترل شود:

$$S(0) = \sqrt{2r_{le}}, \quad S(1) = \tan(\beta) + \Delta\theta \quad (5)$$

که در آن β زاویه دم-قایقی^۱ و r_{le} شعاع لبه حمله است.

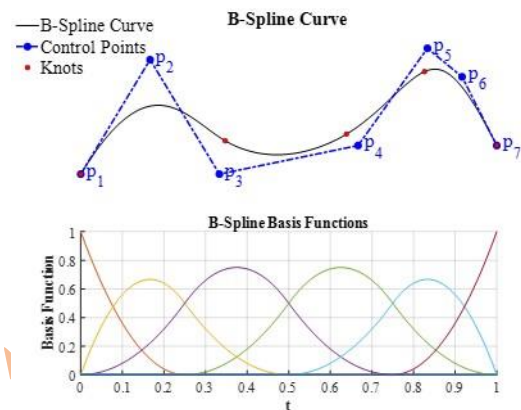


Figure 5. Fourth-order B-spline: control points and corresponding knots (top) and basis functions (bottom) (Adapted from [26])

شکل ۵: بی-اسپلاین مرتبه چهار؛ نقاط کنترلی و گرهِ‌های متناظر (بالا) و توابع پایه (پایین) (برگرفته از مرجع [۲۶])

به صورت ریاضی، منحنی $X(u)$ را می‌توان به کمک n تابع پایه $N_{i,k}$ از مرتبه $k < n$ و نقطه کنترلی P_i تقریب زد:

$$X(u) = \sum_{i=0}^{n-1} N_{i,k}(u)P_i \quad (1)$$

اگر $k = n - 1$ باشد، منحنی حاصل تحت عنوان منحنی بزیه شناخته می‌شود. هر قدر درجه توابع پایه کمتر باشد، اثر نقاط کنترلی موضعی‌تر خواهد بود^[۱]. نوع خاصی از اسپلاین پایه با نام اسپلاین پایه غیر یکنواخت منطقی (نرَبز)، نیز توسعه داده شده است که تفاوت اساسی آن با نوع ابتدایی، وزن دادن به هریک از توابع پایه می‌باشد. این امر هر چند انعطاف پذیری نرَبز را نسبت به اسپلاین پایه افزایش می‌دهد اما پارامترهای برازش را افزایش می‌دهد و از این جهت مطلوب نیست.

استفاده از روش‌های برازش منحنی در پارامتری‌سازی ایرفویل عمدتاً به صورت برازش دو منحنی جداگانه به سطوح پایینی و بالایی است. در برخی موارد مخصوصاً پره‌های توربوماشین‌ها، لبه‌ی حمله و فرار از منحنی استثنا شده و با یک بیضی بیان می‌شوند و نقاط مماسی بین بیضی‌ها و منحنی‌ها تعیین می‌شود. این امر تعداد نقطه کنترلی مورد نیاز را تا حد زیادی کاهش می‌دهد زیرا برای در نظر

^۱ Boat-tail angle

۲-۳- روش مقاطع پارامتری

روش مقاطع پارامتری (به اختصار PARSEC)، توسط سوبیزکی (۱۹۹۹-۲۰۰۰) معرفی شد^[۳۰-۳۱]. در این روش از ۱۱ متغیر صریح برای بیان ایرفویل استفاده می‌شود. تعریف این ۱۱ متغیر به گونه‌ای انجام شده است که بتوان سطح پایینی و بالایی ایرفویل را با کمک ترکیب خطی ۶ چندجمله‌ای بیان کرد. شکل (۷) متغیرهای روش مقاطع پارامتری را بر روی ایرفویل نشان می‌دهد.

$$Z_{up,low}(m') = \sum_{i=1}^6 a_i(m')^{(i-0.5)} \quad (8)$$

همچنین کولفان $S(m')$ را به صورت ترکیب خطی از چندجمله‌ای‌های برن اشتین پیشنهاد کرد:

$$S(m') = \sum_{i=0}^n a_i b_{i,n}(m'), \quad (6)$$

$$b_{i,n}(m') = \binom{n}{i} (m')^i (1-m')^{n-i}$$

کولفان برای آنکه تقریب انحناى لبه حمله ایرفویل بهبود یابد، راهکاری ارائه می‌دهد (LEM^۱) که این راهکار شامل افزودن یک چندجمله‌ای و ضریب اضافه به بسط فوق است. این چندجمله‌ای در رابطه زیر به بسط قبلی اضافه شده است.

$$S(m') = \sum_{i=0}^n a_i b_{i,n}(m') + a_{n+1} (m')^{0.5} (1-m')^{n-0.5} \quad (7)$$

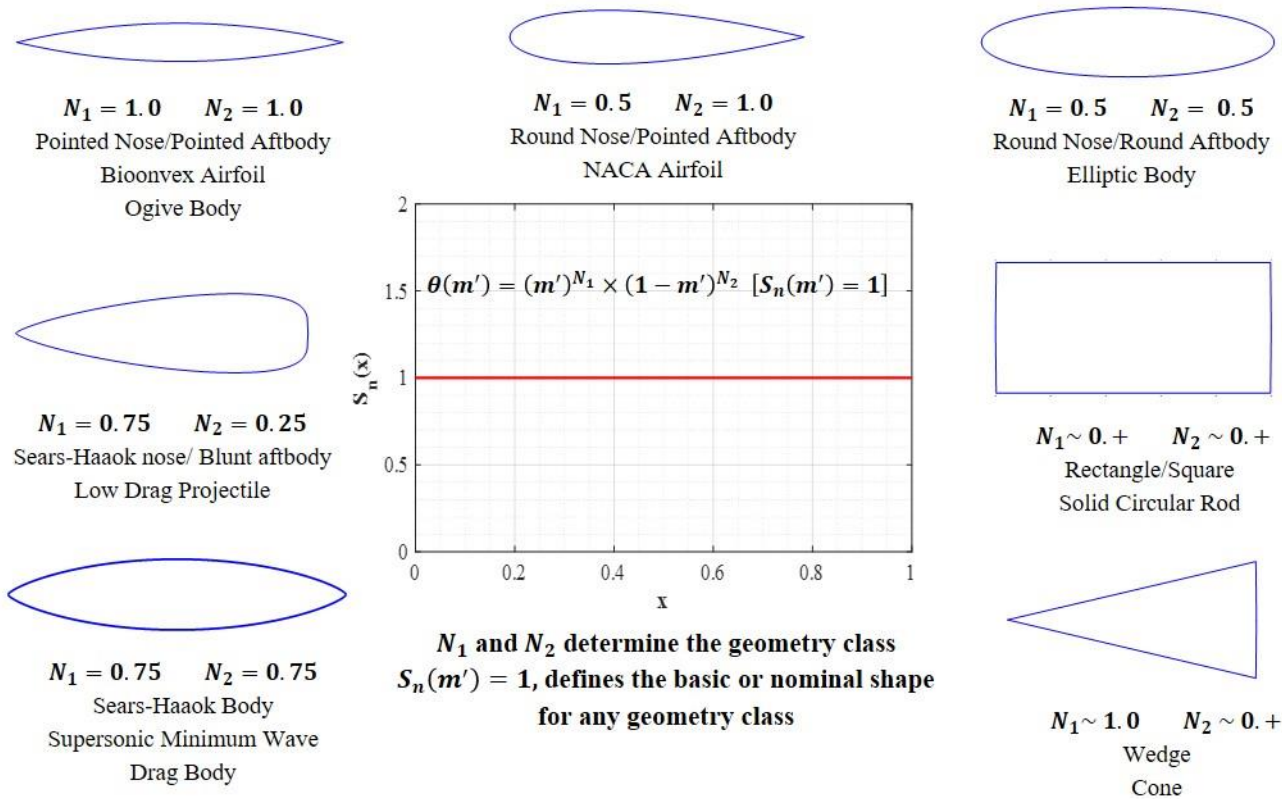


Figure 6. Geometries generated by the CST method(Adapted from [27-29])

شکل ۵: هندسه‌های تولید شده با روش CST (برگرفته از مراجع [۲۷-۲۹])

^۱ Leading Edge Modification

$$t_i = 2 \left(\frac{n-i}{n-1} \right)^3 + 1 \quad (11)$$

۲-۵- روش تجزیه مقادیر منفرد

روش تجزیه مقادیر منفرد (SVD)، یک تکنیک کاهش داده محبوب در یادگیری ماشین است. این روش به نوعی فرآیند تجزیه یک ماتریس و شناسایی مهم‌ترین مؤلفه‌های آن را انجام می‌دهد. می‌توان از این روش برای پارامتری سازی ایرفویل نیز بهره گرفت. به‌منظور پارامتری‌سازی ایرفویل، ابتدا استخراج مدهای^۲ پایه متعامد برای مجموعه‌ای از ایرفویل‌های آموزشی از پیش تعیین‌شده انجام می‌شود. سپس، ایرفویل‌های جدید با استفاده از ترکیب خطی از مدهای پایه استخراج شده، بازسازی و تولید می‌شوند. این روش ابتدا توسط تول (۲۰۱۰)^[۳۴] به کار گرفته شد. سپس گومن (۲۰۱۲)^[۳۵] با استفاده از این روش برای مجموعه‌ای از ایرفویل‌های فوق بحرانی^۳، توانست ایرفویل‌های فوق بحرانی دیگری را به شکلی موثر تولید کند. پول (۲۰۱۵)^[۳۶] نیز با گسترش این روش نشان داد که اگر تعداد ایرفویل‌های موجود در مجموعه ایرفویل‌های آموزشی به اندازه کافی زیاد باشد، می‌توان طیف وسیعی از ایرفویل‌ها را توسط این روش تولید کرد. مسترز (۲۰۱۵)^[۲] نیز بیان کرد که برای به دست آوردن مدهای شکل ایرفویل، باید ایرفویل‌هایی که به عنوان اشکال اولیه انتخاب می‌شوند، به گونه‌ای متعامدسازی و گسسته شوند که تعداد نقاط در راستای محور m' یکسان باشد. این شرط به این معنی است که مدها فقط باید در جهت θ ساخته شوند. مختصات θ ایرفویل‌های آموزشی حول $\bar{\theta}$ انتقال می‌یابد به طوری که $\bar{\theta} = \theta - \theta$ برای ساخت ماتریس T استفاده می‌شود^[۱]:

$$T = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_1^1 & \hat{\theta}_2^1 & K & \hat{\theta}_N^1 \\ \hat{\theta}_1^2 & \hat{\theta}_2^2 & K & \hat{\theta}_N^2 \\ M & M & O & M \\ \hat{\theta}_1^M & \hat{\theta}_2^M & K & \hat{\theta}_N^M \end{bmatrix} \quad (12)$$

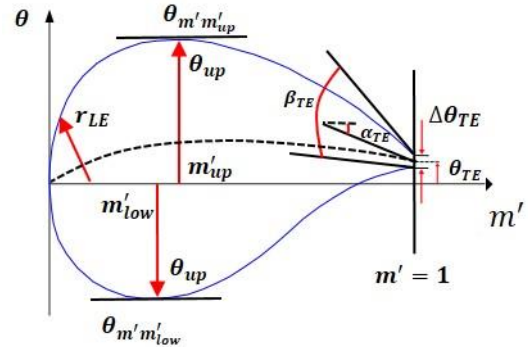


Figure 7. Explicit variables for defining explicit airfoils in the PARSEC method (Adapted from [30])

شکل ۷: متغیرهای صریح برای بیان ایرفویل‌های صریح در روش PARSEC (برگرفته از مرجع [۳۰])

۲-۴- روش هیکس-هن

این روش از نوع تغییر هندسه است و به کمک تعریف تعدادی تابع برآمدگی^۱ و اضافه کردن آن به ایرفویل پایه، ایرفویل‌های جدید می‌سازد^[۳۲]. توابع برآمدگی با توابع افزایشی سینوسی تعریف می‌شوند و هر سطح ایرفویل طبق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\theta = \theta^{initial} + \sum_{i=0}^n a_i \sin^{t_i} \left(\pi (m')^{\frac{\ln(0.5)}{\ln(h_i)}} \right) \quad (9)$$

که h_i مکان بیشینه تابع ضربه است و t_i ضخامت هر تابع را نشان می‌دهد. بنابراین، هر تابع برآمدگی با ۳ متغیر تعریف می‌شود که هر کدام از این متغیرها می‌توانند بهینه شوند یا تغییر کنند. با هدف کاهش متغیرها، یوان و همکاران (۲۰۰۳)^[۳۳] مقدار ثابت $t_i = 4$ را به همراه تابع h_i به صورت زیر در نظر گرفتند^[۳۱]:

$$h_i = \frac{1}{2} \left[1 - \cos \left(\frac{i \pi}{n+1} \right) \right] \quad (10)$$

در برخی مطالعات هر سه متغیر در نظر گرفته شده‌اند. مسترز^[۱] نشان داد برای ایرفویل NACA 0012 بهترین نتایج با رابطه‌ی زیر حاصل می‌شود^[۱]:

^۲ Modes
^۳ Supercritical

^۱ Bump Function

۳ - روش‌های پارامتری‌سازی هندسه در توربوماشین‌ها

پره‌های توربوماشین‌ها دسته‌ای خاصی در آیرودینامیک هستند که هدف اصلی آن‌ها اعمال (و یا استخراج) حداکثر کار ممکن بر جریان سیال با بازدهی مناسب است. به همین علت در ادبیات توربوماشین‌ها پارامترهایی نظیر زوایای نصب ورودی و خروجی و زاویه برخورد اهمیت دارد، اما در ادبیات متداول آیرودینامیک، پارامترهایی مانند زاویه حمله بیشتر مورد بحث است.

جریان روی این پره‌ها وابسته به نوع توربوماشین می‌تواند فروصوتی، گذرصوتی و یا فراصوتی باشد. بدیهی است که ایرفویل‌های هر رژیم جریان متفاوت است. به علاوه به علت دوران پره‌ها، جریان روی این ایرفویل‌ها پیچیده‌تر از مسائل متعارف آیرودینامیک است و از مختصات استوانه‌ای خاصی برای تشریح آن استفاده می‌شود. با توجه به خصوصیات ذکر شده و اهمیت بالای توربوماشین‌ها در صنعت، روش‌های پارامتری کردن خاصی نیز برای آنها ارائه شده است.

یکی از روش‌های مرسوم در توربوماشین، پارامتری‌سازی به کمک توزیع ضخامت و توزیع انحنای ایرفویل است. در این روش، پارامترهای هندسی لبه حمله و لبه فرار، مجزا از سطوح بالایی و پایینی ایرفویل تعیین می‌شوند و عموماً شامل دو پارامتر برای ایجاد انحنای بیضوی شکل است. در این روش، پارامترهای مذکور برای چند اسپن از پره، به صورت دوبعدی تعریف می‌شوند و ایرفویل‌ها توسط منحنی‌های هادی به هم متصل شده و شکل سه بعدی پره را ایجاد می‌کنند.

ماتریس T برای M ایرفویل آموزشی با تعداد N نقطه در راستای m' تولید شده است. ماتریس T به کمک روش SVD، به سه ماتریس U ، V و S تجزیه می‌شود^[۱].

$$T = U.S.V \quad (13)$$

به طوری که ستون‌های $V = [V_1, V_2, \dots, V_{\min(n,m)}]$ ، بیانگر مد های متعامد ایرفویل‌های آموزشی است. ایرفویل‌های جدید بصورت یک ترکیب خطی از مدهای استخراج شده ساخته می‌شوند^[۱].

$$\theta = \bar{\theta} + \sum_i a_i v_i + \theta_{te} m' \quad (14)$$

a_i بیانگر متغیرهای طراحی و θ_{te} بیانگر نصف ضخامت لبه فرار ایرفویل است.

به کارگیری روش تجزیه مقادیر منفرد، مستلزم ایجاد یک کتابخانه جامع از ایرفویل‌ها است که برای استخراج مدها و تولید متعاقب ایرفویل‌های هدف، نقشی حیاتی ایفا می‌کند. این ایرفویل‌ها، جهت توسعه فضای پارامتری مورد استفاده قرار می‌گیرند.

تعداد مدهای قابل استخراج برای ساخت فضای پارامتری در این روش، مستقیماً به تعداد ایرفویل‌های آموزشی موجود در هر کتابخانه بستگی دارد؛ به عبارت دیگر، با افزایش تعداد ایرفویل‌های آموزشی، فضای وسیع‌تری برای استخراج و بازسازی مدها در دسترس خواهد بود. شکل (۸)، ایرفویل پایه و پنج مود اول استخراج شده با استفاده از کتابخانه ایرفویل‌های مورد استفاده در این پژوهش را نشان می‌دهد. این مدها پس از استخراج، جهت بازسازی ایرفویل هدف، از طریق ترکیب خطی مورد استفاده قرار می‌گیرند.

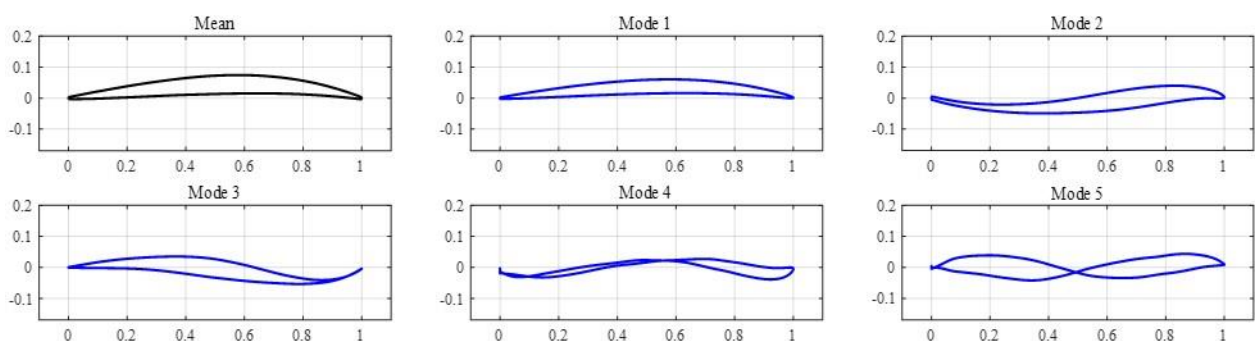


Figure 8. Modes extracted by the Singular Value Decomposition(SVD) method

شکل ۸: مدهای استخراج شده در روش تجزیه مقادیر منفرد

۳-۱- روش لانگ

طراحی اولیه و در بخش طراحی پره روتور و استاتور استفاده می‌شوند^[۳۹]. بنابراین پروفیل پره با ۱۰ پارامتر شامل ۶ پارامتر مربوط به توزیع ضخامت و چهار پارامتر مربوط به توزیع انحنای ایرفویل بیان می‌شود.

۴- نتایج

در این بخش نتایج پارامتری‌سازی نمونه‌های آزمایش مذکور ارائه شده است. با توجه به آنکه روش لانگ از ۱۰ پارامتر برای پارامتری‌سازی هندسه ایرفویل استفاده می‌کند، دقت پارامتری‌سازی تمام روش‌ها با ۱۰ پارامتر مقایسه شده است. همچنین به‌منظور بررسی اثر افزایش تعداد پارامتر بر دقت پارامتری‌سازی، این فرآیند با ۱۲ پارامتر نیز تکرار شده است.

در این پژوهش از رابطه مجذور میانگین مربعات خطا به عنوان معیاری برای مقایسه دقت هر روش در پارامتری‌سازی هندسه استفاده شده است. جهت کمینه‌سازی خطای مذکور و انطباق دقیق هندسی، از ترکیب الگوریتم‌های تصادفی (بهینه‌سازی ازدحام ذرات)^(۱) و قطعی (روش تندترین شیب)^(۲) بهره گرفته شده است. ترکیب دو دسته الگوریتم بهینه‌سازی مذکور، رسیدن به نقطه کمینه عمومی را تضمین کرده و از به دام افتادن در بهینه‌های محلی جلوگیری می‌کند. با توجه به اهمیت دقت هندسه در ناحیه لبه‌حمله و جلوی سطح مکش ایرفویل، محاسبه خطا مطابق با رابطه (۱۶) با وزن ۲ انجام شده است^[۲].

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\theta_i - \theta_{true})^2} \quad (15)$$

$$w_i = \begin{cases} 2 & \text{if } m'_i < 0.2 \\ 1 & \text{if } m'_i > 0.2 \end{cases} \quad (16)$$

شکل (۱۰) و شکل (۱۱) مقادیر RSME را به ترتیب برای ایرفویل MCA و DCA نشان می‌دهند. مقادیر خطای روش‌های پارامتری‌سازی برای ایرفویل MCA به‌طور کلی ۱۴ تا ۱۶ درصد بیشتر از ایرفویل DCA است. همچنین برای هر دو ایرفویل و برای تمام روش‌ها، افزایش تعداد پارامتر، خطای پارامتری‌سازی را کاهش می‌دهد. اگرچه این کاهش مقدار خطا برای تمام روش‌ها یکسان نیست و بین ۶ تا ۶۰ درصد متغیر است.

لانگ (۲۰۱۰-۲۰۰۹) که تحقیقات مهمی در زمینه عدم‌قطعیت‌های ساختی کمپرسورها و اثر آن بر عملکرد دارد^[۳۷-۳۸]، یکی از روش‌های معروف پارامتری‌سازی ایرفویل‌های متداول کمپرسورها را ارائه کرده است. در این روش هر مقطع پره (ایرفویل) با ۱۴ پارامتر بیان می‌شود. پارامترهای روش لانگ در جدول (۱) و شکل (۹) ارائه شده‌اند.

Table 1. Airfoil parameters in the Lange method

Symbol	Parameter
ax, tan	Axial and tangential position of the airfoil section
λ	Stagger angle
c	Chord length
t_{LE}, t_{TE}	Leading and Trailing edges thickness
$pos_{t_{LE}}, pos_{t_{TE}}$	Position of leading and Trailing edges
t_{max}, w_{max}	Maximum thickness and maximum camber
$pos_{t_{max}}, pos_{w_{max}}$	Position of maximum thickness and camber
β_{LE}, β_{TE}	Leading and trailing edges angles

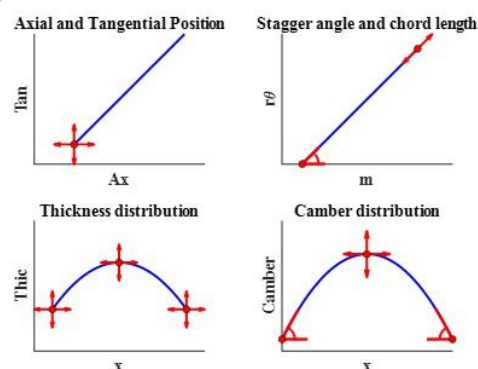


Figure 9. Airfoil parameters in the Lange method (Adapted from [37])

شکل ۹: پارامترهای ایرفویل در روش لانگ (برگرفته از مرجع [۳۷])

از بین این ۱۴ پارامتر، دو پارامتر مربوط به مختصات سه بعدی لبه‌حمله و دو پارامتر دیگر، زاویه نصب و طول وتر می‌باشند. پارامترهای زاویه نصب و طول وتر، پارامترهایی هستند که در فرآیند

^۱ Steepest Descent Method

^۲ Particle Swarm Optimization

همچنین با افزایش تعداد مودهای روش SVD در پارامتری سازی ایرفویل DCA بر خلاف ایرفویل MCA، دقت بازتولید هندسه افزایش می‌یابد. در نتیجه روش SVD در بازتولید ایرفویل MCA عملکرد بهتری نسبت به DCA دارد.

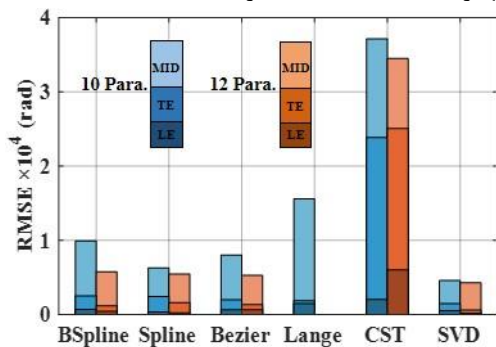


Figure 10. Comparison of parametrization method errors at the leading edge, trailing edge, and mid-section of the MCA airfoil

شکل ۱۰: مقایسه خطای روش‌های پارامتری‌سازی در لبه حمله، لبه فرار و بخش میانی ایرفویل MCA

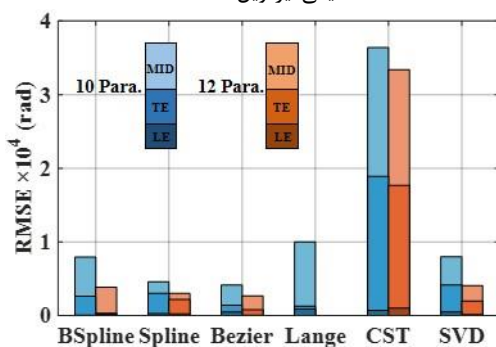


Figure 11. Comparison of parametrization method errors at the leading edge, trailing edge, and mid-section of the DCA airfoil

شکل ۱۱: مقایسه خطای روش‌های پارامتری‌سازی در لبه حمله، لبه فرار و بخش میانی ایرفویل DCA

همانطور که پیش‌تر بیان شد، روش هیکس-هن، یک روش تغییر هندسه است و با دریافت ایرفویل پایه به عنوان ورودی، ایرفویل جدید را با توابع برآمدگی ایجاد می‌کند. در صورتی که ضرایب توابع برآمدگی صفر باشند، خروجی همان ایرفویل پایه است و در غیر این صورت، ایرفویل‌های جدید ساخته می‌شوند. این روش برای اعمال خطاهای ساختی بر روی یک ایرفویل مشخص به کار می‌رود و امکان تولید

همانطور که مشاهده می‌شود خطای روش لانگ در مقایسه با روش‌های برازش منحنی ۱۰ تا ۶۰ درصد کمتر است. اگرچه روش لانگ از نیم‌دایره برای پارامتری کردن نواحی لبه حمله و فرار استفاده می‌کند، اما با این حال با دقت قابل قبولی این نواحی را بازتولید کرده است. لازم به ذکر است که روش لانگ از پارامترهای صریح در مختصات توربوماشینی برای پارامتری‌سازی هندسه استفاده می‌کند و این مهم، پیاده‌سازی آن را در نمونه‌های توربوماشینی مانند پره‌های کمپرسور بسیار آسان می‌کند.

با توجه به موارد فوق، نمی‌توان یک روش را به عنوان بهترین روش پارامتری سازی معرفی کرد. موارد مختلفی مانند محدودیت تعداد پارامتر برای پارامتری سازی هندسه و ایرفویل مورد نظر در انتخاب روش پارامتری سازی موثر هستند. پژوهش مستتر^[۱] نیز گزاره‌ی فوق را تایید می‌کند.

شکل (۱۲) ایرفویل MCA باز تولید شده به کمک روش‌های پارامتری‌سازی مختلف را نشان می‌دهد. همچنین به طور خاص دقت روش‌های پارامتری سازی را در نواحی لبه حمله و فرار نشان می‌دهد. شکل (۱۳) نیز نحوه توزیع خطای پارامتری سازی را در طول محور ایرفویل نشان می‌دهد. دقت پایین روش CST به ویژه در نواحی لبه حمله و فرار در هر دو شکل قابل مشاهده است. شکل‌های (۱۴) و (۱۵) نیز نتایج فوق را برای ایرفویل DCA نشان می‌دهند.

اگرچه روش‌های برازش منحنی قابلیت بالایی در پارامتری‌سازی لبه حمله و فرار دارند، اما باید دقت داشت که در یک فرآیند پارامتری‌سازی خودکار و عدم وجود نظارت، امکان به وجود آمدن لبه‌های تیز و تولید هندسه‌های غیر فیزیکی وجود دارد. این درحالیست که روش لانگ به سبب وجود پارامتری‌های صریح، روش مطمئن‌تری برای تولید هندسه‌های مختلف در یک فرآیند خودکار است.

نتایج به وضوح نشان می‌دهد که برای هر دو نمونه آزمایش، خطای روش CST به میزان قابل توجهی در لبه فرار افزایش می‌یابد. با توجه به روابط (۲) و (۳)، روش CST با تنظیم $\Delta\theta = 0$ و $N_2 = 0.5$ این ناحیه را بازتولید می‌کند. در نتیجه افزایش خطا در این ناحیه دور از انتظار نیست.

با توجه به کتابخانه غنی‌تر برای ایرفویل MCA، روش SVD با تعداد پارامتر یکسان دقت بسیار خوبی در پارامتری کردن این ایرفویل دارد.

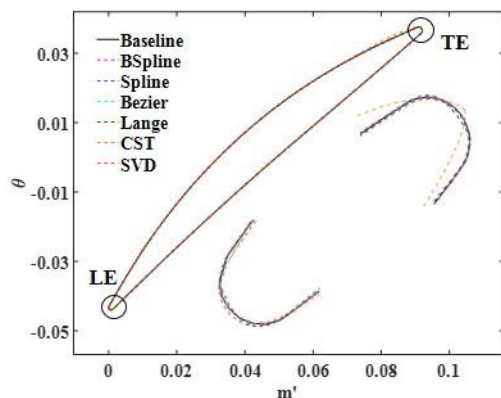


Figure 14. DCA airfoil reconstructed using various parametrization methods

شکل ۱۴: ایرفویل DCA باز تولید شده به کمک روش‌های پارامتری سازی مختلف

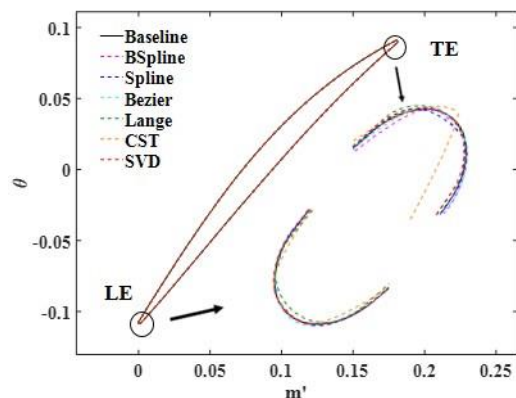


Figure 12. MCA airfoil reconstructed using various parametrization methods

شکل ۱۲: ایرفویل MCA باز تولید شده به کمک روش‌های پارامتری سازی مختلف

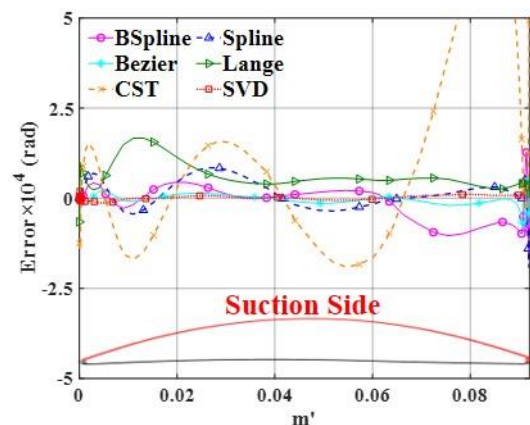
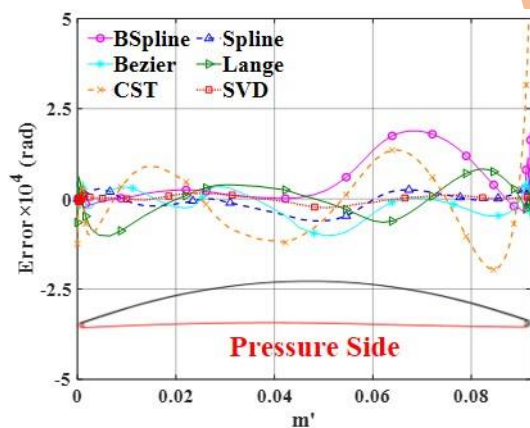


Figure 15. Geometric errors in parametrized MCA airfoils
شکل ۱۵: خطای ایرفویل‌های پارامتری شده DCA

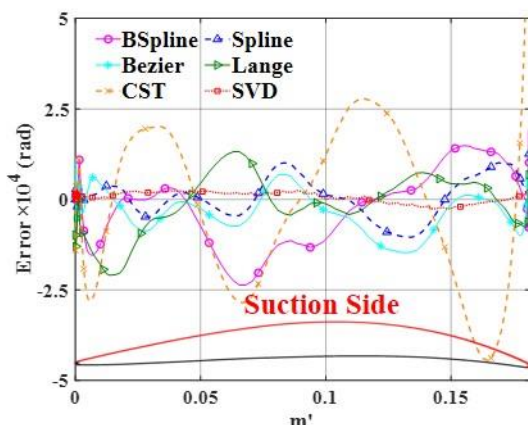
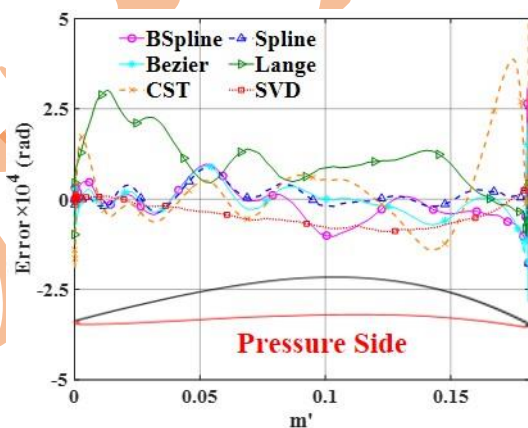


Figure 13. Geometric errors in parametrized MCA airfoils
شکل ۱۳: خطای ایرفویل‌های پارامتری شده MCA

۵ - نتیجه‌گیری

در این پژوهش روش‌های پارامتری‌سازی هندسه در آیرودینامیک و توربوماشین معرفی و برای دو نمونه آزمایش متداول در پره کمپرسورهای محوری اعمال شد. فرآیند پارامتری‌سازی با ۱۰ و ۱۲ پارامتر انجام و دقت روش‌ها با یکدیگر مقایسه شد. همچنین روش هیکس-هن به‌عنوان یک روش تغییر هندسه برای اعمال تغییرات هندسی معرفی شد. نتایج مهم استخراج شده از این پژوهش به شرح زیر است:

(۱) انتخاب روش پارامتری‌سازی مناسب، مستقیماً تحت تأثیر نوع ایرفویل، ماهیت مسئله (کمی‌سازی عدم قطعیت‌های هندسی یا بهینه‌سازی) و محدودیت تعداد پارامتر قرار دارد. برای مثال، روش لانگ با امکان کنترل پارامترهایی چون ضخامت و انحنای بیشینه، مانع از تولید هندسه‌های غیرواقعی می‌شود. به همین دلیل، این روش برای مسائل بهینه‌سازی که اعتبار هندسه اهمیت بالایی دارد، گزینه مناسبی است. از طرفی، روش‌های برازش منحنی با ارائه دقت بهتر در بازتولید هندسه و قابلیت اعمال انحنای موضعی قلیل توجه، برای مدل‌سازی برخی انحرافات ساختی مناسب‌تر است.

(۲) روش‌های پارامتری‌سازی مذکور با معیارهای دقت بازتولید، خطای لبه حمله و فرار، سادگی در پیاده‌سازی، نوع پارامترها (صریح/ضمنی)، قابلیت بازتولید انحرافات هندسی و امکان تولید هندسه‌های غیر واقعی مقایسه و رتبه‌بندی شده‌اند. مقایسه فوق در جدول (۲) به‌طور کامل ارائه شده است که راهنمای کاملی برای محققان و طراحان در انتخاب روش پارامتری‌سازی مناسب است.

(۳) اگرچه افزایش تعداد پارامترهای هندسی از ۱۰ به ۱۲ موجب کاهش خطا می‌شود (در برخی موارد تا ۵۰ درصد)، اما همواره موجب کاهش چشمگیر خطا نمی‌شود. افزایش تعداد پارامترهای هندسی در ایرفویل MCA برای روش‌های SVD و اسپلاین به ترتیب مقدار خطا را ۷ و ۸ درصد کاهش می‌دهد.

ایرفویل جدید در این روش، وجود ندارد. شکل (۱۶) تغییرات اعمال شده توسط روش هیکس-هن برای دو ایرفویل MCA و DCA نشان می‌دهد.

در ادامه در جدول (۲) عملکرد روش‌های پارامتری‌سازی مورد استفاده در این پژوهش را با معیارهای مختلف بیان و با یکدیگر مقایسه می‌کند. به‌عنوان مثال خطای نواحی لبه حمله و فرار به‌صورت مجزا ارائه شده است که نشان‌دهنده قابلیت هر روش در بازتولید این نواحی است. نتایج این جدول راهنمای خوبی در انتخاب بهترین روش پارامتری‌سازی برای یک مسئله و هندسه مشخص ارائه می‌کند. بهترین روش با توجه به معیارهایی مانند تعداد پارامتر، نوع هندسه و مسئله مورد نظر انتخاب می‌شود و نمی‌توان به‌طور کلی یک روش را به‌عنوان روش منتخب برای پارامتری‌سازی معرفی کرد. با توجه به معیارهای مورد بررسی در این جدول، بهترین روش قابل انتخاب است.

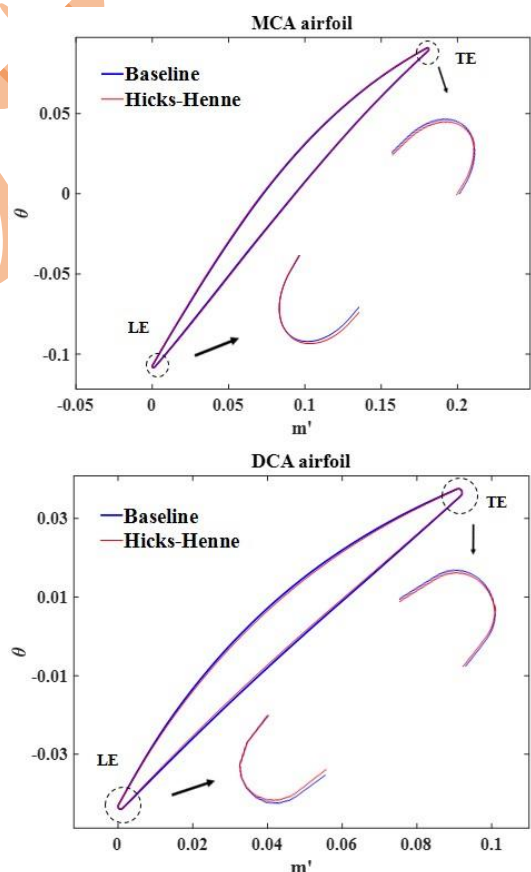


Figure 16. Implementation of non-uniform thickness variations using the Hicks-Henne method

شکل ۱۶: اعمال تغییر ضخامت غیر یکنواخت توسط روش هیکس-هن

Table 2. Comparison of Parametrization Methods Based on Key Criteria (10 parameters)

جدول ۲: مقایسه روش‌های پارامتری‌سازی بر اساس معیارهای کلیدی (۱۰ پارامتری)

Methd	Case study 1) MCA airfoil			Case study 2) DCA airfoil			Ease of Implementation	Parameter type	Deviation modeling capability	unrealistic geometry generation
	Overall accuracy	Error of		Overall accuracy	Error of					
		LE	TE		LE	TE				
B-Spline	$9.88e-5$	8	23	$7.94e-5$	3	30	Moderate	Implicit	Good	Likely
Spline	$6.25e-5$	7	37	$4.58e-5$	6	46	Easy	Explicit	Excellent	Very likely
Bézier	$8.01e-5$	15	28	$4.15e-5$	12	22	Moderate	Implicit	Good	Likely
Lange	$19.5e-5$	18	4	$10.0e-5$	27	4	Easy	Explicit	Fair	Unlikely
CST	$37.2e-5$	5	60	$36.3e-5$	3	50	Moderate	Implicit	Fair	Possible
SVD	$4.55e-5$	6	9	$8.01e-5$	26	4	Complex	Implicit	Poor	Unlikely

منابع

1. Masters, D.A., Taylor, N.J., Rendall, T., Allen, C.B. and Poole, D.J., 2015. Review of aerofoil parameterisation methods for aerodynamic shape optimisation. In *53rd AIAA Aerospace Sciences Meeting* (p. 0761). <https://doi.org/10.2514/6.2016-0558>
 2. Masters, D.A., Taylor, N.J., Rendall, T.C.S., Allen, C.B. and Poole, D.J., 2017. Geometric comparison of aerofoil shape parameterization methods. *AIAA journal*, 55(5), pp.1575-1589. <https://doi.org/10.2514/1.J054943>
 3. Lauer, M.G. and Ansell, P.J., 2025. A review of parameterization methods for airfoil design. *Progress in Aerospace Sciences*, 158, p.101140. <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2025.101140>
 4. Zhang, T.T., Wang, Z.G., Huang, W. and Yan, L., 2018. A review of parametric approaches specific to aerodynamic design process. *Acta Astronautica*, 145, pp.319-331. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2018.02.011>
 5. Sripawadkul, V., Padulo, M. and Guenov, M., 2010, September. A comparison of airfoil shape parameterization techniques for early design optimization. In *13th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis Optimization Conference* (p. 9050). <https://doi.org/10.2514/6.2010-9050>
 6. Wang, J., Yang, H., Zhou, K., Wei, J., Wen, M. and Zheng, X., 2022. Performance dispersion control of a multistage compressor based on precise identification of critical features. *Aerospace Science and Technology*, 129, p.107845. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107845>
- (۴) با آنکه خطای روش لانگ نسبت به روش‌های برازش منحنی ۱۰ تا ۶۰ درصد بیشتر است، اما با ارائه متغیرهای صریح، امکان پارامتری‌سازی راحت را فراهم کرده و از به‌وجود آمدن هندسه‌های غیر واقعی جلوگیری می‌کند.
- (۵) با توجه به شکل (۱۰) و شکل (۱۱)، خطای پارامتری‌سازی ایرفویل MCA برای تمام روش‌ها با توجه به انحنای بیشتر نسبت ایرفویل DCA، در برخی موارد حتی تا ۵۰ درصد بیشتر است.
- (۶) روش SVD با مجذور میانگین مربعات خطای برابر با $0/42 \times 10^{-4}$ و $0/45 \times 10^{-4}$ رادیان، کمترین خطا را در پارامتری‌کردن ایرفویل MCA و روش بزیه با مجذور میانگین مربعات خطای برابر با $0/27 \times 10^{-4}$ و $0/40 \times 10^{-4}$ رادیان، کمترین خطا را در پارامتری‌کردن ایرفویل DCA ارائه کرده است.
- (۷) روش هیکس-هن (Hicks-Henne) به عنوان یک روش تغییر هندسه (Deformative Methods) در مدل‌سازی انحرافات هندسی، این مزیت را دارد که هندسه مبنا را با دقت کامل حفظ می‌کند. در این روش به دلیل وجود هندسه پایه، پارامترهای هندسی لازم برای بازتولید هندسه پایه حذف شده و مدل صرفاً بر روی پارامترهای مربوط به تغییرات و انحرافات تمرکز دارد.

- In 2018 *Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference* (p. 3103). <https://doi.org/10.2514/6.2018-3103>
15. Li, J., Liu, B., Yang, X. and Lu, X., 2015, June. Study on coupling optimization design of aspirated compressor airfoil based on two different parameterization methods. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air* (Vol. 56659, p. V02CT45A001). American Society of Mechanical Engineers. <https://doi.org/10.1115/GT2015-42009>
 16. Ivanov, T.D., Simonović, A.M., Svorcan, J.S. and Peković, O.M., 2017. VAWT optimization using genetic algorithm and CST airfoil parameterization. *FME Transactions*, 45(1). doi:10.5937/fmet1701026I
 17. Xiang, H. and Chen, J., 2021. Aerothermodynamics optimal design of a multistage axial compressor in a gas turbine using directly manipulated free-form deformation. *Case Studies in Thermal Engineering*, 26, p.101142. <https://doi.org/10.1016/j.csite.2021.101142>
 18. Bestle, D. and Flassig, P., 2010, July. Optimal aerodynamic compressor blade design considering manufacturing noise. In *Proceedings of the 8th ASMO UK/ISSMO Conference*. <https://www.researchgate.net/publication/259150461>
 19. Ji, T., Chu, W., Liang, C. and Meng, D., 2023. Uncertainty quantification on the influence of blade thickness deviation at different rotational speeds based on flow dissipation analysis. *Physics of Fluids*, 35(6). <https://doi.org/10.1063/5.0155693>
 20. Ji, T. and Chu, W., 2024. Uncertainty quantification of compressor performance affected by data-driven blade geometric deviations. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 146(12), p.121016. <https://doi.org/10.1115/1.4066231>
 21. Büche, D., Klostermann, S., Rogé, G. and Loyatho, X., 2018. Uncertainties in compressor and aircraft design. In *Uncertainty Management for Robust Industrial Design in Aeronautics: Findings and Best Practice Collected During UMRIDA, a Collaborative Research Project (2013–2016) Funded by the European Union* (pp. 35-51). Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-77767-2_3
 7. Junying, W.A.N.G., Baotong, W.A.N.G., Heli, Y.A.N.G., Zhenzhong, S.U.N. and Kai, Z.H.O.U., 2023. Compressor geometric uncertainty quantification under conditions from near choke to near stall. *Chinese Journal of Aeronautics*, 36(3), pp.16-29. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2022.10.012>
 8. Prots, A., Schlüter, L., Voigt, M., Meyer, M. and Mailach, R., 2023, June. Sensitivity analysis of performance parameters of a compressor blade with correlated profile parameters. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air* (Vol. 87110, p. V13DT34A014). American Society of Mechanical Engineers. <https://doi.org/10.1115/GT2023-102442>
 9. Wang, H., Gao, L., Yang, G. and Wu, B., 2023. A data-driven robust design optimization method and its application in compressor blade. *Physics of Fluids*, 35(6). multi-storey reinforced concrete frame”, *Struct. Design Tall Spec. Build.* 21, 405–415, 2012. <https://doi.org/10.1063/5.0150040>
 10. Zhang, Q., Shenren, X.U., Xianjun, Y.U., Jiaxin, L.I.U., Dingxi, W.A.N.G. and Huang, X., 2022. Nonlinear uncertainty quantification of the impact of geometric variability on compressor performance using an adjoint method. *Chinese Journal of Aeronautics*, 35(2), pp.17-21. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2021.06.007>
 11. Altafi, D., Mojaddam, M. and Ghadimi, B., 2022. Investigation of the effect of the geometric deviations on the performance of a radial flow compressor employing uncertainty quantification (UQ) and sensitivity analysis. *The Journal of Engine Research*, 67(67), pp.51-63. [In Persian]. [10.22034/er.2022.697920](https://doi.org/10.22034/er.2022.697920)
 12. Aligoodarz, M., Mehrpanahi, A. and Karrabi, H., 2017. Investigation of blade tolerances effect on efficiency, using 1D modeling of an axial flow turbine [In Persian]. <https://www.sid.ir/paper/245524/en>
 13. Sadeghi Malek-Abadi, M. and Davari, A. (2024) ‘An experimental study of the acoustics of small horizontal-axis wind turbines based on computational fluid dynamics and neural network approaches’, *Sharif Journal of Mechanical Engineering(SJME)*, 40(2), pp. 52–63. doi: 10.24200/j40.2024.64121.1704. [in Persian]. <https://doi.org/10.24200/j40.2024.64121.1704>
 14. Abraham, S., Tsirikoglou, P., Lacor, C., Ghorbaniasl, G., Wunsch, D., Hirsch, C. and Contino, F., 2018. Uncertainty quantification in industrial turbo-machinery design using sparse polynomial chaos expansions.

32. Hicks, R.M. and Henne, P.A., 1978. Wing design by numerical optimization. *Journal of Aircraft*, 15(7), pp.407-412. <https://doi.org/10.2514/3.58379>
33. Wu, H.Y., Yang, S., Liu, F. and Tsai, H.M., 2003, June. Comparisons of three geometric representations of airfoils for aerodynamic optimization. In *16th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference* (p. 4095). <https://doi.org/10.2514/6.2003-4095>
34. Toal, D.J., Bressloff, N.W., Keane, A.J. and Holden, C.M., 2010. Geometric filtration using proper orthogonal decomposition for aerodynamic design optimization. *AIAA journal*, 48(5), pp.916-928. <https://doi.org/10.2514/1.41420>
35. Ghoman, S., Wang, Z., Chen, P. and Kapania, R., 2012. A POD-based reduced order design scheme for shape optimization of air vehicles. In *53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference 20th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference 14th AIAA* (p. 1808). <https://doi.org/10.2514/6.2012-1808>
36. Poole, D.J., Allen, C.B. and Rendall, T.C., 2015. Metric-based mathematical derivation of efficient airfoil design variables. *AIAA Journal*, 53(5), pp.1349-1361. <https://doi.org/10.2514/1.J053427>
37. Lange, A., Vogeler, K., Gu Mmer, V., Schrapp, H. and Clemen, C., 2009, January. Introduction of a parameter based compressor blade model for considering measured geometry uncertainties in numerical simulation. In *Turbo Expo: Power for Land, Sea, and Air* (Vol. 48876, pp. 1113-1123). <https://doi.org/10.1115/GT2009-59937>
38. Lange, A., Voigt, M., Vogeler, K., Schrapp, H., Johann, E. and Gu Mmer, V., 2010, October. Probabilistic CFD simulation of a high-pressure compressor stage taking manufacturing variability into account. In *Turbo expo: power for land, sea, and air* (Vol. 44014, pp. 617-628). <https://doi.org/10.1115/GT2010-22484>
39. Hajilou Banisi, A. and Khajeh Kolki, M. R. (2025) 'Design and replacement of a three-stage axial compressor with a centrifugal compressor in a gas turbine to enhance performance', *Sharif Journal of Mechanical Engineering(SJME)*, 41(1), pp. 29–42 [in Persian]. <https://doi.org/10.24200/j40.2025.65087.1719>
22. Dunham, J., 1998. *CFD validation for propulsion system components (la validation CFD des organes des propulseurs)* (No. AGARDAR355).
23. Moore, R.D., 1980. *Performance of single-stage axial-flow transonic compressor with rotor and stator aspect ratios of 1.19 and 1.26 respectively, and with design pressure ratio of 2.05*. National Aeronautics and Space Administration.
24. Dahlquist, G. and Björck, Å., 2008. *Numerical methods in scientific computing, volume I*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
25. McClarren, R., 2017. *Computational nuclear engineering and radiological science using python*. Academic Press.
26. Marino, E., Hosseini, S.F., Hashemian, A. and Reali, A., 2020. Effects of parameterization and knot placement techniques on primal and mixed isogeometric collocation formulations of spatial shear-deformable beams with varying curvature and torsion. *Computers & Mathematics with Applications*, 80(11), pp.2563-2585. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2020.06.006>
27. Kulfan, B.M., 2010. Recent extensions and applications of the 'CST' universal parametric geometry representation method. *The Aeronautical Journal*, 114(1153), pp.157-176. <https://doi.org/10.2514/6.2007-62>
28. Kulfan, B.M., 2008. Universal parametric geometry representation method. *Journal of Aircraft*, 45(1), pp.142-158. <https://doi.org/10.2514/1.29958>
29. Kulfan, B. and Bussoletti, J., 2006, September. "Fundamental" parametric geometry representations for aircraft component shapes. In *11th AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference* (p. 6948). <https://doi.org/10.2514/6.2006-6948>
30. Sobieczky, H., 1999. Parametric airfoils and wings. In *Recent Development of Aerodynamic Design Methodologies: Inverse Design and Optimization* (pp. 71-87).
31. Sobieczky, H., 2000, January. Aerodynamic design and optimization tools accelerated by parametric geometry preprocessing. In *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS* (Vol. 2000).