

# ایجاد نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه برای پرداخت خشن

## تک مرحله‌ی با فرز انگشتی ته-تخت

وحید جوهری مجد (استادیار)

همون حسن زادگان (دانشجوی کارشناسی ارشد)

گروه مهندسی کنترل، دانشگاه تربیت مدرس

برای افزایش بازدهی زمانی یک دستگاه CNC باید مسیرهای حرکت ابزار را به گونه‌ی انتخاب کرد که بتوان بیشترین مقدار نرخ پیشروی ممکن را برای آن در نظر گرفت - بدون آنکه نیروی واردہ بر ابزار برش از حد مجاز بیشتر شود. در این نوشتار، برای رسیدن به هدف فوق با استفاده از روش جدیدی به نام «جایه‌جایی مجازی»، نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه<sup>۱</sup> محاسبه می‌شود. این شیوه‌ی جدید برای پرداخت خشن<sup>۲</sup> یک مرحله‌ی با فرز انگشتی ته-تخت<sup>۳</sup> بر روی قطعه‌ی که با استفاده از معادلات اسپلاین<sup>۴</sup> تعریف شده است ارائه می‌شود. با به‌کارگیری روی خط این نقشه برای مسیریابی، پرداخت خشن قطعه در حداقل زمان ممکن و با برآورده شدن شرط نیرو انجام می‌گیرد.

در نواحی با عمق برش و انحنای کم افزایش یافته و در نواحی حساس که دارای عمق برش و انحنای زیاد می‌باشد کاهش می‌یابد. با این شیوه زمان پرداخت به نحو چشمگیری کاهش پیدا می‌کند و به علاوه شرط نیرو و خطای نیز در حین پرداخت برآورده می‌شود.<sup>[۵]</sup>

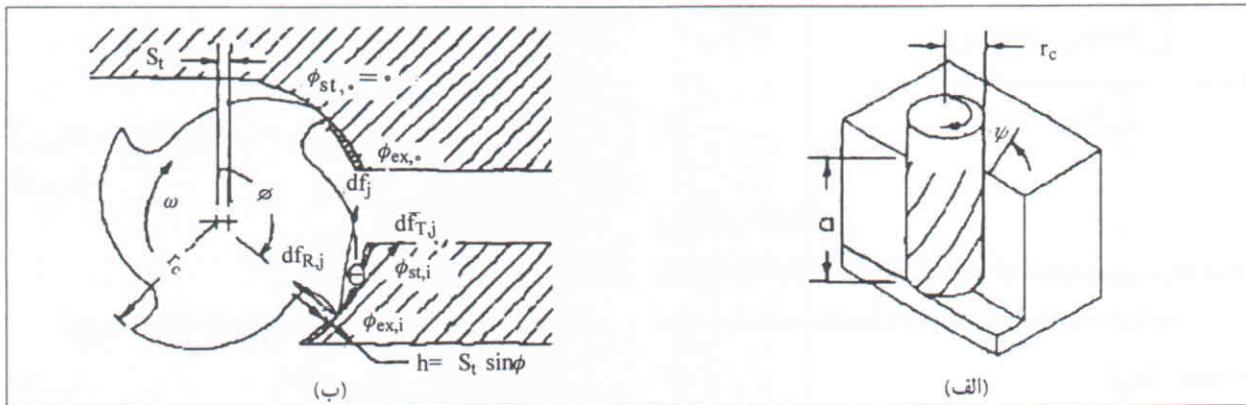
از جمله ابزارهای مفیدی که می‌توان از آن در انتخاب جهت‌های حرکت و نرخ پیشروی ابزار برش روی قطعه بهره برد، نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه است. ایده‌ی استفاده از این نقشه در مسیریابی، برای اولین بار در سال ۱۹۹۷، توسط لیم و منک مطرح شد.<sup>[۶]</sup> اگرچه مدل نیروی مورد استفاده‌ی آنان تنها در پرداخت با فرزانگشتی ته-گرد<sup>۶</sup> معتبر است. همچنین در این مدل روابط مربوط به نیرو بر حسب زاویه‌ی حرکت ابزار برش در صفحه XY است؛ در نتیجه این امکان وجود دارد که مستقیماً به کمک روابط مربوط به مدل نیرو، نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه محاسبه شود.

در این نوشتار با استفاده از یک مدل نیروی مناسب برای فرز انگشتی ته-تخت در یک دستگاه CNC سه‌محوره، نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه برای پرداخت خشن یک قطعه‌ی توصیف شده از طریق معادلات اسپلاین تولید می‌شود. از آنجاکه در این مدل واپس‌گردی نیرو به جهت حرکت به طور صریح در روابط وجود ندارد و نمی‌توان مستقیماً به کمک روابط نیرو و نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه را بدست آورد، روش جدیدی به نام جایه‌جایی مجازی ارائه، و به کمک آن نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه تولید می‌شود.

در ایجاد این نقشه، فقط آنالیز نیرو به کار گرفته خواهد شد، زیرا

### مقدمه

نیاز روزافزون صنایع مختلف از قبیل هوایپیماسازی، اتومبیل سازی، ریخته‌گری و غیره به قطعاتی با اشکال هندسی پیچیده و کاربردهای ویژه، طراحی روش‌های توسعه یافته در مدل‌سازی قطعه، برنامه‌ریزی هوشمند دستگاه‌های CNC و بهینه سازی روش‌های قدیمی را اجتناب ناپذیر می‌کند. برای افزایش بازدهی دستگاه‌های CNC و جلوگیری از بروز اتفاقات ناخواسته از قبیل خم شدن زیاد، شکستن ابزار برش و یا تجاوز خطای پرداخت از حد محدود، اخیراً شیوه‌های جدیدی در برنامه‌ریزی مسیر ارائه شده‌اند که مسیرهای حرکت و نرخ پیشروی ابزار برش بر روی قطعه را به صورت بهینه به دست می‌آورند.<sup>[۷-۱۰]</sup> این در حالی است که در گذشته مسیرهای حرکت ابزار برش بر روی قطعه، مسیرهای ساده‌ی از پیش تعیین شده بود و نرخ پیشروی نیز بر روی این مسیرهای ساده تاحدی ثابت فرض می‌شد. از این‌رو برنامه‌نویس قطعه<sup>۵</sup> مجبور بود برای پرهیز از اتفاقات ناخواسته، نامناسب‌ترین محل روی سطح قطعه را که متناظر با بیشترین عمق برش و بیشترین انحنا بود برای محاسبات در نظر بگیرد و نرخ پیشروی ثابت را برای پرداخت کل قطعه به گونه‌ی انتخاب کند که مقدار نیرو و خطای برای این مکان از حد مجاز بیشتر نشود. نتیجه‌ی این کار کندشن عمل پرداخت کل قطعه و کاهش بازدهی دستگاه CNC بود. در روش‌های جدید برنامه‌ریزی، نرخ پیشروی روی هر نقطه از مسیر حرکت با استفاده از مقادیر مجاز نیرو و خطای محاسبه می‌شود.<sup>[۱۱]</sup> با به کارگیری این روش‌ها نرخ پیشروی



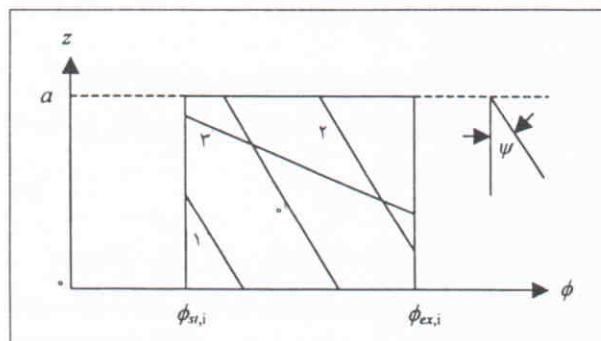
شکل ۱. (الف) فرز انگشتی ته-تخت ، (ب) نیروهای واردہ بر ابزار و هندسه‌ی آن.

در این رابطه  $\phi$  زاویه‌ی دورانی لحظه‌ی نوک پایینی دندانه‌ی شماره صفر ( $=0$ ) و  $a$  عرض ابزار برش است. همچنین  $\phi$  گام زاویه‌ی بین دو دندانه‌ی متوالی است که برابر است با:

$$\phi_c = \frac{2\pi}{J} \quad (4)$$

در رابطه‌ی فوق  $J$  مجموع دندانه‌های پیرامون ابزار برش است. حال اگر استوانه‌ی ابزار برش را در ناحیه‌ی که با قطعه تماس دارد به طور فرضی روی یک سطح صاف پهن کنیم، مستطیلی با طول  $2\pi r_c$  و عرض عمق برش  $a$  بدست می‌آید. در این صورت دندانه‌ها به صورت خطوطی مورب که با محور قائم زاویه‌ی  $\psi$  را درست می‌کنند و به فواصل زاویه‌ی  $\phi$  از یکدیگر قرار دارند روی این مستطیل ظاهر می‌شوند. تاحدی  $a$  تماس ابزار برش با قطعه، مستطیلی است که بین خطوط عمودی مشخص کننده‌ی زاویه‌های  $\phi_{ex,i}$  و  $\phi_{st,i}$  و خطوط افقی  $z=a$  و  $z=0$  محدود شده است. با چرخش ابزار برش به دور محور خود، هر یکی از دندانه‌ها ممکن است در یکی از پنج وضعیت نشان داده شده در شکل ۲ قرار بگیرند. این وضعیت‌ها را می‌توان چنین نوشت:<sup>[۵]</sup>

$$\phi_{st,i} \leq \phi_j(z=a) < \phi_j(z=0) < \phi_{ex,i}: \begin{cases} z_{i,j,1} = 0 \\ z_{i,j,2} = a \end{cases} \quad (5\text{-الف})$$



شکل ۲. وضعیت‌های مختلف تماس دندانه‌ی ابزار با قطعه.

در پرداخت خشن هدف طی کردن مسیرهای حرکت در حداقل زمان ممکن، با رعایت شرط نیرو است. در مراحل بعدی پرداخت، شامل پرداخت نیمه نهایی<sup>۷</sup> و پرداخت نهایی<sup>۸</sup>، چون هدف ایجاد قطعه‌ی با کیفیت بالا و خطای پرداخت بسیار کم است، می‌توان برای محاسبه‌ی نرخ پیشروی به جای آنالیز نیرو از آنالیز خط استفاده کرد.

### مدل نیروی صلب لحظه‌ی بی

مدل نیروی استفاده شده در این نوشتنار، مدل نیروی صلب لحظه‌ی<sup>۹</sup> است که برای یک دستگاه CNC دو و نیم محوره ارائه شده است<sup>[۱۵]</sup> که در اینجا به معنی مختصر آن می‌پردازیم. همزمان با چرخش ابزار برش به دور محور خود، برآدیه‌ی از روی قطعه‌ی خام برداشته می‌شود که ضخامت آن از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$h = S_t \sin \phi \quad (1)$$

در این رابطه  $h$  نرخ پیشروی بر واحد دندانه<sup>۱۰</sup>،  $\phi$  زاویه‌ی گردش ابزار برش دستگاه به دور محور خود و  $h$  ضخامت برآدیه است. شکل ۱ انواع پرداخت و نیروی واردہ بر ابزار برش را نشان می‌دهد.

نیروی کل واردہ بر ابزار برش از جمع برداری مؤلفه‌های قائم و افقی نیرو بدست می‌آید. بازه‌ی  $[\phi_{st,i}, \phi_{ex,i}]$  نشان‌دهنده‌ی نامین فاصله‌ی زاویه‌ی است که در آن ابزار برش با قطعه در تماس است.

چنانچه زاویه‌ی دندانه با محور قائم را  $\psi$  بنامیم، برای فرز انگشتی ته-تخت، ثابت زاویه‌ی دندانه با خط قائم از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$k_\psi = \tan(\psi) / r_c \quad (2)$$

در این صورت زاویه‌ی دوران دندانه‌ی  $z$  ابزار برش در موقعیت قائم  $z$  از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$\phi_j(z) = \phi + j \phi_c - k_\psi z \quad (3)$$

$$\bar{h} = -s_t \frac{\sum_i (\cos \phi_{ex,i} - \cos \phi_{st,i})}{\sum_i (\phi_{ex,i} - \phi_{st,i})} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \phi_j(z=a) &\leq \phi_{st,i} < \phi_j(z=0) < \phi_{ex,i}; \\ z_{i,j,1} &= 0 \\ z_{i,j,2} &= (1/k_\psi) [\phi + j\phi_c - \phi_{st,i}] \end{aligned} \quad (b-5)$$

### نیروهای لحظه‌یی

برای بدست آوردن نیروهای لحظه‌یی ابتدا زاویه‌ی بین بردارهای نیروی مماسی و نیروی برآیند به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\theta = \tan^{-1}(k_R) \quad (9)$$

در این صورت مؤلفه‌های قائم و افقی نیرو از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$dF_{X,j}(\phi, z) = -dF_j(\phi, z) \cos(\phi_j(z) - \theta) \quad (10-\text{الف})$$

$$dF_{Y,j}(\phi, z) = dF_j(\phi, z) \sin(\phi_j(z) - \theta) \quad (10-\text{ب})$$

که در آن:

$$dF_j(\phi, z) = s_t k_{TR} \sin \phi_j(z) dz \quad (11-\text{الف})$$

$$k_{TR} = k_T \sqrt{1 + k_R^2} \quad (11-\text{ب})$$

نیروهای برشی را می‌توان از جایگذاری معادله‌ی (11-الف) در رابطه‌ی ۱۰ و انتگرال‌گیری آنها در فاصله‌ی  $z=z_{i,j,1}$  و  $z=z_{i,j,2}$  به دست آورد. این عمل را باید روی همه‌ی دندانه‌ها و همه‌ی نواحی تماس تکرار کرد. محاسبه‌ی این انتگرال‌ها به روابط زیر متناسب می‌شود:<sup>[5]</sup>

$$\begin{aligned} F_x(\phi) &= \frac{1}{\Delta s_t k_{TR}} [-(A + E\phi) \sin \theta + C \cos \theta \\ &\quad + B \sin(2\phi - \theta) - D \cos(2\phi - \theta)] \end{aligned} \quad (12-\text{الف})$$

$$\begin{aligned} F_y(\phi) &= \frac{1}{\Delta s_t k_{TR}} [(A + E\phi) \cos \theta + C \sin \theta \\ &\quad + B \cos(2\phi - \theta) + D \sin(2\phi - \theta)] \end{aligned} \quad (12-\text{ب})$$

که در آن:

$$\begin{aligned} A &= \sum_i \sum_j a_{i,j}, \quad B = \sum_i \sum_j b_{i,j}, \quad C = \sum_i \sum_j c_{i,j}, \\ D &= \sum_i \sum_j d_{i,j}, \quad E = \sum_i \sum_j e_{i,j} \end{aligned} \quad (13)$$

در روابط فوق ضرایب  $a_{i,j}$  تا  $e_{i,j}$  برای دندانه‌ی زام و ناحیه‌ی تماس  $\Delta z$  به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$a_{i,j} = a;$$

$$\phi_{st,i} \leq \phi_j(z=a) < \phi_{ex,i} < \phi_j(z=0);$$

$$\begin{cases} z_{i,j,1} = 0 \\ z_{i,j,2} = (1/k_\psi) [\phi + j\phi_c - \phi_{ex,i}] \end{cases} \quad (c-5)$$

$$\phi_j(z=a) \leq \phi_{st,i} < \phi_{ex,i} < \phi_j(z=0);$$

$$\begin{cases} z_{i,j,1} = (1/k_\psi) [\phi + j\phi_c - \phi_{ex,i}] \\ z_{i,j,2} = (1/k_\psi) [\phi + j\phi_c - \phi_{st,i}] \end{cases} \quad (d-5)$$

$$\phi_{ex,i} \leq \phi_j(z=a); \quad \begin{cases} \text{در این حالت دندانه با سطح برش} \\ \text{تماسی ندارد.} \end{cases} \quad (e-5)$$

در روابط فوق،  $z_{i,j,1}$  و  $z_{i,j,2}$  به ترتیب موقعیت قائم نوک پائینی و بالایی دندانه‌ی زام در ناحیه  $\Delta z$  سطح تماس ابزار برش با قطعه است. تنها قسمتی از دندانه‌ها که درون مستطیل ناحیه‌ی تماس قرار می‌گیرند هنگام محاسبه‌ی نیروی واردہ بر ابزار برش در نظر گرفته می‌شوند.

### محاسبه‌ی نیروی واردہ بر ابزار برش

در مدل نیروی صلب لحظه‌یی، مؤلفه‌های جزئی نیروهای مماسی و شعاعی متناسب با نزخ پیشروی بر واحد دندانه و همچنین متناسب با سینوس زاویه دوران ابزار برش در نظر گرفته می‌شود. در این صورت خواهیم داشت:

$$dF_{T,j}(\phi, z) = k_T s_t \sin \phi_j(z) dz \quad (6-\text{الف})$$

$$dF_{R,j}(\phi, z) = k_R dF_{T,j}(\phi, z) \quad (6-\text{ب})$$

در روابط فوق، ضریب فشار  $k_T$  و ضریب نسبت نیروی شعاعی به مماسی  $k_R$  از روابط زیر بدست می‌آید:

$$k_T = M_T \bar{h}^{-P_T}, \quad k_R = M_R \bar{h}^{-P_R} \quad (7)$$

متغیرهای  $M_T, M_R, P_T$  و  $P_R$  دارای مقادیر ثابت و معینی هستند و  $\bar{h}$  ضخامت متوسط برآده است که از رابطه‌ی <sup>[5]</sup> بدست می‌آید:

[ $\phi_k, \phi_{k+1}$ ] قرار دارد معتبرند و بنابراین زمانی که  $\phi$  وارد ناحیه‌ی دورانی جدیدی می‌شود باید این ضرایب را مجدداً محاسبه کرد.

$$b_{i,j} = \frac{1}{\gamma k_\psi} [\sin \gamma(j\phi_c - k_\psi a) - \sin \gamma j\phi_c]; \\ c_{i,j} = 0; \quad (14)$$

### محاسبه نرخ پیشروی

در این نوشتار نرخ پیشروی پرداخت خشن با استفاده از تحلیل نیرو محاسبه می‌شود. این کار موجب می‌شود که در حین پرداخت، نیرو از آستانه‌ی شکستگی ابزار برش فراتر نرود. آنچه موجب شکستگی ابزار برش می‌شود نیز بیان است که در امتداد صفحه‌ی XY به محور ابزار برش وارد می‌شود. در حالت کار عادی، این نیرو گشتاوری را روی محور ابزار برش ایجاد می‌کند که باعث خمیدگی آن می‌شود. اگر فرض کنیم  $F$  برآیند نیروی وارد شده بر ابزار برش باشد که در نقطه‌ی میانی عمق برش بر آن اثر می‌کند، گشتاوری که باعث خمیدگی ابزار برش می‌شود از رابطه‌ی ۱۵ به دست می‌آید:

$$M = F(L - \frac{a}{2}) \quad (15)$$

که در آن  $L$  طول کلی ابزار برش از ابتدای انتهای است. شوک کششی وارد بر ابزار برش نیز از رابطه‌ی ۱۶ محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \frac{Mr_c}{I} \quad (16)$$

در رابطه‌ی فوق  $r_c$  شعاع ابزار برش، و  $I$  متغیری است که تقریب آن از طریق رابطه‌ی ۱۷ برابر است با:<sup>[۵]</sup>

$$I = \frac{\pi (0/\lambda r_c)^4}{4} \quad (17)$$

با کمک این روابط می‌توان آستانه‌ی شکستگی ابزار برش را بر حسب نیروی  $F$  بدست آورد و درنتیجه، با معلوم بودن آستانه‌ی شکستگی،  $F$  را محاسبه کرد. نیروی برآیند وارد بر ابزار برش را می‌توان از رابطه‌ی ۱۸ محاسبه کرد:

$$F(\phi) = \sqrt{F_x(\phi) + F_y(\phi)} = 0.5 s_t k_{TR} F_{GE O}(\phi) \quad (18)$$

که در آن  $F_{GE O}(\phi)$  از رابطه‌ی ۱۹ به دست می‌آید:

$$F_{GE O}(\phi) = \{(A+E\phi)^2 + B^2 + C^2 + D^2 + 2C[B \sin 2\phi -$$

$$D \cos 2\phi] + 2(A+E\phi)[B \cos 2\phi + D \sin 2\phi]\}^{1/2} \quad (19)$$

بنابراین مقدار  $F_{GE O}(\phi)$  را می‌توان مستقل از متغیرهای  $k_T$  و  $k_R$  و نرخ پیشروی محاسبه کرد. هنگامی که مقدار دقیق ضرایب  $k_T$  و  $k_R$  معلوم باشد، می‌توان نرخ پیشروی را که شرط نیرو با آن برآورده می‌شود از رابطه‌ی ۲۰ به دست آورد:

$$d_{i,j} = \frac{1}{\gamma k_\psi} [\cos \gamma(j\phi_c - k_\psi a) - \cos \gamma j\phi_c]; \\ e_{i,j} = 0;$$

$$a_{i,j} = \frac{1}{\gamma k_\psi} \sin \gamma \phi_{st,i} + \frac{1}{k_\psi} [j\phi_c - \phi_{st,i}]; \\ b_{i,j} = -\frac{1}{\gamma k_\psi} \sin \gamma(j\phi_c); \quad (14-ب)$$

$$c_{i,j} = -\frac{1}{\gamma k_\psi} \cos \gamma \phi_{st,i};$$

$$d_{i,j} = -\frac{1}{\gamma k_\psi} \cos \gamma j\phi_c;$$

$$e_{i,j} = \frac{1}{k_\psi}$$

$$a_{i,j} = a - \frac{1}{\gamma k_\psi} \sin \gamma \phi_{ex,i} - \frac{1}{k_\psi} [j\phi_c - \phi_{ex,i}]; \quad (14-ج)$$

$$b_{i,j} = \frac{1}{\gamma k_\psi} \sin \gamma(j\phi_c - k_\psi a);$$

$$c_{i,j} = \frac{1}{\gamma k_\psi} \cos \gamma \phi_{ex,i};$$

$$d_{i,j} = \frac{1}{\gamma k_\psi} \cos \gamma(i\phi_c - k_\psi a);$$

$$e_{i,j} = -\frac{1}{k_\psi}$$

$$a_{i,j} = \frac{1}{k_\psi} [\phi_{ex,i} - \phi_{st,i}] - \frac{1}{\gamma k_\psi} [\sin \gamma \phi_{ex,i} - \phi_{ex,i} \\ - \sin \gamma \phi_{st,i}]; \quad (14-د)$$

$$b_{i,j} = 0;$$

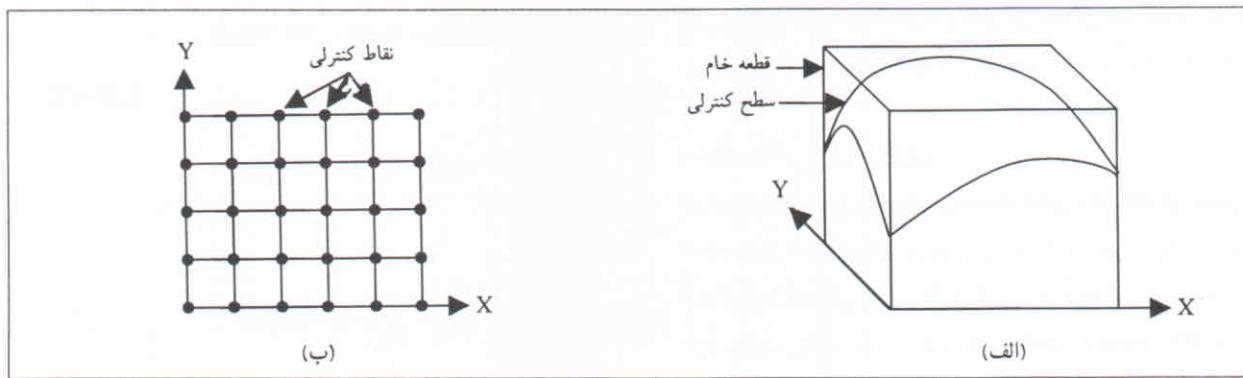
$$c_{i,j} = \frac{1}{\gamma k_\psi} [\cos \gamma \phi_{ex,i} - \cos \gamma \phi_{st,i}]; \quad (14-ه)$$

$$d_{i,j} = 0;$$

$$e_{i,j} = 0;$$

$$a_{i,j} = b_{i,j} = c_{i,j} = d_{i,j} = e_{i,j} = 0. \quad (14-ه)$$

در محاسبه‌ی ضرایب  $A$  و  $E$ ، باید با استفاده از روابط ۱۳ و ۱۴ همه‌ی دندانه‌ها و همه‌ی نواحی تماس را در نظر گرفت. مقداری به دست آمده برای این ضرایب تا زمانی که  $\phi$  در بازه‌ی دورانی فعلی



شکل ۳: (الف) قطعه‌ی خام و سطح کنترلی، (ب) نقاط کنترلی بر روی تصویر سطح کنترلی.

بیشینه از مدل نیروی صلب استفاده می‌شود.

$$s_{t,tgt} = f_k^{-1} \left( \frac{F_{Max,tgt}}{F_{Geo,Max}} \right) \quad (20)$$

### تولید نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه به روش جابجا‌یی مجازی

فرض کنید مکعب مستطیل نشان داده شده در شکل ۳‌الف قطعه‌ی خام یا قطعه‌ی پیش از انجام پرداخت است و رویدی داخل مکعب همان سطح پرداخت مطلوب است که آن را سطح کنترلی<sup>۱۳</sup> نیز می‌گویند. تصویر این سطح روی صفحه XY مستطیلی است که در شکل ۳‌ب نشان داده شده است. چنانچه سطح این مستطیل را در امتداد محورهای X و Y تقسیم‌بندی کنیم، تعدادی نقطه روی آن به دست می‌آید که آنها را نقاط کنترلی<sup>۱۴</sup> می‌نامیم. تعداد و چگالی نقاط کنترلی بر حسب کاربرد می‌تواند در مکان‌های مختلف این سطح کنترلی متفاوت باشد. معمولاً در مکان‌هایی که لازم است آنالیز دقیق‌تری داشته باشیم، چگالی نقاط کنترلی را بیشتر در نظر می‌گیریم. در شکل ۴ نقطه‌ی کنترلی P به عنوان نمونه مشاهده می‌شود. چنانچه ابزار از این نقطه در جهت  $\theta_1$  به اندازه طول کوچک d (که مقداری ثابت در نظر گرفته می‌شود) جلو برود، نقطه‌ی P<sub>1</sub> بدست می‌آید. به کمک مدل نیرو می‌توان مقدار نیروی وارد شده بر ابزار برش در نقطه‌ی P<sub>1</sub> نرمالیزه شده با ضرایب k<sub>T1</sub> و k<sub>R1</sub> از روابط ۱۸ و ۱۹ محاسبه کرد. با استفاده از مقدار محاسبه شده‌ی نیرو در این نقطه و با کمک روش عددی توضیح داده شده در انتهای بخش قبل برای محاسبه معمکوس تابع<sup>۱۰</sup> حداقل مقدار نرخ پیشروی به گونه‌یی محاسبه می‌شود که نیرو از حد مجاز بیشتر نشود. در شکل ۴ حداقل مقدار مجاز نرخ پیشروی در نقطه‌ی P<sub>1</sub> با طول بردار PH<sub>1</sub> مشخص شده است. حال اگر ابزار از نقطه‌ی P به اندازه طول d در جهت  $\theta_2$  جلو برود، به نقطه‌ی P<sub>2</sub> می‌رسد که می‌توان مانند نقطه‌ی قبلی مقدار نیرو و حداقل مقدار مجاز نرخ پیشروی را برای آن محاسبه کرد و از آنجا بردار PH<sub>2</sub> را که طول آن نشان‌دهنده‌ی حداقل نرخ پیشروی مجاز

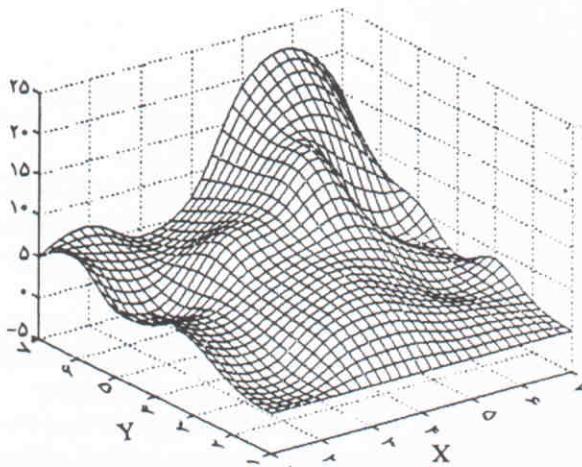
که در آن  $F_{Max,tgt}$  بیشینه مقدار نیروی مجاز، بوده و  $(.)^{-1}$  معکوس تابع زیر است:

$$f_k(S_t) = M_T \bar{h}_s^{-P_T} \sqrt{S_t^{2(1-P_T)} + M_R \bar{h}_s^{2P_R} S_t^{2(1-P_T-P_R)}} \quad (21)$$

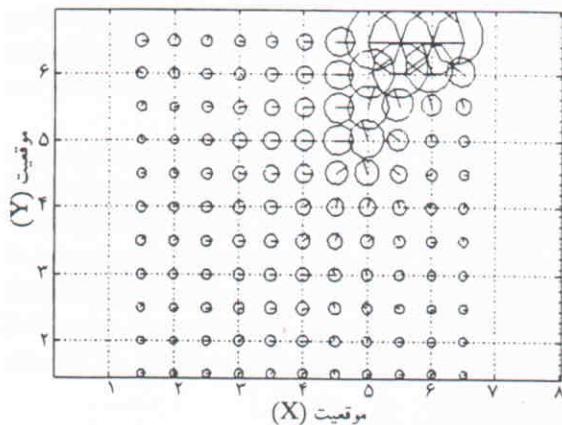
به طور معمول عبارات  $1-P_T$  و  $1-P_R$  مقادیری مشبّت‌اند. درنتیجه  $f_k(S_t)$  یک تابع افزایشی محض، و بنابراین معکوس‌پذیر است. از آنجا که نمی‌توان معکوس  $f_k(S_t)$  را به طور تحلیلی بدست آورد، بهتر است ابتدا مقدار  $(S_t)$  را به ازای همه‌ی مقادیر  $d$  قابل قبول محاسبه کرد و سپس برای بدست آوردن  $s$  مطلوب در هر نقطه روی مسیر ابزار برش، مقداری را انتخاب کرد که  $(S_t)$  را با تقریب مناسب برابر  $\frac{F_{Max,tgt}}{F_{Geo,Max}}$  در آن نقطه قرار می‌دهد.

همان‌گونه که ملاحظه شد، استفاده از مدل نیروی صلب این امکان را ایجاد می‌کند که بتوان متغیر نرخ پیشروی را به عنوان یک عامل ضرب شونده از درون معادلات نیرو بیرون آورد و آن را به گونه‌یی محاسبه کرد که شرط نیرو را برآورده کند.

لازم به ذکر است که می‌توان در محاسبه نیرو به جای مدل نیروی صلب از مدل نیروی انعطاف‌پذیر<sup>۱۱</sup> بهره گرفت.<sup>[۸-۷]</sup> در این مدل برخلاف مدل قبلی اثر خمیدگی ابزار برش به صورت یک عامل پسخور در معادلات نیرو وارد می‌شود.<sup>[۱۰]</sup> درنتیجه لازم است از یک روش تکراری<sup>۱۲</sup> برای محاسبه نیرو بر حسب نرخ پیشروی و سایر متغیرهای پرداخت سود برد که در آن صورت به دلیل افزایش بار محاسبات نمی‌توان نرخ پیشروی را به سادگی بهینه‌سازی کرد. به همین دلیل در این نوشتار برای بدست آوردن نقشه‌ی نرخ پیشروی



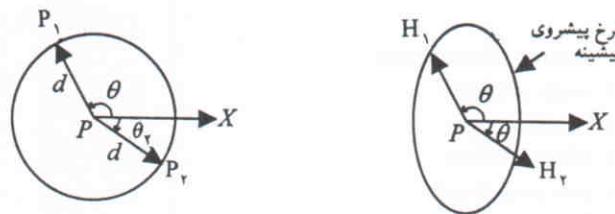
شکل ۵. نمونه‌ی یک سطح کنترلی.



شکل ۶. نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه همراه با جهت‌های حرکت بیشینه.

### نتیجه‌گیری

در این نوشتار با استفاده از یک روش جدید موسوم به «جابه‌جایی مجازی»، نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه برای خشن‌کاری در یک دستگاه فرز CNC به محورهای X و Y در نظر گرفته‌ایم. مقدار  $F_{GEO}(\phi)$  را با استفاده از روش جابه‌جایی مجازی برای نقاط پیرامون هر یک از نقاط کنترلی از رابطه‌ی ۱۹ محاسبه کرده و به کمک این مقدار نیروی نرمایی شده حداکثر مقدار مجاز نرخ پیشروی را از رابطه‌ی ۲۰ محاسبه می‌کنیم. نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه بدست آمده برای نقطه‌ی شکل ۵ به همراه جهت حرکت بیشینه برای هر یک از نقاط کنترلی در شکل ۶ نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود نقاطی از صفحه‌ی XY که در شکل ۵ ارتفاع بیشتری دارند، مطابق شکل ۶ از نرخ پیشروی بیشینه بیشتری برخوردارند. همچنین می‌توان مشاهده کرد که جهت حرکت بیشینه بدست آمده در هر نقطه‌ی کنترلی در راستای بیشترین شب سطح کنترلی در آن نقطه است.



شکل ۴. تعیین مرز نرخ پیشروی بیشینه برای نقطه‌ی کنترلی P.

در نقطه‌ی  $P_2$  است به دست آورد. با همین شیوه برای سایر جهت‌های حرکت حول نقطه‌ی  $P$  می‌توان مقادیر مجاز نرخ پیشروی را محاسبه کرد. با اتصال نقاط  $H_1$  و  $H_2$ ... به یکدیگر یک منحنی بسته حول  $P$  حاصل می‌شود. نقاط روی این منحنی نشان‌دهنده‌ی حداکثر مقادیر مجاز نرخ پیشروی به ازای زوایای مختلف حرکتی هستند و نقاط درون آن محدوده‌ی مجاز نرخ پیشروی را مشخص می‌کنند. اگر این کار را برای سایر نقاط کنترلی روی سطح نیز انجام دهیم، نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه برای سطح کنترلی مورد نظر بدست می‌آید.

### شبیه‌سازی

شکل ۵ نمونه‌ی از سطح کنترلی را نشان می‌دهد که توسط معادلات اسپلاین و در محیط نرم‌افزار MATLAB ایجاد شده است. در این شبیه‌سازی فرض براین است که می‌خواهیم سطح کنترلی مذکور را در یک مرحله خشن‌کاری کنیم که در این صورت عمق محوری برش ۱۵ در هر نقطه از سطح برابر با تفاصل ارتفاع قطعه‌ی خام و ارتفاع سطح در آن نقطه خواهد بود. تصویر سطح کنترلی نشان داده شده روی صفحه‌ی XY مربعی با طول ضلع ۶ سانتی‌متر است. در این شبیه‌سازی نقاط کنترلی روی این مربع را با فواصل ۵/۰ سانتی‌متر در امتداد محورهای X و Y در نظر گرفته‌ایم. مقدار  $F_{GEO}(\phi)$  را با استفاده از روش جابه‌جایی مجازی برای نقاط پیرامون هر یک از نقاط کنترلی از رابطه‌ی ۱۹ محاسبه کرده و به کمک این مقدار نیروی نرمایی شده حداکثر مقدار مجاز نرخ پیشروی را از رابطه‌ی ۲۰ محاسبه می‌کنیم. نقشه‌ی نرخ پیشروی بیشینه بدست آمده برای نقطه‌ی شکل ۵ به همراه جهت حرکت بیشینه برای هر یک از نقاط کنترلی در شکل ۶ نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود نقاطی از صفحه‌ی XY که در شکل ۵ ارتفاع بیشتری دارند، مطابق شکل ۶ از نرخ پیشروی بیشینه بیشتری برخوردارند. همچنین می‌توان مشاهده کرد که جهت حرکت بیشینه بدست آمده در هر نقطه‌ی کنترلی در راستای بیشترین شب سطح کنترلی در آن نقطه است.

### پانوشت‌ها

1. maximum feedrate map

2. rough machining

3. flat-end milling

4. spline equations

5. part programmer

6. ball-end milling

7. semi-finishing

8. finishing

9. instantaneous rigid force model

10. feed per tooth

11. flexible force model

12. iterative method

13. control surface

14. control points

15. axial depth of cut

(1997).

4. Sarma, R., and Dutta D., "Tool Path Generation for NC Grinding", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **38** (3), pp. 177-195, (1998).

5. Spence, A. D., and Altintas, Y., "A Solid Modeler Based Milling Process Simulation and Planning System", *Transactions of the ASME Journal of Engineering for Industry*, **116**, pp. 142-156, (1994).

6. Suresh, K., and Yang, D. C., "Constant Scallop-Height Machining of Free-form Surface", *Transactions of the ASME Journal of Engineering for Industry*, **116**, pp. 35-49, (1994).

7. Lim, E. M., et. al., "The Prediction of Dimensional Error For Sculptured Surface Productions Using the Ball-End Milling Process. Part 1: Chip Geometry Analysis and Cutting Force Prediction", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **35** (8), pp. 1149-1169, (1995).

8. Lim, E. M., et. al., "The Prediction of Dimensional Error for Sculptured Surface Productions Using the Ball-End Milling Process. Part 2: Surface Generation Model and Experimental Verification", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **35** (8), pp. 1171-1185, (1995).

9. Dong, Z., et. al., "Optimal Rough Machining of Sculptured Parts on a CNC Milling Machine", *Transactions of the ASME Journal of Engineering for Industry*, **115**, pp. 159-171, (1993).

10. Farouki, R. T., et. al., "G Codes for the specifications of Pythagorean-hodograph Tool Paths and Associated Feedrate Functions on Open-architecture CNC Machines", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **39** (1), pp. 123-142, (1999).

### منابع

1. Johari-Majd, V., and Hasanzadegan, H., "A New Method for Tool-Path Generation and Adaptive Interpolation of a Three-Axis CNC Milling Machine", *9<sup>th</sup> Annual Mechanical Engineering Conference*, Rasht, Iran, pp. 569-576, (2001).
2. Lim, E.M., and Menq, C. H., "Integrated Planning for Precision Machining of Complex Surfaces. Part 1: Cutting Path and Feedrate Optimization", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **37** (1), pp. 61-76, (1997).
3. Lim, E. M., and Menq, C. H., "Integrated Planning for Precision Machining of Complex Surfaces. Part 1: Application to the Machining of a Turbine Blade Die", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **37** (1), pp. 77-91,