

بررسی نیروی پسا نیم مخروط ناقص توانی با و بدون پوشش زبری

وحید قاسمپور پله رود*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب

منوچهرزاد (استاد)

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی شریف

تاكون اندازه‌گیری تجربی نیروهای آثربیناییکی و حل عددی جریان اطراف اجسام برای مدل‌های مختلفی انجام گرفته است، که آزمایشات تجربی در توانل های باد و آب صورت می‌گیرند. اندازه‌گیری نیروی پسا و ضربی پسا برای نیم مخروط ناقص توانی نیز می‌تواند برای بسیاری از کاربردها از جمله کشتی‌ها، شناورها و پرتابه‌های خاص دارای نیروی برد، مورد استفاده قرار گیرد. در این نوشتار نیروی پسا نیم مخروط ناقص توانی در دو حالت مختلف ورود جریان از دهانه‌ی بزرگ و دهانه‌ی کوچک در توانل باد مدار باز مکنده مورد بررسی قرار گرفته است و اثرات جهت ورود جریان روی نیروی پسا و ضربی پسا بررسی شده است. اثر زبری نیز روی سطح نیم مخروط آزمایش و نتایج آن با مدل بدون پوشش یا صاف مقایسه شده است و در نهایت نتایج به دست آمده‌ی جدار صاف با حل عددی مقایسه شده و مشخص شده است که در چه حالت‌هایی نیروی پسا و ضربی پسا کمتری به مدل وارد می‌شود.

v_ghasempour@yahoo.com
rad@mechanic.sharif.ir

مقدمه

کرد.^[۱] بیشتر کارهای صورت گرفته در تحلیل جریان به صورت تجربی و عددی در اطراف استوانه‌هایی با مقاطع دایره‌ی و مستطیلی توبی، کره و ایروفیل است.^[۲] و مطالعات نسبتاً کم‌تری در هندسه‌های نیم مخروطی توانی صورت گرفته است. بعضی از کارهای انجام شده در هندسه‌های مخروطی یا هندسه‌هایی که دارای تغییر سطح مقطع در جهت جریان هستند در زمینه‌ی قایق‌ها و کشتی‌های است.^[۳] همچنین جریان اطراف یک جسم منشوری و یک استوانه‌ی ذوزنقه‌یی بررسی شده‌اند که این دو جسم همانند نیم مخروط ناقص توانی در جهت جریان دارای ساخت نیز کاوش یابد، زیرا در این صورت معمولاً سیستم‌های رانش کوچک‌تر و ارزان‌تری مورد نیاز خواهد بود. برای کاوش نیروی پسا، مصرف انرژی نیز کاوش می‌یابد که در درازمدت از لحظه کاوش آلودگی و اقتصادی مقرن به صرفه است. در اوایل قرن نوزدهم زبری^۲ نیز به عنوان پارامتر مهمی در جریان سیال مورد توجه قرار گرفت و آزمایشاتی روی لوله‌ها با زبری مختلف انجام شد.

اولین کارهای انجام گرفته برای تأثیر زبری در لوله‌ها توسط نیکوراتزی صورت گرفت. بعدها کالبروک آزمایشات را تکمیل کرد و در نهایت مودی نتایج به دست آمده برای لوله‌های تجاری را در نموداری بررسی ضربی اصطکاک و زبری نسبی و عدد رینولدز رسم کرد.^[۴] راسو در مطالعاتش یک جسم نیم مخروط توپر را با بدون پوشش زبری در توانل باد در رینولدزهای مختلف، که در آن جهت ورود جریان متفاوت است، آزمایش نویسنده مسئول

* تاریخ: دریافت ۱۳۹۰/۲/۱۱، اصلاحیه ۱۳۸۹/۶/۲۲، پذیرش ۱۳۹۰/۳/۲۲.

نیروی پسا وارد بر مدل

بیشترین پسا وارد به نیم مخروط ناقص توانی^۳ پسا اصطکاکی^۴ و فشاری^۵ است. نتیجه‌ی کاوش سرعت جریان در لایه‌ی مرزی ایجاد نیروی پسا اصطکاکی در اثر تنش برشی است. میزان پسا اصطکاکی به شکل و ضخامت لایه‌ی مرزی بستگی دارد.^[۶] پسا اصطکاکی شدیداً تابع گران‌روی (ویسکوزیته) است و با افزایش گران‌روی افزایش می‌یابد. از آنجا که عدد رینولدز با عکس گران‌روی

مشخصات مدل و شرح آزمایش‌ها

در شکل ۱ و جدول ۱ پارامترهای مورد استفاده برای ساخت نیم‌مخروط ناقص توخالی آورده شده است. قطعه‌ی ساخته شده از ورق نازک برنجی است که با استفاده از عملیات خم‌کاری و پرسکاری ساخته شده، و شیب ۵ درجه در آن رعایت شده تا باعث جدایی جریان نشود. همچنین برای دقت بالای مدل‌های ساخته شده ورق مورد نظر با برش CNC تهیه شده و برای پرسکاری نیز قالب موردنظر ساخته شده است. پس از ساخت نیم‌مخروط ناقص توخالی برای تکمیل مدل ساخته شده یک ورق برنجی ذوزنقه‌ی به کف آن متصل می‌شود. این ورق در چند نقطه با جوش برنجی به قطعه وصل می‌شود و تمام قسمت‌هایی که بین این ورق و نیم‌مخروط است با چسب مخصوص پرمی شود تا مانع عبور هوا شود. در انتهای برای کاهش اغتشاش در تونل باد سطح جوش‌های ایجاد شده سمباده‌کاری، و قطعه کاملاً یکنواخت می‌شود.

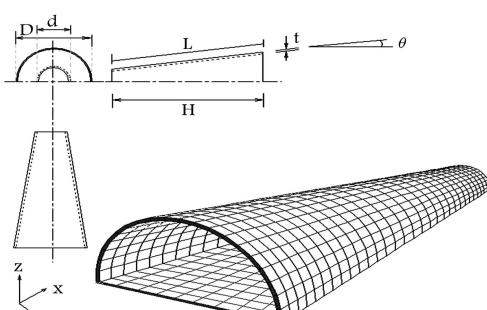
یک میله نیز برای اتصال به دینامومتر به قطعه متصل می‌شود که محل اتصال این میله‌ی باریک روی مرکز ثقل مدل ساخته شده است.

طبق داده‌های ارائه شده در جدول ۱، نسبت قطر دهانه بزرگ به کوچک ۲/۵ و ضخامت ورق ۱ mm است. نسبت سطح مقطع بزرگ بر کوچک نیز برابر ۶,۲۵ است. در شکل‌های ۲ و ۳ مدل‌های بدون پوشش و زیرشده نشان داده شده است. پوشش زیری با استفاده از پودر سنگ روی سطح مدل ایجاد شده که ارتفاع متوسط آن تقریباً ۱/۲ میلی‌متر است و حتی الامکان سعی شده زیری ایجاد شده بر سطح یکنواخت باشد. آزمایش‌ها برای شرایط مختلف (از نظر عدد رینولدز و جهت ورود جریان) روی مدل‌های صاف^۷ و زبر^۸ انجام شده و دمای محیط آزمایش ۲۵ درجه‌ی سانتی‌گراد بوده است. حالت‌های انجام آزمایش عبارت‌اند از:

حالت اول: ورود جریان از دهانه‌ی بزرگ^۹ نیم‌مخروط توخالی در سرعت‌های مختلف.

حالت دوم: ورود جریان از دهانه‌ی کوچک^{۱۰} نیم‌مخروط توخالی در سرعت‌های مختلف.

شکل ۴ نمای کلی تونل باد مکنده‌ی مورد آزمایش را نشان می‌دهد. این تونل باد دارای اتاق آزمون^{۱۱} و لانه زنبوری^{۱۲} هشت‌ضلعی است و برای اندازه‌گیری نیروی پسا از دینامومتر استفاده شده است. این تونل باد در آزمایشگاه هواشناسی و مکانیک دانشگاه آزاد (واحد علوم و تحقیقات) قرار دارد. تمامی آزمایش‌های انجام شده برای حالتی است که نیم‌مخروط به صورت کاملاً افقی در جهت جریان قرار داشته باشد. محدوده‌ی سرعت‌های مورد آزمایش نیز بین ۸/۴ m/s تا ۱۷ m/s بوده است.



شکل ۱. پارامترهای ساخت نیم‌مخروط ناقص توخالی.

جدول ۱. ابعاد نیم‌مخروط ناقص توخالی.

L (cm)	H (cm)	θ (deg)	D (cm)	d (cm)
۳۴,۴۲۱	۳۴,۲۹۰	۵	۱۰	۴

سیال مناسب است، در رینولدزهای بالا خصوصاً برای اجسام با لبه‌ی ضخیم، سهم پسای اصطکاکی اوپسای کل کمتر می‌شود. پسای اصطکاکی تابع مساحت سطح نیز است و بنابراین سطوح با مساحت بیشتر از پسای اصطکاکی بزرگ‌تری برخوردارند.^[۱۰]

نیروی پسای فشاری با سطح روبه‌روی جریان جسم و اختلاف فشار جلو و عقب جسم مناسب است. پسای فشاری معمولاً برای اجسام با لبه‌ی ضخیم بیشترین سهم را از پسای کل دارد و برای اجسام خط جریانی مانند آئروفویل معمولاً مقدار کمی است و برای صفحات تخت نازک صفر است. پسای فشاری زمانی که سرعت سیال به قدری بالا باشد که سیال نتواند انحنای جسم را دنبال کند و از جسم جدا شود و ناچیه‌ی بسیار کم فشار ایجاد کند، بیشترین اهمیت را می‌یابد.^[۱۱]

تحلیل ابعادی

می‌دانیم نیروی پسای اندازه‌گیری شده درمورد دو جسمی که از نظر هندسی با هم متشابه‌اند، تنها در صورتی به یکدیگر مربوط می‌شود که بین مدل و جسم اصلی تشابه دینامیکی وجود داشته باشد. تشابه دینامیکی به این معناست که در نقاط نظری نسبت تمام نیروهای موجود در مسئله با یکدیگر برابر باشند. درمورد سیالات نیوتی غیرقابل تراکم، با توجه به اهمیت نیروی اینرسی و لزجت، عدد رینولدز به عنوان تنها عدد بی‌بعد حاکم بر جریان (البته به شرطی که جریان عاری از خلا-سازی باشد) مطرح می‌شود. در چنین مواردی شرط برقراری تشابه دینامیکی این است که عدد رینولدز مدل برابر با عدد رینولدز جسم اصلی قرار داده شود. در این صورت می‌توان قبول کرد که ضریب پسای^۶ مدل و جسم اصلی برابرند:

$$(Re)_m = (Re)_p \rightarrow (C_D)_m = (C_D)_p \quad (1)$$

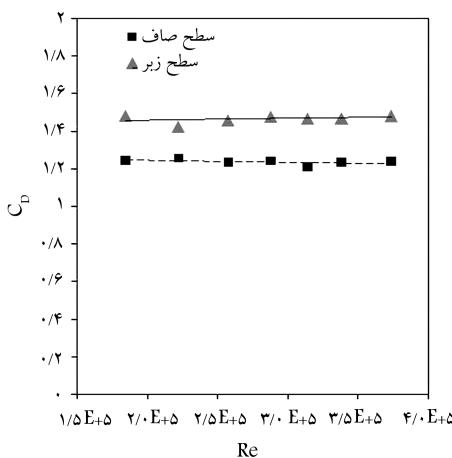
در این رابطه، اندیس m مربوط به مدل و اندیس p مربوط به جسم اصلی است.^[۱۲] یادآور می‌شود این نتایج مهم که از اصل تشابه براساس عدد رینولدز به دست آمده‌اند، تنها در حالتی معتبرند که از نیروی جاذبه و کشسانی (در سیالات تراکم‌پذیر) صرف نظر کرده باشیم. در غیراین صورت، اعداد بی‌بعد دیگری نیز در روابط وارد می‌شوند. مثلاً در سیالات دارای سطح آزاد اگر بخواهیم نیروی جاذبه را نیز به حساب آوریم عدد بی‌بعد فرود ظاهر خواهد شد. بنابراین عدد فرود در این آزمایش مطرح نیست زیرا نیروی جاذبه را در نظر نمی‌گیریم. عدد فرود مطابق رابطه‌ی ۲ تعیین می‌شود:

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gL}} \quad (2)$$

که در آن Fr عدد فرود، U سرعت جریان آزاد و L نیز طول است. در سیالات دارای سرعت بالا نیز اگر به علت تراکم‌پذیر سیال نیروهای کشسان اضافی را در نظر بگیریم، عدد ماخ ظاهر خواهد شد. عدد ماخ در سرعت‌های بالاتر از ۱۰۰ m/s مطرح است و برابر خواهد بود با:

$$M = \frac{U}{c} \quad (3)$$

که در آن M عدد ماخ و c سرعت صوت در سیال است. در آب -- حتی در سرعت‌های کمتر از ۴۰۰ m/s -- عدد ماخ کمتر از ۰/۳ است، اما ممکن است به علت کاهش فشار حتی در سرعت‌های بیشتر از ۱۳ m/s نیز نتوان جریان را تراکم‌پذیر فرض کرد.^[۱۳]



شکل ۶. ضریب پسای مدل‌های صاف و زبر هنگام ورود جریان از دهانه بزرگ.

اعداد به دست آمده در رابطه‌ی ۴، ضریب پسا برای هر سرعت محاسبه می‌شود:

$$C_D = \frac{2F}{\rho AU^2} \quad (4)$$

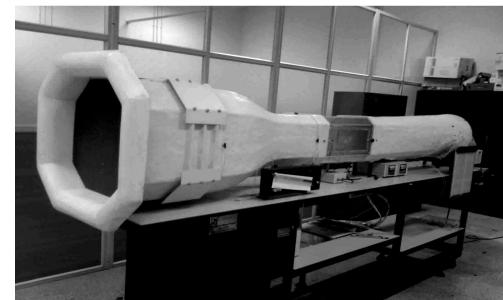
A مساحت فشاری و m چگالی هوا در دمای ۲۵ درجه‌ی سانتی‌گراد است. نتایج حاصله برای ضریب پسا در شکل ۶ آورده شده است.



شکل ۲. مدل بدون پوشش مورد آزمایش.



شکل ۳. مدل زبرشده‌ی مورد آزمایش.



شکل ۴. نمای کلی تونل باد مورد استفاده.

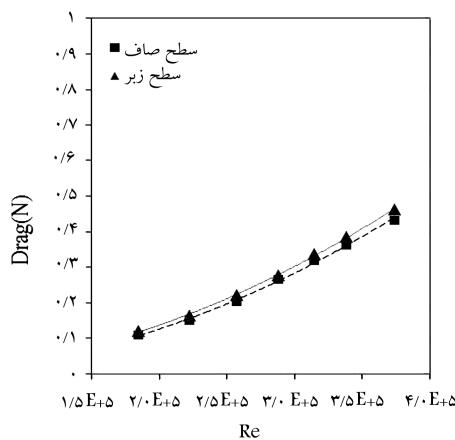
نتایج ورود جریان از دهانه کوچک

در شکل ۷ نیروهای پسا برای حالتی که جریان از دهانه کوچک وارد می‌شود نشان داده شده است. در این حالت نیز نیروی پسا بر وارد به سطح زبر به دلیل افزایش پسای اصطکاکی بیشتر از سطح صاف است. همچنین مشاهده می‌شود که اعداد به دست آمده برای نیروی پسا و ضریب پسا کمتر از حالتی است که جریان از دهانه بزرگ وارد می‌شود.

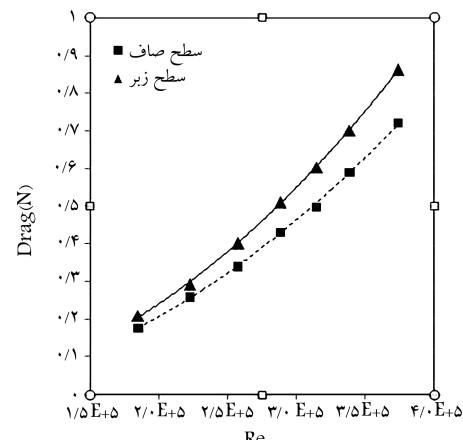
در شکل ۸ نیز ضریب پسا بر نیم مخرب ناقص توخالی برای حالت ورود جریان از دهانه کوچک رسم شده است. چنان که مشاهده می‌شود، ضریب پسا نسبت به حالت ورود جریان از دهانه بزرگ کمتر است. در این حالت علاوه

نتایج ورود جریان از دهانه بزرگ

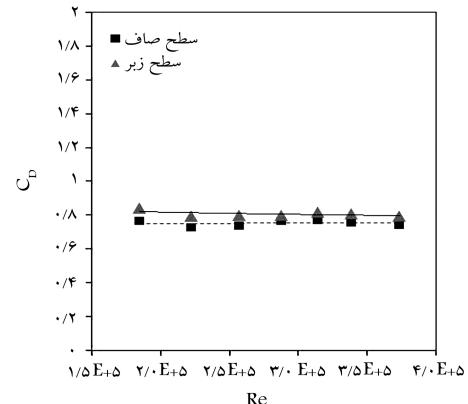
شکل ۵ نیروی پسا بر نیم مخرب ناقص توخالی را در حالت ورود جریان از دهانه بزرگ نشان می‌دهد. چنان‌که مشخص است نیروی پسا بر وارد به سطح زبر بیشتر از سطح صاف است و دلیل آن افزایش پسای اصطکاکی در سطح زبر است. با توجه به محدوده اعداد رینولدز آزمایش شده بیشتر پسای وارد به نیم مخرب ناقص توخالی، پسای فشاری است. بنابراین برای محاسبه ضرایب پسا باید مساحت فشاری را در رابطه قرار دهیم. مساحت فشاری مدل آزمایش شده نیز برای تفاضل مساحت نیم دایره بزرگ و کوچک است، البته باید مساحت رو به روی ورق یک میلی‌متری را نیز در نظر بگیریم، پس از محاسبه مساحت فشاری، با قراردادن



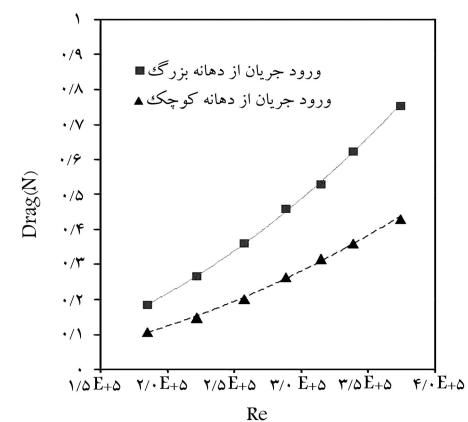
شکل ۷. نیروی پسا بر مدل‌های صاف و زبر هنگام ورود جریان از دهانه کوچک.



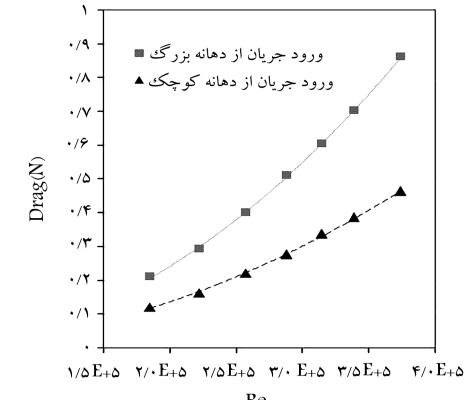
شکل ۵. نیروی پسا بر مدل‌های صاف و زبر هنگام ورود جریان از دهانه بزرگ.



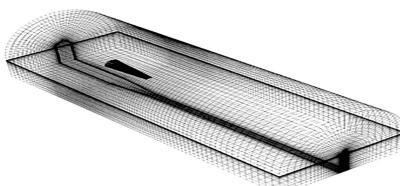
شکل ۸. ضریب پسای مدل‌های صاف و زبر هنگام ورود جریان از دهانه‌ی کوچک.



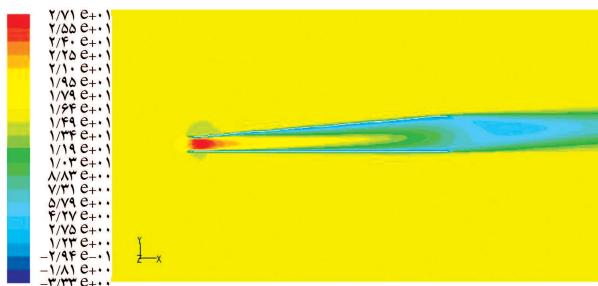
شکل ۹. نیروی پسای وارد بر مدل صاف در حالت‌های ورود جریان از دهانه‌ی کوچک و بزرگ.



شکل ۱۰. نیروی پسای وارد بر مدل زبر شده در حالت‌های ورود جریان از دهانه‌ی کوچک و بزرگ.

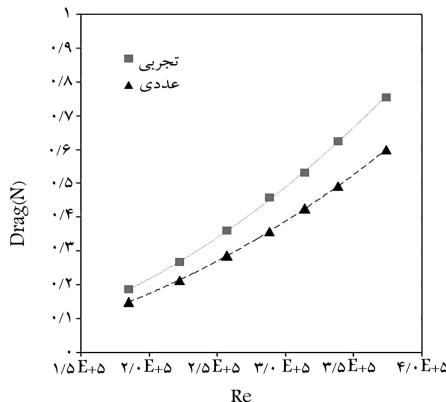


شکل ۱۱. شبکه‌بندی اطراف نیم‌مخروط ناقص توخالی برای حالت ورود جریان از دهانه‌ی بزرگ.

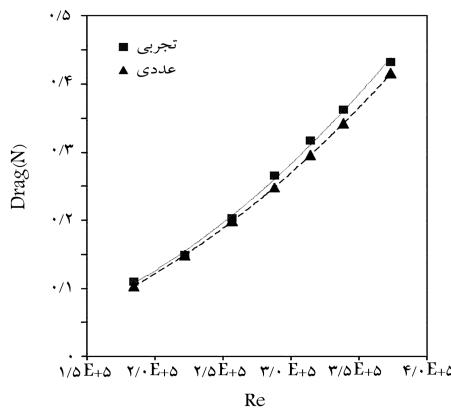


شکل ۱۲. شبکه‌بندی اطراف نیم‌مخروط ناقص توخالی برای حالت ورود جریان از دهانه‌ی کوچک.

شکل ۱۴. کانتور سرعت در جهت x برای حالت ورود جریان از دهانه‌ی کوچک.

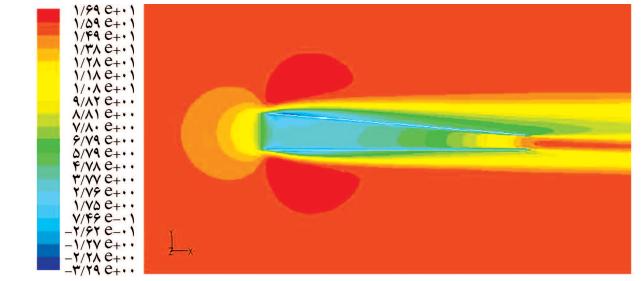
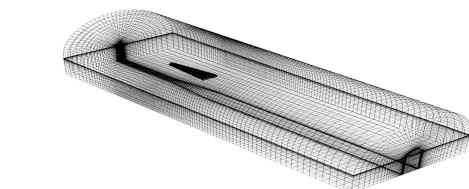


شکل ۱۵. مقایسه‌ی نتایج تجربی و عددی برای حالت ورود جریان از دهانه‌ی بزرگ.



شکل ۱۶. مقایسه‌ی نتایج تجربی و عددی برای حالت ورود جریان از دهانه‌ی کوچک.

مختلف ورود جریان از دهانه‌ی بزرگ و کوچک با هم مقایسه شده‌اند. چنان‌که مشاهده می‌شود نتایج با هم اختلاف کمی دارند. در سرعت‌های کم نتایج تجربی و عددی به هم نزدیک ترند ولی با افزایش عدد رینولدز نتایج تجربی و عددی اختلاف بیشتری دارند. علت این موضوع را می‌توان به دلایل مختلف -- از جمله استفاده از مدل استاندارد در داخل و خارج مجرأ و همچنین پیش‌فرض‌های رعایت شده برای ساده‌سازی در نرم‌افزار فلوئیت -- نسبت داد. در شکل ۱۵ نیز مشاهده می‌شود که اختلاف بین نتایج عددی و تجربی در حالتی که جریان از دهانه‌ی بزرگ وارد می‌شود بیشتر است. دلیل این امر آن است که در حالت ورود جریان از دهانه‌ی بزرگ نیروهای بیشتری به مدل وارد می‌شود و نوسانات جریان هم بالاتر است. در نرم‌افزار فلوئیت برای حل معادلات از بعضی از عبارات معادلات صرف‌نظر می‌شود و معادلات مسئله ساده‌سازی می‌شود، بنابراین انتظار می‌رود که نتایج حاصل از حل عددی نیز با خطای ناچیزی همراه باشند.



شکل ۱۳. کانتور سرعت در جهت x برای حالت ورود جریان از دهانه‌ی بزرگ.

شرط مرزی ورودی را شرط مرزی سرعت ورودی^{۱۷} که سرعت جریان دوردست است در نظر می‌گیریم. شرط مرزی خروجی را نیز شرط مرزی فشار خروجی^{۱۸} که فشار انتسфер است در نظر گرفته‌ایم. سطوح مختلف نیم‌مخروط ناقص توخالی نیز به عنوان شرط دیواره^{۱۹} در نظر گرفته شده‌اند.

در شکل ۱۳ کانتور سرعت در جهت x برای حالت ورود جریان از دهانه‌ی بزرگ رسم شده است. این شکل مقطع رو به روی نیم‌مخروط ناقص را نشان می‌دهد که به شکل ذوزنقه است. چنان‌که پیش‌تر اشاره شد، در این حالت فشار دهانه‌ی ورودی بالاست. بنابراین تعدادی از خطوط جریان در ورود به داخل نیم‌مخروط دچار انحصار می‌شوند و از هم فاصله می‌گیرند؛ چنان‌که از شکل مشخص است سرعت در دهانه‌ی ورودی پایین‌تر از سرعت خروج از دهانه‌ی کوچک است. همچنین مشاهده می‌شود که روی سطح بیرونی نیم‌مخروط -- که دارای شیب ملایم ۵ درجه است -- گردابه‌های ایجاد شده است. این وضعیت برای سطح بیرونی صفحه‌ی تخت در دهانه‌ی ورودی نیز مشهود است. گردابه‌های ایجاد شده در این حالت بسیار بزرگ‌تر از حالت ورود جریان از دهانه‌ی کوچک‌اند. در واقع خطوط جریانی که نمی‌تواند به دلیل فشار بالای دهانه‌ی ورودی وارد نیم‌مخروط ناقص توخالی شود اندانه پیدا می‌کند و گردابه‌ها را به وجود می‌آورد.

چنان‌که در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود، در این کانتور دارای سرعت‌های منفی در جهت محور x هستیم که این سرعت‌های منفی با رنگ آبی مشخص شده‌اند و بر سطح بیرونی و زیرصفحه‌ی تخت پایینی در ابتدای دهانه‌ی ورودی نمایان‌اند. همین امر نشان می‌دهد که در این دو قسمت تغیر سرعت عوض شده و جدایی رخ داده است. در شکل ۱۴ کانتور سرعت برای حالتی که جریان از دهانه‌ی کوچک نیم‌مخروط ناقص توخالی وارد می‌شود نشان داده شده است. در حالت ورود جریان از دهانه‌ی کوچک شاهد گردابه‌های بسیار کوچک در نزدیکی جدار داخلی بودیم که نشان‌گر آن است که در حالت ورود جریان از دهانه‌ی کوچک نیروی پسای کمتری به نیم‌مخروط ناقص توخالی وارد شود. همچنین در این حالت به دلیل گردابه‌های ریزتر و جدایی کمتر جریان پسای اصطکاکی بیشتری نسبت به حالت قبل به مدل وارد می‌شود. در شکل ۱۴ شاهد بالاترین سرعت دهانه‌ی ورودی به نیم‌مخروط ناقص توخالی هستیم که این نکته را می‌توان با استفاده از روابط بزولی و پیوستگی نیز نشان داد. در شکل‌های ۱۵ و ۱۶ نتایج حاصل از حل عددی و تجربی برای حالت‌های

نتیجه‌گیری

با توجه به بحث‌های ارائه شده می‌توان نتایج زیر را استنباط کرد:

۱. نیروی پسای وارد به نیم مخروط ناقص توخالی هنگام ورود جریان از دهانه بزرگ بیشتر است. بنابراین برای کاهش مصرف سوخت و هزینه‌های اولیه از جمله انتخاب سیستم رانش اقتصادی -- جهت قرارگیری جسم باید بهگونه‌ای باشد که جریان از دهانه بزرگ وارد شود.
۲. هنگام استفاده از پوشش زیری روی مدل، نیروی پسای وارد به مدل افزایش می‌یابد، که علت آن افزایش پسای اصطکاکی روی سطح زیر است؛ در این حالت نیروی وارد هنگام ورود جریان از دهانه بزرگ نیز بالاتر است.
۳. با افزایش سرعت در تونل باد نتایج عددی و تجربی فاصله بیشتری می‌گیرند؛ علت آن ارتعاشات تونل باد و همچنین فرض‌هایی است که برای ساده‌سازی حل مسئله در نرم‌افزار فلوئنت در نظر گرفته‌یم.
۴. در حالت که جریان از دهانه بزرگ وارد می‌شود روی سطح بیرونی نیم مخروط افزایش خطاست.

پانوشت

1. drag reduction
2. roughness
3. half tubular frustum
4. viscous drag
5. pressure drag
6. drag coefficient
7. smooth
8. rough
9. big diameter in front
10. small diameter in front
11. test section
12. honeycomb
13. wake
14. separation
15. computational domain
16. structured
17. velocity inlet
18. pressure outlet
19. wall
20. contour of velocity

منابع (References)

1. James, B.T.; Andres L.C. and Satish, G.K. "Characterization of effect of surface roughness and texture on fluid flow-past, present, and future", *International Journal of Thermal Science*, **45**, pp. 962-968 (2006).
2. Zasso, A.; Giappino, S. and Muggiasca, S. "Wind tunnel study of a cone-like shaped roof: Reynolds number effects", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **94**, pp. 431-444 (2006).
3. Bearman, P.W. and Trueman, D.M. "An investigation of the flow around rectangular cylinders", *Journal Fluid Mech*, **116**, pp. 475-506 (1982).
4. Lee, T.S. "Early stages of an impulsively started unsteady flow past non-rectangular prisms", *Comput. Fluids*, **27**, pp. 435-454 (1998).
5. Manoj Kumar, V. and Anantha, S. "A numerical and experimental study on tank wall influences in drag estimation", *Ocean Engineering*, **34**, pp. 192-205 (2007).
6. Siqueira, C.L.R.; Spogis, N.; Damian, R. and Reis, M., *Overview of CFD Modelling for Ship Hull Interactions with Waves and Propellers*, 3rd International Workshop on Offshore Hydrodynamics, Rio de Janeiro, Brazil (17-19 October 2007).
7. Cheng, M. and Liu, G.R. "Effects of after body shape on flow around prismatic cylinders", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **84**, pp. 181-196 (2000).
8. Kyoji, K.; Yoshifumi, Y. and Eiji, T., *Observation of the Flow Around a Circular Cylinder and a Trapezoidal Cylinder in a Circular Pipe by a Dye Injection Method*, 11th Fluid Mechanics Conference, University of Tasmania (14-18 December 1992).
9. Hubert, C. and Skip, S., *The Illustrated Guide to Aerodynamics*, 2nd Edition, TAB Books Publishing (1992).
10. Cengel, Y.A. and Cimbala, J.M., *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*, 2nd Edition, McGraw Hill Higher Education Publishing (2006).
11. Gerhart, P.M.; Gross, R.J. and Hochestein, J.I., *Fundamentals of Fluid Mechanics*, 3th Edition, Addison-Wesley Publishing Co (1992).
12. H.Schlichting, "Boundary-Layer Theory", 7th Edition , McGraw Hill New York (1979).