

بررسی رفتار ارتعاشی میکروتیرک پیزوالکتریک AFM در محیط مایع

محرم حبیب نژاد کورایم* (استاد)

رضا قادری (دانشجوی دکترا)

محمد حق پناهی (دانشیار)

دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات، گروه مهندسی مکانیک و هوافضا، تهران، ایران

مهندسی مکانیک شریف، (پاییز ۱۳۹۲)
دربی ۲ - ۲۹، شماری ۲، ص. ۸۷-۹۶ (یادداشت فنی)

میکروتیرک‌های پیزوالکتریک میکروسکوپ نیروی اتمی (AFM)^[۱]، تیرهایی هستند که با قرارگیری لایه پیزوالکتریک بر روی آن‌ها می‌توانند به عنوان یک خودمحرک مورد استفاده قرار بگیرند. هدف این نوشتار بررسی رفتار حرکت ارتعاشی این نوع از میکروتیرک‌ها در محیط مایع است. مدل سازی حرکت ارتعاشی تیر به کمک دو مدل تیر غیریکنواخت بر پایه‌ی نظریه‌ی اویلر-برنولی، و مدل جرم متمرکز پیشنهادی شامل سه کره که هریک معادل یکی از قسمت‌های میکروتیرک غیر یکنواخت‌اند، انجام شده است. علاوه بر این تأثیر خواص مکانیکی مهم سیال، فاصله‌ی میکروتیرک تا سطح نمونه، زاویه‌ی قرارگیری میکروتیرک نسبت به سطح نمونه، و همچنین تأثیر شعاع پراب نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج حاصله نشان‌گر وابستگی حرکت ارتعاشی به نیروهای هیدرودینامیکی، فشردگی و همچنین برهمکنش بین نوک پراب و سطح نمونه (در فواصل در حد نانومتر) است.

واژگان کلیدی: میکروتیرک پیزوالکتریک، AFM، محیط مایع، نیروی هیدرودینامیکی.

hkorayem@iust.ac.ir
reza.ghaderi@gmail.com
mhaghpanahi@iust.ac.ir

۱. مقدمه

برای کمینه‌سازی زمان تصویربرداری لازم است. میکروتیرک‌های پیزوالکتریک نمونه‌ی از این تکنیک‌ها هستند.^[۹] این نوع میکروتیرک‌ها اگرچه از حساسیتی هم‌ردیف المان‌های اپتیکال برخوردارند و می‌توان از آن‌ها به‌طور هم‌زمان به‌عنوان محرک و اندازه‌گیر استفاده کرد، یک‌چهارم نمونه‌های اپتیکال یا پیزومقاومتی انرژی مصرف می‌کنند.^[۱۰-۱۲] در بررسی رفتار ارتعاشی میکروتیرک -- در نزدیکی سطح نمونه در محیط مایع -- تأثیر برهمکنش سطح تیرک در جدایش‌های مختلف نوک نمونه بر روی رفتار ارتعاشی میکروتیرک مورد مطالعه قرار گرفت.^[۱۳] همچنین به‌منظور بررسی حرکت ارتعاشی میکروتیرک در محیط سیال‌های گران‌رو با استفاده از روش اجزا محدود سه‌بعدی، ضرایب کیفیت و جرم اضافی چندین مد نوسانی -- با توجه نوسانات گذرای میکروتیرک در سیال -- محاسبه شد.^[۱۴] همچنین رفتار ارتعاشی میکروسازه‌های تحریک‌شده‌ی الکترواستاتیک، تحت تأثیر میرایی غیرخطی فشردگی و با استفاده از روش‌های اجزای محدود و تفاضل محدود تحلیل و بررسی شد،^[۱۵] و نیز با مطالعه پیرامون پدیده‌ی متوقف‌سازی میکروصفحات چندلایه به‌کمک روش ترکیبی اجزا محدود و تفاضل^[۱۶] الگوریتمی برای مطالعه‌ی دینامیکی میکروصفحات تحت تأثیر نیروی غیرخطی الکترواستاتیک و میرایی غیرخطی فشردگی ارائه شد. در مطالعه‌ی دیگر محققین تأثیر غیرخطی بودن هندسی بر رفتار متوقف‌سازی دینامیکی میکروسیستم‌ها در محیط‌های مایع را مورد بررسی قرار دادند.^[۱۷] آنان به‌کمک رشته کره مرتعش، نیروی هیدرودینامیکی وارده به تیرک AFM را مدل کرده و با استفاده

میکروتیرک‌ها ابزارهای مکانیکی اند که به‌صورت تکی و پراب مونتاژ شده^[۱۸] برای بررسی خواص سطح اجسام با دقت نانومتری کاربرد دارند. رفتار ارتعاشی میکروتیرک‌ها را می‌توان به‌منظور بررسی دقیق‌تر کاربردهای عملی آن‌ها و همچنین تفسیر بهتر نتایج اندازه‌گیری‌ها مورد مطالعه قرار داد. تاکنون مطالعات زیادی درخصوص رفتار ارتعاشی میکروتیرک‌ها در شرایط کاری مختلف انجام شده است.^[۳-۵] مطالعه‌ی بارگذاری هیدرودینامیکی بر روی میکروتیرک‌های مرتعش در سیال‌های ویسکوز، به‌منظور بهبود عملکرد میکروسکوپ نیروی اتمی (AFM) در محیط مایع و همچنین طیفی از سیستم‌های میکروالکترومکانیکی از قبیل بیوسنسورها^۲ و محرک‌ها بسیار حائز اهمیت است. به‌عنوان مثال کاربردهای AFM در تصویربرداری، دست‌کاری (منیپولیشن)^۳ و بررسی خواص مولکول‌های زیست‌شناختی در محیط مایع،^[۶-۸] به سرعت رشد می‌کنند. از آنجا که دقت تصویربرداری و نیروی اعمالی از جانب نمونه به ضریب کیفیت میکروتیرک AFM وابسته است، هرگونه پیشرفتی در ضریب کیفیت میکروتیرک به پیشرفت‌های مهم در این خصوص می‌انجامد. تصویربرداری به‌کمک AFM معمولی چندین دقیقه طول می‌کشد، در حالی که بسیاری از فرایندهای شیمیایی و زیست‌شناختی طی مدت چند ثانیه اتفاق می‌افتند، و بنابراین تکنیک‌های بهبودیافته‌ی

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۰/۸/۲۳، اصلاحیه ۱۳۹۱/۴/۳، پذیرش ۱۳۹۱/۷/۲۴.

که در آن u مقدار جابه‌جایی کره (معادل جابه‌جایی عمودی میکروتریک)، R شعاع کره، η گرانروی و ρ_{liq} چگالی سیال است. δ مشخص‌کننده‌ی عمق نفوذ موج اکوستیک است که از طریق رابطه‌ی ۲ برآورد می‌شود:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\eta}{\rho_{liq}\omega}} \quad (2)$$

براساس مدل رشته‌کره‌ها مقدار نیروی هیدرودینامیکی که به واحد طول میکروتریک وارد می‌شود، مطابق رابطه‌ی ۳ تعیین می‌شود: [۲۷]

$$F_h(x, t) = - \left(\frac{1}{12} \pi \rho_{liq} b^2 + \frac{3}{4} \pi b \sqrt{\frac{2\eta \rho_{liq}}{\omega}} \right) \frac{d^2 u}{dt^2} - \left(3\pi\eta + \frac{3}{4} \pi b \sqrt{2\rho_{liq}\eta\omega} \right) \frac{du}{dt} \quad (3)$$

که در آن b پهنای میکروتریک در هر قسمت، و ω فرکانس حرکت نوسانی میکروتریک است. با توجه به این رابطه می‌توان دریافت نیروی هیدرودینامیکی از دو قسمت اصلی تشکیل شده است: اولین جمله، نیروی جرم اضافی است که به میکروتریک وارد شده است. این نیرو متناسب با شتاب بوده و بنابراین به‌صورت جرم اضافی در معادله‌ی حرکت ظاهر می‌شود. قسمت دوم این نیرو متناسب با سرعت میکروتریک است و مقدار نیروی مستهلک‌شده در واحد طول میکروتریک را نشان می‌دهد. دقت این مدل نیرویی با افزایش نسبت پهنای به ضخامت بیشتر می‌شود [۲۸] و از آنجا که میکروتریک پیزوالکتریک به‌واسطه‌ی وجود لایه‌ی پیزوالکتریک از پهنای زیادی برخوردار است، بنابراین مدل رشته‌کره‌ها می‌تواند از دقت خوبی برخوردار باشد. زمانی که میکروتریک به سطح نمونه نزدیک می‌شود، نیروی میرایی دیگری نیز به وجود می‌آید که به آن نیروی فشردگی سیال می‌گویند، مقدار این نیرو براساس مدل هساکا عبارت خواهد بود از: [۲۷]

$$F_s = - \frac{\eta b^2}{D^2(x)} \frac{du}{dt} \quad (4)$$

که در آن $D(x)$ فاصله‌ی هر نقطه از میکروتریک را تا سطح نمونه مشخص می‌کند و برابر است با:

$$D(x) = d + h \cos \theta + (L - x) \sin \theta \quad (5)$$

در این رابطه d فاصله‌ی نوک پراب تا سطح نمونه، h طول پراب و L طول میکروتریک و θ بیانگر زاویه‌ی میکروتریک نسبت به سطح افق است. با توجه به روابط ۳ و ۴ ضریب میرایی میکروتریک ناشی از حضور سیال را می‌توان چنین بیان کرد:

$$C_a = C_\infty + C_s \quad (6)$$

$$C_\infty = 3\pi\eta + \frac{3}{4} \pi b \sqrt{2\rho_{liq}\eta\omega} \quad (7)$$

$$C_s = \frac{\eta b^2}{D^2(x)} \quad (8)$$

C_∞ ضریب میرایی هیدرودینامیک است، زمانی که میکروتریک در فاصله‌ی دور از سطح نمونه نوسان می‌کند. C_s نیز میرایی اضافی است که در نتیجه‌ی نیروی فشردگی سیال ایجاد می‌شود. با توجه به رابطه‌ی ۳ جرم اضافی که سیال به واحد طول میکروتریک اعمال می‌کند عبارت است از:

$$\rho_a A = \frac{1}{12} \pi \rho_{liq} b^2 + \frac{3}{4} \pi b \sqrt{\frac{2\eta \rho_{liq}}{\omega}} \quad (9)$$

از روش اجرا محدود پاسخ‌های زمانی و فرکانسی میکروتریک را به دست آوردند و نشان دادند که پاسخ‌های زمانی به دست آمده به‌خوبی با نتایج عملی مطابقت دارد. [۱۸] مدل رشته‌کره‌ها، روشی است که از آن در برخی از مطالعات [۱۹-۲۲] به‌منظور مدل‌سازی حرکت ارتعاشی میکروتریک در محیط مایع استفاده شده است. با استفاده از روش آنالیز مودال، معادله‌ی حرکت ارتعاشی تیر حل شد و رفتار میکروتریک در مد ضربه‌یی مورد مطالعه قرار گرفت. [۲۳، ۲۴]

برای اولین بار در سال ۱۹۹۷ از میکروتریک پیزوالکتریک به‌صورت خودمحرك و خوداندازه‌گیر در مد ضربه‌یی و در محیط مایع استفاده‌ی موفقیت‌آمیز شد. [۱۲] برخی دیگر از محققین نیز از میکروتریک پیزوالکتریک با لایه‌ی ZnO در دو حالت خوداندازه‌گیر و خودمحرك برای مد ضربه‌یی بهره بردند. [۹] آن‌ها آزمایشات عملی خود را در محیط‌های هوا و مایع انجام دادند. در مطالعه‌ی پاسخ‌های دینامیکی میکروتریک پیزوالکتریک تجاری در آب و محلول‌های آب و گلیسرین، [۲۳] تغییرات فرکانس و دامنه‌ی حرکت ارتعاشی مدهای غیر اصلی میکروتریک، در محلول‌های مختلف آب گلیسرین مورد بررسی قرار گرفت.

میکروتریک‌های پیزوالکتریک معمولاً از دو قسمت بدنه‌ی اصلی و نوک تشکیل شده‌اند. [۲۳، ۲۴] بدنه‌ی اصلی در برگیرنده‌ی لایه‌ی پیزوالکتریک است و پهنای بیشتری دارد. قسمت نوک با پهنای کم ترساخته می‌شود تا نسبت به تغییر شکل‌ها حساس تر باشد. با توجه به کاربرد وسیع میکروکانتیله‌های پیزوالکتریک در سیستم‌های میکروالکترومکانیکی و AFM، و نیز ضرورت استفاده از این نوع میکروتریک‌ها در محیط‌های کاری مختلف (هوا و مایع)، در این مقاله رفتار ارتعاشی میکروتریک‌های پیزوالکتریک در محیط مایع بررسی شده است. مدل‌سازی و مطالعه‌ی حرکت ارتعاشی میکروکانتیله‌های پیزوالکتریک با در نظر گرفتن ناپیوستگی‌های هندسی آن [۲۳، ۲۴] در محیط مایع برای اولین بار در این مقاله انجام می‌شود. مدل‌سازی به‌کمک دو مدل تحلیلی رایج تیرها — یعنی تیر پیوسته (با در نظر گرفتن غیریکنواختی‌ها) و همچنین جرم متمرکز — انجام می‌شود. به دلیل ناپیوستگی‌های موجود در این نوع میکروتریک‌ها مدل جرم متمرکز با در نظر گرفتن سه کره متناسب با ناپیوستگی‌ها لحاظ خواهد شد. به‌منظور مطالعه‌ی رفتار ارتعاشی، ارتعاش میکروتریک در فواصل مختلف تا سطح نمونه بررسی می‌شود. تأثیر پارامترهایی چون چگالی، زاویه‌ی قرارگیری میکروتریک، فاصله‌ی نوک تا نمونه و نیز شعاع نوک پراب بررسی خواهد شد.

۲. مدل‌سازی دینامیکی میکروتریک پیزوالکتریک در

محیط مایع

حرکت ارتعاشی میکروتریک در محیط مایع با مقاومت مایع در برابر حرکت همراه است. سیال با اعمال نیروی هیدرودینامیکی بر حرکت ارتعاشی آن تأثیر می‌گذارد. بنابراین برای بررسی ارتعاش میکروتریک در مایع تعیین مقدار این نیرو ضرورت می‌یابد. با توجه به دشواری تعیین مقدار دقیق نیرو، محققین نیروی هیدرودینامیکی اعمالی به میکروتریک را با نیروهای وارده به رشته‌کره‌ها تقریب زده‌اند. [۲۳-۲۵، ۱۳] نیروی هیدرودینامیکی که به یک کره مرتعش در سیال وارد می‌شود، برابر است با: [۲۷]

$$F_h(x, t) = - \epsilon \pi \eta R \left(1 + \frac{R}{\delta} \right) \frac{du}{dt} - 3\pi R^2 \sqrt{\frac{2\eta \rho_{liq}}{\omega}} \left(1 + \frac{2R}{9\delta} \right) \frac{d^2 u}{dt^2} \quad (1)$$

جرم اضافی را نیز می‌توان چنین بیان کرد: [۱۳]

$$\rho_a A = \rho_{liq} L_i \frac{1}{b} \quad (۱۰)$$

در این رابطه L_i طول هر قسمت از میکروتیرک (شکل ۱) را مشخص می‌کند.

۱.۲. مدل سازی دینامیکی تیر غیر یکنواخت

به منظور استخراج معادله حرکت ارتعاشی میکروتیرک، از اصل همپتون -- با در نظر گرفتن نظریه ی اویلر-برنولی -- استفاده می‌شود. به این ترتیب می‌توان از تأثیر تغییر شکل برشی و اینرسی دورانی بر حرکت صرف نظر کرد. به منظور استخراج معادله حرکت ارتعاشی میکروتیرک از اصل هامپتون استفاده می‌شود. معادله حرکت میکروتیرک (شکل ۱) با تحریک لایه ی پیزوالکتریک و با در نظر گرفتن نیروی هیدرو دینامیکی (F_h) به صورت رابطه ی ۱۱ بیان می‌شود:

$$\rho A \ddot{u} + [K(x)u'']'' + C\dot{v} + C_e'' P_d(t) = f_{tsy}\delta(x - 1) + [hf_{tsx}\delta(x - 1)]' + F_h \quad (۱۱)$$

که در آن:

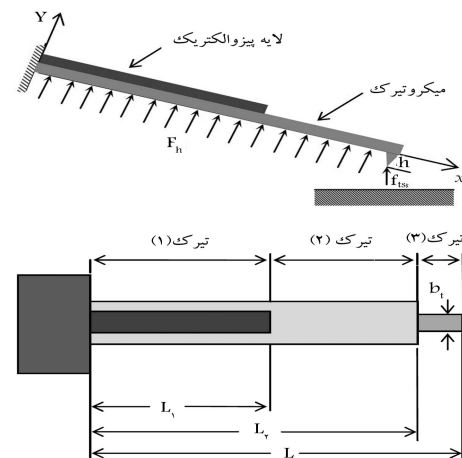
$$K(x) = E_b \left(\frac{b_b h_b^2}{12} + b_b h_b y_n^2 \right) (H_0 - H_{L_1}) + E_p I_p (H_0 - H_{L_1}) + E_b \frac{b_1 h_b^2}{12} (H_{L_1} - H_{L_2}) + E_1 \frac{b_2 h_b^2}{12} (H_{L_2} - H_L) \quad (۱۲)$$

$$C_e = \frac{1}{2} e_{21} \frac{b_p}{h_p} \left[\frac{h_p^2}{2} - \frac{h_b^2}{8} + y_n \left(\frac{h_b}{2} - h_p \right) \right] (H_0 - H_{L_1}) \quad (۱۳)$$

$$l_p = b_p h_p \left\{ \frac{h_p^2}{2} + \left[y_n - \left(h_b + \frac{h_p}{2} \right) \right]^2 \right\} \quad (۱۴)$$

$$y_n = \frac{E_p h_p (h_p + h_b)}{2 (E_p h_p + E_b h_b)} \quad (۱۵)$$

در این روابط f_{ts} نیروی بین نوک پراب و سطح نمونه، C_e کوپلینگ الکترومکانیکی لایه ی پیزوالکتریک، h_p و h_b به ترتیب ضخامت های میکروتیرک و لایه ی پیزوالکتریک، و E_p و E_b به ترتیب مدول کشسانی میکروتیرک و لایه ی پیزوالکتریک را بیان می‌کنند. موقعیت تار خشی با y_n مشخص شده و H_{L_i} نیز تابع ریاضی هیوی ساید^۴ است.



شکل ۱. شماتیک میکروتیرک پیزوالکتریک، سیستم مختصات و بارگذاری میکروتیرک.

ولتاژ ورودی به لایه ی پیزوالکتریک از طریق $P_d(t)$ در معادله ی حرکت مشخص شده است. در حالتی که پراب میکروتیرک خیلی به سطح نمونه نزدیک شده باشد، نیروی بین پراب و سطح نمونه را براساس مدل DMT^۵ می‌توان چنین بیان کرد: [۱۸]

$$f_{ts} = \begin{cases} \frac{H R_t}{\pi d^2} & d > a_s \\ -\frac{H R_t}{\pi a_s^2} + \frac{2}{\pi} \bar{E} \sqrt{R_t} (a_s - d)^{\frac{1}{2}} & d \leq a_s \end{cases} \quad (۱۶)$$

$$\frac{1}{\bar{E}} = \frac{1 - \nu_{tip}^2}{E_{tip}} + \frac{1 - \nu_{sample}^2}{E_{sample}} \quad (۱۷)$$

در این رابطه R_t شعاع نوک پراب، H ثابت همکر^۶ و a_s فاصله ی بین مولکولی است. با بیان نیروی هیدرو دینامیکی برحسب جرم اضافی و ضریب میرایی، معادله ی حرکت ارتعاشی را می‌توان به صورت رابطه ی ۱۸ نوشت:

$$(\rho + \rho_a) A \ddot{u} + [K(x)u'']'' + (C + C_a)\dot{u} + C_e'' P_d(t) = F_{tsy}\delta(x - 1) + [hF_{tsx}\delta(x - 1)]' + F_h \quad (۱۸)$$

با توجه به قرارگیری لایه ی پیزوالکتریک بر میکروتیرک، معمولاً بدنه ی اصلی پهن تر و قسمت نوک آن به منظور بهبود اندازه گیر تغییر شکل نازک تر ساخته می‌شود، از طرف دیگر لایه ی پیزوالکتریک نیز لزوماً تا انتها گسترش نمی‌یابد. [۱۲، ۱۳] وجود چنین ناپوستگی هایی از طریق توابع شکل بر پاسخ فرکانسی تأثیر می‌گذارد. بنابراین به منظور دست یابی به مدل دینامیکی دقیق باید ناپوستگی های سطح مقطع در مدل سازی لحاظ شود، به منظور حل معادله می‌توان میکروتیرک را به سه تیرک یکنواخت با دو سری شرایط پیوستگی در هر مرحله تقسیم کرد. از تقریب گارکین برای جداسازی متغیرهای معادله استفاده می‌شود:

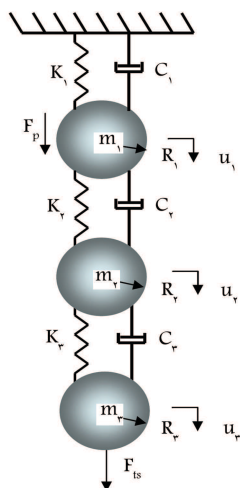
$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(x) q_n(t) \quad (۱۹)$$

که در آن $q_n(t)$ مختصات عمومی وابسته به زمان و $U_n(x)$ تابع مقایسه ی مدارتعاشی نام است. می‌توان میکروتیرک را در بازه های $0 < x < L_1$ ، $L_1 < x < L_2$ و $L_2 < x < L$ به سه تیرک یکنواخت تقسیم کرد، بدین ترتیب تابع مقایسه چنین بیان می‌شود: [۱۹]

$$U_n(x) = \begin{cases} U_n^{(1)}(x) = A_n^{(1)} \sin \beta_n^{(1)} x + B_n^{(1)} \cos \beta_n^{(1)} x + C_n^{(1)} \sinh \beta_n^{(1)} x + D_n^{(1)} \cosh \beta_n^{(1)} x & 0 < x < L_1 \\ U_n^{(2)}(x) = A_n^{(2)} \sin \beta_n^{(2)} x + B_n^{(2)} \cos \beta_n^{(2)} x + C_n^{(2)} \sinh \beta_n^{(2)} x + D_n^{(2)} \cosh \beta_n^{(2)} x & L_1 < x < L_2 \\ U_n^{(3)}(x) = A_n^{(3)} \sin \beta_n^{(3)} x + B_n^{(3)} \cos \beta_n^{(3)} x + C_n^{(3)} \sinh \beta_n^{(3)} x + D_n^{(3)} \cosh \beta_n^{(3)} x & L_2 < x < L \end{cases} \quad (۲۰)$$

$r=1,2,3$ که در آن $\omega_n^{(r)} = \omega_n^* [(\rho + \rho_a)A]^{(r)} / EI^{(r)}$ و ضرایب $A_n^{(r)}$ ، $B_n^{(r)}$ ، $C_n^{(r)}$ و $D_n^{(r)}$ مقادیر مجهولی هستند که از طریق شرایط مرزی و پیوستگی تغییر شکل، شیب، گشتاور خمشی و نیروی برشی و همچنین نرمالایز کردن نسبت

به جرم مطابق روابط ۲۱ قابل محاسبه‌اند.



شکل ۲. مدل جرم متمرکز میکروتیریک پیزوالکتریک.

هر قسمت از میکروتیریک است و چنین تقریب زده می‌شود: [۲۹]

$$k_1 = \frac{1}{4L_1^3} \left(\frac{E_b h_b^3 b_b^3 + E_p h_p^3 b_p^3}{E_b h_b b_b + E_p h_p b_p} + \frac{2 E_b E_p h_b h_p h_b b_p (2 h_b^3 + 2 h_p^3 + 3 h_b h_p)}{E_b h_b b_b + E_p h_p b_p} \right) \quad (الف \ ۲۵)$$

$$k_2 = \frac{E_b b_b h_b^3}{4(L_2 - L_1)^3} \quad (ب \ ۲۵)$$

$$k_3 = \frac{E_b b_t h_b^3}{4(L - L_2)^3} \quad (ج \ ۲۵)$$

در این معادلات b_t بیانگر پهنای نوک میکروتیریک است. m_i ها جرم‌های مؤثر هر قسمت از میکروتیریک است، که شامل جرم مؤثر در نوک هر قسمت میکروتیریک و جرم اضافی ناشی از سیال گران‌رو به کره مرتعش‌اند: [۲۹، ۳۰]

$$m_1 = 0.236 (\rho_b h_b b_b + \rho_p h_p b_p) L_1 + \frac{1}{12} \pi \rho_{liq} R_1^3 + \frac{3}{4} \pi R_1^3 \sqrt{\frac{2 \eta \rho_{liq}}{\omega}} \quad (الف \ ۲۶)$$

$$m_2 = 0.236 \rho_b h_b b_b (L_2 - L_1) + \frac{1}{12} \pi \rho_{liq} R_2^3 + \frac{3}{4} \pi R_2^3 \sqrt{\frac{2 \eta \rho_{liq}}{\omega}} \quad (ب \ ۲۶)$$

$$m_3 = 0.236 \rho_b h_b b_t (L - L_2) + \frac{1}{12} \pi \rho_{liq} R_3^3 + \frac{3}{4} \pi R_3^3 \sqrt{\frac{2 \eta \rho_{liq}}{\omega}} \quad (ج \ ۲۶)$$

C_i ها ضرایب میرایی هر قسمت از میکروتیریک‌اند که از دو قسمت میرایی ذاتی

$$K(L_i)U_n^{(i)} = K(L_{i+1})U_n^{(i+1)}$$

$$K(L_i)(U_n^{(i)})' = K(L_{i+1})(U_n^{(i+1)})'$$

$$K(L_i)(U_n^{(i)})'' = K(L_{i+1})(U_n^{(i+1)})'' \quad i = 1, 2$$

$$K(L_i)(U_n^{(i)})''' = K(L_{i+1})(U_n^{(i+1)})'''$$

$$U_n^{(1)}(0) = 0, \quad (U_n^{(1)}(0))' = 0$$

$$(U_n^{(1)}(L))'' = 0, \quad (U_n^{(1)}(L))''' = 0$$

$$\int_0^L (\rho + \rho_a) A U_n'(x) dx = 1 \quad (۲۱)$$

با جایگذاری معادله‌ی ۲۰ و ۲۱ در معادله‌ی ۱۹ و ضرب داخلی نتیجه در $U_n(x)$ معادله‌ی دیفرانسیل معمولی حرکت به دست می‌آید:

$$\ddot{q}_n + \omega_n^2 q_n + g_1 \dot{q}_n + g_2 P_d(t) = P_n(t) \quad (۲۲)$$

که در آن:

$$\omega_n^2 = \int_0^L U_n(x) \frac{d^2}{dx^2} (K(x) U_n'') dx \quad (الف \ ۲۳)$$

$$g_1 = \int_0^L U_n'(C + C_a(x)) dx \quad (ب \ ۲۳)$$

$$g_2 = \int_0^L U_n C_e'' dx \quad (ج \ ۲۳)$$

$$P_n = \int_0^L U_n [f_{tsy} \delta(x - L) + h f_{tsx} \delta'(x - L)] dx \quad (د \ ۲۳)$$

با استفاده از نرم‌افزار Matlab و به کمک روش رانگ-هکوتا می‌توان معادله‌ی دیفرانسیل ۲۲ را حل کرد.

۲.۲ مدل سازی جرم متمرکز

مدل جرم متمرکز یکی دیگر از روش‌های تحلیل حرکت ارتعاشی تیرهاست که علی‌رغم داشتن خطا، و به دلیل سادگی محاسبات، امروزه توسط بسیاری از محققین [۳۲-۳۹] مورد استفاده قرار می‌گیرد. از این مدل می‌توان برای تحلیل ارتعاشی میکروتیریک پیزوالکتریک نیز بهره گرفت. از آنجا که میکروتیریک تیری غیر یکنواخت است به منظور مدل‌سازی آن به کمک روش جرم متمرکز، مدلی با سه جرم متمرکز که میانگین سه نوک میکروتیریک‌اند، پیشنهاد می‌شود (شکل ۲).

کره ۱ معادل قسمت پیزوالکتریک دار میکروتیریک، کره ۲ قسمت بدون پیزوالکتریک، و کره ۳ قسمت نوک میکروتیریک است. بدین ترتیب معادلات حرکت مجموعه‌ی سه جرم متمرکز را می‌توان چنین بیان کرد: که در آن k_i ها ثابت‌های فنر معادل در نوک

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & -C_2 & 0 \\ -C_2 & C_2 + C_3 & -C_3 \\ 0 & -C_3 & C_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{ts} \sin(\omega t) \\ 0 \\ F \end{Bmatrix} \quad (۲۴)$$

جدول ۳. مقادیر چگالی و گرانروی چند محلول آب و گلیسرین در دمای °C ۲۵. [۲۲]

درصد حجمی گلیسرین	۰	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
چگالی (kg/m ^۳)	۹۹۷٫۱	۱۰۳۰	۱۰۵۸	۱۰۸۷	۱۱۱۵
گرانروی (mpa.s)	۰٫۸۹	۱٫۲۳	۱٫۷۵	۲٫۶	۴٫۰۴

در اینجا محلول‌های مختلف گلیسرین در آب به عنوان محیط‌های مایعی که میکروتیرک در آن نوسان می‌کند، در نظر گرفته می‌شوند. با افزایش مقدار گلیسرین در آب، چگالی و گرانروی سیال با نرخ‌های متفاوت افزایش می‌یابد. در جدول ۳ گرانروی و چگالی چند محلول آب و گلیسرین در دمای °C ۲۵ آورده شده است. تأثیر چگالی سیال بر فرکانس طبیعی میکروتیرک پیزوالکتریک در جدول ۴ آورده شده است، در این جدول تأثیر چگالی به کمک مدل‌های محاسباتی و روش عملی مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته است. برای انجام آزمایش در روش علمی [۲۲] به کار رفته در این جدول، از میکروتیرک پیزوالکتریک DMAPS ساخت شرکت بروکر (با مشخصات ارائه شده در جدول‌های ۱ و ۲) استفاده شده و پس از نصب این میکروتیرک روی میکروسکوپ نیروی اتمی و قراردادن آن در محیط کاری آب خالص و همچنین محلول‌های مختلف آب و گلیسرین (۱۰ تا ۴۰ درصد)، حرکت ارتعاشی میکروتیرک در محیط مایع بررسی شد. در این آزمایش، ولتاژ برق متناوب ورودی به لایه پیزوالکتریک میکروتیرک که برای تحریک مورد استفاده قرار می‌گیرد برابر ۶ میلی‌ولت است.

چنان که در نتایج جدول ۴ مشاهده می‌شود با افزایش چگالی سیال، فرکانس طبیعی میکروتیرک کاهش می‌یابد. این کاهش -- که هم در نتایج محاسباتی و هم در نتایج عملی به چشم می‌خورد -- ناشی از نیروی هیدروپنایمیک سیال است. در مدل رشته‌کرها و همچنین روش جرم متمرکز که مبتنی بر حرکت ارتعاشی کره در محیط سیال است، اثر نیروی هیدروپنایمیک سیال بر معادله‌ی حرکت ارتعاشی میکروتیرک نه تنها در میرایی سیستم، بلکه در قالب عبارتی به نام جرم اضافی (جرم بر واحد طول) در معادله‌ی حرکت ارتعاشی نیز ظاهر می‌شود. با توجه به رابطه‌ی ۹ برای مدل تیر غیریکخواخت، و نیز رابطه‌های ۲۶ برای مدل جرم متمرکز، مقدار جرم اضافی به چگالی و گرانروی سیال بستگی دارد و با افزایش این کمیت‌ها جرم اضافی نیز افزایش خواهد یافت. از آنجا که افزایش جرم بر واحد طول در حرکت ارتعاشی تیرها باعث کاهش فرکانس طبیعی آن‌ها می‌شود، در اینجا نیز با افزایش چگالی و گرانروی سیال و در نتیجه افزایش جرم اضافی، فرکانس طبیعی میکروتیرک کاهش می‌یابد.

در مدل جرم متمرکز شعاع کره‌های معادل از اهمیت بالایی برخوردار است. چنان که در جدول ۴ مشاهده می‌شود اگر شعاع کره‌ها برابر پهنای هر قسمت از میکروتیرک انتخاب شود، میزان اختلاف نسبت به نتایج عملی بالا است. بنابراین برای به کمینه‌سازی این اختلاف می‌توان شعاع‌های مؤثر را با استفاده از مقدار عملی فرکانس تشدید میکروتیرک در آب به دست آورد. چنان که در جدول ۴ مشاهده می‌شود با استفاده از این روش مقدار فرکانس محاسبه شده در سایر محیط‌های مایع انتخاب شده از اختلاف کمی نسبت به نتایج عملی [۲۲] برخوردارند. استفاده از نتایج عملی در محاسبه‌ی شعاع مؤثر کره معادل روشی است که توسط محققین دیگر [۳۲] نیز در معادله‌سازی تیرهای معمولی (بدون لایه پیزوالکتریک) مورد استفاده قرار می‌گیرد. نتایج این جدول بیان می‌کند که استفاده از این روش در میکروتیرک‌های پیزوالکتریک با وجود ناپوستگی‌های هندسی نیز قابل استفاده است، و نیز مدل

میکروتیرک (C_{in}) و میرایی ناشی از ارتعاش کره در سیال گرانرو تشکیل شده‌اند: [۲۷]

$$C_1 = C_{in} + 3\pi\eta R_1 + \frac{3}{4}\pi R_1^2 \sqrt{2\eta\rho_{liq}\omega} \quad (۲۷ \text{ الف})$$

$$C_2 = C_{in} + 3\pi\eta R_2 + \frac{3}{4}\pi R_2^2 \sqrt{2\eta\rho_{liq}\omega} \quad (۲۷ \text{ ب})$$

$$C_2 = C_{in} + 3\pi\eta R_2 + \frac{3}{4}\pi R_2^2 \sqrt{2\eta\rho_{liq}\omega} \quad (۲۷ \text{ ج})$$

چنان که پیش‌تر نیز گفته شد، زمانی که میکروتیرک در نزدیکی سطح نمونه نوسان می‌کند، نیروی میرایی دیگری به نام نیروی فشردگی سیال به آن وارد می‌شود. به منظور مدل‌سازی این نیرو در سیستم جرم متمرکز، این نیروی گسترده را با نیروهای متمرکز در انتهای هر قسمت از میکروتیرک تقریب می‌زنیم، [۲۳] که مقدار هریک از آن‌ها برابر انتگرال این نیرو در طول هر قسمت از میکروتیرک است. بدین ترتیب می‌توان نوشت:

$$F_{s_1} = -\eta b_b^2 \dot{u}_1 \int_0^{L_1} \frac{dx}{D^3} = \frac{1}{4}\eta b_b^2 \dot{u}_1 L_1 \frac{D(0) + D(L_1)}{D^2(0) D^2(L_1)} \quad (۲۸)$$

$$F_{s_2} = -\eta b_b^2 \dot{u}_2 \int_{L_1}^{L_2} \frac{dx}{D^3} = \frac{1}{4}\eta b_b^2 \dot{u}_2 (L_2 - L_1) \frac{D(L_1) + D(L_2)}{D^2(L_1) D^2(L_2)} \quad (۲۹)$$

$$F_{s_2} = -\eta b_b^2 \dot{u}_2 \int_{L_1}^L \frac{dx}{D^3} = \frac{1}{4}\eta b_b^2 \dot{u}_2 (L - L_2) \frac{D(L_2) + D(L)}{D^2(L_2) D^2(L)} \quad (۳۰)$$

مقدار F_p را می‌توان براساس تغییر شکل ایجاد شده توسط ولتاژ ورودی به لایه پیزوالکتریک بیان کرد:

$$F_p = K_T \delta = \frac{3C_e(L_1)}{2L_1} \quad (۳۱)$$

۳. شبیه‌سازی حرکت ارتعاشی میکروتیرک پیزوالکتریک

AFM در محیط مایع

به منظور مطالعه‌ی رفتار میکروتیرک پیزوالکتریک در محیط مایع، میکروتیرک DMAPS^۷ ساخت شرکت بروکر^۸ انتخاب می‌شود. [۲۳] مشخصات هندسی و جنس مواد تشکیل دهنده‌ی این میکروتیرک که در شبیه‌سازی استفاده شده، در جداول ۱ و ۲ آورده شده است.

جدول ۱. مشخصات هندسی میکروتیرک پیزوالکتریک. [۲۳]

$(\mu\text{m}) h$	$(\mu\text{m}) b$	$(\mu\text{m}) L$	
۳٫۰	۲۵۰	۴۸۷	لایه‌ی پایه
۳٫۴	۱۳۰	۳۳۰	لایه‌ی پیزوالکتریک
۳٫۰	۵۵	۱۳۷	نوک

جدول ۲. مشخصات مکانیکی میکروتیرک پیزوالکتریک. [۲۳]

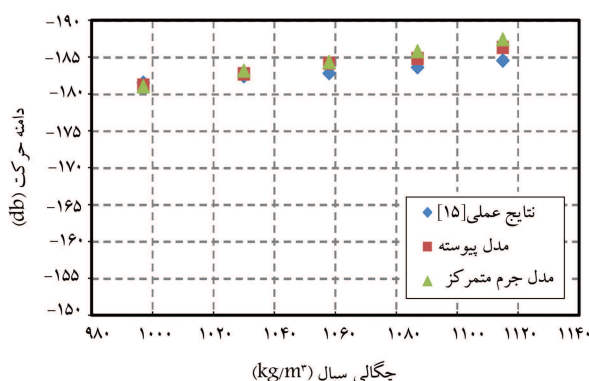
d_{21}	E	ρ	جنس	
(pC/N)	(GPa)	(Kg/m ^۳)		
-	۱۸۰	۲۳۳۰	Si	لایه‌ی پایه
۱۱	۱۳۰	۶۳۹۰	Zno	لایه‌ی پیزوالکتریک
-	۱۸۰	۲۳۳۰	Si	نوک

جدول ۴. مقایسه‌ی مقادیر محاسبه‌شده‌ی فرکانس تشدید اول میکروتیرک پیزوالکتریک در محیط مایع با نتایج عملی [۲۲]

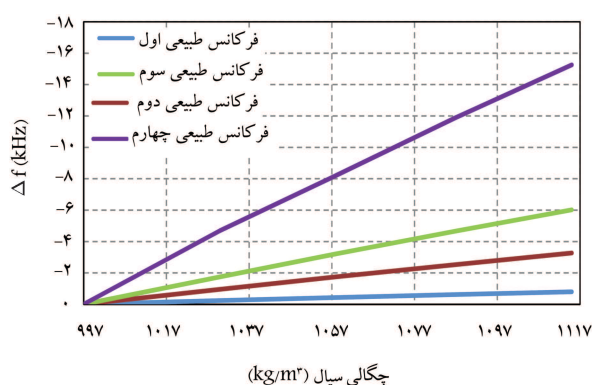
فرکانس تشدید (kHz)				سیال محیط کاری
نتایج عملی [۲۲]	مدل رشته کره‌ها	مدل جرم متمرکز با مقادیر ثابت شده برای آب *	مدل جرم متمرکز **	
۱۶,۳۶	۱۶,۱۸	۱۶,۳۶	۱۱,۳۲	آب
	(۱,۱)	(-)	(۳,۰۸)	خطا نسبت نتایج عملی (%)
۱۶,۰۰	۱۵,۹۴	۱۵,۹۱	۱۱,۰۰	محلول آب و ۱۰٪ گلیسرین
	(۰,۳)	(۰,۶)	(۳۱)	خطا نسبت نتایج عملی (%)
۱۵,۸۶	۱۵,۷۵	۱۵,۴۷	۱۰,۵۲	محلول آب و ۲۰٪ گلیسرین
	(۰,۷)	(۲,۴)	(۳۳,۷)	خطا نسبت نتایج عملی (%)
۱۵,۴۴	۱۵,۵۶	۱۴,۹۶	۱۰,۱۷	محلول آب و ۳۰٪ گلیسرین
	(۰,۸)	(۳,۱)	(۳۴,۱)	خطا نسبت نتایج عملی (%)
۱۴,۸۰	۱۵,۳۸	۱۴,۳۸	۹,۹۰	محلول آب و ۴۰٪ گلیسرین
	(۳,۹)	(۲,۸)	(۳۳,۱)	خطا نسبت نتایج عملی (%)

* $R_1 = 175 \mu m$, $R_T = 15^\circ \mu m$, $R_T = 43 \mu m$

** $R_1 = R_T = W_1$, $R_T = W_t$



شکل ۳. تغییرات دامنه تشدید حرکت ارتعاشی میکروتیرک برحسب چگالی سیال.



شکل ۴. تغییرات Δf برحسب چگالی سیال.

سیال که با بیشتر شدن درصد انحلال گلیسرین در آب حاصل می‌شود، نه تنها فرکانس طبیعی سیستم بلکه دامنه حرکت ارتعاشی را نیز تحت تأثیر قرار خواهد داد. این موضوع نه تنها در مد نوسانی اول، بلکه در مدهای نوسانی بالاتر نیز اتفاق خواهد افتاد (شکل ۵).

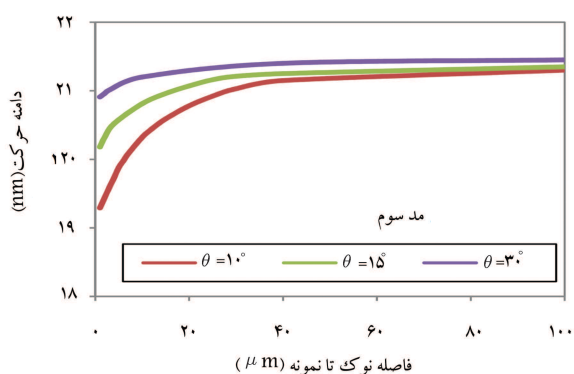
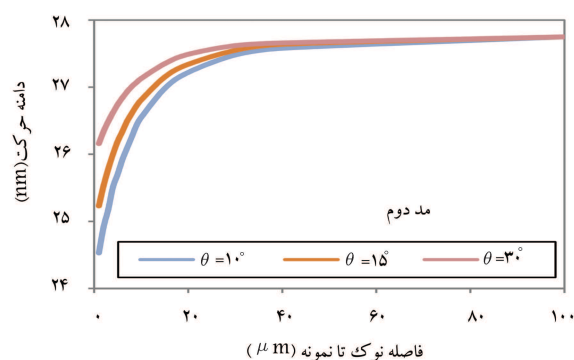
با نزدیک شدن میکروتیرک به سطح نمونه، نیروی فشرده‌ی سیال که بر میکروتیرک

تیر غیریکنواخت با استفاده از روش رشته‌کره‌ها برای اعمال اثرات محیط مایع در محاسبه‌ی فرکانس تشدید میکروتیرک غیریکنواخت از اختلاف کمی نسبت به نتایج عملی برخوردار است.

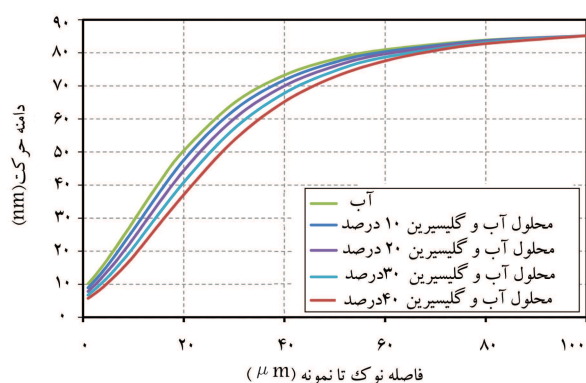
حرکت ارتعاشی میکروتیرک در درون سیال همواره با ممانعت سیال روبروست که ناشی از نیروی هیدرودینامیکی (F_h) است. اثر این نیرو در معادله‌ی حرکت مدل‌های تیر غیریکنواخت و جرم متمرکز به صورت ضرایب میرایی مشخص شده است. با توجه به روابط ۶ و ۲۶ این ضرایب میرایی به گرانروی سیال وابسته است و چون افزایش چگالی سیال به افزایش گرانروی آن می‌انجامد، بنابراین افزایش چگالی سیال از طریق ضرایب میرایی منجر به کاهش دامنه خواهد شد. این موضوع را می‌توان در نتایج به دست آمده از شکل ۳ نیز مشاهده کرد. کاهش دامنه با بالا رفتن چگالی سیال در نتایج عملی [۲۲] مدل تیر غیریکنواخت و جرم متمرکز پیشنهاد شده نشان داده شده است. علاوه بر این می‌توان شاهد مطابقت نتایج عملی و مدل‌سازی‌های انجام‌شده در شکل بود. به عنوان مثال در محیط آب، اختلاف نتایج مدل‌سازی تیر غیریکنواخت و جرم متمرکز پیشنهاد شده، به ترتیب برابر ۳/۵ و ۵ درصد است.

پیش‌تر نیز توضیح داده شد که افزایش چگالی و گرانروی سیال با بالا بردن جرم اضافی منجر به کاهش فرکانس طبیعی میکروتیرک می‌شود. با توجه به مقادیر جدول ۳، افزایش مقدار گلیسرین در آب منجر به بالا رفتن چگالی و گرانروی محلول می‌شود. بنابراین افزایش درصد انحلال گلیسرین در آب با افزایش جرم اضافی منجر به کاهش فرکانس طبیعی میکروتیرک خواهد شد. مسلماً با بیشتر شدن جرم بر واحد طول میکروتیرک نه تنها فرکانس طبیعی اول، بلکه سایر فرکانس‌های طبیعی سیستم نیز تحت تأثیر قرار خواهند گرفت. تغییرات چهار فرکانس طبیعی اول میکروتیرک $\Delta f = (f - f_{water})$ برحسب چگالی در شکل ۴ نشان داده شده است. از آنجا که در فرکانس‌های طبیعی بالاتر مقدار عددی فرکانس بیشتر است، تغییر جرم اضافی ناشی از حضور سیال Δf بیشتری را به همراه خواهد داشت؛ این موضوع در نتایج به دست آمده از شکل ۴ قابل مشاهده است.

نیروی هیدرودینامیکی سیال (F_h)، میرایی حرکت ارتعاشی میکروتیرک در محیط سیال را تشدید می‌کند. اثر میرایی این نیرو در معادله‌ی حرکت ۱۸ به صورت ضریب C_a آورده شده است. با توجه به رابطه‌ی ۶ ضریب میرایی C_a به چگالی و گرانروی سیال وابسته بوده و با افزایش این مقادیر بیشتر خواهد شد. بنابراین افزایش چگالی



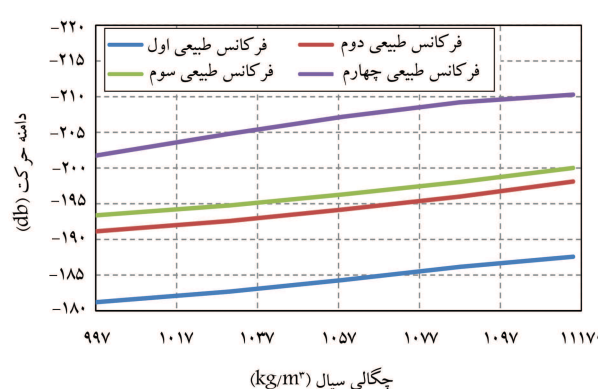
شکل ۷. تغییرات دامنه‌ی نوسانی میکروتیرک در نزدیکی سطح نمونه در مدهای نوسانی دوم و سوم.



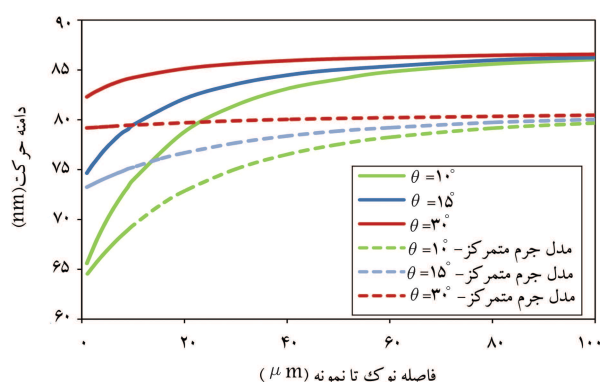
شکل ۸. تغییرات دامنه نوسانی میکروتیرک در نزدیکی سطح نمونه در محلول‌های مختلف سیال (مد اول).

گرانروی سیالی که میکروتیرک در آن ارتعاش می‌کند رابطه‌ی مستقیم دارد. از آنجا که افزایش مقدار گلیسرین در آب منجر به بالا رفتن گرانروی محلول می‌شود، بالا رفتن درصد انحلال گلیسرین در آب بر نیروی فشردگی سیال اعمالی به میکروتیرک می‌افزاید و بدین ترتیب دامنه‌ی ارتعاش میکروتیرک کاهش می‌یابد.

در شکل ۸ مقدار ولتاژ تحریک چنان انتخاب شده که میکروتیرک در فاصله‌ی دور از سطح نمونه در محیط‌های سیال مختلف دامنه‌ی نوسانی یکسان داشته باشد. برای این منظور ولتاژ تحریک در محیط‌های آب و محلول‌های ۱۰، ۲۰، ۳۰ و ۴۰ درصد گلیسرین به ترتیب برابر ۸/۰، ۸۶۵/۰، ۷۰۷/۱ و ۳۷۶/۱ ولت انتخاب شده‌اند و میکروتیرک نیز به صورت افقی در نظر گرفته شده است. چنان که در این شکل مشاهده می‌شود، با افزایش گرانروی سیال در نتیجه‌ی بالا رفتن درصد انحلال، افت دامنه‌ی حرکت ارتعاشی با نزدیک شدن به سطح نمونه بیشتر خواهد بود. این کاهش



شکل ۵. تغییرات دامنه نوسانی چهار فرکانس طبیعی اول میکروتیرک بر حسب چگالی سیال.



شکل ۶. تغییرات دامنه‌ی نوسانی میکروتیرک در نزدیکی سطح نمونه (حالت اول).

اعمال شده بیشتر می‌شود و در نتیجه دامنه‌ی نوسانی کاهش می‌یابد. شکل ۶ تغییرات دامنه نوسانی میکروتیرک را به هنگام نزدیک شدن به سطح نمونه در زوایای مختلف قرارگیری میکروتیرک نشان می‌دهد. برای ترسیم این نمودار ولتاژ تحریک ۰/۶ ولت و آب به عنوان سیالی که میکروتیرک در آن نوسان می‌کند، انتخاب شده است. با توجه به روابط ۴ و ۵، زمانی که زاویه‌ی قرارگیری میکروتیرک نسبت به سطح افق کم تر باشد، نیروی فشردگی سیال اعمالی به میکروتیرک بیشتر می‌شود و در نتیجه افت دامنه به هنگام نزدیک شدن به سطح نمونه بیشتر می‌شود. این کاهش دامنه در شکل ۶ برای هر دو مدل تیر غیر یکنواخت و جرم متمرکز پیشنهاد شده قابل مشاهده است.

از آنجا که در مدل جرم متمرکز، نیروی گسترده‌ی فشردگی سیال اعمالی به میکروتیرک به کمک سه نیروی متمرکز در انتهای هر قسمت از میکروتیرک تقریب زده شده،^[۱۳] انتظار می‌رود این نیرو تأثیر کم‌تری بر حرکت ارتعاشی داشته باشد. مقایسه‌ی نتایج به دست آمده نیز نشان می‌دهد که مدل جرم متمرکز پیشنهادی در نزدیکی سطح نمونه نتایجی نزدیک به مدل تیر غیر یکنواخت ارائه می‌دهد، با این تفاوت که حساسیت این مدل نسبت به نیروی فشردگی سیال از مدل تیر غیر یکنواخت کم‌تر است.

شکل ۷ نیز تغییرات دامنه‌ی نوسانی میکروتیرک را در نزدیکی سطح نمونه در مدهای نوسانی بالاتر نشان می‌دهد. چنان که مشاهده می‌شود، در مدهای بالاتر حساسیت دامنه به نیروی فشردگی سیال کاهش می‌یابد.

با نزدیک شدن میکروتیرک به سطح نمونه، تأثیر نیروی فشردگی سیال بر حرکت ارتعاشی میکروتیرک چشم‌گیر می‌شود. طبق رابطه‌ی ۴، اندازه‌ی این نیرو با مقدار

این نیرو کاهش دامنه‌ی حرکت ارتعاشی را به همراه خواهد داشت. این موضوع در محیط‌های کاری مختلف میکروتیرک نیز وجود خواهد داشت. با توجه به این نتایج می‌توان دریافت که حساسیت دامنه‌ی حرکت ارتعاشی در محیط هوا به تغییرات شعاع نوک پراب، و در واقع نیروی واندروالسی نسبت به سایر محیط‌های انتخاب شده، شدیدتر است و این حساسیت با افزایش غلظت سیال و در نتیجه افزایش میرایی محیط کاری کم‌تر می‌شود.

۴. نتیجه‌گیری

در این پژوهش کاربرد مدل رشته‌کره‌ها در مدل‌سازی نیروی هیدرودینامیکی وارده به میکروتیرک، برای میکروتیرک پیزوالکتریک غیریکنواخت مورد بررسی قرار گرفت. مقایسه‌ی نتایج حاصل از مدل‌سازی (فرکانس تشدید و دامنه‌ی نوسانی) با نتایج عملی نشان می‌دهد که مدل انتخاب‌شده برای حرکت ارتعاشی این نوع میکروتیرک غیریکنواخت در محیط مایع از دقت قابل قبولی برخوردار است.

علاوه بر مدل تیر غیریکنواخت از روش جرم متمرکز نیز برای مدل‌سازی میکروتیرک استفاده شد. با توجه به وجود ناپیوستگی در میکروتیرک مدل جرم متمرکز مبتنی بر سه کره (برابر تعداد قسمت‌های یکنواخت میکروتیرک) پیشنهاد شد. نتایج حاصل از این مدل نیز با نتایج عملی تطابق قابل قبولی دارد. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با نزدیک‌شدن نوک به سطح نمونه و بیشترشدن نیروی فشردگی سیال، دامنه‌ی نوسانی کم‌تر می‌شود. این کاهش دامنه در هر دو مدل محاسباتی انتخاب‌شده به چشم می‌خورد؛ البته مدل جرم متمرکز به دلیل تقریب‌های به‌کار رفته در آن، کاهش دامنه کم‌تری را نشان می‌دهد. بدین ترتیب می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از مدل تیر غیریکنواخت به‌کمک روش رشته‌کره‌ها به دلیل تبعیت بهتر از تغییرات نیرویی (هیدرودینامیکی و فشردگی) و همچنین نتایج عملی، مدلی مناسب‌تر برای شبیه‌سازی و طراحی میکروتیرک پیزوالکتریک غیر یکنواخت است.

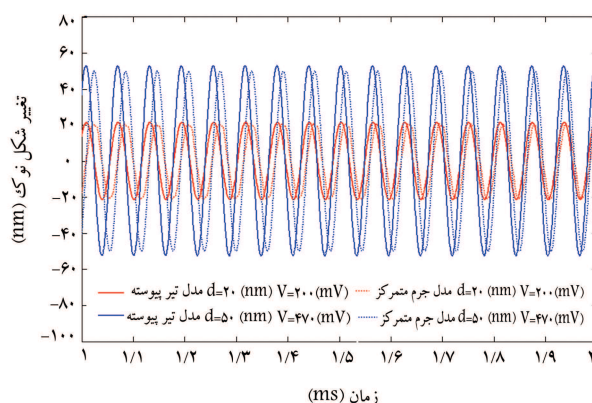
نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که حرکت ارتعاشی (فرکانس طبیعی و دامنه) میکروتیرک در محیط سیال ناشی از میرایی محیط و همچنین جرم اضافی متأثر از چگالی سیال است؛ این موضوع در مدهای نوسانی بالاتر نیز به چشم می‌خورد. با نزدیک‌شدن میکروتیرک به سطح نمونه و شدت‌گرفتن نیروی فشردگی، شاهد افت دامنه‌ی بیشتر در نتایج حاصله هستیم؛ این کاهش دامنه در چگالی‌های بالاتر سیال و همچنین زوایای کم میکروتیرک نسبت به سطح افق، به دلیل بیشتر شدن نیروی فشردگی شدت می‌گیرد. در فواصل خیلی کم نوک پراب تا سطح نمونه (در حد نانو متر) با شدت گرفتن نیروی برهمکنش بین نوک پراب و سطح نمونه دامنه تحت تأثیر قرار گرفته و با بیشتر شدن شعاع نوک افت بیشتری می‌یابد.

فهرست علائم

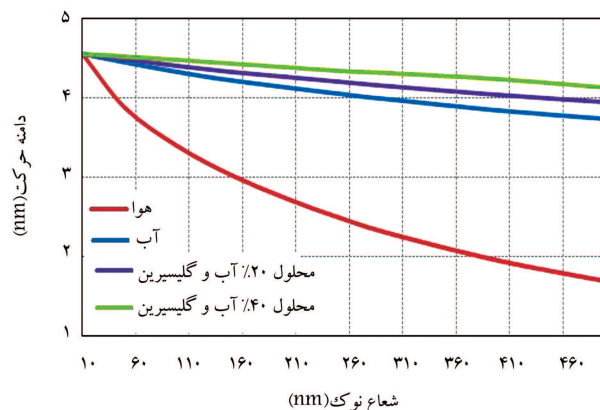
F_s	نیروی فشردگی سیال
C_a	میرایی ناشی محیط سیال
$K(x)$	ثابت فنر میکروتیرک
$P(t)$	کل ولتاژ ورودی

دامنه با توجه به روابط ۴ و ۸ ناشی از افزایش نیروی فشردگی در نتیجه‌ی بیشتر شدن گرانروی سیال در درصدهای انحلال بالاتر است.

اگر نوک میکروتیرک به سطح نمونه بسیار نزدیک باشد، علاوه بر نیروی فشردگی سیال، نیروی برهمکنش بین سطح و نمونه نیز به وجود خواهد آمد؛ مقدار این نیرو به‌کمک رابطه‌ی ۱۶ مشخص می‌شود. این نیرو براساس مدل DMT به فاصله‌ی نوک پراب تا سطح نمونه وابسته است، که با توجه به این رابطه با کاهش فاصله نوک پراب تا سطح نمونه این نیرو شدت پیدا می‌کند. شکل ۹ پاسخ زمانی میکروتیرک را در فواصل بسیار نزدیک به سطح نمونه‌ی ۲۰ و ۵۰ نانومتری نشان می‌دهد. در این شکل پاسخ زمانی در حالت پایدار به‌کمک دو مدل تیر غیریکنواخت و جرم‌های متمرکز پیشنهاد شده آورده شده است. مقایسه‌ی نتایج نشان می‌دهد که در فواصل بسیار نزدیک نوک به سطح نمونه نیز اختلاف نتایج دو مدل انتخاب شده کم است. تأثیر تغییرات شعاع نوک پراب (R_t) بر دامنه‌ی نوسانی حرکت ارتعاشی میکروتیرک در محیط‌های کاری مختلف در شکل ۱۰ آورده شده است (ولتاژهای تحریک میکروتیرک به‌گونه‌ی انتخاب شده‌اند، که به‌ازای شعاع نوک برابر ۱۰ nm دامنه‌ی ارتعاشی میکروتیرک در تمامی محیط‌ها یکسان باشد). پیش‌تر نیز اشاره شد که در فواصل خیلی کم نوک پراب تا سطح نمونه (در حد نانومتر) علاوه بر نیروی فشردگی، نیروی برهمکنش بین نوک پراب و سطح نمونه نیز شدت می‌گیرد. این نیرو با توجه به مدل DMT (رابطه‌ی ۱۶)، رابطه‌ی مستقیم با شعاع نوک پراب (R_t) دارد، بنابراین با بیشتر شدن شعاع نوک پراب نیروی برهمکنش نیز بیشتر خواهد شد، که افزایش



شکل ۹. پاسخ زمانی میکروتیرک در فواصل بسیار نزدیک به سطح نمونه.



شکل ۱۰. تأثیر شعاع نوک پراب بر روی دامنه حرکت ارتعاشی در محیط‌های کاری مختلف (مد نوسانی اول).

ρ : چگالی	y_n : موقعیت تار خنثی در قسمت چندلایه
A : مساحت سطح مقطع تیرک	H : ثابت همکر
b_b : پهنای میکروتیرک	C_e : ضریب کوپلینگ الکتریکی
b_p : پهنای نوک	g_n : ثابت‌های معادله‌ی دیفرانسیل حرکت
d_{r1} : ثابت پیزوالکتریک	Ω : فرکانس تحریک
e_{r1}^L : ثابت تنش پیزوالکتریک	μ_n : ضرایب میرایی مودال
k_i : سختی معادل هر قسمت از میکروتیرک	ω_n : فرکانس طبیعی

پانویس‌ها

1. atomic force microscope (AFM)
2. biosensor
3. manipulation
4. Heaviside
5. derjaguin muller toporov (DMT)
6. Hamaker
7. dynamic micro actuated silicon probe (DMASP)
8. Bruker

منابع (References)

1. Kahrobaiyan, M.H., Ahmadian, M.T., Haghighi, P. and Haghighi, A., "Sensitivity and resonant frequency of an AFM with sidewall and top-surface probes for both flexural and torsional modes", *Int. J. of Mech. Scie.*, **52**, pp.1357-1365 (2010).
2. Kahrobaiyan, M.H., Rahaeifard, M. and Ahmadian, M.T. "Torsional sensitivity of the first four modes of an AFM cantilever with a sidewall probe using analytical method", *Proc. of the 3rd Int. Conf. on Micro- and Nanosystems MNS3*, DETC2009-87035, San Diego, CA, USA (August-September 2009).
3. Moghimi Zand, M., Ahmadian, M.T. and Rashidian, B. "Semi-analytic solutions for nonlinear vibrations of microbeams under suddenly applied voltages", *J. of So., and Vib.*, **325**(1-2), pp.382-396 (2009).
4. Moghimi Zand, M. "The dynamic pull-in instability and snap-through behavior of initially curved microbeams", *Mech. of Adv. Mat., and Struc.*, Accepted Manuscript.
5. Moghimi Zand, M. and Ahmadian, M.T. "Vibrational analysis of electrostatically actuated microstructures considering nonlinear effects", *Comm. in Nonlin. Scie., and Num. Simulations*, **14**(4), pp.1664-1678 (2009).
6. Putman, C.A.J., Van der Werf, K.O., De Grooth, B.G., Van Hulst, N.F.J. and Greve, J. "Tapping mode atomic-force microscopy in liquid", *Appl. Phys. Lett.*, **64**(18), pp. 2454-2456 (1994).
7. Hansma, P.K., Cleveland, J.P., Radmacher, M., Walters, D.A., Hillner, P.E., Bezantilla, M., Fritz, M., Vie, D., Hansma, H.G., Prater, C.B., Massie, J. "Tapping mode atomic force microscopy in liquids", *Appl. Phys. Lett.*, **64**(13), pp. 1738-1740 (1994).
8. Higgins, M.J., Riener, C.K, Ushihashi, T., Sader, J.E., McKendry, R. and Jarvis, S.P. "Frequency modulation atomic force microscopy: A dynamic measurement technique for biological systems", *Nanotechnology*, **16**(3), pp. 85-89 (2005).
9. Rogers, B., Manning, L., Sulchek, T. and Adams, J.D. "Improving tapping mode atomic force microscopy with piezoelectric cantilevers", *Ultramicroscopy*, **100**, pp. 267 (2004).
10. Adams, J.D., Manning, L., Rogers, B., Jones, M. and Minne, S.C. "Self-sensing tapping mode atomic force microscopy", *Sensors and Actuators*, **A121**, pp. 262-266 (2005).
11. Lee, C., Itoh, T. and Suga, T. "Self-excited piezoelectric PZT microcantilevers for dynamic SFM-with inherent sensing and actuating capabilities", *Sensors and Actuators*, **A72**, pp. 179 (1999).
12. Lee, C., Itoh, T., Ohashi, T., Maeda and R., Suga, T. "Development of a piezoelectric self-excitation and self-detection mechanism in PZT microcantilevers for dynamic scanning force microscopy in liquid", *J. Vac. Sci. Technol. B*, **15**(4), pp. 1559-1563 (1997).
13. Rankl, C., Pastushenko, V., Kienberger, F., Stroth, C.M., Hinterdorfer, P. "Hydrodynamic damping of a magnetically oscillated cantilever close to a surface", *Ultramicroscopy*, **100**, pp. 301 (2004).
14. Basak, S. and Raman, A. "Hydrodynamic loading of microcantilevers vibrating in viscous fluids", *J. of Appl. Phys.*, **99**, pp. 114906 (2006).
15. Moghimi Zand, M. and Ahmadian, M.T. "Vibrational analysis of electrostatically actuated microstructures considering nonlinear effects", *Comm, In Non. Scie., and Num. Simulations*, **14**(4), pp. 1664-1678 (2009).
16. Moghimi Zand, M. and Ahmadian, M.T. "Characterization of coupled-domain multi layer microplates in pull-in, vibrations and transient behavior", *Int. J. of Mech. Scie.*, **49**(11), pp. 1237-1226 (2007).
17. Tajalli, S.A., Moghimi Zand, M. and Ahmadian, M.T., "Effect of geometric nonlinearity on dynamic pull-in behavior of coupled-domain microsystems based on classical and shear deformation plate theories", *Euro. J. of Mech. A/Solids*, **28**(5), pp.916-925 (2009).

18. Song, Y. and Bhushan, B. "Finite-element vibration analysis of tapping-mode atomic force microscopy in liquid", *Ultramicroscopy*, **107**, pp. 1095-1104 (2007).
19. Horng, T.L. "Analyses of vibration responses on nanoscale processing in a liquid using tapping-mode atomic force microscopy", *Appl. Sur. Sci.*, **256**, pp. 311 (2009).
20. Lin, S-M. "Effective dampings and frequency shifts of several modes of an inclined cantilever vibrating in viscous fluid", *Pre. Eng. Journal of The International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology*, **34**(2), pp. 320-326 (2010).
21. Korayem, M.H. and Sharahi, H.J. "Analysis of the effect of mechanical properties of liquid and geometrical parameters of cantilever on the frequency response function of AFM", *Int.J. Adv. Manuf. Technol.*, pp.477-489 (2011).
22. Korayem, M.H. and Ebrahimi, N. "Nonlinear dynamics of tapping-mode atomic force microscopy in liquid", *J. of Appl. Phys.*, **109**, pp. 084301-084301-8 (2011).
23. Vazquez, J., Rivera, M.A., Hernando, J. and Sanchez-Rojas, J.L. "Dynamic response of low aspect ratio piezoelectric microcantilevers actuated in different liquid environments", *J. Micromech. Microeng.*, **19**, pp. 015020 (2009).
24. <http://www.brukerafmprobes.com/Product.aspx?ProductID=3252>
25. Chen, G.Y., Warmack, R.J., Huang, A. and Thundat, T. "Harmonic response of near-contact force microscopy", *J. Appl. Phys.*, **78**, pp. 1465 (1995).
26. Chen, G.Y., Warmack, R.J., Oden, P.I. and Thundat, T. "Transient response of tapping scanning force microscopy in liquids", *J. Vac. Sci. Technol. B*, **14**, pp. 1313 (1996).
27. Landau, L.D. and Lifshitz, E.M., *Fluid Mechanics*, Pergamon Press, London (1959).
28. Derjaguin, B.V., Muller, V.M. and Toporov, Y.P. "Effect of contact deformations on the adhesion of particles", *J. Colloid Interface Sci.*, **53**, pp. 314 (1975).
29. Qing, Zh., Shih, W.Y. and Shih, W-H. "Mechanism of the flexural resonance frequency shift of a piezoelectric microcantilever sensor in a dc bias electric field", *Appl. Phys. Let.*, **92**, pp. 033503 (2008).
30. Martin, M.J., Fathy, H.K. and Houston, B.H. "Dynamic simulation of atomic force microscope cantilevers oscillating in liquid", *J. of Appl. Phy.*, **104**, pp. 044316 (2008).
31. Bashash, S., Saeidpourazar, R. and Jalili, N. "Development, analysis and control of a high-speed laser-free atomic force microscope", *Re. of Scie., Inst.*, **81**, pp. 023707 (2010).
32. Kim, D-H., Park, J., Moon, K., Kim, M.K. and Hong, K-Sh., "AFM-based identification of the dynamic properties of globular proteins: Simulation study", *J. of Mech. Sci. and Tech.*, **22**, pp.2197-2202 (2008).

INVESTIGATION OF VIBRATION BEHAVIOR OF AFM PIEZOELECTRIC MICRO-BEAM IN LIQUID

M. H. Korayem(corresponding author)

hkorayem@iust.ac.ir

R. Ghaderi

reza.ghaderi@ymail.com

M. Haghpanahi

mhaghpanahi@iust.ac.ir

Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran

Sharif Mechanical Engineering Journal

Volume 29, Issue 2, Page 87-96, Research Note

© Sharif University of Technology

- Received 14 November 2011; received in revised form 23 June 2012; accepted 15 October 2012.

Abstract

Piezoelectric microbeams are special types of beams applicable to the atomic force microscope (AFM). Having piezoelectric layers, they are capable of selfactuating using the voltage imposed on the piezoelectric layer. The present paper discusses the vibrating behavior of piezoelectric microbeams, with respect to the hydrodynamic forces imposed by a fluid. To do so, considering Hamilton's principle and assumptions of the Euler-Bernoulli theory, the dynamic modeling of a microbeam was carried out and the differential equation of vibrating motion was extracted. As it is very difficult to determine the exact amount of hydrodynamic force imposed on a beam, the hydrodynamic forces were approximated using string sphere modeling. The results obtained from dynamic modeling were compared with experimental ones. The results show that sphere string modeling can favorably model natural frequency and the resonance amplitude of piezoelectric microbeams in a liquid environment. The results show that the vibrating motion (natural frequency and resonance amplitude) of a microbeam in liquid is under the influence of fluid density, due to the damping of liquid and additional mass; it is also seen in the higher vibrating modes. By approaching the microbeam to the sample surface and intensifying squeeze force, the results show further amplitude decrease. The amplitude reduction at higher densities and low angles of the microbeam to the horizon is due

to the intensification of compression force. When the interaction force between the probe tip and sample surface is intensified, and when there is a very short distance between the probe tip and sample surface (as small as a nanometer), amplitude is affected. According to the DMT model, there is a direct relationship between the interaction force between the tip and sample surface and the radius of the probe tip. Therefore, the more the radius of the probe tip, the more the interaction force will be. The increase of this force will be followed by a decrease in vibrational motion amplitude.

Key Words: piezoelectric microcantilever, AFM, liquid environment, hydrodynamic force.