

مدل‌سازی زبری سطح و بیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافته در سنگ‌زنی تخت

حامد معصومی*

گروه هندسی مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد گلپایگان

سید محسن صفوی (دانشیار)

دانشکده‌ی هندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

مهدي صالحی (استاد)

دانشکده‌ی هندسی مواد، دانشگاه صنعتی اصفهان

در این نوشتار مدلی جدید برای پیش‌بینی زبری سطح قطعه‌کار در فرایند سنگ‌زنی تخت، براساس مدل‌سازی بیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافته ارائه می‌شود. برای این منظور با لحاظ کردن ماهیت تصادفی توزیع و هندسه‌ی دانه‌های ساینده و درنتیجه عمق نفوذ متغیر آنها، از مفهوم تابع چگالی احتمال استفاده شده است. با مقایسه‌ی تابع توزیع مهم در هیستوگرام ضخامت براده، تابع چگالی احتمال کاما به عنوان بهترین تابع تعیین شد و برمنای آن مدل‌سازی ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافته انجام گرفت. بیان ضخامت براده در مدل پیشنهادی تابعی از پارامترهای سنگ‌زنی، میکروساختار سنگ و شرایط سینماتیکی فرایند است. مدل زبری با انجام آزمایش‌های سنگ‌زنی تخت روی پوشش دهنده WC-4Cr با پاشش حرارتی ارزیابی شد و نتایج حاصله بیان‌گر طبق قابل قبول مقادیر پیش‌بینی شده و مقادیر اندازه‌گیری شده است. این مسئله با محاسبه‌ی میانگین درصد خطای نسبی بین مقادیر پیش‌بینی شده و نتایج آزمایش‌ها نیز تأیید شده است.

hamedmasumi@yahoo.com
mosafavi@cc.iut.ac.ir
salehi@hotmail.co.uk

واژگان کلیدی: سنگ‌زنی، زبری سطح، ضخامت براده، تابع چگالی احتمال.

۱. مقدمه

با مطالعه‌ی تحقیقات مرتبط می‌توان مدل‌های زبری سطح ارائه شده را در دو دسته‌ی کلی مدل‌های تجربی و مدل‌های تحلیلی قرار داد. در روش تجربی، ارتباط بین پارامترهای سنگ‌زنی و زبری سطح برمنای آزمایش‌های سنگ‌زنی تعیین می‌شود، در حالی که در رویکرد تحلیلی، مدلی کلی با تحلیل‌های استاتیکی و سینماتیکی ارائه می‌شود که می‌توان برای پیش‌بینی زبری سطح در شرایط مختلف سنگ‌زنی به آن استناد کرد. به عنوان نمونه در یکی از مدل‌های تجربی ارائه شده، با استفاده از داده‌های به دست آمده از آزمایش‌ها، زبری سطح براساس تعداد دانه‌های ساینده‌ی فعلی با رابطه‌ی لگاریتمی بیان شده است.^[۱] با این وجود مهم‌ترین محدودیت روش‌های تجربی، ناتوانی آنها در پیش‌بینی زبری سطح در شرایطی متفاوت با شرایط آزمایش است. در پژوهش دیگری از مدل تحلیلی برای پیش‌بینی زبری سطح در سنگ‌زنی با مبنای به کارگیری مقدار میانگین ارتفاع بیرون‌زدگی دانه‌های ساینده استفاده شد. مقادیر پیش‌بینی کمتر از مقادیر واقعی اندازه‌گیری شده گزارش شد.^[۲] لحاظکردن توزیع تصادفی ارتفاع بیرون‌زدگی دانه‌های ساینده، این مشکل را برطرف می‌کند. در تحقیق حاضر با در نظر گرفتن عمق نفوذ دانه به دو شکل کمتر و بیشتر از خط مرکزی پروفیل زبری، این مسئله در نظر گرفته خواهد شد.

در مدل تحلیلی دیگری برمنای ماهیت تصادفی سنگ‌زنی، رابطه‌ی ریاضی

سنگ‌زنی از مهم‌ترین فرایندهای ماشین‌کاری در دست‌یابی به کیفیت سطح عالی است. گفت سطح قطعات سنگ‌زنی شده که معمولاً با زبری سطح بیان می‌شود، بر خواص عملکردی قطعه — نظر خستگی، مقاومت در برابر ایجاد ترک و اصطکاک — تأثیر قابل توجهی دارد. از آنجاکه متغیرهای نسبتاً زیادی در سنگ‌زنی مشارکت دارند، مدل‌سازی این فرایند نظری «مدل کردن زبری سطح در سنگ‌زنی» با چالش‌های همراه است. با این وجود تلاش‌های مختلفی در زمینه‌ی مدل‌سازی زبری سطح قطعات سنگ‌زنی شده انجام گرفته است.

یکی از ساخته‌های مهم در بررسی فرایند سنگ‌زنی، برآده‌ی تغییر شکل نیافته است که در ارزیابی‌های نیروی سنگ‌زنی، سازوکار براده‌برداری و زبری سطح بسیار مورد توجه محققین قرار گرفته است. مدل‌سازی بیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافته (h_m)، که معیاری است از عمق نفوذ دانه‌ی ساینده‌ی سنگ به قطعه‌کار،^[۳] در دست‌یابی به یک مدل قابل قبول برای پیش‌بینی زبری سطح بسیار راه‌گشاست. لذا می‌توان میان مدل‌سازی زبری سطح و مدل‌سازی بیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافته ارتباطی دوسویه برقرار کرد.

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۸/۸/۱۳۹۲، اصلاحیه ۲۵/۵/۱۳۹۳، پذیرش ۸/۶/۱۳۹۳.

کشیدگی و با توزیع اندازه دانه‌ی ۱۱ تا ۴۵ میکرومتر استفاده شد. در شکل نمایی از نمونه‌ی پوشش‌دهی شده به ضخامت ۴۰۰ میکرومتر مشاهده می‌شود.

۲.۲. چرخ‌سنگ و سنگ‌زنی

سنگ‌زنی بر روی ماشین سنگ تخت IMTI با محور افقی اسپیندل و دارای میز مغناطیسی، همراه با سیال روان‌کار - خنک‌کار مبنای آب انجام گرفت. مد مخالف در تمام آزمایش‌ها به کارگرفته شد و به منظور کاهش تأثیر خطاهای محیطی، توالی سنگ‌زنی و تکرار آزمایش‌ها به صورت کاملاً رندوم صورت پذیرفت. مطابق شکل ۲، سنگ‌الماس با باند رزین، اندازه دانه‌ی ۷۶ میکرومتر، گرید R و عدد تمرکز ۷۵، از نوع ۱A1 با قطر خارجی، عرض و ضخامت الماس به ترتیب ۳۵۰ و ۵ میلی‌متر مورد استفاده قرار گرفت. پیش از انجام آزمون‌های سنگ‌زنی نسبت به میزان کردن سنگ، اصلاح شکل ماکروسکوپی^۵، و تصحیح و تیز کردن^۶ آن اقدام شد.

با بررسی تحقیقات مربوط در سنگ‌زنی پوشش مورد نظر، ارزیابی پیش‌بینیهای پارامترهای سنگ‌زنی پوشش WC-Co در مراجع مربوط، بررسی نظر کارشناسان دارای تجربه‌ی عملی در سنگ‌زنی پوشش‌های مبنای Co، WC-Co، و در نظر گرفته محدوده‌ی پارامترهای قابل تنظیم روی ماشین سنگ تخت IMTI، سه پارامتر اصلی عمق برش، نزح پیشروی و سرعت برش با ۴ سطح مطابق جدول ۱ در نظر گرفته شده است. محدوده و سطوح پارامترهای مورد نظر در تعیین تابع مناسب برای توزیع h_m و در انجام آزمایش‌های سنگ‌زنی مورد استفاده قرار گرفته است.

۳.۲. اندازه‌گیری زبری متوسط

پس از آزمون‌های سنگ‌زنی، برای هر آزمایش با پارامترهای یکسان، زبری متوسط سطح نمونه‌ها (R_a) در راستای عمود بر جهت سنگ‌زنی^{۱۰} مرتبه اندازه‌گیری و مقادیر میانگین آن لحظه شد. اندازه‌گیری زبری با دستگاه زبری سنج Mahr Perthometer M2 انجام گرفته است. پیش از انجام آزمون‌ها دستگاه زبری سنج کالیبره شد.



شکل ۲. نمایی از سنگ الماس ۱A1 و توبی ساخته شده برای آن.

جدول ۱. محدوده و سطوح پارامترهای سنگ‌زنی تخت.

پارامتر	نماد	سطح پارامتر
۲۲-۱۶-۱۰-۴ (m/s)	a_p	عمق برش
۵۵۰-۴۱۳-۲۷۳-۱۴۲ (mm/s)	ν_w	نزح پیشروی
۳۵-۳۰-۲۵-۲۰ (m/s)	ν_s	سرعت برش

ساده‌بی برای پیش‌بینی زبری سطح ارائه شد، اما بسیاری از پارامترها و خواص قطعه‌کار تنها در قالب یک ثابت تجربی در نظر گرفته شد.^{۱۱} در پژوهشی دیگر، مدلی تحلیلی برای تخمین زبری سطح با توجه به مدل ضخامت برآده تغییر شکل نیافته بر مبنای احتمالات ارائه شد.^{۱۲} در مدلی مشابه، با فرض دایروی بودن شیار ایجاد شده در حین سنگ‌زنی، مدلی برای پیش‌بینی زبری سطح ارائه، و با تابع سنگ‌زنی کاربید سیلیسیم اعتمادسنجی شد.^{۱۳} در دو تحقیق اشاره شده^{۱۴,۱۵} از مفهوم تابع چگالی احتمال^۱ برای نمایش ضخامت برآده استفاده شده است. برای این نمونه تابع توزیع ریلی^۲ مورد استفاده قرار گرفته، اما برای بررسی و مقایسه با سایر توابع توزیع تلاشی انجام نگرفته است.

در پژوهش حاضر نیز از مفهوم تابع چگالی احتمال برای مدل‌سازی بیشینه ضخامت برآده تغییر شکل نیافته (h_m) استفاده می‌شود، با این تفاوت که قابلیت تطبیق مهم‌ترین تابع چگالی احتمال در توزیع مقادیر h_m با یکدیگر مقایسه شده و پس از انتخاب مناسب‌ترین تابع توزیع، از آن برای مدل‌سازی‌های موردنظر استفاده می‌شود. در مدل‌سازی‌ها، دانه‌ی ساینده به شکل هرمی با قاعده‌ی مربع فرض می‌شود و به منظور ارزیابی و تأیید مدل ارائه شده، سنگ‌زنی تخت پوشش WC-10Co-4Cr پاشش حرارتی شده با سنگ الماس مورد نظر قرار گرفته است.

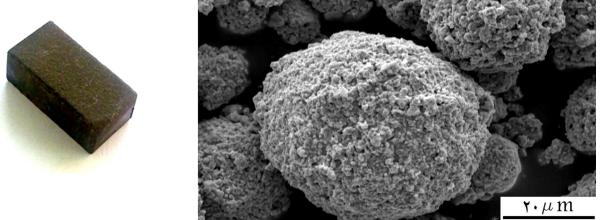
مدل‌سازی h_m با توجه به قانون پیوستگی در برآده برداری صورت پذیرفت و پس از آن زبری سطح براساس مدل‌سازی خط مرکزی و تعریف نظری زبری می‌توسط مدل شده است. برخلاف تحقیقات مشابه، به منظور مدل‌سازی دقیق در این پوشش، در محاسبه‌ی طول تماش سنگ و قطعه‌کار، با در نظر گرفتن تغییر شکل کشسان ناحیه‌ی تماس از روابط ارائه شده در این زمینه استفاده شده است.

۲. مواد و روش تحقیق

۱. قطعه‌کار

قطعه‌کار مورد نظر به منظور انجام آزمایش‌های لازم، پوشش‌دهی WC-10Co-4Cr با پاشش حرارتی به روش سرعت بالای HVOF^۳ بود. جنس زیرلايه فولاد کم‌کربن با ضخامت ۸ میلی‌متر در نظر گرفته شد. برش نمونه‌ها به تعداد لازم و با ابعاد $3 \times 8 \times 15$ mm^۴ برای پوشش دهی و سنگ‌زنی انجام شد. به منظور افزایش چسبندگی پوشش به زیرلايه، سطح نمونه‌ها قبل از پوشش دهی توسط ذرات SiC ماسه‌پاشی شد. برای جدا کردن چربی‌ها و ماسه‌های باقیمانده، سطح نمونه‌ها پس از ماسه‌پاشی با الکل و برس تمیزکاری شد.

پوشش‌دهی نمونه‌ها توسط دستگاه HVOF با نام تجاری MET JET III با سوخت مایع کروزن^۵ انجام شد. پارامترهای پاشش براساس مقادیر بھیشه‌ی صنعتی تعیین شد. مطابق شکل ۱ پودر WC-10Co-4Cr با ذرات کروی به مقداری



(الف) مورفولوژی پودر WC-10 Co-4 Cr؛ (ب) نمونه‌ی پوشش دهی شده.

شکل ۱. مورفولوژی پودر و نمونه‌ی پوشش دهی شده.

متغیر و تصادفی است، با این حال با وجود فرض‌های دور از واقعیت، رابطه‌ی ۱ نقطه‌ی شروع کلیدی و مناسب در تخمین بهترین توزیع احتمال ضخامت برآده است. در این تحقیق برای محاسبه‌ی h_m از رابطه‌ی ۱، زاویه‌ی θ برابر 60° درجه فرض شده است.^[۱] لازم به ذکر است در بسیاری از مراجع زاویه‌ی θ به مین ترتیب لحاظ شده، که علت آن فرم برآده تغییر شکل نیافته است. همچنین چگالی دانه‌های ساینده فعال در برش (C) از رابطه‌ی هندسی ۲ محاسبه شده است:^[۱۰]

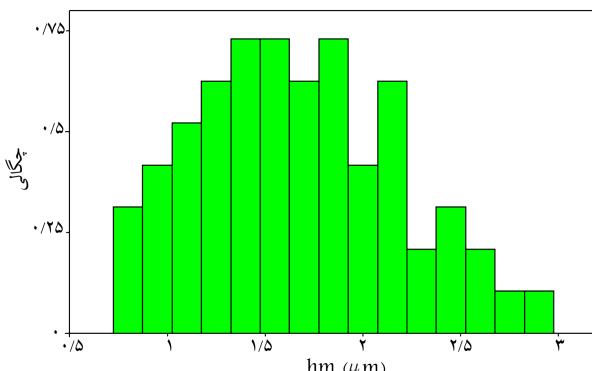
$$C = \frac{4f}{d_g^2 (4\pi/3)^{1/2}} \quad (2)$$

که در آن d_g قطر معادل دانه‌های الماس به صورت کروی، f نسبت حجمی الماس در چرخ‌سنگ، و f نسبت دانه‌های الماسی است که در برش حین سنگ زنی مشارکت فعال دارند. محاسبه‌ی مقدار واقعی C (چگالی دانه‌های فعال در برش) معمولاً امری پیچیده است. به منظور محاسبه‌ی C برحی از محققین^[۱۰] رابطه‌ی ۲ را پیشنهاد داده‌اند. فرضیات مورد استفاده در پژوهش حاضر برای محاسبه‌ی C در سایر مقالات نیز لحاظ شده است.^[۱۰]

در این پژوهش، سنگ الماس با اندازه‌ی مش ۲۰۰ و لذا اندازه دانه (d_g) معادل ۷۶ میکرومتر استفاده شد. همچنین فرض می‌شود که نیمی از دانه‌های ساینده الماس روی سطح چرخ‌سنگ در فرایند برش مشارکت فعال دارند، بنابراین مقدار $0.5 = f$ لحاظ می‌شود.^[۱۱] سنگ الماس با عدد تمرکز ۷۵ در پژوهش حاضر مورد استفاده قرار گرفت، که این عدد تمرکز معادل نسبت حجمی ۱۸۷۵ است. با جایگزین کردن مقادیر d_g, f و ν در رابطه‌ی ۲، مقدار C برابر $43,65 \text{ mm}^{-2}$ به دست می‌آید. با اعمال این مقدار برای C و در نظر گرفتن $d_s = 350 \text{ mm}$ و همچنین لحاظ کردن پارامترهای سنگ زنی براساس جدول ۱، برای تمام $(4^3 = 64)$ آزمایش سنگ زنی در نظر گرفته شده، مقادیر h_m محاسبه شده و تغییرات آن مطابق شکل ۴ در قالب هیستوگرام ترسیم شده است.

اکنون به منظور تعیین مناسب‌ترین تابع چگالی احتمال برای نمایش ضخامت برآده، پنج تابع توزیع احتمال اصلی شامل نرمال^[۷]، نرمال لگاریتمی^[۸]، نمایی^[۹]، گاما^[۱۰] و ویبول^[۱۱] به نمودار هیستوگرام تطبیق داده می‌شوند. سپس بهترین توزیع با مقایسه‌ی توابع توزیع اشاره شده تعیین می‌شود. جدول ۲ مشخصات این تابع توزیع را نشان می‌دهد.

نمودار تطبیق توزیع‌های احتمال به هیستوگرام h_m در شکل ۵ نشان داده شده است. مطابق شکل می‌توان نتیجه گرفت که تمام توابع توزیع به استثنای توزیع نمایی تطابق نسبتاً خوبی با هیستوگرام پیشنهادی ضخامت برآده تغییر شکل نیافته دارند. به هر حال به منظور تعیین مناسب‌ترین تابع توزیع برای نمایش ضخامت برآده، نمودار



شکل ۴. نمودار هیستوگرام پیشنهادی ضخامت برآده تغییر شکل نیافته.

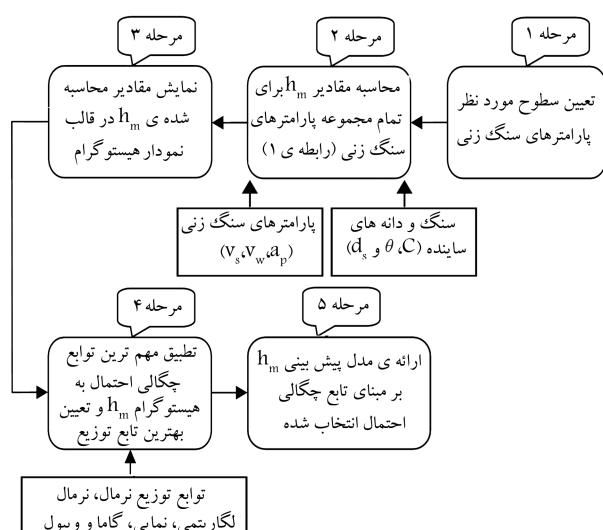
۳. مدل‌سازی پیشنهادی ضخامت برآده تغییر شکل نیافته
در شکل ۳ طرح کلی مدل پیشنهادی پیشنهادی ضخامت برآده تغییر شکل نیافته (h_m) در فرایند سنگ زنی تخت به صورت شماتیک نشان داده شده است. مطابق این شکل، در مرحله‌ی اول سطح پارامترهای سنگ زنی مورد نظر (عمق برش، نرخ پیشروی و سرعت برش) تعیین می‌شود. این مرحله در بخش ۲.۲. تشریح شده است. پس از آن h_m برای هر کدام از شرایط آزمایش، مطابق سطح پارامترهای تعیین شده، توسط رابطه‌ی ۱ محاسبه می‌شود:^[۱]

$$h_m = \left[\frac{3}{C \tan \theta} \left(\frac{\nu_w}{\nu_s} \right) \left(\frac{a_p}{d_s} \right)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (1)$$

که در آن C چگالی دانه‌های فعال در برش، θ نصف زاویه‌ی احاطه شده برای مقطع عرضی برآده تغییر شکل نیافته، ν_w نرخ پیشروی، ν_s سرعت برش، a_p عمق برش و d_s قطر سنگ است. سپس از مقادیر محاسبه شده هیستوگرام ترسیم، و این نمودار توسط مهم‌ترین تابع چگالی احتمال نشان داده می‌شود. مناسب‌ترین تابع چگالی احتمال براساس بیشترین تطبیق میان مقادیر محاسبه شده از رابطه‌ی ۱ و مقادیر پیش‌بینی شده توسط تابع چگالی احتمال تعیین می‌شود. در مرحله‌ی بعد مدلی برای پیش‌بینی h_m براساس تابع توزیع انتخاب شده ایجاد می‌شود.

۱.۳. تعیین تابع چگالی احتمال مناسب

یکی از اساسی‌ترین عوامل در فرایند سنگ زنی، ضخامت برآده تغییر شکل نیافته است که مبنایی در پیش‌بینی زیری سطح، سایش سنگ و نیروی سنگ زنی است. محاسبات مریبوط به این شاخص معمولاً براساس در نظر گرفتن ماده‌ی برآده برداری شده به شکل متشابه طویل و باریک با ضخامت متوسط است.^[۷] رابطه‌ی ۱ حاصل مدل معروف مالکین^[۱] برای محاسبه‌ی h_m است. در این مدل، سنگ ایده‌آلی در نظر گرفته شده که در آن لبه‌های برنده به صورت یکنواخت در سطح سنگ توزیع شده است. در مدل مالکین تغییر شکل‌های ناچیه‌ی تماس سنگ زنی لحاظ نشده است؛ تغییر شکل‌هایی که می‌تواند در افزایش قابل توجه تعداد لبه‌های برنده و درنتیجه کاهش ضخامت برآده نقش داشته باشد.^[۸] علاوه بر این توزیع دانه روی سطح سنگ



شکل ۳. مراحل مدل‌سازی پیشنهادی ضخامت برآده تغییر شکل نیافته.

جدول ۲. توابع توزیع احتمال اصلی.^[۱۲]

نام توزیع	تابع چگالی احتمال
نرمال	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$ $-\infty < x < \infty, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$
نرمال لگاریتمی	$f(x) = \frac{1}{\sigma_y x \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu_y}{\sigma_y}\right)^2\right]$ $\mu_y = \ln \mu_x - \ln \sqrt{1 + C_x^2}, \sigma_y = \sqrt{\ln(1 + C_x^2)}$ $x \geq 0, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$
نمایی	$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\theta-x_*} \exp\left[-\left(\frac{x-x_*}{\theta-x_*}\right)\right] & x > x_* \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$ $\theta > 0, x_* > 0$
گاما	$f(x) = \begin{cases} \frac{\lambda^\eta}{\Gamma(\eta)} x^{\eta-1} \exp(-\lambda x) & x \geq 0 \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$ $\lambda > 0, \eta > 0$
دیبول	$f(x) = \begin{cases} \frac{b}{\theta-x_*} \left(\frac{x-x_*}{\theta-x_*}\right)^{b-1} \exp\left[-\left(\frac{x-x_*}{\theta-x_*}\right)^b\right] & x \geq x_* \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$ $x_* > \theta, \theta > 0, b > 0$

دارند اما تفاوت بسیار زیاد عمق نفوذ دانه‌ی ساینده نسبت به اندازه‌ی متوسط آن باعث می‌شود که این مسئله در نتایج پژوهش تأثیر قابل توجهی نداشته باشند. مطابق شکل ۷ ب، در مدل سنگزی مخالف یک دانه‌ی ساینده با شکل هرم در ابتدای تماس، در مقابل قطعه‌کار حرکت سایشی دارد و سپس در حین عبور از ناحیه‌ی تماس براده برداری رخ می‌دهد. نفوذ دانه به قطعه‌کار از صفر در ابتدای تماس به مقدار عمیق بیشینه h_m با حرکت دانه در ناحیه‌ی تماس افزایش می‌یابد، و بنابراین براده‌ی تشکیل می‌شود که فرم تغییر شکل نیافته‌ی آن دارای مقطع مثلثی است. مطابق شکل ۷ج، ضخامت و عرض این براده به صورت پیوسته به ترتیب از صفر تا مقدار بیشینه h_m و b' تغییر می‌یابد. مالکین^[۱] نشان داد که در مورد براده‌ی تغییر شکل نیافته با مقطع مثلثی، نسبت h_m به ضخامت متوسط براده‌ی تغییر شکل نیافته (h_a) برابر ۲ است.

مساحت متوسط مقطع عرضی براده‌ی تغییر شکل نیافته (\bar{Q}_{ch}) پارامتری شاخص در سنگزی است که به پارامترهای فرایند سنگزی، شکل دانه‌ی ساینده با هندسه‌های دانه‌های ساینده وابسته است. با در نظر گرفتن شکل هرمی دانه‌ی ساینده و نیز $h_m = 2h_a$ ، این پارامتر را می‌توان مطابق رابطه‌ی ۳ بیان کرد:

$$\bar{Q}_{ch} = h_a \tan \alpha = \frac{1}{4} h_m \tan \alpha \quad (3)$$

در آمار و احتمالات، مقدار مورد انتظار^[۱۲] به مقدار متوسط وزنی یک متغیر تصادفی گفته می‌شود. مقدار مورد انتظار متغیر تصادفی x که با $E(x)$ نشان داده می‌شود، توسط رابطه‌ی ۴ بیان می‌شود:^[۱۸]

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (4)$$

که در آن $f(x)$ تابع چگالی احتمال (جدول ۲) است. بنابراین مقدار مورد انتظار مساحت متوسط مقطع عرضی براده‌ی تغییر شکل نیافته، (\bar{Q}_{ch}) را می‌توان

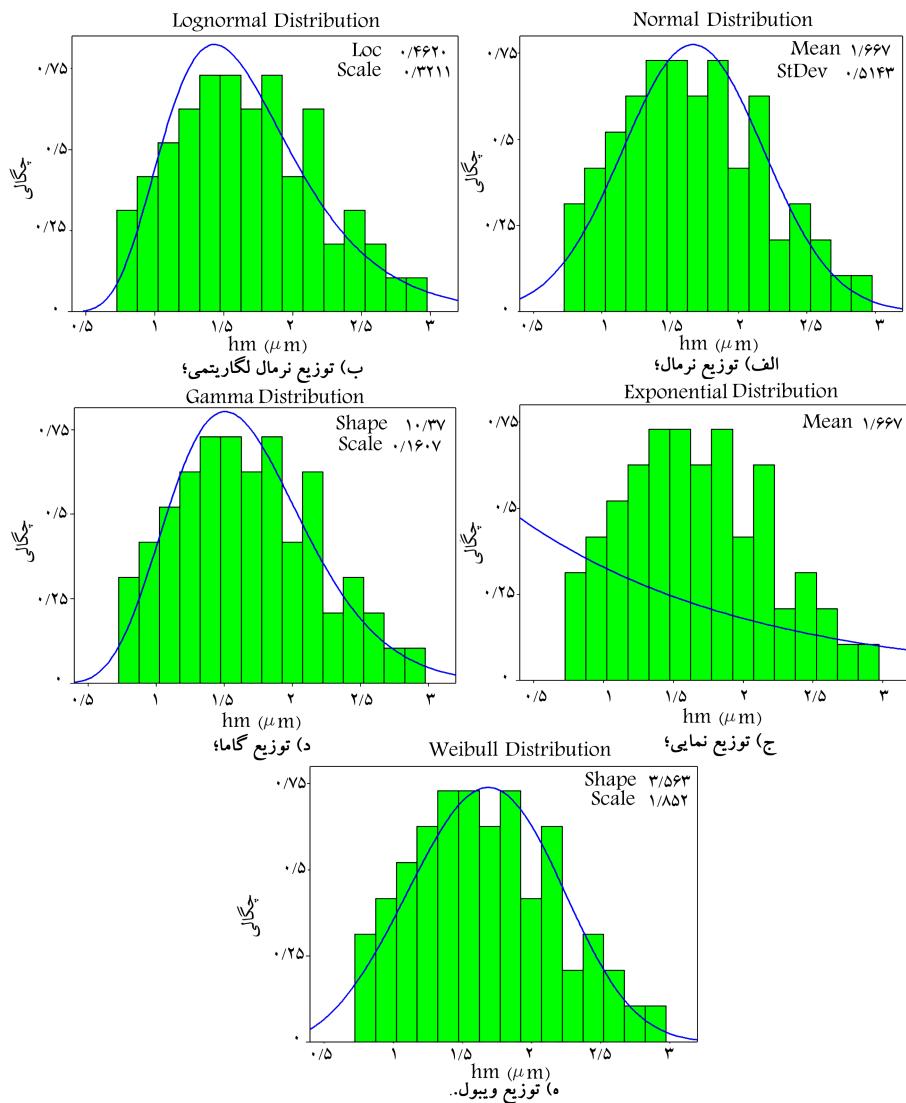
مقادیر ضخامت براده در مقابل مقادیر به دست آمده از تابع توزیع مطابق شکل ۶ ترسیم شده است. همانگونه که در این شکل مشاهده می‌شود مقدار R^* برای توزیع گاما بیشتر از توابع سایر توزیع‌ها است و به یک نزدیکتر است، و بنابراین این توزیع بهترین تابع برای پیش‌بینی ضخامت براده با توجه به محدوده‌های در نظر گرفته شده برای پارامترهای سنگزی در این پژوهش است. در بخش بعد از تابع توزیع گاما برای ارائه‌ی مدل h_m استفاده می‌شود.

۲.۳. مدل h_m

مدل‌سازی h_m گامی اساسی در جهت یافتن مدل مناسب برای پیش‌بینی زبری سطح است. زیرا پارامتر h_m به صورت مستقیم با زبری سطح در ارتباط است، به نحوی که کاهش h_m منجر به کاهش زبری سطح می‌شود. در مدل‌سازی و شبیه‌سازی فرایند سنگزی، شکل دانه‌ی ساینده با هندسه‌های متفاوتی نظری کره،^[۱۳] هرم،^[۱۴] مخروط،^[۱۵] و مخروط ناقص^[۱۶] تقریب زده شده است. مطابق شکل ۷الف، در این پژوهش شکل دانه‌ی ساینده به صورت هرمی با قاعده‌ی مربعی و با زاویه‌ی محاطی 2α فرض می‌شود. از آنجا که عرض دانه با افزایش عمق آن زیاد می‌شود، این فرض معقول است.

چنان‌که اشاره شد محققین مختلف شکل‌های متفاوتی برای دانه‌ی ساینده در نظر گرفته‌اند که این تفاوت شکل‌ها درنتیجه‌ی پژوهش تأثیر قابل توجهی ندارد، زیرا عمق نفوذ دانه‌ی ساینده نسبت به اندازه‌ی متوسط آن بسیار کم است. در پژوهش حاضر با توجه به مدل h_m که در ادامه حاصل می‌شود، محدوده‌ی عمق نفوذ دانه‌ی ساینده از $1/46$ تا $1/11$ میکرومتر است. بنابراین بیشترین مقدار h_m نسبت به قطر متوسط دانه‌ی ساینده یعنی 75 میکرومتر بسیار ناجائز است.

همچنین در پژوهش حاضر شکل دانه‌ی ساینده به صورت هرم با قاعده‌ی مربعی و با زاویه‌ی محاطی 2α فرض شده است. از آنجا که عرض دانه با افزایش عمق آن زیاد می‌شود این فرض به واقعیت نزدیک است. دانه‌ها به طور کلی شکل تصادفی



شکل ۵. توابع چگالی احتمال h_m .

با توجه به رابطه‌ی ۴، مقدار مورد انتظار توان دوم بیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل

نیافته ($E(h_m^2)$) را می‌توان چنین نیز بیان کرد:

$$E(h_m^2) = \int_{-\infty}^{\infty} h_m^2 f(h_m) dh_m \quad (9)$$

همانگونه که در بخش قبل نشان داده شد، در این پژوهش بیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافته ($E(h_m^2)$) را می‌توان با مفهوم تابع چگالی احتمال مرتبط دانست و لذا با تابع چگالی احتمال گاما قابل ارائه است. از آنجا که تابع چگالی احتمال گاما در شرط $x > 0$ برابر صفر است (جدول ۲)، لذا $E(h_m^2)$ را می‌توان چنین تعریف کرد:

$$E(h_m^2) = \int_0^{\infty} h_m^2 \frac{\lambda^\eta}{\Gamma(\eta)} h_m^{\eta-1} \exp(-\lambda h_m) dh_m \quad (10)$$

که در آن η و λ بیشتر از صفر و به ترتیب نشان دهنده‌ی پارامترهای شکل و مقیاس توزیع گاما هستند. همچنین مقدار مورد انتظار بیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل

مطابق رابطه‌ی ۵ بیان کرد:

$$E(\bar{Q}_{ch}) = \frac{1}{4} E(h_m^2) \tan \alpha \quad (5)$$

مقدار مورد انتظار حجم متوسط هر براده ($E(\bar{V}_{ch})$) را می‌توان از حاصل ضرب $E(\bar{Q}_{ch})$ در طول تماش (l_c) به دست آورد:

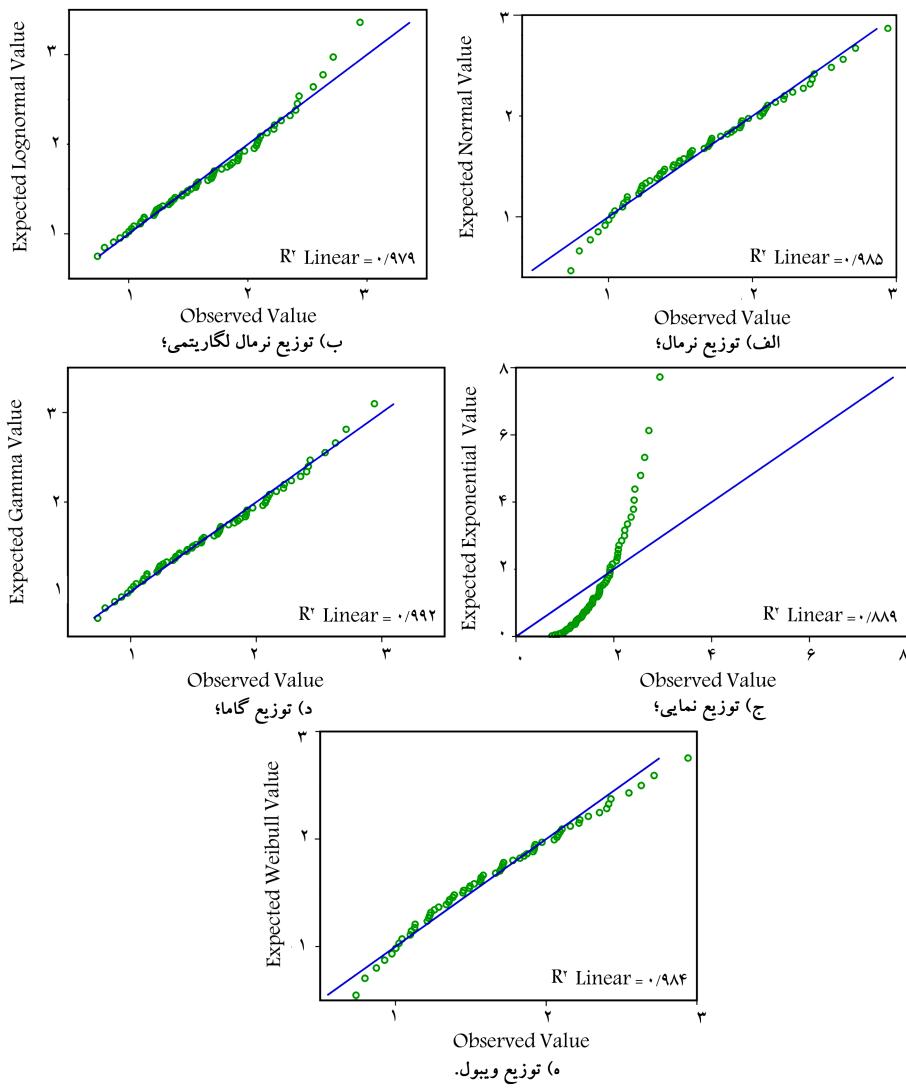
$$E(\bar{V}_{ch}) = \frac{1}{4} l_c E(h_m^2) \tan \alpha \quad (6)$$

براساس تحلیل پیوستگی^[1]، بین حجم براده‌های ایجاد شده و نرخ براده‌برداری کل توازن برقرار است. بنابراین حاصل ضرب تعداد براده‌های ایجاد شده در واحد زمان در حجم یک براده با نرخ براده‌برداری مخصوص برابر است. به عبارتی:

$$(Cv_s) E(\bar{V}_{ch}) = a_p \nu_w \quad (7)$$

که در آن Cv_s تعداد براده‌های ایجاد شده در واحد زمان، و $a_p \nu_w$ برابر نرخ براده‌برداری مخصوص است. با جایگزین کردن رابطه‌ی ۶ در رابطه‌ی ۷ خواهیم داشت:

$$E(h_m^2) = \frac{4 a_p \nu_w}{\nu_s c l_c \tan \alpha} \quad (8)$$



شکل ۶. نمودار مقادیر واقعی و پیش‌بینی شده‌ی h_m .

نیافته $(E(h_m))$ را می‌توان مطابق رابطه‌ی ۱۱ بیان کرد:

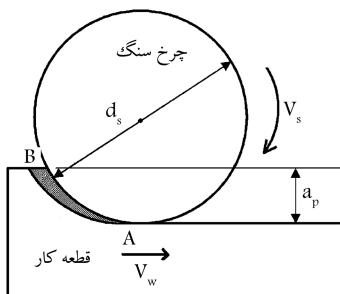
$$E(h_m) = \int_0^\infty h_m f(h_m) dh_m \quad (11)$$

با:

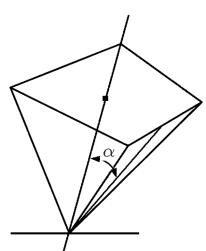
$$\begin{aligned} E(h_m) &= \int_0^\infty h_m \frac{\lambda^\eta}{\Gamma(\eta)} h_m^{(\eta-1)} \exp(-\lambda h_m) dh_m \\ &= \frac{1}{\Gamma(\eta)} \int_0^\infty (\lambda h_m)^\eta \exp(-\lambda h_m) dh_m \end{aligned} \quad (12)$$

برای حل انتگرال فوق با تغییر متغیر $u = \lambda h_m$, خواهیم داشت
و حدود انتگرال بدون تغییر می‌مانند. بنابراین انتگرال تبدیل می‌شود به:

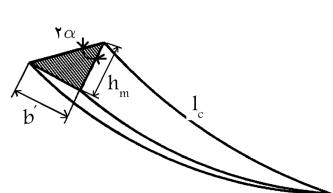
$$E(h_m) = \frac{1}{\lambda \Gamma(\eta)} \int_0^\infty u^\eta \exp(-u) du = \frac{\Gamma(\eta+1)}{\lambda \Gamma(\eta)} = \frac{\eta}{\lambda} \quad (13)$$



ب) پارامترهای فرایند سنگ زنی تخت؛



الف) دانه‌ی ساینده به شکل هرم با قاعده‌ی مریبی؛



ج) نمایی از براده‌ی تغییر شکل نیافته توسط یک دانه‌ی ساینده به شکل هرم

شکل ۷. مدل‌سازی ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافته.

β' ثابتی است مرتبط با توپوگرافی چرخ سنگ، K_{IC} تافنس شکست جنس قطعه کار، H سختی و یک رز قطعه کار، E_w مدول کشسانی جنس قطعه کار و d_g قطر کره ای معادل با دانه ای ساینده است. کشسانی سنگ، دانه و قطعه کار که به ترتیب با K_s ، K_w و K_g نشان داده می شود، از رابطه ای ۲۱ قابل محاسبه است:

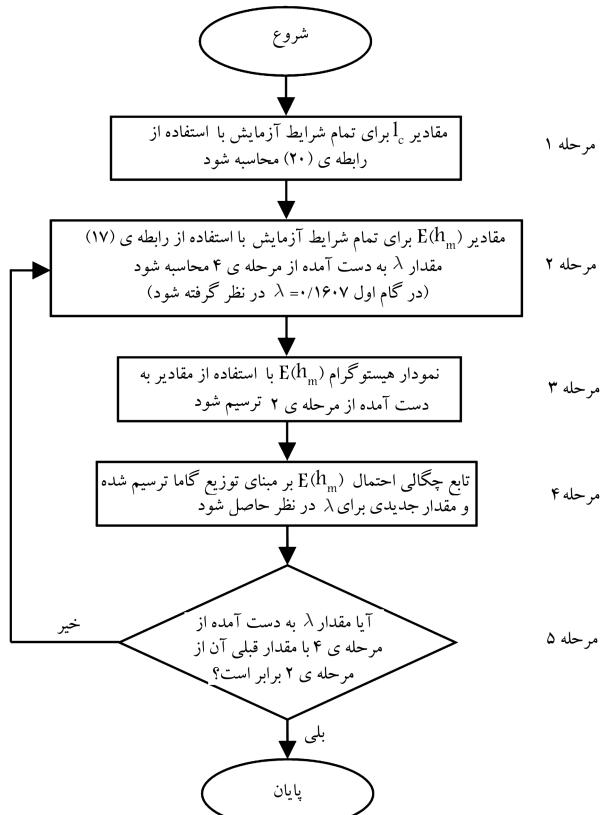
$$K_i = \frac{(1 - v_i^*)}{\pi E_i} \quad (21)$$

که در آن i می تواند s یا w باشد؛ E_i مدول کشسانی و v_i^* ضریب پواسون سنگ، دانه ای ساینده و قطعه کار است.^[۲۱]

کیفیت سطح در سنگ زنی به جنس و خواص قطعه کار نیز مرتبط است. نمونه ای این مسئله در تأثیر خواص قطعه کار بر طول تماس مطابق رابطه ای ۲۰، و ارتباط طول تماس با h_m و درنتیجه زبری سطح مطابق مدل ۱۷ مشهود است.

۴.۳. تعیین ضریب λ در مدل h_m

در مدل پیشنهادی به منظور محاسبه بیشینه ضخامت براده تغییر شکل نیافته ($E(h_m)$) از رابطه ای ۱۷، و مقدار پارامتر مقیاس (λ) از نمودار تابع چگالی احتمال h_m کاما استفاده می شود. مقدار $\lambda = 0,1607$ در شکل ۵ بدروساں محاسبه بی با استفاده از رابطه ای ۱ است. چنان که پیش تر نیز اشاره شد، در به دست آوردن این رابطه از فرض هایی به منظور ساده سازی استفاده شده که باعث کاهش دقت آن شده است. بنابراین به دست آوردن مقدار دقیق پارامتر مقیاس برای محاسبه $E(h_m)$ ضروری است. در پژوهش حاضر الگوریتمی برای این منظور پیشنهاد شده که در شکل ۸ نشان داده شده است.



شکل ۸. الگوریتم پیشنهادی برای تعیین مقدار دقیق پارامتر مقیاس.

به روشنی مشابه و با تغییر متغیر $u = \lambda h_m$ می توان انتگرال رابطه ای ۱۰ را نیز حل کرد:

$$E(h_m) = \frac{\eta(\eta+1)}{\lambda^2} \quad (14)$$

با جایگزین کردن رابطه ای ۸ در ۱۴ خواهیم داشت:

$$\frac{4a_p\nu_w}{\nu_s cl_c \tan \alpha} = \left(\frac{\eta}{\lambda}\right)^2 + \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\eta}{\lambda}\right) \quad (15)$$

اکنون با جایگزین کردن رابطه ای ۱۳ در رابطه ای ۱۵ خواهیم داشت:

$$(E(h_m))^2 + \frac{1}{\lambda} (E(h_m)) - \frac{4a_p\nu_w}{\nu_s cl_c \tan \alpha} = 0 \quad (16)$$

با حل کردن معادله ای درجه ای دو فوق برای متغیر $E(h_m)$ و با توجه به این که ≥ 0 می توان رابطه ای ۱۷ را برای $E(h_m)$ به دست آورد:

$$E(h_m) = \frac{1}{2\lambda} \left(-1 + \left(1 + \frac{16\lambda^2 a_p \nu_w}{\nu_s cl_c \tan \alpha} \right)^{1/2} \right) \quad (17)$$

مطابق مدل فوق $E(h_m)$ تابعی از پارامترهای فرایند، مشخصات و میکروساختار سنگ، سینماتیک فرایند و پارامتر مقیاس (λ) به دست آمد.

۳.۳. طول تماس

طول تماس (l_c) در رابطه ای ۱۷ پارامتر مهمی است. محاسبه دقيق اين پارامتر تأثیر قابل توجهی در نزدیک بودن مقادير نظری حاصل از مدل پیشنهادی h_m به مقادير واقعی دارد. لذا لازم است در محاسبه ای آن از پژوهش های سایر محققین در اين زمينه استفاده شود. طول تماس هندسي (l_c) که مطابق شکل ۷ برابر طول کمان AB است، از رابطه ای ۱۸ محاسبه می شود:^[۱]

$$l_g = (a_p d_s)^{1/2} \quad (18)$$

که در آن d_s قطر سنگ در سنگ زنی تخت است. در سنگ های با باند فازی، طول تماس تقریباً برابر با طول تماس هندسی است^[۷] اما در سنگ های با باند رزین و ویترینايد، طول تماس کل تا حد زیادی متأثر از تغییر شکل های کشسان سنگ درنتیجه نیروی نرمال است.^[۱۹] رو^[۲۰] و همکارانش،^[۲۰] با درنظر گرفتن طول تماس هندسی و اثرهای تغییر شکل رابطه ای ۱۹ را برای محاسبه ای طول تماس کل پیشنهاد داده اند:

$$l_c = (l_g^2 + l_f^2)^{1/2} \quad (19)$$

که در آن l_f طول تماس ناشی از تغییر شکل است. محققین روش جدیدی برای محاسبه ای طول تماس ناشی از تغییر شکل ارائه داده اند^[۲۱] که مبتنی است بر تغییر شکل کشسان بین بدنه ای سنگ و قطعه کار، و تماس میکروسکوپی در سطح دانه، و درنتیجه ای تلاش آنان رابطه ای ۲۰ برای محاسبه ای طول تماس معرفی شده است:

$$l_c = \left(\chi^* \left(\frac{a_p}{q^{1/2}} \right)^{2/3} + \xi^* l_c + 2\chi\xi \left(\frac{a_p}{q^{1/2}} \right)^{1/2} l_c^{1/2} + a_p d_s \right)^{1/2} \quad (20)$$

که در آن:

$$\chi = 2,987\beta^{1/2}(K_{IC}^{1/8}H^{1/2}/E_w^{1/15})\sqrt{(K_w + K_g)^*(1/d_g)d_s^*},$$

$$\xi = 1,6\sqrt{\beta^*(K_{IC}^{1/2}H/E_w^{1/5})(\pi d_s C)(K_w + K_g)},$$

$$q = \nu_s/\nu_w.$$

جدول ۳. مشخصات جنس قطعه‌کار و سنگ.

مدول یانگ (GPa)	ضریب پواسون	تافنس شکست (MPam ^{1/2})	سختی (Kg/mm ²)
$E_w = 412$	$v_w = 0.25$	$K_{IC} = 2.35$	$H_v = 1350$
$E_s = 70$	$v_s = 0.33$	—	—
$E_g = 925$	$v_g = 0.20$	—	—

قطعه‌کار پوشش (WC-Co-Cr) سنگ دانه‌ی ساینده الماس

۴. مدل‌سازی زبری سطح

زبری متوسط سطح (R_a) به صورت میانگین حسابی مقادیر مطلق انحراف ارتفاع پروفیل سطح از خط میانگین در طول نمونگیری (l) تعریف می‌شود. بنابراین می‌توان آن را چنین بیان کرد:

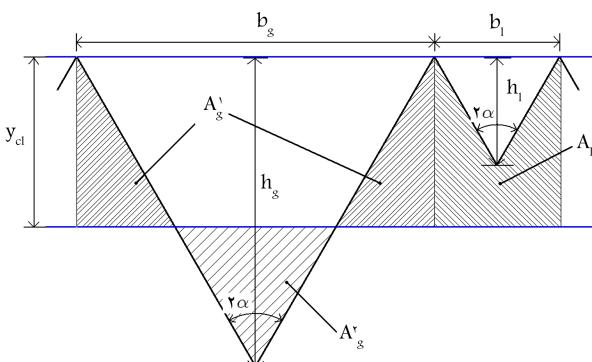
$$R_a = \frac{1}{l} \int_0^l |y - y_{cl}| dl \quad (22)$$

که در آن y_{cl} ارتفاع خط مرکزی است. مطابق تعریف، خط مرکزی به‌نحوی ترسیم می‌شود که مساحت نواحی محصور بین آن خط و پروفیل سطح، در قسمت بالا و پایین خط مرکزی با یکدیگر برابر باشد. نمونه‌هایی از مقطع شیارهای ایجاد شده در اثر برهم‌کنش دانه‌ی ساینده به شکل هرم (شکل ۱۷‌الف) با قطعه‌کار در شکل ۱۰ نشان داده شده است. پارامتر (y_{cl}) در این شکل مشخص است. تحلیل هندسی این شیارها مبنای مدل‌سازی است.

با توجه به ماهیت پیچیده‌ی برهم‌کنش دانه‌ی ساینده و قطعه‌کار در سنگ‌زنی، و ماهیت تصادفی فرایند از جنبه‌های مختلف — نظریه‌هندسه، توزیع و ارتفاع بیرون‌زدگی دانه‌ی ساینده — لازم است پیش از مدل‌سازی تعدادی فرض در جهت ساده‌سازی و امکان‌پذیر شدن مدل‌سازی در نظر گرفته شود:

۱. شیارهای به وجود آمده روی سطح، در تمام سازوکارهای براده‌برداری (شامل شکست ترد، جریان داکتیل و ترکیبی) مشخصه‌های یکسانی دارند.
۲. دانه‌های ساینده به شکل هرم با قاعده‌ی مربعی و زاویه‌ی محاطی 2α هستند.

۳. تمام شیارهای ایجاد شده روی سطح، با درنظر گرفتن تصویر دانه‌های ساینده فعال روی سطح سنگ‌زنی، پروفیل مثلثی با زاویه‌ی رأس 2α دارند.



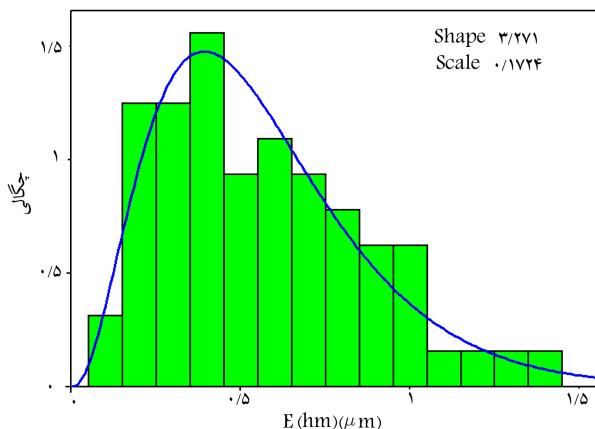
شکل ۱۰. بخشی از پروفیل شیار ایجاد شده در سطح شامل دو شیار دارای ارتفاع کمتر و بیشتر از ارتفاع خط مرکزی.

به منظور انجام مرحله‌ی اول الگوریتم، مشخصات جنس قطعه‌کار و سنگ برای محاسبه‌ی طول تماس توسط رابطه‌ی 20 در جدول ۳ گردآوری شده است. مدول کشسانی (E_s) و ضریب پواسون سنگ (v_s) برابر با مدول کشسانی و ضریب پواسون جنس هسته‌ی سنگ (الومینیوم) در نظر گرفته شده است. علت این امر ضخامت کم لایه‌ی الماس (5 میلی‌متر) در مقایسه با قطر سنگ (350 میلی‌متر) است. با جایگزین کردن مقادیر جدول ۳ و مقدار $\beta' = 85$ در رابطه‌ی 20 ، مقادیر l را می‌توان برای تمام شرایط آزمایش محاسبه کرد.

در مرحله‌ی دوم با فرض $\alpha = 60^\circ$ مقدار $E(h_m)$ از رابطه‌ی 17 محاسبه می‌شود. در گام شروع تخمین ($E(h_m)$) در نظر گرفته می‌شود؛ این مقدار از محاسبه‌ی مقادیر h_m توسط رابطه‌ی 1 و ترسیم نمودار شکل ۵ حاصل شده است.

مراحل ۲ تا ۴ الگوریتم برای حصول مقدار جدید λ تکرار شده است. پس از هر مرحله تکرار، مقدار جدید λ با مقدار اولیه‌ی آن مقایسه می‌شود و تا زمانی که λ به عدد مشخصی همگرا نشود، تکرار مراحل انجام می‌شود. مقدار اولیه‌ی λ برابر 0.1607 بود، و مقادیر به دست آمده از حلقه‌ی تکرار به ترتیب $0.1654, 0.1683, 0.1700, 0.1716, 0.1710, 0.1720, 0.1722, 0.1723, 0.1724$ و 0.1724 بوده است. سرانجام مقدار λ به 0.1724 همگرا شده است. نمودار نهاییتابع چگالی احتمال برای مقدار مورد انتظار بیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافته براساس توزیع گاما و با در نظر گرفتن $\lambda = 0.1724$ در شکل ۹ نشان داده شده است.

Gamma Distribution



شکل ۹. تابع چگالی احتمال برای مقدار مورد انتظار بیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافته براساس توزیع گاما.

اکنون، با در نظر گرفتن روابط ۱۳ و ۱۷، مدل y_{cl} را می‌توان براساس رابطه‌ی ۳۰ ارائه کرد:

$$y_{cl} = \frac{1}{\lambda} \left(E(h_m) + \frac{1}{\lambda} \right) = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \left(1 + \frac{16\lambda^2 a_p v_w}{\nu_s c_l \tan \alpha} \right)^{1/2} \right) \quad (30)$$

لازم به ذکر است به منظور محاسبه‌ی λ می‌توان از الگوریتم پیشنهادی در شکل ۸ استفاده کرد.

۲.۴. مدل R_a

برای مدل سازی زیری متوسط (R_a) مطابق مدل y_{cl} ، دو دسته پروفیل شیار با ارتفاع کم تر و بیش تر از y_{cl} لحاظ می‌شود؛ دو پروفیل شیار نشان داده شده در شکل ۱۰ نماینده‌یی از این دو دسته‌اند. با توجه به تعریف مقادیر مورد انتظار و مفهوم احتمال وقوع هر کدام از نتایج^[۱۸] می‌توان رابطه‌ی کلی ۳۱ را برای مقدار مورد انتظار زیری متوسط ($E(R_a)$) نوشت:

$$E(R_a) = p_l E(R_{al}) + p_g E(R_{ag}) \quad (31)$$

که در آن $E(R_{al})$ و $E(R_{ag})$ به ترتیب مقادیر مورد انتظار زیری متوسط برای پروفیل‌های دارای ارتفاع کم تر و بیش تر از y_{cl} هستند. مطابق تعریف زیری متوسط (R_a) را می‌توان با تقسیم مجموع مساحت‌های محصور بین پروفیل و خط مرکزی بر طول پروفیل بر روی خط مرکزی محاسبه کرد. بنابراین می‌توان رابطه‌ی ۳۲ را برای در نظر گرفت:

$$E(R_{al}) = E\left(\frac{A_l}{b_l}\right) \quad (32)$$

$$E(R_{al}) = y_{cl} - \frac{1}{\lambda} E(h_l) \quad (33)$$

به همین ترتیب، رابطه‌ی ۳۴ برای $E(R_{ag})$ بیان می‌شود:

$$E(R_{ag}) = E\left(\frac{|A'_g| + |A''_g|}{b_g}\right) \quad (34)$$

یا:

$$E(R_{ag}) = \frac{1}{\lambda} E(h_g) + y_{cl} E\left(\frac{1}{h_g}\right) - y_{cl} \quad (35)$$

لازم به ذکر است در رابطه‌ی ۳۴، طبق تعریف از مقادیر قدر مطلق استقاده شده است. با جایگزین کردن روابط ۳۳ و ۳۵ در رابطه‌ی ۳۱ خواهیم داشت:

$$E(R_a) = (p_l - p_g) y_{cl} - \frac{1}{\lambda} (p_l E(h_l) - p_g E(h_g)) + p_g E\left(\frac{1}{h_g}\right) + y_{cl} \quad (36)$$

که در آن p_l و p_g طبق تعریف^[۱۸] و با توجه به دسته‌بندی ارتفاع پروفیل سطح براساس کم تر یا بیش تر بودن نسبت به y_{cl} از روابط ۳۷ و ۳۸ محاسبه می‌شوند:

$$p_l = \int_{y_{cl}}^{y_{cl}} f(x) dx \quad (37)$$

$$p_g = \int_{y_{cl}}^{\infty} f(x) dx \quad (38)$$

۴. میزان ارتفاع پروفیل مثابی به عمق نفوذ دانه‌ی ساینده بستگی دارد که با شاخص بیشینه ضخامت برآده تغییر شکل نیافته مرتبط است.

۵. برهمکنش دانه‌ی ساینده و قطعه‌کار به نحوی است که هیچ‌گونه همپوشانی بین شیارهای ایجاد شده وجود ندارد.

با لحاظ کردن فرضیات فوق پس از ارائه مدلی برای خط مرکزی، مدل‌سازی زیری متوسط انجام می‌شود.

۱.۴. مدل y_{cl}

از آنجا که تعریف زیری متوسط ارتباط مؤثری با مکان خط مرکزی دارد، ابتدا مدلی برای y_{cl} ارائه می‌شود. در شکل ۱۵ پروفیل مثابی دو شیار ایجاد شده با ارتفاع‌های h_l و h_g که به ترتیب کم تر و بیش تر از ارتفاع خط مرکزی (y_{cl}) هستند، نشان داده شده است. مساحت مورد انتظار سطح محصور بین خط مرکزی و پروفیل شیار با ارتفاع h_l را می‌توان مطابق رابطه‌ی ۲۳ ارائه کرد:

$$E(A_l) = b_l y_{cl} - \frac{b_l E(h_l)}{2} = \left(2y_{cl} E(h_l) - E(h_l) \right) \tan \alpha \quad (23)$$

همچنین مساحت مورد انتظار سطح محصور بین خط مرکزی و پروفیل شیار با ارتفاع h_g را می‌توان از رابطه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$E(A_g) = E(A'_g) - E(A''_g) \quad (24)$$

یا:

$$E(A_g) = \left(2y_{cl} E(h_g) - E(h_g) \right) \tan \alpha \quad (25)$$

در محاسبه‌ی رابطه‌های ۲۴ و ۲۵ مساحت بالای خط مرکزی را مشت و مساحت پایین خط مرکزی را منفی در نظر می‌گیرند. کم تر یا بیش تر بودن ارتفاع پروفیل ایجاد شده نسبت به ارتفاع خط مرکزی به میزان بیرون‌زنده‌ی دانه‌های ساینده‌ی سنگ و عمق نفوذ آنها بستگی دارد. اگر احتمال وقوع ارتفاع پروفیل سطح کم تر از y_{cl} و p_l باشد، با در نظر گرفتن این نکته که طبق تعریف زیری متوسط لازم است مساحت بالا و پایین خط مرکزی برابر باشد، می‌توان رابطه‌ی ۲۶ را نوشت:

$$E(A) = p_l E(A_l) + p_g E(A_g) = 0 \quad (26)$$

با جایگزین کردن روابط ۲۳ و ۲۵ در رابطه‌ی ۲۶ در خواهیم داشت:

$$2y_{cl} (p_l E(h_l) + p_g E(h_g)) - \left(p_g E(h_g) + p_l E(h_l) \right) = 0 \quad (27)$$

از سوی دیگر طبق تعریف، مقدار مورد انتظار برابر میانگین وزنی مجموعه‌ی نتایج ممکن، با وزن‌های معادل احتمال وقوع هر کدام از نتایج است.^[۱۸] بنابراین رابطه‌ی ۲۷ را می‌توان چنین بیان کرد:

$$2y_{cl} E(h_m) - E(h_m) = 0 \quad (28)$$

با جایگزین کردن روابط ۱۳ و ۱۴ در رابطه‌ی ۲۸، برای محاسبه‌ی رابطه‌ی ۲۹ به دست می‌آید:

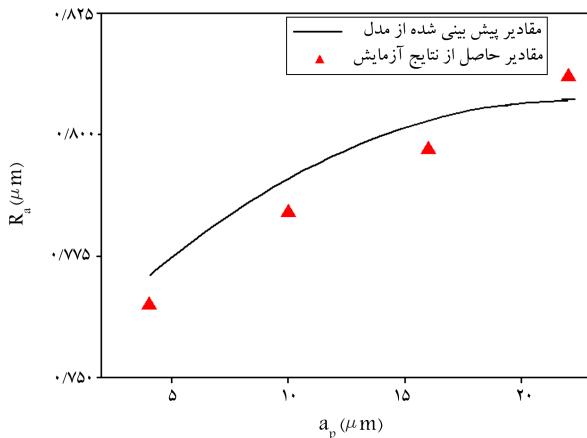
$$y_{cl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\eta + 1}{\lambda} \right) \quad (29)$$

۵. ارزیابی مدل زبری متوسط با نتایج آزمایش‌ها

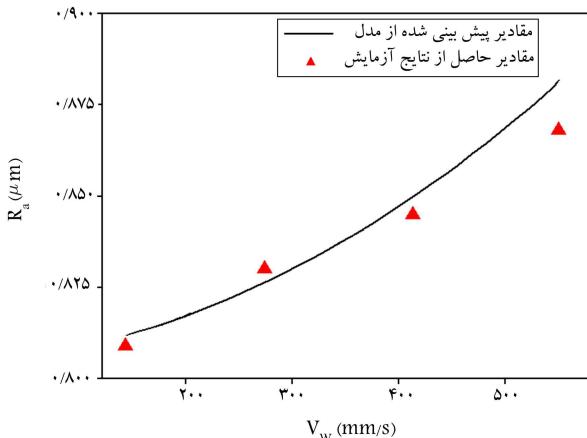
به منظور ارزیابی صحت مدل زبری متوسط، مقادیر نظری زبری متوسط به دست آمده از رابطه ۴۷ با مقادیر به دست آمده از نتایج آزمایش‌ها مقایسه شده است. آزمایش‌های سنگ‌زنی تخت با سنگ الماس باند رزین روی نمونه‌های پوشش‌دهی شده‌ی WC-۱۰Co-۴Cr اندازه‌گیری زبری متوسط با جزئیات ارائه شده در بخش ۲ انجام گرفته است.

برخی از مقادیر زبری متوسط به دست آمده از مدل پیشنهادی با نتایج حاصل از آزمایش‌ها برای مقادیر مختلف عمق برش، نخر پیش‌بینی و سرعت برش به ترتیب در شکل‌های ۱۱ تا ۱۳ مقایسه شده است. براساس این نمودارها می‌توان نتیجه گرفت که مدل استخراج شده برای سنگ‌زنی تخت براساس مدل پیشنهادی ضخامت برآورده تغییر شکل نیافته، دقت قابل قبولی در پیش‌بینی زبری متوسط دارد. این مسئله با محاسبه میانگین درصد خطای نسبی بین مقادیر پیش‌بینی شده و نتایج آزمایش‌ها تأیید شده است، به‌نحوی که مقدار میانگین خطای نسبی برای زبری متوسط، ۸/۵۳ درصد بوده است.

اکثر مقادیر زبری پیش‌بینی شده بیشتر از مقادیر واقعی حاصل از آزمایش‌ها



شکل ۱۱. مقایسه‌ی مقادیر اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده‌ی زبری متوسط توسط مدل نظری برای مقادیر مختلف عمق برش ($v_s = 35 \text{ m/s}$, $v_w = 273 \text{ mm/s}$)



شکل ۱۲. مقایسه‌ی مقادیر اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده‌ی زبری متوسط توسط مدل نظری برای مقادیر مختلف نخر پیش‌بینی ($v_s = 25 \text{ m/s}$, $a_p = 16 \mu\text{m}$)

$f(x)$ با توجه به تابع توزیع تعیین می‌شود. چنان‌که پیش‌تر نیز ارزیابی شد، در پژوهش حاضر بهترین تابع توزیع برای بیان ضخامت برآورده، تابع چگالی احتمال گاماست. بنابراین با در نظر گرفتن $f(x)$ به عنوان تابع توزیع گاما مطابق جدول ۲، می‌توان p_l و p_g را محاسبه کرد:

$$p_l = \int_0^{y_{cl}} \frac{\lambda^\eta}{\Gamma[\eta]} x^{\eta-1} \exp(-\lambda x) dx = 1 - \frac{\Gamma[\eta, \lambda y_{cl}]}{\Gamma[\eta]} \quad (39)$$

با توجه به این که $1 = p_l + p_g$ داریم:

$$p_g = \frac{\Gamma[\eta, \lambda y_{cl}]}{\Gamma[\eta]} \quad (40)$$

همچنین $E(h_l)$ و $E(h_g)$ براساس روابط ۴۱ و ۴۲ تعریف می‌شوند:^[۱۸]

$$E(h_l) = \frac{1}{p_l} \int_0^{y_{cl}} x f(x) dx \quad (41)$$

$$E(h_g) = \frac{1}{p_g} \int_{y_{cl}}^{\infty} x f(x) dx \quad (42)$$

اکنون با در نظر گرفتن تابع توزیع گاما به جای $f(x)$ و با جایگزینی p_l و p_g از روابط ۳۹ و ۴۰ در روابط ۴۱ و ۴۲، و حل انتگرال‌های فوق خواهیم داشت:

$$E(h_l) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\Gamma[\eta+1] - \Gamma[\eta+1, \lambda y_{cl}]}{\Gamma[\eta] - \Gamma[\eta, \lambda y_{cl}]} \right) \quad (43)$$

$$E(h_g) = \frac{1}{\lambda} \left(\frac{\Gamma[\eta+1, \lambda y_{cl}]}{\Gamma[\eta, \lambda y_{cl}]} \right) \quad (44)$$

مطابق رابطه‌ی ۴۲، می‌توان چنین تعریف کرد:

$$E\left(\frac{1}{h_g}\right) = \frac{1}{p_g} \int_{y_{cl}}^{\infty} \frac{1}{x} f(x) dx \quad (45)$$

با جایگزینی p_g از رابطه‌ی ۴۰ و با در نظر گرفتن تابع توزیع گاما به جای $f(x)$ خواهیم داشت:

$$E\left(\frac{1}{h_g}\right) = \lambda \left(\frac{\Gamma[\eta-1, \lambda y_{cl}]}{\Gamma[\eta, \lambda y_{cl}]} \right) \quad (46)$$

اکنون با جایگذاری روابط ۳۹، ۴۰، ۴۳، ۴۴ و ۴۶ در رابطه‌ی ۳۶ و با ساده‌سازی، مدل زبری متوسط مطابق رابطه‌ی ۴۷ به دست می‌آید:

$$E(R_a) = \frac{1}{\Gamma[\eta]} \left\{ y_{cl} (\Gamma[\eta] - 2\Gamma[\eta, \lambda y_{cl}]) - \frac{1}{2\lambda} (\Gamma[\eta+1] - 2\Gamma[\eta+1, \lambda y_{cl}]) + \lambda y_{cl} \Gamma[\eta-1, \lambda y_{cl}] \right\} \quad (47)$$

که در آن y_{cl} از مدل ارائه شده در بخش قبل و نیز از رابطه‌ی ۳۰ محاسبه می‌شود که به دلیل جلوگیری از شلوع شدن بیش از حد، مقدار آن در رابطه‌ی ۴۷ قرار داده نشده است. همچنین مقدار پارامتر پیش‌بینی (λ) از الگوریتم پیشین ارائه شده قابل دست‌یابی است. مقدار پارامتر شکل (η) نیز مقدار متناظر با مقدار همگراشده‌ی λ در نظر گرفته می‌شود. مطابق الگوریتم ارائه شده و نتیجه‌ی نهایی آن در شکل ۹، مقدار λ و η به ترتیب برابر 1724×10^{-6} و $271/271$ در نظر گرفته می‌شود.

با توجه به ارتباط مدل ارائه شده برای زبری متوسط با مدل خط مرکزی، ارتباط بین زبری متوسط با پارامترهای سنگ‌زنی مشهود است که در بخش بعد و همراه ارزیابی مدل مورد بررسی قرار می‌گیرد.

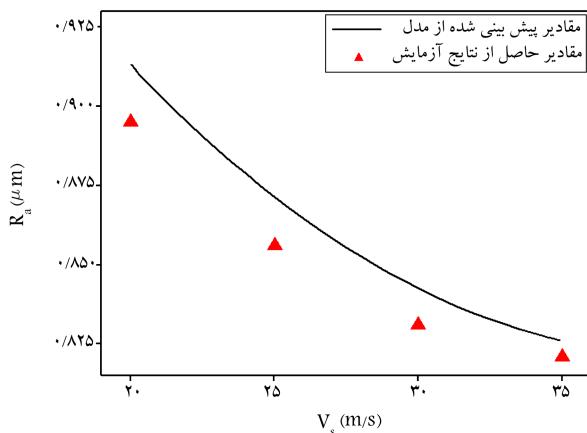
و سطح صاف تری حاصل می‌شود. علاوه بر این، با افزایش سرعت برش بر تعداد دانه‌های برش فعال افزوده شده و پرداخت بیشتری توسط دانه‌های سنگ الماس بر روی سطح پوشش انجام می‌شود، بنابراین زبری متوسط سطح کاهش می‌یابد. درمورد مباحثت مطرح شده درخصوص تأثیر سه پارامتر اصلی سنگ‌زنی بر کیفیت سطح، سه مدل ارائه شده برای پیش‌بینی پیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافه، ارتفاع خط مرکزی و زبری متوسط مؤید استدلال‌های اشاره شده است. با توجه به مدل‌های ارائه شده در این پژوهش، تأثیر ریزاسختار سنگ بر کیفیت سطح نیز قابل توجه ارزیابی می‌شود. چگالی دانه‌های ساینده فعال در سنگ‌زنی، شکل هندسی دانه‌ی ساینده و اندازه‌ی دانه‌های ساینده از عوامل مؤثر در این زمینه است.

۶. نتیجه‌گیری

در این پژوهش مدلی برای پیش‌بینی زبری متوسط سطح قطعه‌کار در فرایند سنگ‌زنی تحت ارائه شد. در این راستا ابتدا مدلی برای پیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافه (h_m) ارائه شد و از آن برای مدل‌سازی ارتفاع خط مرکزی و سپس زبری متوسط استفاده شد. ماهیت تصادفی فرایند با بهکارگیری تابع چگالی احتمال مورد توجه قرار گرفت. با ارزیابی‌های انجام گرفته، تابع توزیع گاما مناسب‌ترین تابع برای نمایش h_m تعیین شد. پارامترهای سنگ‌زنی، ریزاسختار سنگ و سینماتیک فرایند در مدل‌سازی‌های لحاظ شده است. مقادیر پیش‌بینی شده‌ی زبری متوسط سطح مطابقت قابل قبولی با مقادیر حاصل از نتایج آزمایش‌ها نشان دادند بهنحوی که مقادیر میانگین خطای نسبی در پیش‌بینی‌ها حدود ۸ درصد به‌دست آمد. مطابق نتایج مدل ارائه شده و آزمایش‌های انجام گرفته، با ارزیابی تأثیر پارامترهای سنگ‌زنی بر زبری سطح مشخص شد که با کاهش عمق برش یا نزدیکی برش، نیز با افزایش سرعت برش کیفیت سطح بهبود می‌یابد. علت این امر کاهش عمق درگیری دانه‌های ساینده سنگ با تغییرات اشاره شده است.

تقدیر و تشکر

ضمن تشکر از همکاری مجموعه‌ی کارگاه‌های آموزشی دانشگاه صنعتی اصفهان، لازم است از حمایت‌های مذیان و کارکنان شرکت دانش‌بنیان پودراشان، بهویله جناب آقای دکتر سیدمهران نحومی که در انجام آزمون‌های مورد نظر نهایت همکاری را داشته‌اند، سپاسگزاری شود.



شکل ۱۳. مقایسه‌ی مقادیر اندازه‌گیری شده و پیش‌بینی شده‌ی زبری متوسط توسط مدل نظری برای مقادیر مختلف سرعت برش ($v_w = 550$ m/s, $a_p = 10 \mu\text{m}$)

بوده است. علت این امر می‌تواند در فرم ایده‌آل در نظر گرفته شده برای پروفیل شیار ایجاد شده باشد، زیرا همپوشانی شیارهای مجاور که در عمل قطعی است می‌تواند باعث کاهش ارتفاع ناهمگونی‌های سطح شود. مطابق شکل ۱۱ با افزایش عمق برش، زبری سطح در راستای عمود بر جهت سنگ‌زنی افزایش یافته است. افزایش عمق برش، منجر به افزایش پیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافه (h_m) می‌شود. از طرفی با افزایش h_m ناهمگونی‌های موجود روی سطح ماشین‌کاری شده افزایش یافته و درنتیجه زبری سطح زیاد می‌شود. علت این مسئله آن است که h_m شاخصی از عمق نفوذ دانه‌های ساینده سنگ به سطح قطعه‌کار است. مدل ارائه شده برای h_m در رابطه‌ی ۱۷، نیز تأییدی بر استدلال فوق است. همچنین مطابق شکل ۱۲، کاهش نزدیکی برش نیز بهبود کیفیت سطح شده است. علت این امر عمق درگیری کم‌تر دانه‌های سنگ و کاهش پیشینه ضخامت براده‌ی تغییر شکل نیافه است.

مطابق شکل ۱۳، نمودار تأثیر سرعت برش بر زبری متوسط، با افزایش سرعت برش زبری متوسط سطح کاهش یافته است. در سرعت‌های برش بالاتر، دانه‌های ساینده بیشتری در سنگ‌زنی حجم مشخصی از ماده مشارکت دارند و بنابراین نفوذ دانه‌های برش سنگ به قطعه‌کار کم خواهد شد و لذا عمق درگیری کاهش یافته

پابنوشت‌ها

1. probability density function
2. Rayleigh
3. high-velocity oxy-fuel
4. Kerosene
5. truing
6. dressing
7. Normal
8. Lognormal
9. exponential
10. Gamma

11. Weibull
12. expected value
13. Rowe

منابع (References)

1. Malkin, S., *Grinding Technology: Theory and Application of Machining with Abrasives*, John Wiley & Sons (1989).
2. Suto, T. and Sata, T. "Simulation of grinding process based on wheel surface characteristics", *Bulletin of Japan Society of Precision Engineering*, **15**(1), pp. 27-33 (1981).
3. Zhou, X. and Xi, F. "Modeling and predicting surface roughness of the grinding process", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **42**, pp. 969-977 (2002).
4. Basuray, P., Sahay, B. and Lal, G. "A simple model for evaluating surface roughness in fine grinding", *Int. J. Mach. Tool Des. Res.*, **20**, pp. 265-273 (1980).
5. Hecker, R.L. and Liang, S.Y. "Predictive modeling of surface roughness in grinding", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, **43**, pp. 755-761 (2003).
6. Agarwal, S. and Rao, P.V. "A probabilistic approach to predict surface roughness in ceramic grinding", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, **45**, pp. 609-616 (2005).
7. Marinescu, I.D., Hitchiner, M. Uhlmann, E. Rowe, W.B. and Inasaki, I., *Handbook of Machining with Grinding Wheels*, CRC Press (2007).
8. Agarwal, S. and Rao, P.V. "Predictive modeling of force and power based on a new analytical undeformed chip thickness model in ceramic grinding", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, **65**, pp. 68-78 (2013).
9. Hwang, T.W., Evans, C.J. and Malkin, S. "Size effect for specific energy in grinding of silicon nitride", *Wear*, **2**(229) p. 862-867 (1999).
10. Xu, H.H.K., Jahanmir, S. and Ives, L.K. "Effect of grinding on strength of tetragonal zirconia and zirconia toughened alumina", *Machining Science and Technology*, **1**(1), pp. 49-66 (1997).
11. Agarwal, S. and Rao, P.V. "Experimental investigation of surface/subsurface damage formation and material removal mechanisms in SiC grinding", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, **48**, pp. 698-710 (2008).
12. Forbes, C., Evans, M., Hastings, N. and Peacock, B., *Statistical Distributions*, ed. F. Edition, John Wiley & Sons (2011).
13. Koshy, P., Jain, P.V. and Lal, G.K. "Stochastic simulation approach to modelling diamond wheel topography", *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, **37**, pp. 751-761 (1997).
14. Badger, J.A. and Torrance, A.A. "A comparison of two models to predict grinding forces from wheel surface topography", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, **40**, p. 1099-1120 (2000).
15. Chakrabarti, S. and Paul, S. "Numerical modelling of surface topography in superabrasive grinding", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **39**, pp. 29-38 (2008).
16. Hecker, R.L., Liang, S.Y., Wu, X.J., Xia, P. and Jin, D.G.W. "Grinding force and power modeling based on chip thickness analysis", *Int J Adv Manuf Technol*, **33**, pp. 449-459 (2007).
17. Warnecke, G. and Zitt, U. "Kinematic simulation for analyzing and predicting high-performance grinding processes", *CIRP*, **47**, pp. 265-270 (1998).
18. Krishnamoorthy, K., *Handbook of Statistical Distributions with Applications*, Taylor & Francis (2010).
19. Rowe, W.B., *Principles of Modern Grinding Technology*, William Andrew (2009).
20. Rowe, W.B., Morgan, M.N. Qi, H.S. and Zheng, H.W. "The effect of deformation on the contact area in grinding", *Annals of the CIRP*, **49**, pp. 409-412 (1993).
21. Agarwal, S. and Rao, P.V. "Predictive modeling of undeformed chip thickness in ceramic grinding", *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, **56**, pp. 59-68 (2012).